

# NOTE SUR LA TRIANGULATION

ABDELMAJID BEN HADJ SALEM, INGÉNIEUR  
GÉOGRAPHE GÉNÉRAL

**Résumé :** Cette note présente en quelques pages la triangulation : la méthode classique de l'observation des points géodésiques d'un réseau géodésique terrestre.

**Abstract :** In just a few pages, this note presents triangulation : the classic method of observing the geodetic points of a terrestrial geodetic network.

*A mes lecteurs sur Internet*

## 1 Introduction

Pour la géodésie classique, la triangulation était la première méthode utilisée pour mettre en place un réseau géodésique c'est-à-dire déterminer les coordonnées d'un ensemble de points matérialisés sur le sol d'un territoire distribués uniformément sur l'ensemble du pays.

## 2 Définitions

**Définition 1 :** De l'origine du mot triangulation, on trouve le mot triangle. Ainsi le réseau géodésique est constitué de triangles dont les sommets sont les points géodésiques, voir (**Fig.1**) ci-dessous.

**Définition 2 :** Pour calculer les coordonnées des points géodésiques, on mesure les angles de ces triangles avec un théodolite. Un angle est obtenu par la soustraction des lectures  $L_3 - L_2$  où  $L_2, L_3$  sont lues à l'aide du théodolite en visant du point n°1 (par exemple) et les points 2 et 3, voir (**Fig.2**) ci-dessous.

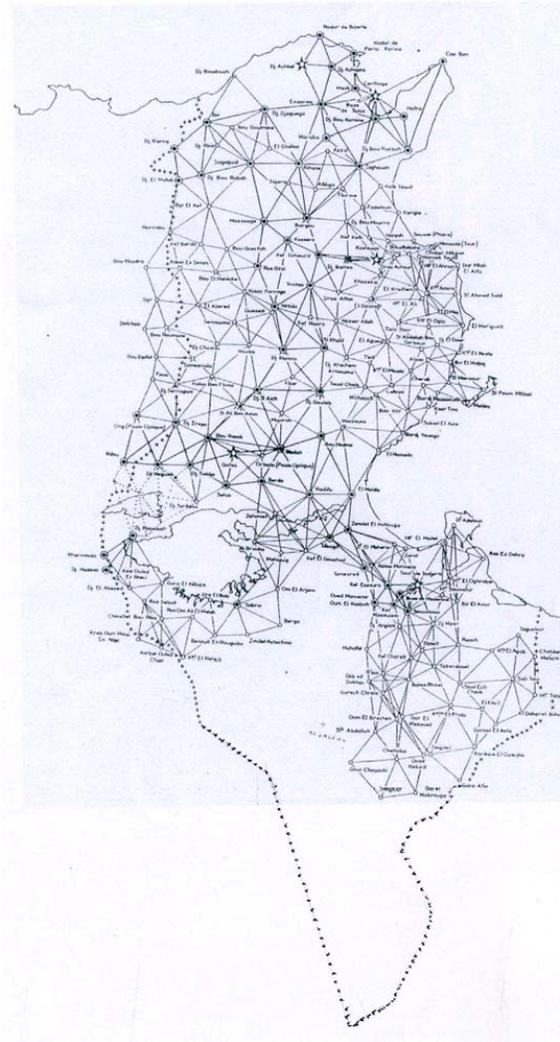


FIG. 1: Le Réseau géodésique Tunisien avant 1978

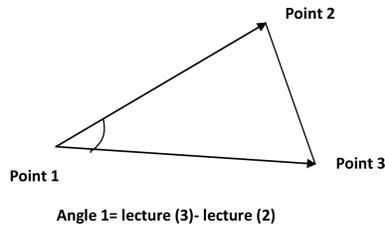


FIG. 2: Mesure d'un angle du triangle

**Définition 3 : Mesure d'une distance.** Pour avoir les coordonnées des points, on doit mesurer au moins une distance entre deux points. La mesure se fait à l'aide d'un distancemètre ou une station totale munie de son distancemètre.

**Définition 4 : Le point fondamental d'un réseau géodésique.** Pour mener bien les calculs des points du réseau, le géodésien choisit un point du réseau où ces coordonnées soient dans un repère le plus proche de la réalité. Le repère le plus utilisé est le système cartésien formé par un repère cartésien  $(OX, OY, OZ)$ , voir (**Fig.3**) tel que :

- $O$  l'origine du système, presque le centre de la Terre,
- l'axe  $OZ$  parallèle à l'axe de la rotation de la Terre,
- le plan  $OXZ$  est parallèle au méridien de Greenwich,
- l'axe  $OY$  tel que  $OXYZ$  est un trièdre direct orthonormé,
- $(e_1, e_2, e_3)$  une base orthonormée et :

$$\|e_1\| = \|e_2\| = \|e_3\| = 1 = \text{l'unité des longueurs} = \text{le mètre}$$

Dans le repère défini, on considère que le modèle de la Terre est un ellipsoïde de révolution. Les coordonnées géodésiques (latitude et longitude) du point choisi (qu'on note  $M$ ) seront arrêtées par convention en prenant :

$$\begin{aligned} \text{latitude géodésique } \varphi_g &= \text{latitude astronomique } \varphi_a, \\ \text{longitude géodésique } \lambda_g &= \text{longitude astronomique } \lambda_a \end{aligned}$$

$(\varphi_a, \lambda_a)$  seront déterminées par des observations astronomiques. Pour positionner l'orientation des points, on observe au point choisi  $M$  l'azimut astronomique de la direction vers un point proche (qu'on note  $P$ ). Là aussi, on

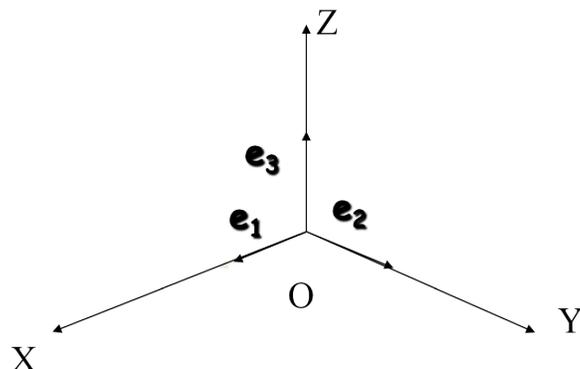


FIG. 3: Le repère cartésien tridimensionnel du positionnement des points géodésiques

choisit :

$$\begin{aligned} \text{Azimut géodésique de MP} &= \text{Azimut astronomique de MP} \implies \\ Az_g &= Az_a \end{aligned}$$

Alors le point  $M$  est appelé **Le Point Fondamental du Réseau Géodésique** . Voir (Fig. 4).

**Définition 4 : Les représentations planes.** Pour faciliter les calculs des coordonnées, on va travailler sur le plan qui est plus facile que sur l'ellipsoïde et ce-ci à l'aide des représentations planes en utilisant généralement la représentation plane officielle du pays. Pour la Tunisie, la représentation plane était la représentation dite Lambert, mais depuis 2009 , elle est devenue la représentation plane UTM :

A un point  $M$  sur l'ellipsoïde, on fait correspondre son image  $m$  sur le plan  $OXY$

Voir (Fig.5).

### 3 Le calcul des coordonnées sur le plan

Ayant les coordonnées  $(\varphi_g, \lambda_g)$  du point  $M$  et l'azimut  $Az_g$  et la distance mesurée  $MP$  qu'on réduit au plan de la représentation plane qu'on note par

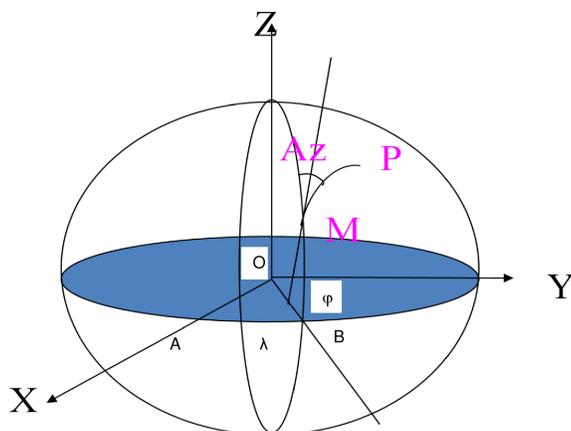


FIG. 4: Le point fondamental du réseau géodésique

$mp$ , on transforme l'azimut en gisement dans le plan, voir (**Fig.6**). On calcule les coordonnées planes du point  $p$  suivant les formules ci-dessous :

$$\begin{aligned} X_p &= X_m + mp \cdot \sin G \\ Y_p &= Y_m + mp \cdot \cos G \end{aligned}$$

On suppose qu'on a mesuré sur le terrain les angles horizontaux intérieurs du triangle  $mpq$ . La formule des sinus donne le calcul de la distance plane  $pq$  :

$$\frac{\sin \alpha}{pq} = \frac{\sin \beta}{mp} \implies pq = mp \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

Le gisement de la direction du côté  $pq$  est  $G'$  tel que :

$$G' = G + \pi - \gamma$$

On obtient alors les coordonnées du points  $q$  :

$$\begin{aligned} X_q &= X_p + pq \cdot \sin G' \\ Y_q &= Y_p + pq \cdot \cos G' \end{aligned}$$

On peut aussi calculer pour vérification des calculs et des observations angulaires la distance  $mq$  par :

$$\frac{\sin \beta}{mp} = \frac{\sin \gamma}{mq} \implies mq = mp \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \beta}$$

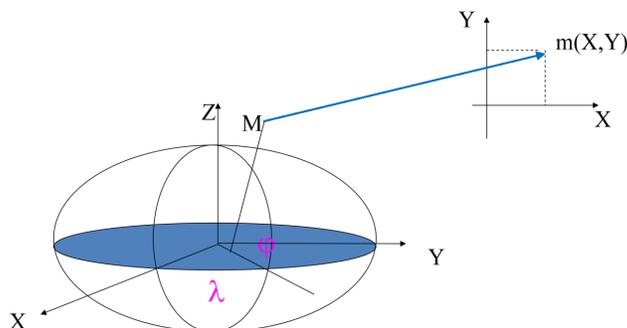


FIG. 5: Le passage de l'ellipsoïde au plan

et obtenir les coordonnées  $(X'_q, Y'_q)$  de contrôle du point  $q$  par :

$$\begin{aligned} X'_q &= X_m + mq.\sin(G + \alpha) \\ Y'_q &= Y_m + mq.\cos(G + \alpha) \end{aligned}$$

Un autre moyen de contrôle est que la somme des angles d'un triangle est égale à  $\pi \text{ rd} = 180^\circ = 200 \text{ grades}$  plus  $\epsilon$  une quantité très petite qui, sans entrer dans les détails, dépend de la surface du triangle. Ce contrôle s'appelle la fermeture des angles d'un triangle.

Les mesures angulaires des angles des triangles se font par les tours d'horizon effectués aux différents points du réseau. Par exemple, au point fondamental  $m$ , on lit les lectures vers les points visés  $p, q, r, s, \dots, v$  et  $p$ . Une fois que les sommets des triangles ont été stationnés et que les tours d'horizon ont été observés, on peut calculer les angles des triangles, calculer les distances des côtés, calculer les fermetures.

Ainsi de proche en proche, on stationne tous les points du réseau, calculer les coordonnées approchées des points. Alors cette méthode classique de la mise en place d'un réseau géodésique terrestre s'appelle la TRIANGULATION.

En général, on observe plus d'un point fondamental pour un réseau géodésique assez grand. Cela permet de contrôler les observations effectuées et

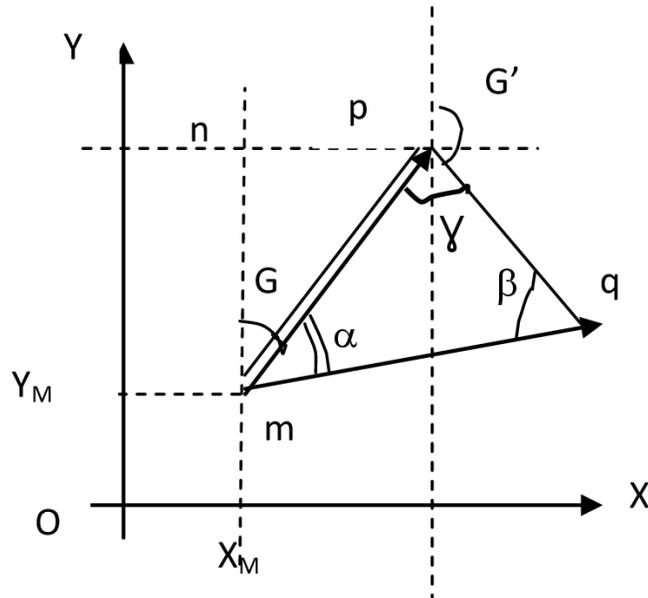


FIG. 6: Le calcul des coordonnées planes

l'orientation du réseau. Pour la Tunisie, en plus du point fondamental **Carthage**, on a observé un autre point dans la région de Mednine.

## 4 Bibliographie

1. **C. Fezzani**. 1979. Analyse de la structure des réseaux astro-géodésiques tunisiens. Thèse de Docteur Ingénieur. Ecole Nationale des Sciences Géographiques. IGN France. 314p.

2. **Arrêté du ministre de la Défense nationale du 10 février 2009**. 2009. Journal Officiel de la République Tunisienne n°14 du 17 février 2009.

Abdelmajid Ben Hadj Salem  
La Soukra, 15 Février 2025