

LE PROJET DU SYSTÈME D'INFORMATIONS FONCIÈRES EN TUNISIE - TLIS -

Par

**Abdelmajid BEN HADJ SALEM,
Ingénieur Général Géographe**

Résumé

A l'occasion du démarrage du Projet " Système Tunisien des Informations Foncières Tunisien, (TLIS)", nous avons tenu à rappeler quelques éléments historiques de la Géodésie Tunisienne depuis sa mise en place et décrire en détail les systèmes géodésiques terrestres et spatiaux qui ont été utilisés depuis.

Abstract

To celebrate the launch of the "Tunisian Land Information System (TLIS)" project, we would like to recall some of the history of Tunisian geodesy since its inception, and describe in detail the terrestrial and spatial geodetic systems that have been used since then.

Décembre 2023

- Version 1. -

Abdelmajid BEN HADJ SALEM,

E-mail : abenhadsalem@gmail.com

© Décembre 2023 - **Abdelmajid BEN HADJ SALEM** -

Abréviations

ADOS : Africain Doppler Survey (AIG)
AIG : Association Internationale de Géodésie
AIUB : Astronomical Institute University of Bern
CHAMP : **CH**allenging **M**ini-satellite **P**ayload
CORS : Continuously Operating Reference Station
DGPS : Differential GPS
EGNOS : European Geostationary Navigation Overlay Service
ESA : European Spatial Agency (Agence Spatiale Européenne)
EUREF : European Reference Frame (AIG)
GLONASS : **G**LObal'naya **N**avigatsionnaya **S**putnikovaya **S**istema (Global Orbiting Navigation Satellite System, Russia)
GNSS : Global Navigation Satellite Systems
GOCE : Gravity field and Ocean Circulation Explorer
GPS : Global Positioning System
GRACE : Gravity Recovery and Climate Experiment
GRS80 : Geodetic Reference System 1980
IGN : Institut Géographique National de France (Nouvelle appellation : Institut Géographique de l'Information Géographique et Forestière)
IGS : International GNSS Service (AIG)
IGeS : International Geoid Service (AIG)
ITRF : International Terrestrial Reference Frame (AIG)
ITRS : International Terrestrial Reference System (AIG)
MSL : Mean Sea Level
NASA : National Aeronautics and Space Administration (USA)
OSU : Ohio State University (USA)
OTC : Office de la Topographie et de la Cartographie (Nouvelle appellation Office de la Topographie et du Cadastre depuis 2009, Tunisie)
RINEX : Receiver Independent Exchange Format (AIG)
RRS : Réseau de Référence Spatiale
RTCM : Radio Technical Commission for Maritime Services
SINEX : Solution (Software/technique) **I**Ndependent **E**Xchange Format (AIG)
SST : Sea Surface Topography
STT : Service Topographique Tunisien, le premier service tunisien de topographie créé en 1886, chargé de l'immatriculation foncière.
VLBI : Very Long Baseline Interferometry

*To the Memory of Our Colleagues and
Friends the Engineers who had
participated to the Promotion of the
Tunisian Geodesy :*
*Hachmi BORTAL, Noureddine YANGUI,
Chedly FEZZANI, Jamel ZAIEM, Jalel
ZID and Noureddine HOURRIGUE*

Table des matières

1	Introduction	1
2	L'Histoire du Développement des Systèmes de Référence Géodésique et des Coordonnées en Tunisie	2
2.1	INTRODUCTION	2
2.2	HISTORIQUE	2
2.3	LES SYSTÈMES GÉODÉSQUES EN TUNISIE	5
2.3.1	Le Système Géodésique 'Voirol'	5
2.3.2	Le Système Géodésique 'Carthage34'	5
2.3.3	Le Système Géodésique 'EUROPE50'	6
2.3.4	Le Système Géodésique 'NORD-SAHARA'	6
2.3.5	Le Réseau Astronomique du Sud Tunisien	6
2.4	TRAVAUX DE REVALORISATION DE LA GÉODÉSIE TUNISIENNE	9
2.4.1	Le Réseau Géodésique Primordial (RGP)	10
2.4.2	La Compensation du Réseau Géodésique Primordial .	10
2.4.3	Le Système Géodésique Carthage86	11
2.5	LES REPRÉSENTATIONS PLANES	14
2.5.1	La Représentation de Bonne	14
2.5.2	La Représentation des Fuseaux	14
2.5.3	La Représentation Lambert	18
2.5.4	La Représentation Plane U.T.M.	21
2.6	LA MISE À NIVEAU DE LA GÉODÉSIE TUNISIENNE	21
2.6.1	Le Réseau de Référence Spatiale	21
2.6.2	Comparaisons des coordonnées des systèmes Carthage34 et OTC84	22
2.6.3	Les Conclusions de la Commission Technique	22

2.7	LE NOUVEAU SYSTÈME GÉODÉSIQUE TERRESTRE TUNISIEN :LA NOUVELLE TRIANGULATION TUNISIENNE	24
2.8	L'ARRÊTÉ DU 10 FÉVRIER 2009	24
2.8.1	Le Système National de Référence Unifié de la Géodésie	25
2.8.2	Le Système National de Référence de la Représentation Cartographique	25
2.8.3	Le Système National de Référence du Nivellement	25
2.9	CONCLUSIONS	26
3	La Gestion des Points de Référence Géodésiques Nationaux de la Tunisie	27
3.1	DÉCOMPTE DES POINTS DE L'ANCIEN RÉSEAU GÉODÉSIQUE TUNISIEN	27
3.2	RÉSEAU DES STATIONS GPS PERMANENTES	29
3.3	STRUCTURE DU RÉSEAU GÉNÉRAL DE NIVELLEMENT DE PRÉCISION	32
3.3.1	Travaux de Modernisation	32
3.3.2	Le Choix de la Méthode de Modernisation	33
3.3.3	Avancement des Travaux de Modernisation	33
3.4	ACCÈS AUX DONNÉES GÉODÉSQUES	34
3.5	LES CONVERSIONS ENTRE LES SYSTÈMES DE COORDONNÉES GÉODÉSQUES EN TUNISIE	34
A	La Représentation de Bonne	42
A.1	L'ORIGINE DU DÉCOUPAGE DE LA CARTOGRAPHIE 1/50 000 TYPE ANCIEN	1
A.2	DÉFINITION ET PROPRIÉTÉS DE LA REPRÉSENTATION DE BONNE	2
A.2.1	Formules	2
A.3	CALCUL DES COORDONNÉES	4
A.3.1	Modèle sphérique	4
A.3.2	Le modèle ellipsoïdique	5
A.3.3	Calcul de la longueur de la méridienne d'un ellipsoïde de révolution	6
A.4	LE CALCUL DES ANGLES DES FEUILLES À L'ÉCHELLE 1/50 000	9

Préface

Les relations entre l'OTC et l'Autorité Nationale Sud-Coréenne des Données Géo-spatiales d'Infrastructure de Base remontaient au mois d'août 2008 où une délégation de cette dernière avait visité l'OTC. Par la suite, des échanges avaient lieu entre les deux institutions en vue de préparer un projet de protocole d'accord de coopération.

Vers les années 80 du dernier siècle, la Tunisie a connu une ère de développement économique sur les différentes régions du territoire. Ce-ci était traduit par un élan des activités foncières. Afin de répondre aux volumes des données foncières à archiver, l'OTC cherchait à mettre en place des bases de données foncières du cadastre ou de l'immatriculation foncière facultative (IFF). Malgré les quelques propositions, le souhait de l'OTC n'avait pas vu le jour faute de financements. -

Grâce à la coopération Tuniso-Coréenne, le **Projet du Système d'Informations Foncières de la Tunisie "TLIS"** a vu le jour après :

- La signature en date du 31 mai 2021 de l'Accord entre le Gouvernement de la République Tunisienne et le Gouvernement de la Corée concernant un prêt du Fonds de la Coopération Coréenne pour le Développement Economique.

- La signature en date du 14 juillet 2021 de l'Accord de prêt entre le Gouvernement de la République Tunisienne et la Banque d'Export-Import de la Corée pour un montant de 60 millions USD. La Tunisie participe au financement du projet d'un montant de 13 millions USD.

- Signature en date du 13 mai 2022 d'une convention de maîtrise d'ouvrage délégué entre le Ministère de l'Equipement et de l'Habitat et l'OTC pour réaliser ce projet.

- Constitution d'un comité de pilotage du projet et d'une unité de gestion

du projet à l'OTC en date du 7 avril 2022.

- Signature du marché des services de consulting avec le groupement des consultants Coréens Geomexsoft JV.

Les objectifs et les composantes du Projet sont :

- la mise en place d'une base de données foncières et d'un système d'informations foncières en Tunisie permettant de fournir aux opérateurs et aux citoyens des services concernant l'information foncière,

- la mise en place d'un Datacenter et d'une infrastructure numérique opérationnelle pour l'information foncière de la Tunisie,

- le renforcement des capacités de la gestion foncière en Tunisie,

- la contribution au développement de l'économie tunisienne et l'augmentation des revenus pour l'OTC.

La durée du Projet est de 7 ans (2022 - 2028).

Le 13 novembre 2023, un workshop a été organisé par l'OTC annonçant le démarrage du projet **TLIS** que nous souhaitons un plein succès.

Abdelmajid Ben Hadj Salem

18 Décembre 2023

Introduction

Dans le cadre du démarrage du Projet TLIS, nous présentons dans ce rapport un historique de la géodésie tunisienne depuis les premiers travaux géodésiques en Tunisie.

Nous passons en revue tous les systèmes géodésiques terrestres utilisés ou non et les principaux éléments de leurs définitions.

Nous avons consacré aussi un chapitre sur le nombre des points géodésiques primaires et secondaires créés depuis la création du Service Topographique Tunisien en 1886 jusqu'à nos jours.

Nous détaillons plus sur la géodésie tunisienne récente depuis les années 80 du dernier siècle. Nous parlerons des représentations planes appliquées en Tunisie. Nous avons ajouté en annexe une note détaillée sur la représentation plane de Bonne.

Nous décrivons les activités de l'OTC en matière de géodésie et du nivellement général de précision et les différentes actions menées comme l'introduction de la géodésie spatiale par l'utilisation de la technologie GPS et l'installation des stations GPS permanentes sur le territoire Tunisien.

L'Histoire du Développement des Systèmes de Référence Géodésique et des Coordonnées en Tunisie

'Geodesists are amongst the men of science those that operate all over the World, regardless of boundaries, differences in race, religion, ideology.'

(Antonio Marussi¹, 1974)

2.1 Introduction

L'un des éléments fondamentaux de l'infrastructure d'un pays est son réseau géodésique terrestre.

A ce sujet, la Tunisie a connu le début de la création de son premier réseau géodésique à partir des observations géodésiques de la liaison entre le Cap-Bon et l'île de Sicile en 1876 (**Fig. 2.1**).

Sur ce réseau vont être rattachés tous les travaux cartographiques et topographiques et particulièrement ceux de l'Immatriculation Foncière Facultative (IFF) et du Cadastre.

2.2 Historique

Les premiers points géodésiques ont été créés en 1876 par les géodésiens italiens lors de la liaison entre le Cap-Bon et l'île de Sicile (**Fig. 2.1**). Les points Cap Bon, Sidi Bou Said et J. Bou Rukbah ont été rattachés au réseau

1. **Antonio Marussi** (1908-1984) : géodésien et géophysicien italien.

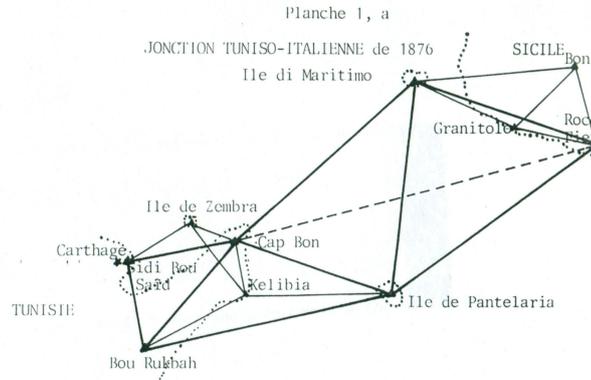


FIGURE 2.1 – Jonction Tuniso-Italienne de 1876 (*C. Fezzani, 1979*)

géodésique italien par les géodésiens italiens. Le premier réseau géodésique tunisien a été défini à partir de l'extension du réseau Algérien, par l'observation du point astronomique Carthage en 1878 et la mesure de l'azimut astronomique de la direction Carthage - Bir Bou Regba pour l'orientation du réseau (*C. Fezzani, 1979*). Ces travaux ont été réalisés par le Service Géographique de l'Armée Française (S.G.A.F).

Avant 1978, la structure géodésique tunisienne était comme suit (**Fig. 2.2**) :

- un réseau géodésique dit du 1er ordre formé par le parallèle de Tunis au nord et le parallèle de Gabès au sud reliés par la méridienne dite de Gabès, les longueurs des côtés varient de 30 à 50 kms ;
- un réseau géodésique du 1er ordre complémentaire ;
- un réseau géodésique du 2ème ordre ;
- un réseau géodésique du 2ème ordre complémentaire ;
- les réseaux géodésiques de détail du 3ème et 4ème ordre ;
- un canevas de points astronomiques au sud (Sahara).

A un réseau de points géodésiques est associé le système géodésique c'est-à-dire les éléments de référence à partir desquels sont calculées les coordonnées géographiques (φ latitude, λ longitude) ou les coordonnées planimétriques (X, Y). On donne ci-dessous les systèmes qui étaient les plus utilisés en Tunisie.

2.3 Les Systèmes Géodésiques en Tunisie

2.3.1 Le Système Géodésique 'Voirol'

C'était le premier système en Tunisie caractérisé par :

- le point fondamental (point de départ) : Voirol près d'Alger créé en 1875,
- la surface de référence c'est-à-dire le modèle choisi pour la Terre est l'ellipsoïde de Clarke Français 1880,
- l'orientation de départ est l'azimut astronomique de la direction Voirol-Meleb El Kora mesuré en 1874,
- la mise à l'échelle ou la qualité métrique de réseau : la mesure d'une distance ou base à Blida en Algérie mesurée en 1854.

Une grande partie de ce premier réseau géodésique terrestre tunisien était calculé dans ce système.

2.3.2 Le Système Géodésique 'Carthage34'

A la suite de la détection d'une erreur dans la mise à l'échelle du système Voirol en 1910 et vu sa qualité, le S.G.A.F a établi un nouveau système géodésique indépendant du système Voirol. Les éléments de définition de ce système sont :

- le point fondamental : le point Carthage à Tunis,
- l'ellipsoïde de référence : l'ellipsoïde de Clarke Français 1880,
- l'azimut de l'orientation : l'azimut astronomique de la direction Carthage - Bir Bou Regba,
- la mise à l'échelle : les bases de Tunis et de Medenine (au sud tunisien).

Les observations et les calculs des coordonnées des points géodésiques ont été effectuées durant la période 1883-1934, d'où l'appellation du système Carthage34. Les observations angulaires ont été faites à l'aide de cercles azimutaux.

Bien que l'ellipsoïde de référence est le même, les deux systèmes géodésiques Voirol et Carthage34 ont des origines différentes ce qui explique les décalages en longitude et latitude géodésiques. Ainsi au point fondamental Carthage, par exemple, on a les différences suivantes :

$$\varphi_{Voirol} - \varphi_{Carthage} = 25.86 \text{ dmgr} \quad (2.1)$$

$$\lambda_{Voirol} - \lambda_{Carthage} = 36.19 \text{ dmgr} \quad (2.2)$$

qui se traduisent par un décalage moyen planimétrique de 245 m en x (Nord) et de 280 m en y (Ouest).

Le point astronomique de Carthage a joué un rôle déterminant dans la géodésie tunisienne en tant que point de Laplace pour le système géodésique d'Algérie-Tunisie dit "Système Voirol" puis ensuite en tant que point fondamental du système géodésique Carthage34, mais aussi en tant que point de contrôle de la liaison tuniso-italienne (*C. Fezzani, 1979*).

L'exposé complet des opérations exécutées en mars-avril 1878 en cette station est publié dans le Mémorial du Dépôt de la Guerre du S.G.A.F (Tome *XI*, fascicule 3, §311).

Le Système Carthage34 est meilleur que celui de Voirol sur au moins deux points :

- la mise à l'échelle,
- les calculs ont été menés méthodiquement avec les moyens dont on disposait à l'époque.

2.3.3 Le Système Géodésique 'EUROPE50'

- Ellipsoïde de référence : l'ellipsoïde International.
- Le point fondamental retenu est celui de Potsdam (en Allemagne).

Ce système était pour les applications militaires. Ci-dessous l'ossature du réseau Europe50 en Afrique du Nord (**Fig. 2.3**).

2.3.4 Le Système Géodésique 'NORD-SAHARA'

Le système Nord-Sahara, conçu pour couvrir toute l'Afrique du Nord, n'a eu aucune application en Tunisie et cette tentative d'unification a échoué de par les événements qui se sont succédés à cette époque. Sa mise en service effective n'a été faite que dans la partie Sud algérienne (*C. Fezzani, 1979*).

2.3.5 Le Réseau Astronomique du Sud Tunisien

Durant la période 1970-1972, des observations et calculs de 31 points astronomiques ont été réalisés au sahara tunisien pour les besoins de la carte 1/200 000, par les ingénieurs géodésiens et les techniciens de l'OTC avec ses propres moyens (**Fig. 2.4**).

Nous présenterons l'étude des représentations planes utilisées en Tunisie par la suite.

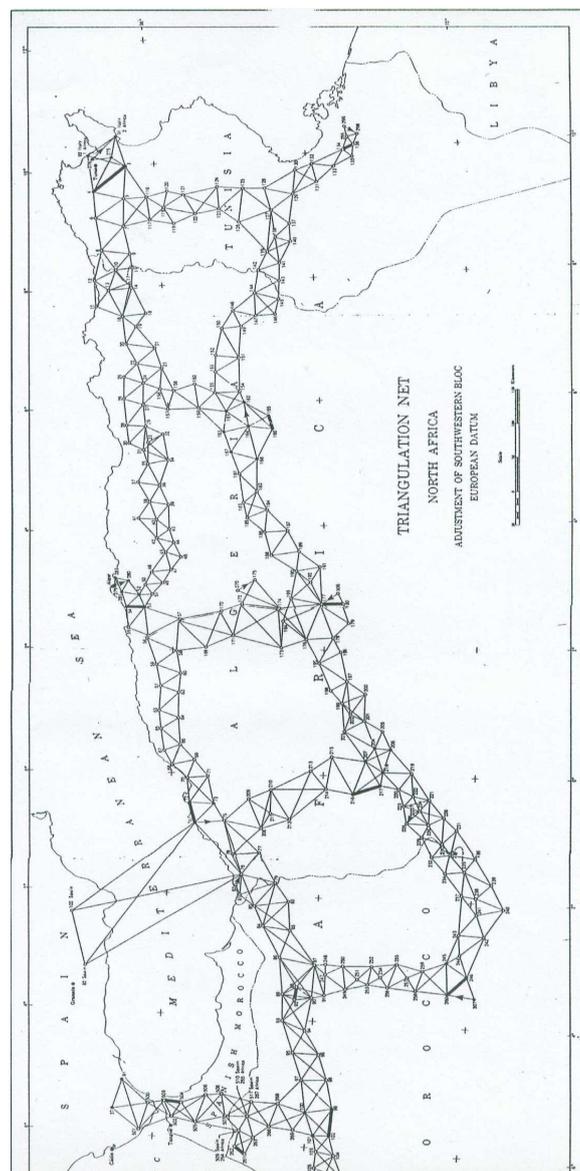


FIGURE 2.3 – L’ossature en partie du réseau EUROPE50 en Afrique du Nord

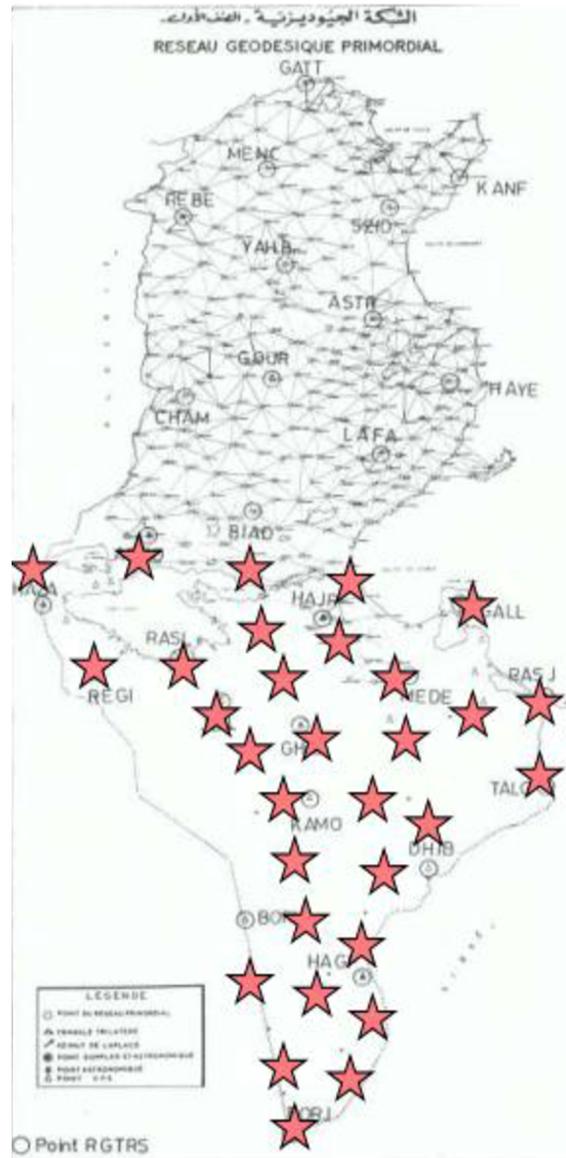


FIGURE 2.4 – Mission astronomique au sahara 1970-1972

2.4 Travaux de Revalorisation de la Géodésie Tunisienne

Depuis, la Tunisie dispose de plusieurs systèmes de coordonnées ainsi que de différentes représentations planes ou « projections » qu'on détaillera ci-dessous. Les origines et les éléments de définitions de ces systèmes étaient souvent non connues de la part des utilisateurs ce qui entraînait d'importantes confusions.

Les premières actions visant l'assainissement des réseaux géodésiques tunisiens dataient de 1969 avec le rapport de l'Ingénieur Géographe A. Fontaine de l'IGNF (A. Fontaine, 1969), à la suite duquel un protocole d'accord entre la Direction de la Topographie et de la Cartographie (DTC) et l'IGNF a été conclu par la signature d'une convention en septembre 1972. Elle concernait le calcul de compensation des réseaux géodésiques Tunisiens du 1er et 2ème ordre de Carthage34 et l'étude des résultats obtenus.

L'analyse de l'état de ces réseaux (*C. Fezzani, 1979*) a montré des insuffisances aux niveaux de la qualité de l'échelle (1/40 000 à 1/30 000) et de l'orientation (15 *dmgr* à 25 *dmgr*) ce qu'il a été confirmé par suite. Il a aussi révélé la disparition et la destruction de nombreux points géodésiques d'où la nécessité de reprendre certains travaux géodésiques. Ainsi, les premiers travaux de réfection du réseau géodésique primordial ont été entrepris au début de l'année 1974, parmi lesquels l'important travail réalisé par l'Ingénieur Géographe C. Fezzani à savoir le mémorial sur la géodésie primordiale tunisienne (1978) suivi de la thèse « Analyse de la Structure des Réseaux Astro-Géodésiques Tunisiens » soutenue en septembre 1979, laquelle nous avons fait référence dans ce rapport.

C'est à partir de 1978 que l'OTC a décidé de moderniser les réseaux géodésiques tunisiens afin de satisfaire les besoins cartographiques et topographiques du pays en commençant par le réseau de base.

Ces travaux de revalorisation des réseaux géodésiques tunisiens ont pour objectifs :

- l'abolition définitive de l'utilisation des différents systèmes géodésiques terrestres de types "isolés et fuseaux" en usage depuis plus d'un siècle,
- la mise en place d'un référentiel géodésique terrestre unique pour la Tunisie,
- la mise en place d'une nouvelle représentation plane qui convient le mieux pour la Tunisie à savoir l'UTM.

2.4.1 Le Réseau Géodésique Primordial (RGP)

Les travaux de revalorisation de la géodésie Tunisienne (M.Charfi, 1983) comprenaient :

- la réfection des anciens points du 1er ordre, du 1er ordre complémentaire, du 2ème ordre et du 2ème ordre complémentaire,
- la construction de nouveaux points sur les sites des anciens points disparus,
- la densification de l'ancien réseau par de nouveaux points,
- les observations angulaires azimutales et zénithales,
- la détermination de 8 points de Laplace et la mesure des côtés de 8 triangles géodésiques (**Fig. 2.5**),
- la détermination de 5 points par la méthode Doppler,
- Les calculs de compensation des observations terrestres avec les données Doppler pour obtenir de nouvelles coordonnées du réseau compensé.

Les observations des 8 points de Laplace et les mesures des côtés des 8 triangles géodésiques, les observations et les calculs ont fait l'objet d'une deuxième convention signée entre l'OTC et l'IGNF en 1982 après un appel d'offres international.

La détermination des latitudes et longitudes astronomiques a été faite par la méthode des hauteurs égales. Les azimuts astronomiques ont été observés sur la polaire. Les distances des côtés des triangles ont été mesurées à l'aide d'un distance-metre. Le résultat de ces travaux est la mise en place d'un nouveau système géodésique terrestre matérialisé par le nouveau réseau géodésique appelé Réseau Géodésique Primordial (RGP) (**Fig. 2.6**) constitué de **312 points** identifiés comme suit :

- **142** points anciens,
- **112** nouveaux points construits sur les sites des anciens points disparus,
- **58** nouveaux points.

Les coordonnées des points du RGP sont exprimées en Lambert Tunisie et gardant l'ellipsoïde de Clarke Français 1880.

2.4.2 La Compensation du Réseau Géodésique Primordial

Appelons la compensation planimétrique effectuée par l'IGNF en 1984 par OTC84. En comparant les coordonnées OTC84 avec Carthage34, on a trouvé que les coordonnées anciennes ont subi des déplacements sous la forme d'une rotation dans le sens des gisements et que son centre se trouve dans la région de J. Semmama et de valeur environ 25 dmgr (2.5/1000 de grade). Les déplacements planimétriques eux varient de 0 à 10.70 m (**Fig. 2.7**).

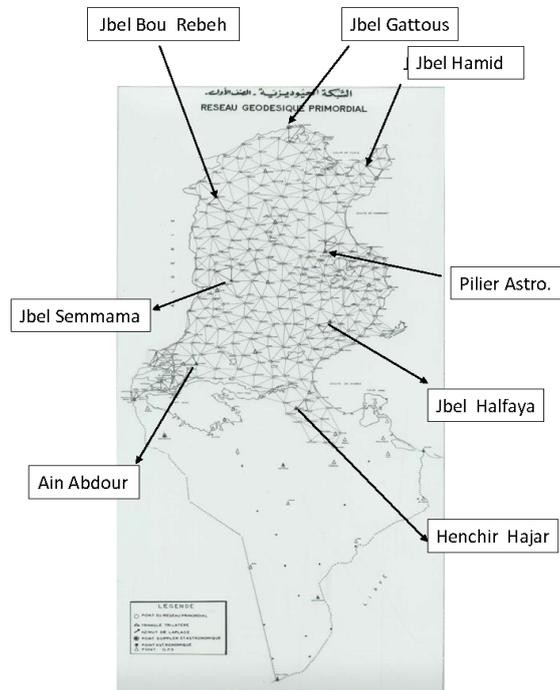


FIGURE 2.5 – Les 8 points de Laplace

Ce phénomène a été observé dans la plupart des pays qui ont changé de système géodésique terrestre.

Ayant été jugées inacceptables en matière de cadastre et d'immatriculation foncière, les nouvelles coordonnées issues de la compensation 1984 de l'IGNF n'ont pas été diffusées, et la situation était restée sans changement. On a alors continué à travailler avec le système Carthage34.

D'où l'idée de la reprise des calculs des observations.

2.4.3 Le Système Géodésique Carthage86

Faute d'adopter les calculs de 1984, l'OTC a effectué par ses propres moyens un calcul de compensation des nouvelles observations angulaires en fixant les coordonnées Carthage34 des points anciens existants et ce-ci en trois phases :

- la phase une : la zone du Nord,
- la phase deux : la zone du Centre,
- la phase trois : la zone du Sud.

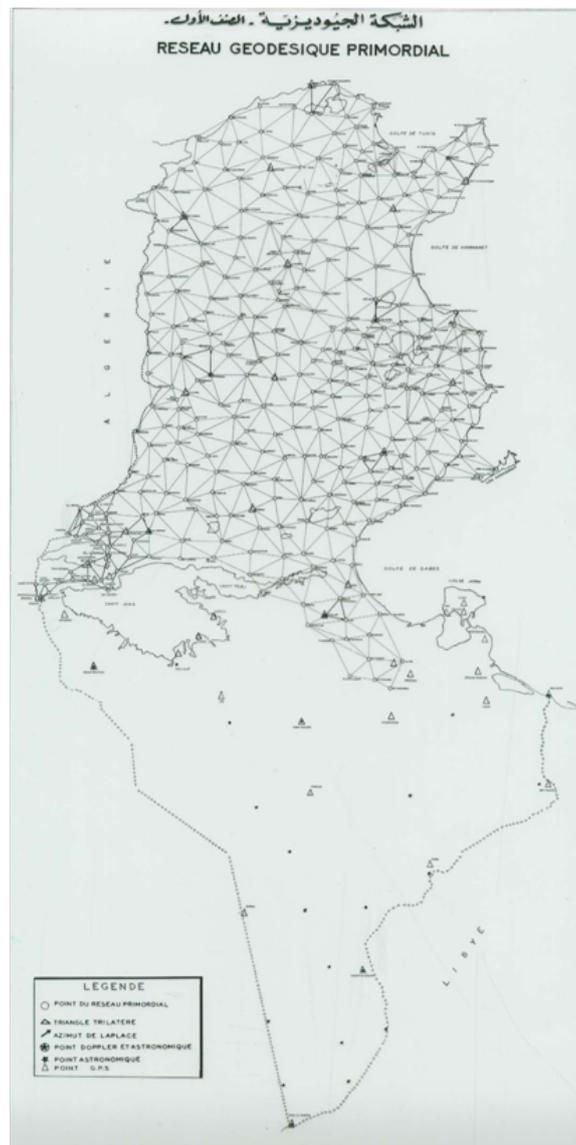


FIGURE 2.6 – Le Réseau Géodésique Primordial (RGP)

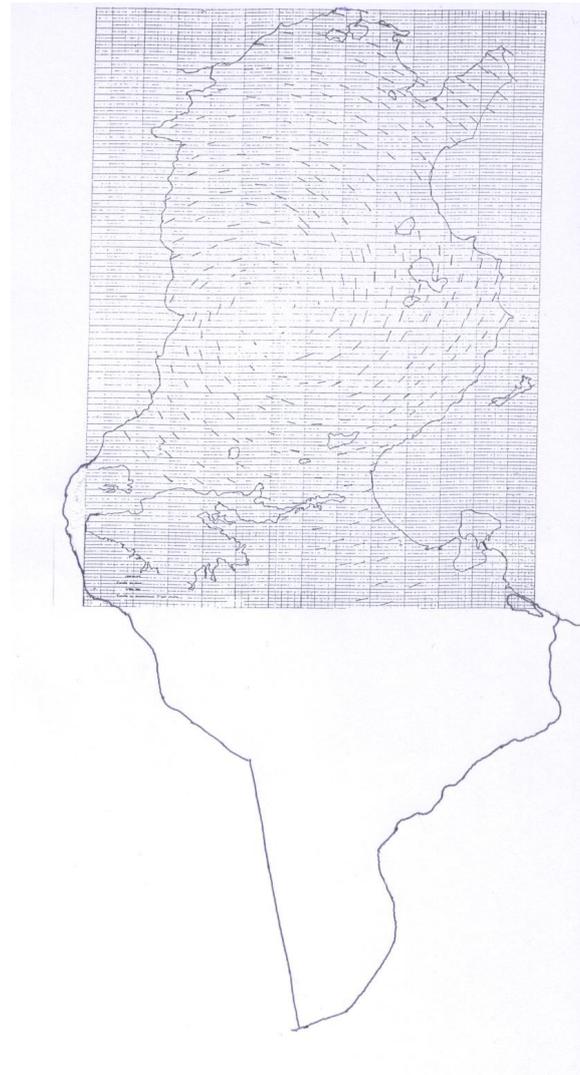


FIGURE 2.7 – Les Déplacements Planimétriques de l'OTC84

Cette compensation a donné naissance au système géodésique terrestre Carthage86, ayant le même ellipsoïde Clarke Français 1880. Les coordonnées des points géodésiques obtenues dans ce système sont à 0.80 m près de celles de Carthage34. Il faut signaler que les observations astronomiques de 1980 n'ont pas été introduites dans la compensation ce qui montre que l'orientation de Carthage86 est similaire à celle de Carthage34.

Des travaux de densification des réseaux géodésiques secondaires ont été appuyés sur le système géodésique Carthage86 en utilisant la même représentation plane que celle de Carthage34 à savoir Lambert-Tunisie.

2.5 Les Représentations Planes

A un système géodésique donné, on peut lui associer plusieurs types de représentations planes. On donne ci-dessous les représentations planes en usage en Tunisie.

2.5.1 La Représentation de Bonne

La représentation de Bonne² est une représentation équivalente (conserve les surfaces). Elle n'est plus en usage mais elle était utilisée pour le découpage cartographique des cartes aux échelles 1/50 000, 1/100 000 et 1/200 000 (version ancienne). Nous donnons les détails mathématiques de cette représentation en annexe.

2.5.2 La Représentation des Fuseaux

Elle a été utilisée dans le système géodésique Voirol pour le besoin de la triangulation et reste en usage dans les travaux de l'immatriculation foncière facultative pour traiter certains anciens dossiers (*C. Fezzani, 1979*).

Dans cette représentation, la Tunisie était partagée en six fuseaux, d'une étendue chacun de 0.5 grades (*gr*) en longitude, subdivisés chacun en onze quadrilatères curvilignes de 0.5 *gr* de côté en latitude (**Fig. 2.9**). Cette représentation plane fut abandonnée en 1922 pour être remplacée par la représentation plane Lambert Tunisie.

Les formules des coordonnées Fuseaux ($x(Nord), y(Ouest)$) en un point de coordonnées (φ, λ) , avec (φ_0, λ_0) les coordonnées du centre du quadrila-

2. **Rigobert Bonne** (1727-1795) : ingénieur, mathématicien et cartographe français.

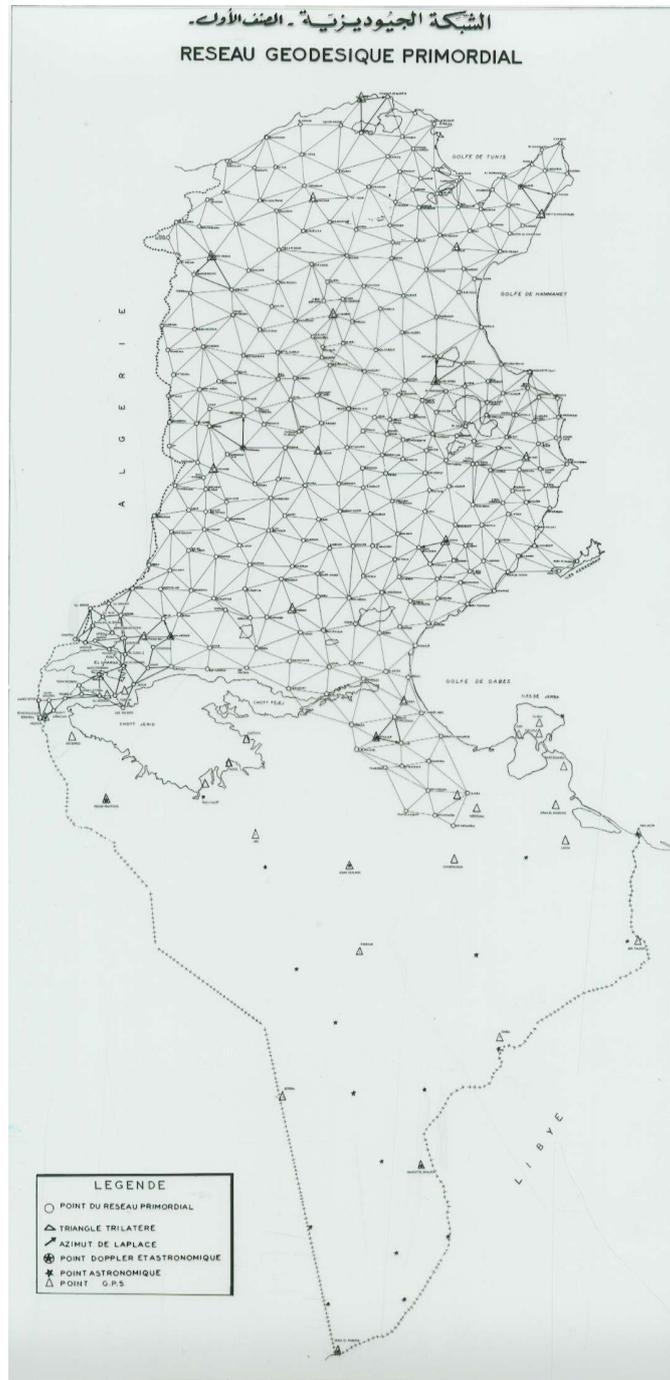


FIGURE 2.8 – Le Réseau Géodésique Primordial Tunisien

tère considéré, sont comme suit (*A. Ben Hadj Salem, 2013*) :

$$\boxed{\begin{aligned} y &= \frac{(\lambda - \lambda_0)'' \cos \varphi}{R} \\ x &= \frac{(\varphi - \varphi_0)''}{P} + \frac{Q}{P} y^2 \end{aligned}} \quad (2.3)$$

avec les coefficients :

$$\boxed{P = \frac{2 \times 10^6}{\pi \rho_0}, \quad Q = \frac{1}{2} \cdot \frac{tg \varphi_0}{N_0} \cdot P, \quad R = \frac{2 \times 10^6}{\pi N_0}} \quad (2.4)$$

où $(\varphi - \varphi_0), (\lambda - \lambda_0)$ sont exprimés en *dmgr*(") en comptant les longitudes positives à l'Ouest de Greenwich et N_0, ρ_0 les 2 rayons de courbure de l'ellipsoïde de Clarke Français 1880 pour $\varphi = \varphi_0$.

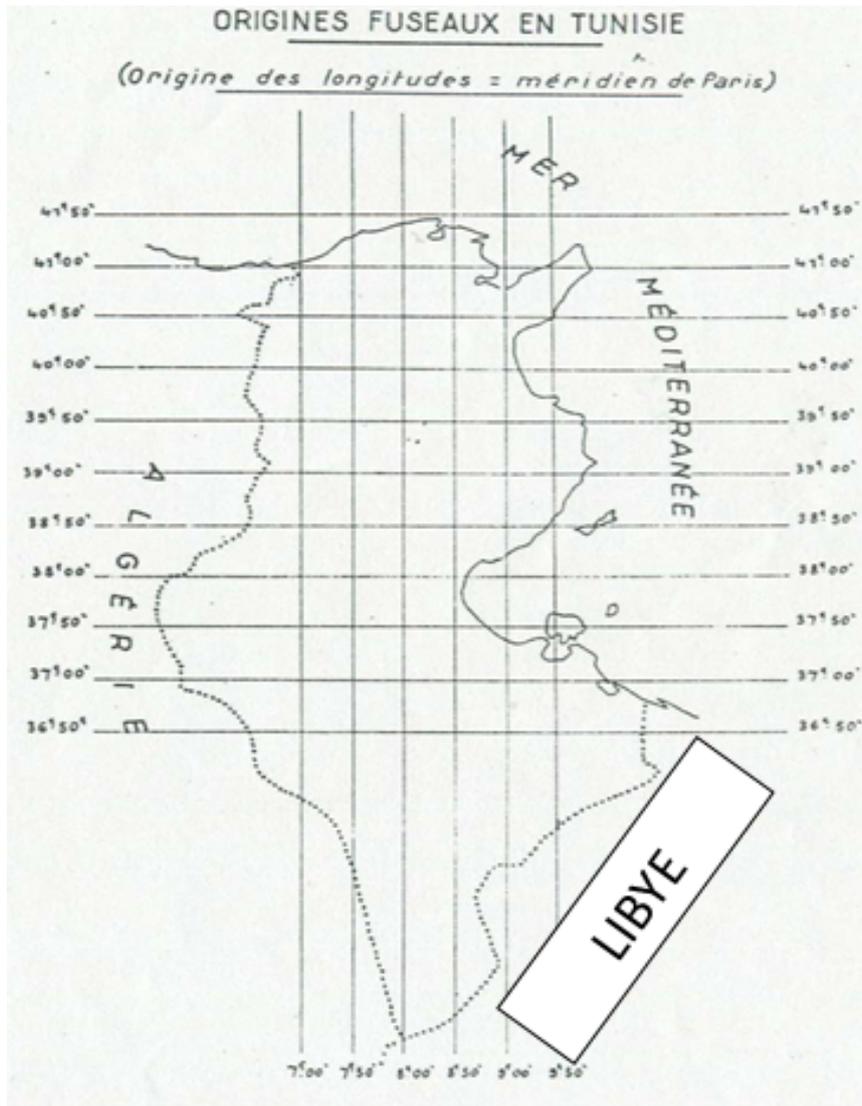


FIGURE 2.9 – Le découpage des Fuseaux (*C. Fezzani, 1979*)

2.5.3 La Représentation Lambert

C'est une représentation conforme (conserve les angles) d'un modèle ellipsoïdique. Afin d'éviter les déformations trop importantes, la représentation Lambert Nord Tunisie a été adoptée pour la partie Nord du pays (latitude comprise entre 37.5 gr et 42.5 gr) et la représentation Lambert Sud Tunisie a été adoptée pour la partie sud (latitude comprise entre 34.5 gr et 39.5 gr). La représentation Lambert Tunisie est nommée à l'OTC sous l'appellation "Origine Unique".

Pour la Tunisie, on considèrerait un système d'axes (O, x, y) tel que l'axe Oy est la tangente à l'image du parallèle origine φ_0 au point O dirigé vers l'Ouest et Ox est porté par l'image du méridien origine dirigé vers le Nord (**Fig. 2.10**), dit repère STT³. Soit le point S de Ox avec $OS = R_0$, on a alors les coordonnées planes (x, y) :

$$\begin{aligned} x_M &= R_0 - R \cos \Omega, & \Omega &= (\lambda - \lambda_0) \sin \varphi_0 \\ y_M &= -R \sin \Omega \\ R &= R_0 \exp(-\sin \varphi_0 (L - L_0)) \\ R_0 &= N_0 \cotg \varphi_0 \\ L &= L(\varphi) = \text{Logtg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) - \frac{e}{2} \text{Log} \frac{1 + e \sin \varphi}{1 - e \sin \varphi} \end{aligned}$$

avec λ comptée positivement à l'Est du méridien origine des longitudes, λ_0

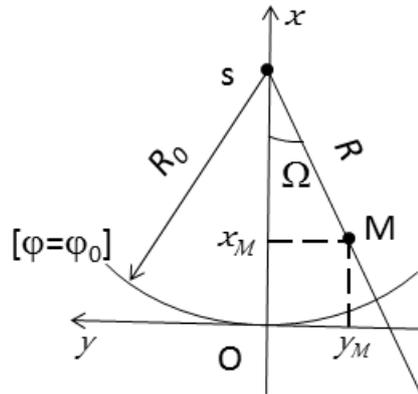


FIGURE 2.10 – Le Repère STT

la longitude du méridien origine, φ_0 la latitude du parallèle origine.

3. STT : Service Topographique Tunisien, premier service tunisien chargé des travaux topographiques et foncières fut créé en 1886, deviendra plus tard l'OTC.

Avec l'introduction du facteur de réduction de l'échelle k , les formules des coordonnées rectangulaires (x, y) deviennent :

$$\begin{cases} x_M = k(R_0 - R \cos((\lambda - \lambda_0) \sin \varphi_0)) \\ y_M = -kR \sin((\lambda - \lambda_0) \sin \varphi_0) \end{cases} \quad (2.5)$$

Pour obtenir des coordonnées rectangulaires positives, on définit pour la Tunisie un repère (O', X, Y) tel que $O'X$ et $O'Y$ soient dirigés respectivement vers l'Est et le Nord (**Fig. 2.11**).

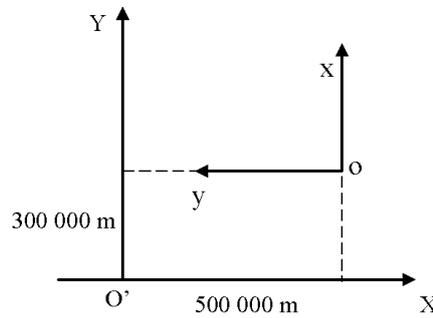


FIGURE 2.11 – Le Repère (O', X, Y)

Dans le nouveau repère (O', X, Y) , on a donc :

$$\begin{cases} X = 500\,000.00\,m - y \\ Y = 300\,000.00\,m + x \end{cases} \quad (2.6)$$

Les quantités $500\,000.00\,m$ et $300\,000.00\,m$ sont respectivement les constantes de translation en X (*Est*) et en Y (*Nord*).

Due à l'importance de l'altération linéaire, la Tunisie est partagée en deux zones avec les caractéristiques suivantes :

Représentation Plane	Méridien origine	Parallèle origine	k
Lambert Nord Tunisie	$\lambda_0 = 11\,gr$	$\varphi_0 = 40\,gr$	0.999 625 544
Lambert Sud Tunisie	$\lambda_0 = 11\,gr$	$\varphi_0 = 37\,gr$	0.999 625 769

TABLE 2.1 – Caractéristiques de la Représentation Lambert Tunisie avec une amplitude de $\pm 2.5\,gr$ du parallèle origine (**Fig. 2.12**).

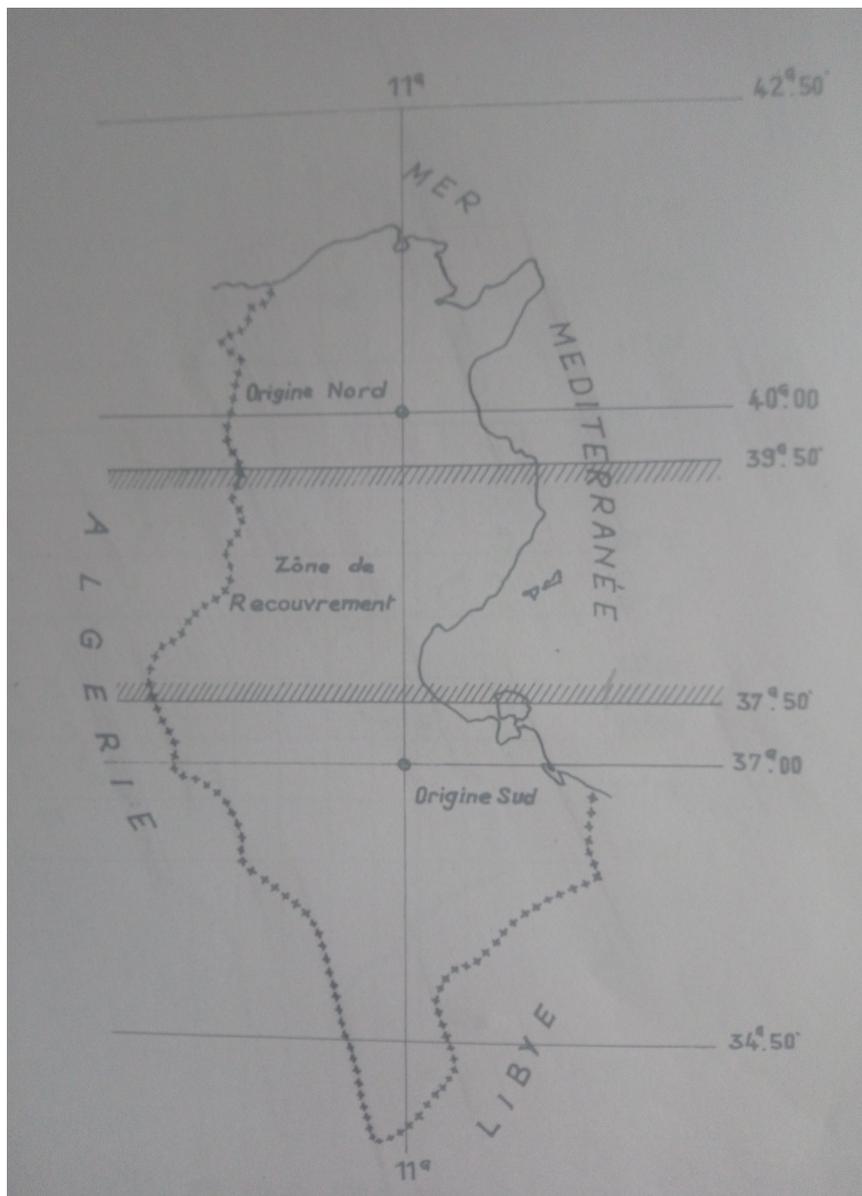


FIGURE 2.12 – Zones de la Représentation Lambert Tunisie

2.5.4 La Représentation Plane U.T.M.

C'est une représentation conforme. Le modèle terrestre est un ellipsoïde divisé en 60 fuseaux de 6° d'amplitude, chacun de 3° de longitude de part et d'autre du méridien central. Dans la représentation UTM, toute la Tunisie se trouve dans le fuseau 32 avec le méridien de longitude 9° à l'Est de Greenwich comme méridien central.

Cette représentation a été utilisée dans le système géodésique Europe50 (usage militaire) et dans les nouvelles cartes aux échelles 1/200 000 et 1/50 000 éditées par l'OTC.

2.6 La Mise à niveau de la Géodésie Tunisienne

En 2001, l'OTC a entrepris un programme de mise à niveau de la géodésie Tunisienne (*A. Ben Hadj Salem, 1999*).

Cette mise à niveau comprenait :

- 1. l'unification des systèmes géodésiques terrestres,
- 2. la création d'un réseau géodésique de base à référence spatiale,
- 3. la détermination d'un géoïde précis pour la Tunisie,
- 4. la mise en place d'une nouvelle représentation cartographique pour la Tunisie.

L'objectif de cette mise à niveau est :

* d'unifier les différents systèmes en un seul référentiel géodésique terrestre homogène et précis, qui permettra d'une part la densification du réseau et l'exploitation des nouvelles techniques spatiales de positionnement dans les meilleures conditions et d'autre part de lever et de rétablir les limites bornées sans se référer obligatoirement aux titres riverains.

Les impératifs de la mise à niveau étant :

- la non altération des formes et des surfaces des parcelles,
- la préservation des orientations des directions dans la limite des tolérances requises.

Une commission technique a été créée en décembre 2001 pour la mise en oeuvre de cette mise à niveau.

2.6.1 Le Réseau de Référence Spatiale

La réalisation de cette mise à niveau a commencé par l'établissement du Réseau de Référence Spatiale (RRS) constitué de 28 points observés par GPS répartis sur tout le territoire (**Fig. 2.13**) et distants de 80 à 160 km. Ces points ont été choisis en partie parmi les points du RGP. Ce réseau a été

observé en 1998 par 4 récepteurs GPS bi-fréquences de type Ashtech Z-12 avec une durée minimale de 3 jours par point. Le réseau GPS a été connecté aux stations suivantes de l'IGS localisées en Europe : Madrid, Nicosia, Matera et Mas Palomas. La campagne des observations a duré du mois d'août 1998 jusqu'au mois de novembre 1998 et observé par les équipes de l'OTC.

La compensation des observations a été faite à l'aide du logiciel scientifique Bernese version 4.0 utilisant les éphémérides précises, obtenues de l'IGS, de l'époque 98.7, ITRF93 (K. Naouali, 2001).

A partir de ce réseau, la désorientation du système Carthage34 a été vérifiée (A. Ben Hadj Salem, 2001).

Disposant du logiciel de calculs géodésiques GeoLab, la commission a procédé à un nouveau calcul des observations.

2.6.2 Comparaisons des coordonnées des systèmes Carthage34 et OTC84

La comparaison des coordonnées Lambert Nord Tunisie de 48 points dans les deux systèmes a permis de modéliser le décalage entre le système Carthage34 et le nouveau calcul par une transformation mathématique conforme du type :

$$Z - z_0 = (z - z_0).e^{it} \quad (2.7)$$

avec :

- " z_0 " le centre de la rotation : point fictif près du point géodésique Gassaat Ej Jahfa, situé dans la région de Kasserine,
- " t " l'angle de rotation = -27 dmgr .

2.6.3 Les Conclusions de la Commission Technique

Après études et tests des coordonnées issues du nouveau calcul, la Commission technique a abouti aux résultats suivants :

- le système OTC84 laisse invariant les formes, les directions et les surfaces dans les tolérances requises,
- l'homogénéité de ce système géodésique offre :
 - * un meilleur passage au système spatial *WGS84*,
 - * une parfaite intégration des futurs travaux géodésiques et topométriques dans le référentiel spatial.

La Commission technique a proposé d'adopter le système OTC84 le nouveau système géodésique terrestre tunisien appelé **NTT** (**N**ouvelle **T**riangulation **T**unisienne).

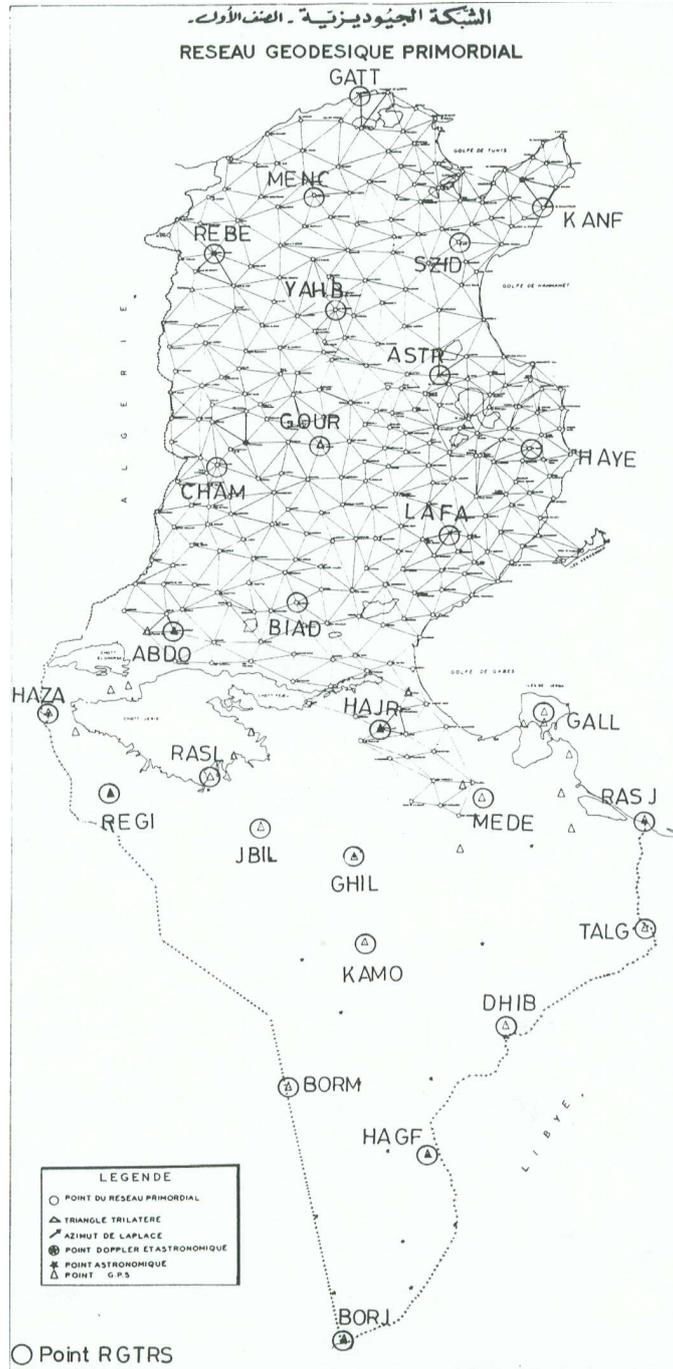


FIGURE 2.13 – Le Réseau Géodésique de Référence Spatiale (RRS)

2.7 Le Nouveau Système Géodésique Terrestre Tunisien :La Nouvelle Triangulation Tunisienne

Au vue des problèmes des systèmes géodésiques en Tunisie et dans le but de l'unification des systèmes géodésiques en usage en Tunisie, il a été créé en décembre 2002 une commission technique permanente chargée de l'étude de la géodésie à l'OTC. Lors de sa réunion élargie n°10 du 23 mars 2004, la Commission a adopté un nouveau système géodésique terrestre Tunisien appelé 'NTT' pour 'La Nouvelle Triangulation Tunisienne', unifiant les systèmes géodésiques terrestres tunisiens. Ce nouveau système est défini par les éléments suivants :

- ellipsoïde de référence : l'ellipsoïde de Clarke Français 1880 ($a = 6\,378\,249.200\,m$ et $b = 6\,356\,515.00\,m$) avec a et b sont respectivement le demi-grand axe et le demi- petit axe,

- fixation des coordonnées de 5 points dans CARTHAGE34 (J. Hamid, Bou Rebeh, J. Semmama, Ain Abdour et Henchir Hajjar) avec un écart-type de 50 *cm*,

- azimuts d'orientation : les 8 azimuts astronomiques observés :

- * J. Gattous vers Nadour de Bizerte,
- * J. Hamid vers Sidi Salem,
- * Bou Rebeh vers Kbar Eroumi,
- * Pilier Astro vers Nef Kelb,
- * J. Semmama vers Kef Anéza,
- * Ain Abdour vers J. Selja,
- * Lafaya vers Toulal Echeikh,
- * Henchir Hajjar vers J. Jiar.

- Les 24 bases observées dans les huit triangles :

1. J. Gattous - J. Ichkel - Nadour de Bizerte,
2. Bou Rebeh - Dyr EL Kef - Kbar Erroumi,
3. J. Hamid- Chott Khanfous- Sidi Salem,
4. Pilier Astro-Nef Kelb- Hanyeh,
5. J. Semmama - J. Biréno- Kef Anéza,
6. Ain Abdour - J. Selja - Oued Seli,
7. Lafaya- Toulal Echeikh - M'Chouch,
8. Henchir Hajjar - J. Jiar- Zemlet Hallogua.

- Compensation en un seul bloc des observations angulaires + les distances + les azimuts astronomiques.

2.8 L'Arrêté du 10 Février 2009

L'arrêté du ministre de la Défense nationale du 10 février 2009, paru dans le Journal Officiel de la République Tunisienne n° 14 du 17 février

2009, fixe :

1. le système national de référence unifié de la géodésie,
2. le système national de référence de la représentation cartographique,
3. le système national de référence du nivellement.

2.8.1 Le Système National de Référence Unifié de la Géodésie

Il est défini par :

- le système national géodésique des coordonnées géographiques appelé - la Nouvelle Triangulation Tunisienne - (NTT),
- l'ellipsoïde associé : c'est l'ellipsoïde de Clarke 1880 Français ($a = 6\,378\,249.20$ m, $b = 6\,356\,515.00$ m).

2.8.2 Le Système National de Référence de la Représentation Cartographique

Le système national actuel de référence de la représentation cartographique est défini par la représentation plane Universal Transverse Mercator (UTM), fuseau 32 Nord.

Les caractéristiques de la représentation UTM :

Définition : C'est une représentation :

- conforme c'est-à-dire conserve les angles,
 - cylindrique \implies on utilise les coordonnées rectangulaires (X, Y) ,
 - transverse $\implies X = X(\varphi, \lambda)$ et $Y = Y(\varphi, \lambda)$
- d'un modèle ellipsoïdique.

* Les éléments de définition sont :

- l'ellipsoïde de référence est celui de Clarke Français 1880,
- le méridien origine : 9° à l'Est de Greenwich ou fuseau n°32,
- le facteur d'échelle : $k = 0.9996$,
- la constante en X : $500\,000.00$ m,
- la constante en Y : 0.00 m.

2.8.3 Le Système National de Référence du Nivellement

On utilise le système des altitudes orthométriques. Le point fondamental ou référence des altitude est le repère scellé sur le monument Porte de France à Tunis avec une altitude de 7.000 m au dessus du niveau moyen de la mer (Nouvelle compensation du Réseau de Nivellement Général de la Tunisie - 1961). Cette référence a été déterminée à partir de mesures du niveau moyen de la mer faites au marégraphe de la Goulette. Le système d'altitudes est appelé le Nivellement Général de la Tunisie (NGT).

Le Nivellement Général de la Tunisie comprend :

- * un réseau de nivellement de précision du 1er ordre,
- * un réseau de nivellement de précision du 2ème ordre,
- * un réseau de nivellement de précision du 3ème ordre.

Les données des réseaux de nivellement de précision sont sous forme de fascicules édités par l'OTC et archivés dans les archives de la Géodésie à l'OTC.

2.9 Conclusions

L'arrêté du 10 février 2009 a défini les fondements de la géomatique en Tunisie, car un pays sans les définitions précises de ses référentiels de géodésie, de nivellement et de cartographie ne peut avancer en la matière.

L'unification des systèmes géodésiques terrestres va permettre :

- d'abolir l'utilisation des systèmes isolés,
- le développement des bases de données et les systèmes d'informations géographiques sur l'ensemble du pays,
- d'assainir le système foncier tunisien sur des bases solides,
- de développer en harmonie l'application des technologies actuelles de positionnement spatial et celles du futur.

La Gestion des Points de Référence Géodésiques Nationaux de la Tunisie

La gestion des points géodésiques de référence avant l'indépendance de la Tunisie (1955) était gérée par le Service Géographique de l'Armée Française (C. Fezzani, 1979).

3.1 Décompte des points de l'ancien réseau géodésique tunisien

1- Le réseau primordial du 1er ordre, du 1er ordre complémentaire, ainsi que celui du 2ème ordre, établi de 1885 à 1910, est composé de **369** points se répartissant comme suit :

- 1er ordre : 72 points,
- 1er ordre complémentaire : 150 points,
- 2ème ordre : 89 points,
- 2ème ordre complémentaire : 58 points.

2- Le Réseau secondaire : il fut établi de 1890 à 1955, **10819** points.

3- A partir de 1955, la gestion des points géodésiques est gérée successivement par le Service Topographique Tunisien (STT), la Direction de la Topographie et de la Cartographie sous tutelle du ministère de l'Equipement et des Travaux Publics, puis depuis 1974 l'Office de la Topographie et de la Cartographie (OTC) qui devenait en 2009 l'Office de la Topographie et du Cadastre (OTC).

Le nombre de points du réseau secondaire réalisés de 1956 à 1971 est comme suit :

- époque 1956-1960 : **680** points,

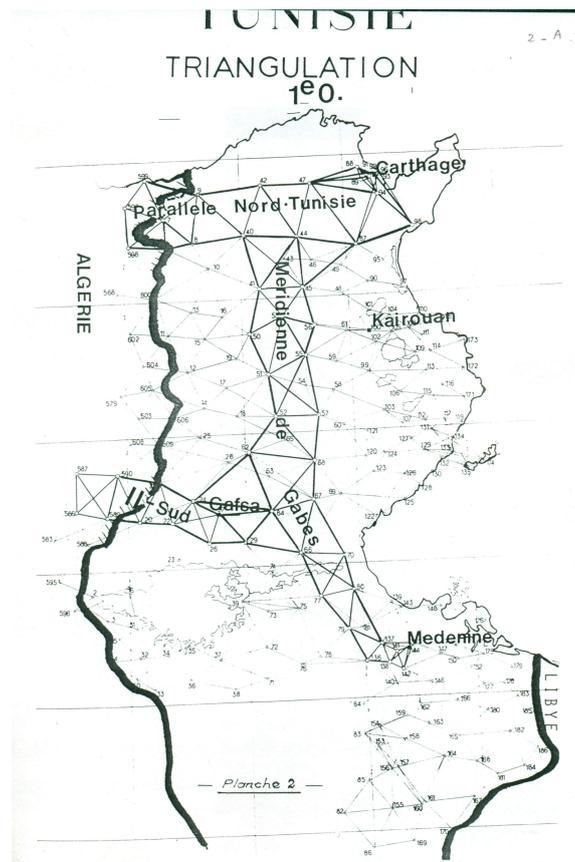


FIGURE 3.1 – Structure des Réseaux Géodésiques du 1er et 2ème ordre, (C. Fezzani, 1979)

- époque 1961- 1971 : **869** points.
- Soit $10819+680+869=$ **12368** points secondaires.

L'époque 1972-1973 fut marquée par une phase de recensement de l'état de conservation du réseau primordial (1er ordre, 1er ordre complémentaire).

4- L'important résultat de cette phase est de mettre à niveau la géodésie Tunisienne. Ainsi, la nouvelle géodésie tunisienne comprend :

- un réseau géodésique primordial formé de **312** points distants 10-30 km,
- un réseau géodésique secondaire où les points sont distants de 3-10 km contenant en grande partie les anciens points secondaires en bon état voir (**Fig. 3.2**) ci-après.

A chaque point géodésique primordial ou secondaire, on lui établit une fiche signalétique où on trouve :

- l'ordre du point (primordial ou secondaire),
- le numéro et le nom,
- noms du gouvernorat et de la délégation où se trouve le point,
- position dans une feuille cartographique (nom, numéro, échelle),
- les coordonnées cartésiennes 3D et géographiques dans le système WGS84,
- les coordonnées planimétriques UTM dans le système WGS84,
- les coordonnées planimétriques UTM dans le système NTT,
- les coordonnées planimétriques Lambert-Tunisie et UTM dans le système Carthage34 ou Carthage86,
- un croquis du point et une description de son itinéraire.

3.2 Réseau des Stations GPS Permanentes

Dans le cadre du développement de l'utilisation du GPS dans les divers travaux de l'OTC (introduction des Pens-Computers pour dans les travaux de levés topographiques et cartographiques), l'OTC a acquis en 2005 trois stations GPS permanentes qu'il a installées successivement à Tunis (siège de l'OTC), à Monastir (siège de l'arrondissement) et à Sfax (siège de la Direction Régionale du Sud). Ces stations sont actuellement opérationnelles (**Fig. 3.3**).

En 2011, l'OTC avait achevé l'installation de 23 stations GPS permanentes soit une station par gouvernorat. Chaque station est installée au siège du gouvernorat sauf pour les gouvernorats du Grand Tunis (Tunis, Ariana, Ben Arous et Manouba), la station est installée à l'OTC à Tunis. La gestion des données des stations est tenue par la Division de la Géodésie à l'OTC.

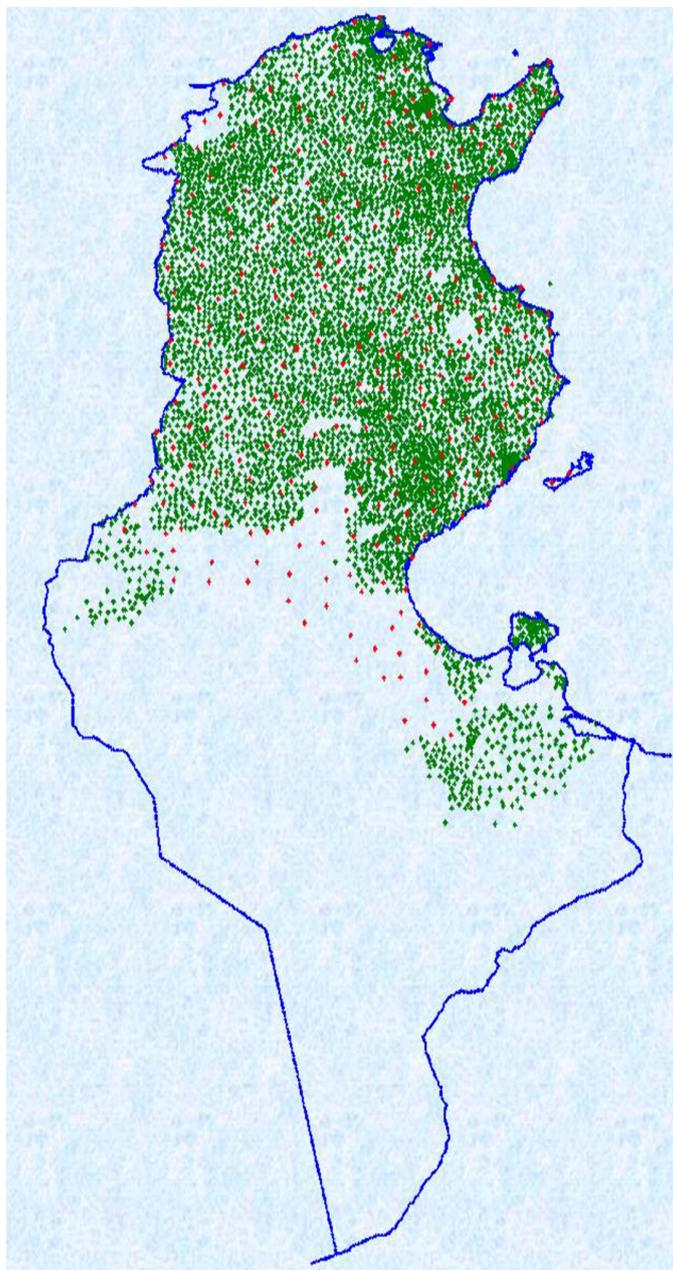


FIGURE 3.2 – Les Réseaux Primordial (point rouge) et Secondaire (point vert)



FIGURE 3.3 – Station GPS Permanente de Monastir

En date de novembre 2023, nous avons les données suivantes publiés par l'OTC¹ :

- le Réseau Géodésique Secondaire comporte **5770** points,
- le Réseau Spatial de Base comporte **610** points GPS,
- le Réseau Spatial de Détail comporte **28000** points observés par GPS y compris les points d'observations gravimétriques ainsi les points créés au voisinage des repères de nivellement général de précision.
- le Réseau des Stations GNSS Permanentes (CORS) est formé de **23** stations soit une station par gouvernorat.

En plus, l'OTC, en vertu de la loi de sa création, exécute les travaux nécessaires pour assurer sur le territoire national l'implantation et la conservation des réseaux géodésiques, gravimétriques et les réseaux de nivellement de précision.

L'OTC dispose de :

- Le Réseau Gravimétrique de Base (mesure du champ de la pesanteur) composé de **67** points.
- Le Réseau Gravimétrique de Détail (mesure du champ de la pesanteur)

1. Fiche publiée et distribuée par l'OTC lors de la Réunion de l'Ouverture des travaux de démarrage du Projet TLIS le 13 novembre 2023.

composé de **5000** points.

3.3 Structure du Réseau Général de Nivellement de Précision

Le réseau du 1er ordre, établi entre 1959 et 1965 jusqu'au 34ème parallèle à proximité de Chott Jerid, comprend 21 polygones et zones périphériques d'une longueur totale de 3546 Km, 1939 repères dont 330 anciens et 3529 rivets. Il a été observé en aller et retour par double cheminement et l'écart moyen de fermeture est de 17 mm seulement. Deux jonctions ont été réalisées en 1972 pour permettre une liaison avec le réseau Algérien et transsaharien existant (Nefta-Hazoua et Medenine-Bordj El Khadra) (J. Zid, 1998).

Le réseau du 2ème ordre, établi entre 1973 et 1985 à l'intérieur de quelques polygones du réseau précédent, comprend 47 mailles d'une longueur totale de 2126 km et 2153 repères et rivets. Il a été observé en aller et retour par double cheminement avec une erreur moyenne kilométrique de *4 mm*.

Le réseau du 3ème ordre, établi entre 1982 et 1985 à l'intérieur des mailles de six polygones des réseaux précédents dans les régions du Nord-Est et plus ou moins celles du centre, comprend 1524 repères et rivets. La longueur totale des tronçons nivelés est de 1068 km. Il a été observé en aller simple par double cheminement sur place avec une erreur moyenne kilométrique de *6 mm*.

Le système d'altitudes adopté est le système orthométrique et le repère fondamental origine des altitudes est la console scellé à la Porte de France, à Tunis, dont sa côte a été fixée à 7.000 m par rapport au marégraphe de la Goulette.

3.3.1 Travaux de Modernisation

Ce réseau à vocation internationale est malheureusement entrain de se détériorer d'une manière agressive à cause des conséquences de l'expansion économique en Tunisie parmi lesquelles l'évolution du réseau routier qui s'est manifestée par la création de nouvelles routes et l'aménagement d'autres tels que le revêtement et l'élargissement des chaussées. Suite à la création de nouvelles routes et l'aménagement d'autres, l'OTC avait entrepris une campagne d'entretien du réseau en 1993 qui s'est limitée à visiter 4631 km de nivellement répartis sur les trois chaînes d'ordre (1er, 2ème et 3ème ordre), et a constaté que l'état des repères de nivellement présente un taux moyen de destruction de l'ordre de 60% sur la totalité du réseau touchant princi-

pablement l'ossature primordiale.

Le programme de la modernisation du réseau général de nivellement sur une période allant de 10 à 12 ans se présentait comme suit :

- Remise en place des réseaux du 1er et 2ème ordre (6000 km aller et retour).
- Extension des réseaux du 1er et 2ème ordre (1800 km aller et retour) au-dessous du 34ème parallèle.
- Densification totale et homogène du réseau du 3ème ordre (4000 km aller simple) à l'intérieur des mailles des réseaux précédents.
- Rattachement du réseau général en plusieurs points portuaires fixes des côtes afin d'annuler sensiblement le niveau moyen des mers.
- Création d'un réseau primordial et secondaire dans un système d'altitude plus adéquat qui sera destiné à mieux exprimer le désir de fournir des altitudes au public pour les besoins des usagers.

3.3.2 Le Choix de la Méthode de Modernisation

Compte tenu de cet important volume de travail prévisible, et afin d'activer la production et de répondre au mieux à la demande des clients en matière de nivellement, l'intégration conjointe de l'automatisation et de l'informatique à notre Réseau Général de Nivellement s'était avérée indispensable pour perfectionner la technique classique par une autre technique qui assurera une production en temps réel dans des délais raisonnables. La méthode moderne de nivellement numérique proposée avait une réduction du coût par rapport à celle du nivellement classique avec :

- la cadence de production a été multipliée par 3,
- la brigade de terrain s'est limitée à 1 seul technicien au lieu de 2,
- la fiabilité des transferts des données et la mise à jour des données a été nettement améliorée.

Avec l'instauration d'un réseau gravimétrique national organisé le long des traverses de nivellement, le choix d'une telle méthode numérique moderne mais terrestre avait conduit à l'obtention d'un réseau de nivellement primordial débarrassé de toutes anomalies de pesanteur destiné à servir de base à la densification du réseau du 3ème ordre qui pourra être observé moyennant la connaissance d'un géoïde local précis, par la méthode numérique spatiale le GPS.

3.3.3 Avancement des Travaux de Modernisation

L'O.T.C. disposait depuis 1997 de 2 niveaux numériques type SDL1 marque SOKKIA munis en permanence par deux carnets électroniques type SDR31 d'enregistrement et de pilotage automatique des données destinées

principalement à l'élaboration des réseaux du 1er et du 2ème ordre.

Le transfert et la collecte des données sont automatiques et en temps semi- réel. Ils sont organisés et traités dans un modèle de base de données structuré et interactif spécifiquement conçu pour le traitement des données du nivellement de précision incluant tous les paramètres correctifs théoriquement prévisibles ou imprévisibles affectant les observations.

Un calcul provisoire de compensation des altitudes s'appuyant sur quelques points nœuds rescapés a été entrepris sur chaque section achevée.

Les travaux de nivellement sont actuellement concentrés dans la partie Nord du pays entre la latitude 40° et 42° dans les polygones A, B, C, D,E et G des feuilles au 1/200 000 n°1 au n°9 :

- 1400 km de nivellement du 1er et 2ème ordre construits,
- 800 km de nivellement du 1er ordre observés en aller et retour,
- 500 km de nivellement du 1er ordre compensés provisoirement.

Pour calculer les ondulations du géoïde en Tunisie, les repères de nivellement ont été observés par GPS et leurs coordonnées approchées ont été portées dans les fiches signalétiques des repères.

3.4 Accès aux données géodésiques

L'accès aux géomètres et sociétés privés pour les données géodésiques se fait au Bureau des Archives de la géodésie à l'OTC pour obtenir des copies des fiches signalétiques des points géodésiques et des repères de nivellement après paiement des frais d'acquisition des copies.

3.5 Les Conversions Entre Les Systèmes de Coordonnées Géodésiques en Tunisie

Après la mise en application du nouveau système géodésique tunisien NTT, on a calculé les compensations des observations des points géodésiques secondaires par feuille 1/50 000 dans le système NTT. Par la suite, on calcule les paramètres de passage des coordonnées de Carthage34, Carthage86 vers la NTT. Cette transformation a été faite par un polynôme complexe conforme du 3ème degré. La transformation proposée conserve les angles.

On note $z = x + iy$ l'affixe d'un point M_j dans S_1 et $Z = X + iY$ l'affixe correspondant du point M_j dans S_2 , alors la transformation s'écrit sous la forme :

$$Z = a + b.z + c.z^2 + d.z^3 \quad (3.1)$$

avec les coefficients a, b, c et d sont des nombres complexes, soit :

$$\begin{aligned} a &= \alpha_1 + i\alpha_2 \\ b &= \beta_1 + i\beta_2 \\ c &= \gamma_1 + i\gamma_2 \\ d &= \delta_1 + i\delta_2 \end{aligned} \quad (3.2)$$

On obtient les relations suivantes :

$$\begin{aligned} X &= \alpha_1 + \beta_1x - \beta_2y + \gamma_1x^2 - 2\gamma_2xy - \gamma_1y^2 + \delta_1x^3 - 3\delta_2x^2y - 3\delta_1xy^2 + \delta_2y^3 \\ Y &= \alpha_2 + \beta_2x + \beta_1y + \gamma_2x^2 + 2\gamma_2xy - \gamma_2y^2 + \delta_2x^3 + 3\delta_1x^2y - 3\delta_2xy^2 - \delta_1y^3 \end{aligned} \quad (3.3)$$

Il y'a donc 8 paramètres à déterminer, ceci nécessite au moins 4 points communs connus dans les deux systèmes géodésiques en question. En général, on appliquera plus que 4 points et le calcul des paramètres se fait par la méthode des moindres carrés.

La densification des points géodésiques observés par GPS a permis la détermination des paramètres de passage du système WGS84 au système géodésique NTT. Le calcul des paramètres est fait par feuille au 1/50 000.

Références

1. **F.R. Helmert.** 1884. *Die Mathematischen und Physikalischen Theorien der Höheren Geodäsie*; Vol 2, Leipzig, B.G Teubner(reprinted 1962).
2. **A. Fontaine.** 1969. Rapport sur la Géodésie de la Tunisie. OTC.
3. **A. Marussi.** 1974. Africa and Modern Geodesy. Proceedings of the First Symposium in Geodesy in Africa, 14-19 January. Khartoum. Soudan.
4. **C. Fezzani.** 1971-1978. Mémorial sur la Géodésie Primordiale Tunisienne. Ministère de L'Equipement.
5. **C. Fezzani.** 1979. Analyse de la structure des réseaux astro-géodésiques tunisiens. Thèse de Docteur Ingénieur. Ecole Nationale des Sciences Géographiques. IGN France. 314p.
6. **C. Boucher.** 1979a. Systèmes géodésiques de référence et autres problèmes géodésiques liés à la localisation en mer. Colloque national sur la localisation en mer. Brest, 1-5 octobre 1979. IGN France.
7. **C. Boucher.** 1979b. Les Transformations géométriques entre systèmes géodésiques. Rapport Technique RT/G n°3, SGNM, IGN France.
8. **H.M. Dufour.** 1979. Systèmes de références : Systèmes Projectifs. Conférence présentée au Colloque national sur la Localisation en mer. Brest, 1-5 octobre 1979. 27p.
9. **H. Monge.** 1979. L'Ellipsoïde de Clarke 1880. Bulletin d'Information de l'IGN France n°39-1979/3, pp. 37-38.
10. **J. Lemenestrel.** 1980. *Cours de Géodésie Élémentaire*, ENSG, IGN France.
11. **J. Commiot.** 1980. *Cours de Cartographie Mathématique*, ENSG, IGN France.

12. **M. Charfi.** 1983. Les Travaux de revalorisation de la Géodésie Tunisienne. OTC.
13. **P. Vaníček & E.J. Krakiwsky.** 1986. *Geodesy : the Concepts.* North Holland Compagny. 2ème Edition. 697p.
14. **Defense Mapping Agency(DMA).** 1987a. DMA Technical Report 8350.2. Dept of Defense, World Geodetic System 1984, Its definition and relationships with local geodetic systems. 121p.
15. **Defense Mapping Agency.** 1987b. DMA Technical Report 8350.2-A. Part I : Methods, Techniques, and Data used in WGS84 development. Supplement to Department of Defense World Geodetic System 1984 Technical Report. 412p.
16. **Defense Mapping Agency.** 1987c. DMA Technical Report 8350.2-A. Part II : Parameters, formulas, and graphics for the practical application of WGS84. Supplement to Department of Defense World Geodetic System 1984 Technical Report. 775p.
17. **B. Hofmann-Wellenhof, H. Lichtenegger et J. Collins.** 1992. *Global Positioning System, Theory and Practice.* Springer-Verlag Wien New York. 382p.
18. **Publications de l'Académie Bavaroise de Géodésie, n°58.** 1997. Symposium de la Commission EUREF, Sofia, 4-7 juin 1997. Extrait du rapport présenté par la Suisse. pp. 212-218.
19. **T. Soler.** 1998. A Compendium of transformation formulas useful in GPS work. *Journal of Geodesy*, Vol.72,n°7/8, pp. 482-490.
20. **J. Zid.** 1998. Modernisation du Réseau Général de Nivellement de Précision de la Tunisie. 4 pages.
21. **A. Ben Hadj Salem.** 1999. La Mise à niveau de la Géodésie Tunisienne par l'unification Carthage2000 de ses réseaux, présentée au Premier Atelier Maghrébin de Géodésie. Tunis, 18-20 mai 2000. Publiée dans la revue Géo-Top de l'OTC numéro spécial mai 2000, pp. 6-16.
22. **A. Ben Hadj Salem.** 1999. Note sur les comparaisons des azimuts géodésiques du réseau géodésique primordial Tunisien. 5p.
23. **H. Moritz.** 2000. Geodetic Reference System 1980. *Journal of Geodesy*, vol. 74 n°1, pp. 128-134.
24. **A. Ben Hadj Salem.** 2001. Contrôle de l'azimut d'orientation du système géodésique tunisien Carthage34. Publié dans la revue Géo-Top de l'OTC, n°4 février 2002, pp. 63-68.
25. **K. Naouali.** 2001. Rapport de Calculs du Réseau GPS Fondamental Tunisien. OTC.

26. **Arrêté du ministre de la Défense nationale du 10 février 2009.** 2009. Journal Officiel de la République Tunisienne n°14 du 17 février 2009.
27. **A. Ben Hadj Salem.** 2012. Selected Papers. Tome II. pp 165-172.
28. **A. Ben Hadj Salem.** 2013. Histoire de la Topographie en Tunisie : Les Coordonnées Origines Fuseaux. 11p.
29. **United Nations Committee of Experts on Global Geospatial Information Management (UN-GGIM).** 2015. La Résolution adoptée par l'Assemblée générale le 26 février 2015. www.ggim.un.org/docs/A_RES_69_266_F.pdf. 3p.

Présentation de l'auteur

Abdelmajid BEN HADJ SALEM



L'auteur **Abdelmajid Ben Hadj Salem** est Ingénieur Géographe Général, retraité de l'Office de la Topographie et du Cadastre (OTC), ancien élève de l'Ecole Nationale des Sciences Géographiques de l'IGN France. Spécialiste en géodésie, il avait participé en 1982 aux travaux de terrain de la revalorisation de la géodésie tunisienne.

Membre de la commission technique de géodésie de l'OTC, il avait étudié en détail les systèmes et les réseaux géodésiques tunisiens et avait participé à la mise à niveau de la géodésie tunisienne. Il est aussi enseignant, depuis une vingtaine d'années en matière de géodésie à l'université tunisienne et également formateur. Il a rédigé plus de 100 notes et rapports en la matière collectées en trois tomes de Selected Papers.

A. Ben Hadj Salem était membre de l'Association Internationale de Géodésie (AIG) et il avait participé aux calculs du projet ADOS (African Doppler Survey) initié par l'AIG, dans le cadre du Consortium Africain de Traitement des Données Doppler. Il avait représenté l'OTC à l'Organisation Africaine de Cartographie et de Télédétection en qualité d'expert technique. Il était aussi membre du comité de rédaction de *Géo-Top* la publication scientifique de l'OTC.

A. Ben Hadj Salem a publié en 2017 son premier livre intitulé ***Eléments de Géodésie et de la Théorie des Moindres Carrés pour les Elèves-Ingénieurs Géomaticiens***, publié par Nour-Publishing, 365 pages. ISBN - 13 : 978-3-330-96843-1 (lien : <https://www.morebooks.de/store/gb/book/eléments-de-géodésie-et-de-la-théorie-desmoindres-carrés/isbn/978-3-330-96843-1>). Une première version de 390 pages était publiée en 2015 au site : (<https://vixra.org/pdf/1511.0131v1.pdf>).

Enfin, en 2014, il a travaillé en qualité de consultant en cadastre et en géodésie sur le projet "Modernisation du Cadastre National du Cameroun".

A

La Représentation de Bonne

**Abdelmajid BEN HADJ SALEM, Ingénieur
Géographe Général**

Résumé

Cette note donne les éléments mathématiques de la représentation de Bonne utilisée dans l'ancienne cartographie à l'échelle 1/50 000 en Tunisie et en Algérie.

Abstract : This note gives the mathematical elements of Bonne map projection used in the old cartography at the scale 1/50 000 in Tunisia and Algeria.

Mots-clefs : Représentation de Bonne, modèle sphérique, modèle ellipsoïdique, rayon de courbure de la méridienne d'une ellipse, cartes (type ancien) à l'échelle 1/50 000.

A.1 L'origine du découpage de la cartographie 1/50 000 type ancien

Le découpage de la cartographie à l'échelle 1/50 000 type ancien utilisait le découpage obtenu par la représentation de Bonne¹ (origine $\varphi_0 = 39\text{ gr}$, λ_0 =longitude de Paris), avec modèle ellipsoïdique. Nous présentons ci-dessous les éléments mathématiques de cette représentation utilisée dans l'ancienne cartographie à l'échelle 1/50 000 en Tunisie et en Algérie.

Soit O l'image du point origine de la représentation de Bonne. L'axe des Y dirigé vers le Nord est l'image du méridien origine λ_0 . L'axe des X dirigé vers l'Est est tangent à l'image du parallèle origine $\varphi_0 = 39\text{ gr}$ (arc de cercle).

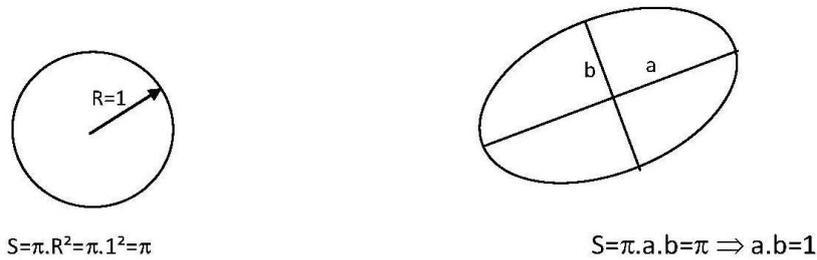


FIGURE A.1 – Image du cercle

A.2 Définition et Propriétés de la Représentation de Bonne

Définition A.1. *La représentation de Bonne est une représentation équivalente c'est-à-dire elle conserve les surfaces.*

Propriété A.1. *Les images des parallèles sont des arcs de cercles, celles des méridiens des droites non concourantes. La représentation est dite "métriconique".*

Propriété A.2. *Les longueurs sont conservés sur le méridien origine et sur les parallèles ou encore le méridien origine et les parallèles sont auto-mécoïques.*

Propriété A.3. *L'image d'un cercle de rayon unité est une ellipse (Fig.A.1).*

A.2.1 Formules

Modèle sphérique

Considérons un modèle sphérique (sphère de rayon a). A un point $b(\varphi, \lambda)$, on lui correspond son image $B(X, Y)$. Les coordonnées de B dans YAX sont (Fig.A.2) :

$$\left. \begin{aligned} X &= SB \cdot \sin\theta = R \cdot \sin\theta \\ Y &= sa_0 - R \cdot \cos\theta \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.1})$$

mais $sa_0 = SA_0 = a \cdot \cotg\varphi_0$, d'où :

$$X = R \cdot \sin\theta \quad (\text{A.2})$$

$$Y = a \cdot \cotg\varphi_0 - R \cdot \cos\theta \quad (\text{A.3})$$

1. **Rigobert Bonne (1727-1795)** : ingénieur, mathématicien et cartographe français.

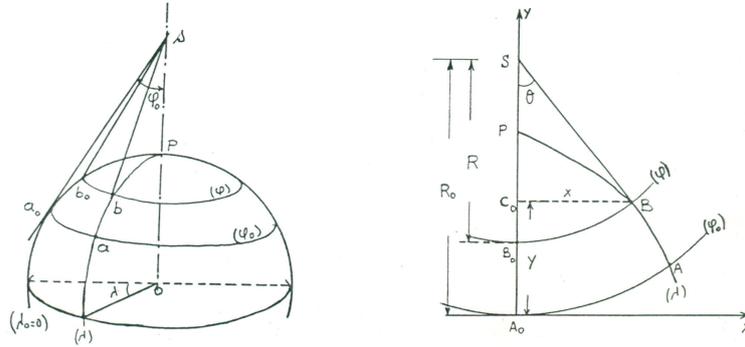


FIGURE A.2 – La Représentation de Bonne (C. Fezzani, 1976)

Pour $\theta = 0$ ou $\lambda = \lambda_0$, on a :

$$Y = a \cotg \varphi_0 - R \quad (\text{A.4})$$

et

$$Y = a_0 b_0 = a(\varphi - \varphi_0) \implies R = a(\cotg \varphi_0 - (\varphi - \varphi_0)) \quad (\text{A.5})$$

Tout parallèle est automécoïque (le module linéaire $m_\varphi = 1$), donc $B_0B = b_0b$ or $B_0B = R\theta$, d'où :

$$b_0b = a \cos \varphi \cdot (\lambda - \lambda_0) = R \cdot \theta \implies \theta = \frac{a \cdot (\lambda - \lambda_0) \cos \varphi}{R} \quad (\text{A.6})$$

Calculs des modules linéaires : - le long d'un parallèle ($\varphi = \text{constante} = \varphi_1$), il est donné par :

$$m_\lambda = \frac{dS'}{ds'} = \frac{Rd\theta}{a \cos \varphi_1 d\lambda} = \frac{a \cos \varphi_1 d\lambda}{a \cos \varphi_1 d\lambda} = 1 \implies \forall \lambda, m_\lambda = 1 \quad (\text{A.7})$$

- le long d'un méridien ($\lambda = \text{constante} = \lambda_1$), il est donné par :

$$m_\varphi = \frac{dS'}{ds'} = \frac{dR}{ad\varphi} = \frac{ad\varphi}{ad\varphi} = 1 \implies \forall \varphi, m_\varphi = 1 \quad (\text{A.8})$$

On a obtenu ainsi $m_\lambda \cdot m_\varphi = 1$, donc la représentation de Bonne est une représentation équivalente.

On laisse pour le lecteur le cas du modèle ellipsoïdique.

Modèle ellipsoïdique

Considérons maintenant un modèle ellipsoïdique. Les formules (A.1) restent inchangées :

$$\begin{aligned} X &= R \sin \theta \\ Y &= sa_0 - R \cos \theta \end{aligned}$$

avec :

$$sa_0 = N_0 \cotg \varphi_0 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_0}} \cdot \cotg \varphi_0 \quad (\text{A.9})$$

où a et e^2 sont respectivement le demi-grand axe et le carré de la première excentricité de l'ellipsoïde de référence à savoir l'ellipsoïde de Clarke 1880 Français² et :

$$R = sb = sb_0 = sa_0 - a_0 b_0 \quad (\text{A.10})$$

or $a_0 b_0$ est la longueur de la méridienne entre les latitudes φ_0 et φ , soit :

$$R = sa_0 - \int_{\varphi_0}^{\varphi} \rho(t) dt = N_0 \cotg \varphi_0 + \int_{\varphi}^{\varphi_0} \rho(t) dt \quad (\text{A.11})$$

où ρ est le rayon de courbure de la méridienne qui vaut :

$$\rho(\varphi) = a(1 - e^2)(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{-3/2} \quad (\text{A.12})$$

Posons :

$$\beta(\varphi) = \int_0^{\varphi} \rho(t) dt \quad (\text{A.13})$$

Alors R s'exprime comme :

$$R = N_0 \cotg \varphi_0 + \beta(\varphi_0) - \beta(\varphi) \quad (\text{A.14})$$

Pour avoir θ , on utilise la relation que $B_0 B = b_0 b$, soit :

$$r(\lambda - \lambda_0) = R \cdot \theta \implies \theta = \frac{r(\lambda - \lambda_0)}{R}$$

mais $r = N \cos \varphi$, d'où :

$$\theta = \frac{N(\lambda - \lambda_0) \cos \varphi}{R(\varphi)} \quad (\text{A.15})$$

A.3 Calcul des coordonnées

A.3.1 Modèle sphérique

Calcul direct

Ayant (φ, λ) , on calcule :

$$R = a(\cotg \varphi_0 - (\varphi - \varphi_0)) \quad (\text{A.16})$$

$$\text{et } \theta = \frac{(\lambda - \lambda_0) \cos \varphi}{\cotg \varphi_0 - (\varphi - \varphi_0)} \quad (\text{A.17})$$

$$\text{d'où } X = R \cdot \sin \theta \quad (\text{A.18})$$

$$Y = a \cotg \varphi_0 - R \cdot \cos \theta \quad (\text{A.19})$$

2. $a = 6\,378\,249,20\text{ m}; e^2 = 0,0068034877$.

Calcul indirect

On donne (X, Y) , l'équation (A.19) donne $R \cdot \cos\theta = a \cotg\varphi_0 - Y$.

Utilisant (A.18), on a :

$$tg\theta = \frac{X}{a \cdot \cotg\varphi_0 - Y} \quad (\text{A.20})$$

d'où :

$$\theta = \text{Arctg} \left(\frac{X}{a \cdot \cotg\varphi_0 - Y} \right) \quad (\text{A.21})$$

L'équation (A.18) donne :

$$R = \frac{X}{\sin\theta} \quad (\text{A.22})$$

Et utilisant (A.16), on a :

$$\varphi = \cotg\varphi_0 + \varphi_0 - \frac{R}{a} \quad (\text{A.23})$$

et de (A.15), on obtient :

$$\lambda = \theta \cdot \frac{R}{a \cos\varphi} + \lambda_0 \quad (\text{A.24})$$

A.3.2 Le modèle ellipsoïdique

Le calcul direct

Ayant (φ, λ) et le modèle ellipsoïde concerné, on veut calculer les coordonnées planimétriques (X, Y) de la représentation plane de Bonne. Utilisant respectivement les équations (A.14) et (A.15), on obtient R et θ :

$$\begin{aligned} R &= N_0 \cotg\varphi_0 + \beta(\varphi_0) - \beta(\varphi) \\ \theta &= \frac{N(\lambda - \lambda_0) \cos\varphi}{R(\varphi)} \end{aligned}$$

D'où :

$$X = R \sin\theta \quad (\text{A.25})$$

$$Y = N_0 \cotg\varphi_0 - R \cos\theta \quad (\text{A.26})$$

Le calcul inverse

On donne (X, Y) , comme dans le cas du modèle sphérique, on a :

$$tg\theta = \frac{X}{N_0 \cotg\varphi_0 - Y} \implies \theta = \text{Arctg} \left(\frac{X}{N_0 \cotg\varphi_0 - Y} \right) \quad (\text{A.27})$$

$$R(\varphi) = \frac{X}{\sin\theta} \quad (\text{A.28})$$

Le calcul de la latitude géodésique φ se fait en calculant premièrement la valeur numérique de :

$$\beta(\varphi) = L_1 = N_0 \cotg \varphi_0 + \beta(\varphi_0) - R \quad (\text{A.29})$$

puis, on résoud en φ l'équation $\beta(\varphi) = L_1$ (voir le paragraphe ci-dessous). On déduit par la suite la valeur de la longitude géodésique λ par :

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{\theta.R}{N \cos \varphi} \quad (\text{A.30})$$

A.3.3 Calcul de la longueur de la méridienne d'un ellipsoïde de révolution

Soit (E) un ellipsoïde de révolution défini par ses paramètres :

a : le demi-grand axe,

e : la première excentricité.

L'expression de la longueur de la méridienne entre l'équateur et un point M de latitude géodésique φ est donnée par :

$$\beta(\varphi) = \int_0^\varphi \rho(u) du \quad (\text{A.31})$$

avec :

$$\rho = \rho(u) = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 u)^{\frac{3}{2}}}$$

ρ est le rayon de courbure de la méridienne. Posons :

$$I(\varphi) = \int_0^\varphi (1 - e^2 \sin^2 u)^{-\frac{3}{2}} du \quad (\text{A.32})$$

L'équation (A.31) s'écrit :

$$\beta(\varphi) = a(1 - e^2)I(\varphi) \quad (\text{A.33})$$

L'intégrale (A.32) est une intégrale, dite elliptique, n'est pas exprimée par une formule finie. Pour la calculer, on fait l'usage d'un développement limité de l'expression $(1 - e^2 \sin^2 u)^{-\frac{3}{2}}$.

On utilise la formule :

$$(1+x)^q = 1 + qx + \frac{q(q-1)}{2!}x^2 + \frac{q(q-1)(q-2)}{3!}x^3 + \dots + \frac{q(q-1)\dots(q-1+p)}{p!}x^p + o(x^{p+1})$$

avec $|x| < 1$, q est un rationnel et $p!$ désigne factoriel p soit $p(p-1)\dots 3.2.1$.

Comme $|e^2 \sin^2 u| < 1$, on a donc à l'ordre 12 :

$$\begin{aligned} \frac{1}{(1 - e^2 \sin^2 u)^{\frac{3}{2}}} &= (1 - e^2 \sin^2 u)^{-\frac{3}{2}} = 1 + \frac{3}{2}e^2 \sin^2 u + \frac{15}{8}e^4 \sin^4 u + \\ &\frac{35}{16}e^6 \sin^6 u + \frac{315}{128}e^8 \sin^8 u + \frac{693}{256}e^{10} \sin^{10} u + \frac{3003}{1024}e^{12} \sin^{12} u \quad (\text{A.34}) \end{aligned}$$

Pour pouvoir calculer les intégrales du type :

$$\int_0^\varphi \sin^{2p}u du$$

on va exprimer les termes $\sin^p u$ en fonction des lignes trigonométriques multiples de l'argument u . Ce qui donne :

$$\begin{aligned} \sin^2 u &= \frac{1}{2} - \frac{\cos 2u}{2} \\ \sin^4 u &= \frac{3}{8} - \frac{\cos 2u}{2} + \frac{\cos 4u}{8} \\ \sin^6 u &= \frac{5}{16} - \frac{15\cos 2u}{32} + \frac{13\cos 4u}{16} - \frac{\cos 6u}{32} \\ \sin^8 u &= \frac{35}{128} - \frac{17\cos 2u}{16} + \frac{7\cos 4u}{32} - \frac{\cos 6u}{16} + \frac{\cos 8u}{128} \\ \sin^{10} u &= \frac{63}{256} - \frac{105\cos 2u}{256} + \frac{15\cos 4u}{64} - \frac{45\cos 6u}{512} + \frac{5\cos 8u}{256} - \frac{\cos 10u}{512} \\ \sin^{12} u &= \frac{231}{1024} - \frac{99\cos 2u}{256} + \frac{495\cos 4u}{2048} - \frac{55\cos 6u}{512} + \frac{33\cos 8u}{1024} - \frac{3\cos 10u}{512} + \frac{\cos 12u}{2048} \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

L'équation (A.34) s'écrit en utilisant les expressions de droite de (A.35) :

$$(1 - e^2 \sin^2 u)^{-\frac{3}{2}} = A_0 + A_2 \cos 2u + A_4 \cos 4u + A_8 \cos 8u + A_{10} \cos 10u + A_{12} \cos 12u \quad (\text{A.36})$$

En intégrant (A.36) entre 0 et φ et après multiplication par le coefficient $a(1 - e^2)$, on trouve l'expression ci-dessous de la longueur de la méridienne :

$$\begin{aligned} \beta(\varphi) &= a(1 - e^2) \cdot (C_0 \varphi + C_2 \sin 2\varphi + C_4 \sin 4\varphi + C_6 \sin 6\varphi \\ &\quad + C_8 \sin 8\varphi + C_{10} \sin 10\varphi + C_{12} \sin 12\varphi) \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

où les coefficient A_k vérifient :

$$\begin{aligned} C_0 &= A_0 & C_2 &= \frac{A_2}{2} & C_4 &= \frac{A_4}{4} & C_6 &= \frac{A_6}{6} \\ C_8 &= \frac{A_8}{8} & C_{10} &= \frac{A_{10}}{10} & C_{12} &= \frac{A_{12}}{12} \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

avec :

$$\begin{aligned}
C_0 &= 1 + \frac{3}{4}e^2 + \frac{45}{64}e^4 + \frac{175}{256}e^6 + \frac{11025}{16384}e^8 + \frac{43659}{65536}e^{10} + \frac{693693}{1048576}e^{12} \\
C_2 &= -\frac{3}{8}e^2 - \frac{15}{32}e^4 - \frac{525}{1024}e^6 - \frac{2205}{4096}e^8 - \frac{72765}{131072}e^{10} - \frac{297297}{524288}e^{12} \\
C_4 &= \frac{15}{256}e^4 + \frac{105}{1024}e^6 + \frac{2205}{16384}e^8 + \frac{10395}{65536}e^{10} + \frac{1486485}{8388608}e^{12} \\
C_6 &= -\frac{35}{3072}e^6 - \frac{315}{12288}e^8 - \frac{31185}{786432}e^{10} - \frac{165165}{3145728}e^{12} \\
C_8 &= \frac{315}{131072}e^8 + \frac{3465}{524288}e^{10} + \frac{99099}{8388608}e^{12} \\
C_{10} &= -\frac{693}{1310720}e^{10} - \frac{9009}{5242880}e^{12} \\
C_{12} &= \frac{1001}{8388608}e^{12}
\end{aligned} \tag{A.39}$$

Posons :

$$J(\varphi) = a(1 - e^2) \sum_{n=1}^{n=6} C_{2n} \sin 2n\varphi \tag{A.40}$$

Alors, on obtient :

$$\beta(\varphi) = a(1 - e^2)C_0\varphi + J(\varphi) \tag{A.41}$$

Résolution de l'équation $\beta(\varphi) = L_1$

On peut écrire l'équation $\beta(\varphi) = L_1$ comme suit :

$$\varphi = \frac{L_1}{a(1 - e^2)C_0} - \frac{J(\varphi)}{a(1 - e^2)C_0} \tag{A.42}$$

Posons :

$$F(\varphi) = \frac{L_1}{a(1 - e^2)C_0} - \frac{J(\varphi)}{a(1 - e^2)C_0} \tag{A.43}$$

Alors, on a à résoudre :

$$\varphi = F(\varphi) \tag{A.44}$$

La résolution de (A.44) se fait par itérations comme suit :

$$\varphi_1 = \frac{L_1}{a(1 - e^2)C_0} \tag{A.45}$$

Puis :

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= \varphi_1 - \frac{J(\varphi_1)}{a(1-e^2)C_0} \\ &\dots\dots\dots \\ \varphi_{j+1} &= \varphi_1 - \frac{J(\varphi_j)}{a(1-e^2)C_0} \end{aligned}$$

On fixe un nombre $\epsilon \ll 1$. Si $|\varphi_{j+1} - \varphi_j| < \epsilon$, alors $\varphi = \varphi_{j+1} = \varphi_j$, sinon on itère le processus. En prenant $\epsilon = 1,57 \times 10^{-10}$, on obtient la précision de mm . La résolution de (A.44) par itérations est convergente car on montre que $|F'(\varphi)| < 1$.

Calculs d'erreurs

Jusqu'à quel ordre faut-il s'arrêter dans le développement limité de l'expression de la longueur de la méridienne ? Ecrivons (A.33) sous la forme :

$$\beta(\varphi) = a(1-e^2)I(\varphi) = a(1-e^2) \sum_{i=0}^{\varphi} \int_0^{\varphi} a_i \sin^{2i} t dt \quad (A.46)$$

On s'arrête à l'ordre $i - 1$ tel que :

$$|a(1-e^2)a_i \int_0^{\varphi} \sin^{2i} t dt| < 10^{-4} m \quad (A.47)$$

soit :

$$\begin{aligned} |a(1-e^2)a_i \int_0^{\varphi} \sin^{2i} t dt| &\leq |a(1-e^2)a_i \int_0^{\varphi} dt| \leq a(1-e^2)a_i \frac{\pi}{2} < 10^{-4} m \\ \implies a_i &< \frac{2 \times 10^{-4}}{\pi a(1-e^2)} \end{aligned} \quad (A.48)$$

Numériquement pour $i = 10$, on trouve que $a_5 = \frac{693}{256} e^{10} > \frac{2 \times 10^{-4}}{\pi a(1-e^2)}$. Par contre pour $i = 6$, on obtient que $a_6 = \frac{3003}{1024} e^{12} < \frac{2 \times 10^{-4}}{\pi a(1-e^2)}$. Donc on garde que les coefficients de e^2, e^4, e^6, e^8 et e^{10} de (A.34).

A.4 Le calcul des angles des feuilles à l'échelle 1/50 000

Le découpage résulte d'un quadrillage rectangulaire de dimensions $L = 32 km$ et $\ell = 20 km$. Les coordonnées d'un sommet d'une feuille dans la représentation de Bonne sont (**Fig.A.3**) :

$$\left. \begin{aligned} X &= n.L \\ Y &= m.\ell \end{aligned} \right\} \quad (A.49)$$

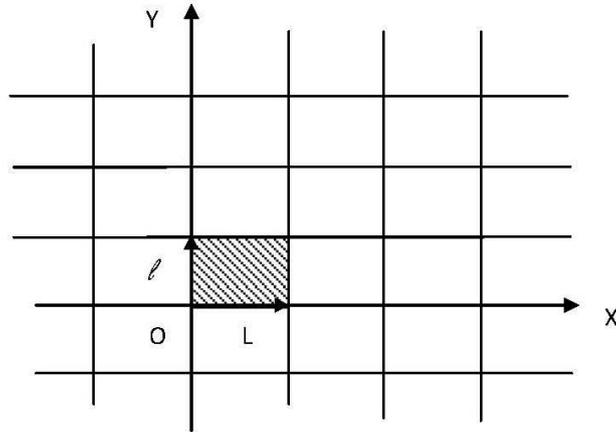


FIGURE A.3 – Représentation d'une feuille à l'échelle 1/50000

où n et m sont des entiers positifs.

A partir de l'équation (A.49), on calcule les coordonnées géographiques correspondantes φ, λ . Ces coordonnées sont exprimées dans le système Voirol. On obtient alors les coordonnées rectangulaires (X_A, Y_A) Lambert Algérie (Nord ou Sud) en appliquant à φ, λ les formules du Lambert Algérie.

Bibliographie

1. **Chedly Fezzani**. 1976. *Analyse de la Structure des Réseaux Astro-Géodésiques Tunisiens*. Thèse présentée pour l'obtention du grade de Docteur Ingénieur en Sciences Géographiques. Ecole Nationale des Sciences Géographiques, IGN France. 315 pages.
2. **Abdelmajid Ben Hadj Salem**. 2017. *Éléments de Géodésie et de la Théorie des Moindres Carrés*. ISBN 978-3-330-96843-1. Edition Noor-Publishing. 365 pages.
3. **Abdelmajid Ben Hadj Salem & Jean Commiot**. 2021. *Cours de Cartographie Mathématique à l'Usage des Ingénieurs*. version3. 216 pages.

Table des figures

2.1	Jonction Tuniso-Italienne de 1876 (<i>C. Fezzani</i> , 1979)	3
2.2	La Structure des Réseaux Géodésiques avant 1978	4
2.3	L'ossature en partie du réseau EUROPE50 en Afrique du Nord	7
2.4	Mission astronomique au sahara 1970-1972	8
2.5	Les 8 points de Laplace	11
2.6	Le Réseau Géodésique Primordial (RGP)	12
2.7	Les Déplacements Planimétriques de l'OTC84	13
2.8	Le Réseau Géodésique Primordial Tunisien	15
2.9	Le découpage des Fuseaux (<i>C. Fezzani</i> , 1979)	17
2.10	Le Repère STT	18
2.11	Le Repère (O', X, Y)	19
2.12	Zones de la Représentation Lambert Tunisie	20
2.13	Le Réseau Géodésique de Référence Spatiale (RRS)	23
3.1	Structure des Réseaux Géodésiques du 1er et 2ème ordre, (<i>C. Fezzani</i> , 1979)	28
3.2	Les Réseaux Primordial (point rouge) et Secondaire (point vert)	30
3.3	Station GPS Permanente de Monastir	31
A.1	Image du cercle	2
A.2	La Représentation de Bonne (<i>C. Fezzani</i> , 1976)	3
A.3	Représentation d'une feuille à l'échelle 1/50000	10

Liste des tableaux

2.1	Caractéristiques de la Représentation Lambert Tunisie	19
-----	---	----