

절대 정지 관성계와 이에 대해 상대 운동하는 관성계 속도, 관성 질량, 운동량

그리고 운동에너지에 대한 연구

A study on the absolute stationary inertial frame and the velocity, inertia mass, momentum and kinetic energy of the inertial frame moving relative to it

Jinil Mok (E-mail address : mokji@hotmail.com, phone: 1-647-856-8899)

Abstract

Assuming that an absolute stationary inertial frame exists in the universe and the speed of light is constant only in the absolute stationary inertial frame, new equations for inertial mass, momentum and kinetic energy in a moving inertial frame are derived.

In the process of deriving the new equations, an experiment was presented to obtain the velocity of the inertial frame moving relative to the absolute stationary inertial frame. If this experiment is successful, we could find out how fast and in which direction our Earth is moving in space.

절대 정지 관성계가 우주에 존재하고, 빛의 속도는 절대 정지 관성계에서만 일정하다는 가정하에, 움직이는 관성계에서의 관성질량, 운동량 그리고 운동에너지에 대한 새로운 식을 유도하였다.

이 새로운 식을 유도하는 과정에서, 절대 정지 관성계에 대해 상대적으로 운동하는 관성계의 속도를 구할 수 있는 실험방법이 제시되었다. 이 실험이 성공한다면, 우리 지구는 우주에서 어느 방향으로 얼마나 빠르게 날아가는지 알아낼 수 있다.

1.0 Introduction

알버트 아인슈타인은 1905 년에 발표한 특수 상대성이론에서, 광속불변 원칙과 절대 정지관성계는 존재하지 않는다는 가정하에, 시간 지연, 질량증가 및 운동에너지에 대한 식을 유도하였다 [R-1].

이 연구에서는 절대 정지 관성계가 존재한다는 가정과, 빛의 속도에 대해 다음과 같은 2 개의 가정을 사용하여, 절대 정지 관성계에 대해 상대운동하는 관성계에서의 관성질량, 운동량 및 운동에너지에 대한 새로운 식을 유도하였다.

- 가정 1. 우주에는 절대 정지 관성계가 존재한다.

- 가정 2. 절대 관성계에서 빛의 속도는 광원의 운동에 상관없이 일정하다. 즉 움직이는 물체에서 발생한 빛이나 정지한 물체에서 발생한 빛이나 절대 정지 관성계에서는 같은 속도로 관측된다.
- 가정 3. 마이컬슨-몰리 실험 [R-2]에 기초하여, 움직이는 관성계에서, 모든 방향에 대한 빛의 왕복속도는 동일하고 절대 정지 관성계에서 빛의 속도와 같다.

2.0 절대 정지 관성계 변환 인자 Conversion Factors to Absolute Stationary Inertial Frame.

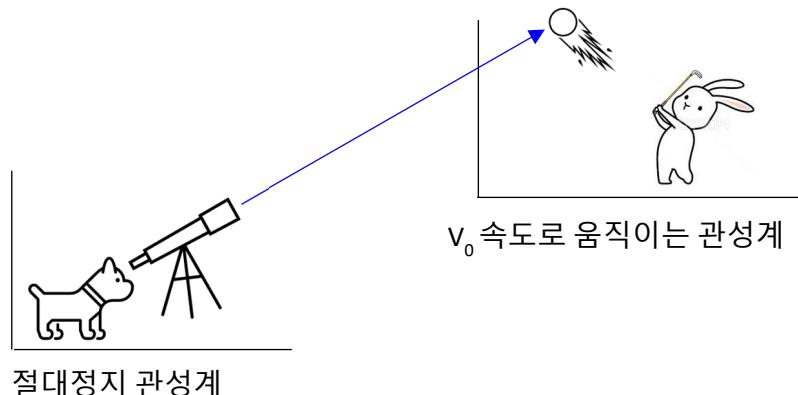


Figure 1. 속도 v_0 로 날아가는 관성계에서 친 골프공을 절대관성계에서 관측

Figure 1처럼, 움직이는 관성계에서 던져진 물체의 운동에너지를 절대 정지 관성계 관점에서 계산하기 위해, 다음과 같은 4개의 절대 정지 관성계 값으로 변환하는 인자가 사용되었다.

- 길이 변환 인자.
- 시간 변환 인자
- 속도 변환 인자
- 질량 변환 인자.

이 식을 유도하는 과정에서, 절대 정지 관성계에 대해 상대 운동하는 관성계 속도를 알아낼 수 있는 실험 방법이 제시되었고, 움직이는 관성계에 관측한 물체의 절대 정지 관성계에 대한 새로운 상대속도 식이 유도되었다.

2.1 움직이는 관성계 길이를 절대 정지 관성계 길이로 변환

Figure 2 과 같이 반원 반사체를 가진 우주선이 v_0 속도로 날아가면서 우주선 중심에서 빛이 발생한다고 생각하자.

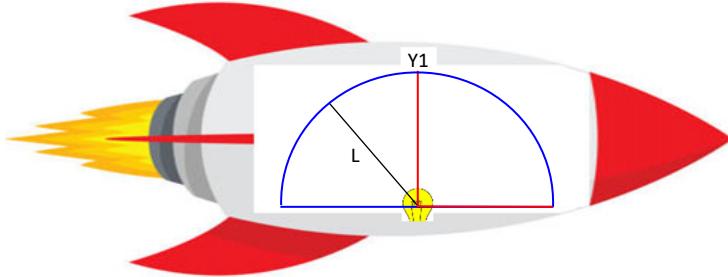


Figure 2. 절대관성계에 대해 속도 v_0 로 날아가는 우주선

우주선의 중심에서 발생한 빛이 y_1 과 반사체의 어느 한 점에서 각각 반사되어 우주선 중심으로 돌아오는 경로는 절대 정지 관성계에서 Figure 3 같이 관측된다.

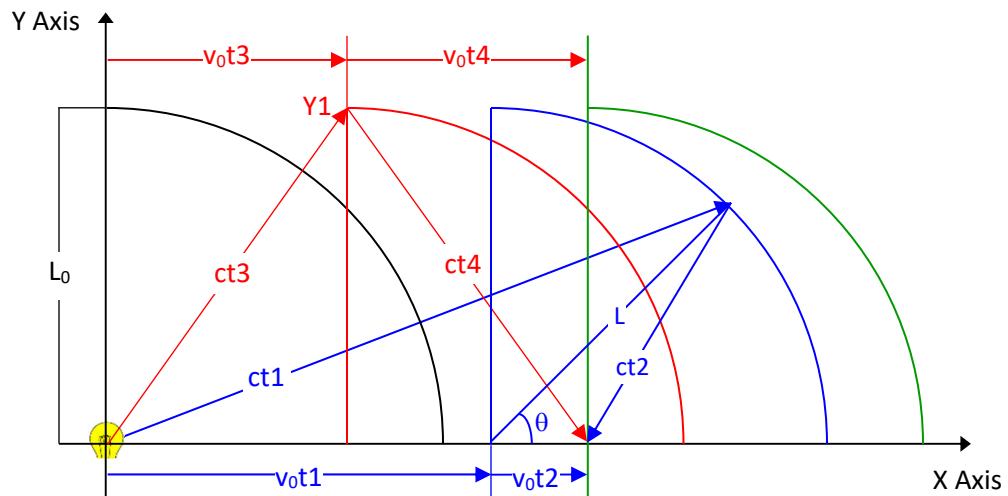


Figure 3. 절대관성계에서 관측한 우주선 안에서의 빛의 경로

반사체 y_1 에 반사되어 우주선 중심으로 돌아오는 빛의 경로

y 축 방향으로는 길이 수축이 없다고 가정하고, 우주선의 중심에서 발생한 빛이 y_1 지점에서 반사되어 우주선 중심으로 돌아오는 시간, $t_3 + t_4$, 는 절대 정지 관성계에서 다음과 같이 계산할 수 있다.

t_3 : 우주선 중심에서 발생한 빛이 반사체 y_1 에 도달하는 시간

$$(L_0)^2 + (v_0 t_3)^2 = (ct3)^2$$

t_4 : 반사체 y_1 에서 반사된 빛이 우주선 중심으로 다시 돌아오는 시간

$$(L_0)^2 + (v_0 t4)^2 = (ct4)^2$$

$$t3 + t4 = \frac{2L_0}{\sqrt{c^2 - v_0^2}} \quad (1)$$

반사체의 어느 한점에서 반사되어 우주선 중심으로 돌아오는 빛의 경로

우주선의 중심에서 발생한 빛이 반사체의 어느 한 점에서 반사되어 우주선 중심으로 돌아오는 시간, $t1 + t2$ 는 절대 정지 관성계에서 다음과 같다.

$$(ct1)^2 = (L \sin\theta)^2 + (L \cos\theta + v_0 t1)^2 = L^2 + 2L\cos\theta v_0 t1 + (v_0 t1)^2$$

$$t1 = \frac{Lv_0 \cos\theta + \sqrt{L^2(\cos\theta)^2 v_0^2 + L^2(c^2 - v_0^2)}}{c^2 - v_0^2} \quad (2)$$

$$(ct2)^2 = (L \sin\theta)^2 + (L \cos\theta - v_0 t2)^2 = L^2 - 2L\cos\theta v_0 t2 + (v_0 t2)^2$$

$$t2 = \frac{-Lv_0 \cos\theta + \sqrt{L^2(\cos\theta)^2 v_0^2 + L^2(c^2 - v_0^2)}}{c^2 - v_0^2} \quad (3)$$

$$t1 + t2 = \frac{2L\sqrt{(\cos\theta)^2 v_0^2 + (c^2 - v_0^2)}}{c^2 - v_0^2} \quad (4)$$

가정 3에 따라, 모든 방향으로 빛의 속도는 같아야 하므로, 어느 한 점에 대한 왕복시간 $t1+t2$, 식 (4) 와 γ_1 으로 왕복시간 $t3+t4$, 식 (1)은 같아야 한다.

$$\frac{2L\sqrt{v_0^2(\cos\theta)^2 + (c^2 - v_0^2)}}{c^2 - v_0^2} = \frac{2L\gamma_1}{\sqrt{c^2 - v_0^2}}$$

그러므로, 움직이는 관성계에서의 길이 L_0 는 절대 정지 관성계에서는 다음과 같이 수축되어 L 로 관측된다.

$$L = \frac{L_0 \sqrt{c^2 - v_0^2}}{\sqrt{c^2 - v_0^2 + v_0^2(\cos\theta)^2}} = \frac{L_0}{\sqrt{1 + \frac{v_0^2(\cos\theta)^2}{c^2 - v_0^2}}} \quad (5)$$

움직이는 관성계 길이를 절대 정지 관성계 길이로 변환하는 길이 수축 인자 R_L 은 다음과 같이 정의한다.

$$R_L = \frac{L}{L_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v_0^2(\cos\theta)^2}{c^2 - v_0^2}}} \quad (6)$$

2.2 움직이는 관성계 시간을 절대 정지 관성계 시간으로 변환

움직이는 관성계에서 단위시간을 Figure 4 과 같이 빛이 관성계 안에서 거리 L_0 를 왕복하는 시간으로 정의하자,

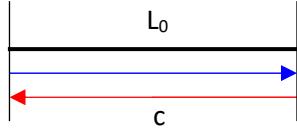


Figure 4. 관성계에서의 단위시간

한 관성계에서의 단위시간은 다음과 같이 표현된다.

$$t_0 = \frac{2L_0}{c} \quad (7)$$

절대 정지 관성계에서는 움직이는 관성계 왕복시간은, 식 (1) 와 같이 관측되고, 식 (1) 의 시간은 항상 식 (7) 의 시간 보다 크다. 그러므로, 움직이는 관성계 단위시간은 절대관성계 단위시간보다 느리게 가는것으로 유추할수 있다.

절대관성계 시간 t 을 식 (1), 움직이는 관성계 시간 t_0 을 식 (7) 으로 사용하여, 움직이는 관성계시간을 절대정지 관성계 시간으로 변환하는인자 R_T 를 다음과 같이 정의한다.

$$R_T = \frac{t}{t_0} = \frac{\frac{2L_0}{c}}{\frac{2L_0}{c} \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} \quad (8)$$

움직이는 관성계 속도 v_0 측정

식 (2) 과 (3) 로 부터, 한쪽 표면적에 도달하는 시간 t_1 과 다시 원점에 돌아가는 시간 t_2 의 차이는 절대 정지 관성계에서 다음과 같다.

$$\Delta t_a = t_1 - t_2 = \frac{2Lv_0\cos\theta}{c^2 - v_0^2} = \frac{2L_0v_0\cos\theta}{(c^2 - v_0^2) \sqrt{1 + \frac{v_0^2(\cos\theta)^2}{c^2 - v_0^2}}} = \frac{2L_0v_0\cos\theta}{c^2 \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}} \sqrt{1 - \frac{v_0^2(\sin\theta)^2}{c^2}}} \quad (9)$$

시간팽창을 고려하면, 움직이는 관성계에서 시간차는 다음과 같고,

$$\Delta t_s = \Delta t_a \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}} = \frac{2L_0v_0\cos\theta}{c^2 \sqrt{1 - \frac{v_0^2(\sin\theta)^2}{c^2}}} \quad (10)$$

최대 Δt_s 는 $\theta=0$ 에서 발생하므로

$$\Delta t_{s_max} = \frac{2L_0 v_0}{c^2} \quad (11)$$

실험에 의해, 최대 Δt_{s_max} 을 측정할수 있으면, 움직이는 관성계 속도는 다음과 같이 구 할수 있다.

$$v_0 = \Delta t_{s_max} \frac{c^2}{2L_0} \quad (12)$$

이 실험이 성공하면, 우리가 우주에서 어떤 방향으로 어떤 속도로 움직이는지 알수 있다.

2.3 움직이는 관성계 속도를 절대 정지 관성계 속도로 변환

위에서 구한 길이 변환 인자 R_L 식 (6) 와 시간 변환 인자 R_T 식 (8) 을 이용해, 움직이는 관성계에서 관측되는 속도는 다음과 같은 속도 변환 인자 R_v 을 사용하여 절대 정지 관성계에서 관측되는 속도로 변환할수 있다.

$$R_v = \frac{R_L}{R_T} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v_0^2(\cos\theta)^2}{c^2 - v_0^2}}} \cdot \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}} = \left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2(\sin\theta)^2}{c^2}}} \quad (13)$$

움직이는 관성계에서 관측한 물체의 절대 정지 관성계에 대한 상대속도

어떤 움직이는 물체가 절대 정지관성계에서 v_A 로 관측되고, 속도 v_0 로 움직이는 관성계에서 v_1 로 관측된다고 할때, 움직이는 관성계에서 관측한 속도 v_1 은 절대 정지 관성계에서는 $R_v v_1$ 와 같이 관측되므로, 이들 속도 관계는 절대 정지 관성계에서 Figure 5 와 같이 나타낼수 있다.

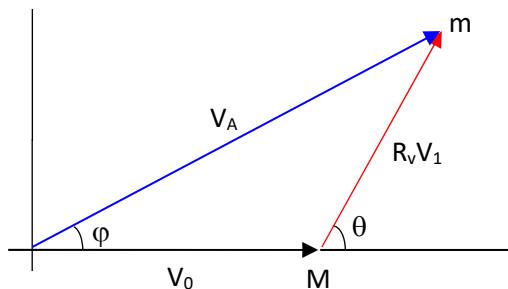


Figure 5. 절대 정지 관성계에서 관측한 물체 m 의 속도 v_A 와 방향 φ , 그리고 속도 v_0 로 움직이는 관성계 M 에서 관측한 속도 v_1 와 방향 θ 에 대한 절대 정지 관성계에서의 관계

위의 그림으로 부터, v_A 와 v_1 의 관계는 다음과 같은 식 (14) 과 (15) 같다.

$$(R_v v_1)^2 = (v_A \cos(\varphi) - v_0)^2 + (v_A \sin(\varphi))^2 = v_A^2 - 2v_0 v_A \cos(\varphi) + v_0^2 \quad (14)$$

$$v_A \sin(\varphi) = R_v v_1 \sin(\theta)$$

$$\sin(\theta) = \frac{v_A \sin(\varphi)}{R_v v_1} = \frac{v_A \sin(\varphi)}{\sqrt{v_A^2 - 2v_0 v_A \cos(\varphi) + v_0^2}} \quad (15)$$

식 (13), (14), (15) 로 부터 v_A 에 대한 상대속도 v_1 는 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{\sqrt{v_A^2 - 2v_0 v_A \cos(\varphi) + v_0^2}}{R_v} = \sqrt{v_A^2 - 2v_0 v_A \cos(\varphi) + v_0^2} \cdot \frac{c \sqrt{c^2 - v_0^2 (\sin \theta)^2}}{c^2 - v_0^2} \\ &= \frac{c}{c^2 - v_0^2} \sqrt{c^2 [v_A^2 - 2v_0 v_A \cos(\varphi) + v_0^2] - v_0^2 v_A^2 (\sin \theta)^2} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\theta = \sin^{-1} \left[\frac{v_A \sin(\varphi)}{\sqrt{v_A^2 - 2v_0 v_A \cos(\varphi) + v_0^2}} \right] \quad (17)$$

v_1 에 대한 절대속도 v_A 는 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$\begin{aligned} v_A &= \sqrt{v_0^2 + 2v_0 R_v v_1 \cos(\theta) + R_v^2 v_1^2} \\ &= \sqrt{v_0^2 + 2v_0 v_1 \frac{c^2 - v_0^2}{c \sqrt{c^2 - v_0^2 (\sin \theta)^2}} \cos(\theta) + \left(\frac{c^2 - v_0^2}{c \sqrt{c^2 - v_0^2 (\sin \theta)^2}} \right)^2 v_1^2} \end{aligned} \quad (18)$$

절대 정지 관성계에서 관측한 속도 v_A 는 빛의 속도 c 를 넘을수 없으므로, 식 (18) 에서 $v_A = c$ 대입하여, v_1 을 구하면, 다음 같이 v_1 의 최대값을 구할수 있다.

$$v_{1_max} = \frac{c}{c^2 - v_0^2} \sqrt{c^2 - v_0^2 (\sin \theta)^2} \cdot \left[-v_0 \cos(\theta) + \sqrt{c^2 - v_0^2 (\sin \theta)^2} \right] \quad (19)$$

식 (19) 는 속도 v_0 로 움직이는 관성계에서 관측되거나, 만들어 낼수 있는 물체의 최대 속도를 의미한다

이것은 운동에너지 식 (34) 에서 유도된 결론과도 일치한다.

$\theta=0, \theta=\pi/2, \theta=\pi$ 에서 v_{1_max} 는 식 (19) 으로 부터 다음과 같이 구할수 있다.

$$\begin{aligned} v_{1_max_at_\theta=0} &= \frac{c^2}{c + v_0} \\ v_{1_max_at_\theta=\pi/2} &= c \\ v_{1_max_at_\theta=\pi} &= \frac{c^2}{c - v_0} \end{aligned} \quad (20)$$

$0 < \theta < 2\pi$ 에서 v_{1_max} 의 평균값, $v_{1_ave_max}$ 은 단위 반지름 원둘레, 즉 2π 를 원운동하는데 걸리는 시간으로 나누어 주면 된다. 원운동 시간은 속도 v_{1_max} 로 단위거리를 가는데 걸리는 시간, 즉 $\frac{1}{v_{1_max}}$ 을 구간 $0 < \theta < 2\pi$ 에 대해 적분해 주면된다.

$$v_{1_ave_max} = \frac{2\pi}{\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{v_{1_max}}} = \frac{2\pi}{\int_0^{2\pi} \frac{(c^2 - v_0^2) d\theta}{c\sqrt{c^2 - v_0^2(\sin\theta)^2} \cdot [-v_0 \cos(\theta) + \sqrt{c^2 - v_0^2(\sin\theta)^2}]}} \quad (21)$$

$$= \frac{2\pi c}{\left| \theta + \sin^{-1}\left(\frac{v_0 \sin(\theta)}{c}\right) \right|_0^{2\pi}} = c$$

식 (21)는 움직이는 관성계에서 물체의 원운동 속도는 빛의 속도 c 를 넘을 수 없다는 것을 의미한다.

우리가 거의 빛의 속도 날아가는 우주선에서 앞쪽 빛, 즉 $\frac{-\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ 방향 빛을 관찰한다고 생각하자.

v_0 가 c 에 근접하면, $\frac{-\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ 방향에 대해 식 (19) 은 $c/2$ 에 수렴한다.

$$v_{1_max_c_front} = \lim_{v_0 \rightarrow c} \frac{c}{c^2 - v_0^2} \sqrt{c^2 - v_0^2(\sin\theta)^2} \cdot \left[-v_0 \cos(\theta) + \sqrt{c^2 - v_0^2(\sin\theta)^2} \right] = \frac{c}{2} \quad (22)$$

즉 빛의 속도로 날아가는 관성계 ($v_0 = c$) 에서 날아가는 앞쪽 빛을 보면 $\frac{c}{2}$ 로 관측된다.

2.4 움직이는 관성계 속도로 인한 질량증가

절대 정지 관성계에서 질량 m_0 인 폭탄이 v_0 의 속도로 날아가면서, Figure 6 과 같이 모든 방향으로 빛의 속도보다 상대적으로 굉장히 느린 속도 v_1 로 폭발할때,

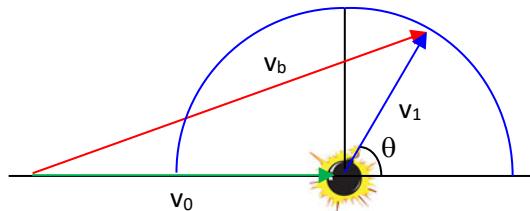


Figure 6. 정지질량 m_0 인 폭탄이 속도 v_0 로 날아가면서 v_1 속도로 폭발

이 폭발 운동에너지는 질량증가 인자를 고려하여 다음과 같이 가정하자

$$E_{kb} = \frac{1}{2} m_0 v_1^2 \gamma^5 \quad (23)$$

Figure 6에 보여진것 처럼, 절대 정지 관성계에서 관측한 파편의 속도, v_b 는 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$v_b = \sqrt{v_0^2 + 2v_0 v_1 \cos(\theta) + v_1^2} \quad (24)$$

움직이는 관성계 속도 v 로 인한 질량증가인자 γ 를 다음과 같이 가정한다.

$$\gamma = \left(\frac{c^2}{c^2 - v^2} \right)^n \quad (25)$$

파편 속도 v_1 이 빛의 속도에 비해 상대적으로 굉장히 느린 속도라고 하면, 임의의 방향에 대한 파편 운동에너지는 다음과 같이 구할수 있다.

$$\begin{aligned} dE_{kb} = Fds &= \frac{dP}{pt} ds = v_b d(P) = v_b d\left(\frac{m_0}{4\pi} \gamma v_b\right) = \frac{m_0}{4\pi} v_b d\left[\left(\frac{c^2}{c^2 - v_b^2}\right)^n v_b\right] \\ &= \frac{m_0}{4\pi} \sqrt{v_0^2 + 2v_0 v_1 \cos(\theta) + v_1^2} \\ &\quad \cdot d\left[\left(\frac{c^2}{c^2 - (v_0^2 + 2v_0 v_1 \cos(\theta) + v_1^2)}\right)^n \sqrt{v_0^2 + 2v_0 v_1 \cos(\theta) + v_1^2}\right] \quad (26) \\ &= \frac{m_0}{4\pi} c^{2n} \left\{ \frac{v_0 \cos(\theta) + v_1}{[c^2 - (v_0^2 + 2v_0 v_1 \cos(\theta) + v_1^2)]^{n+1}} [c^2 - (1-2n)(v_0^2 + 2v_0 v_1 \cos(\theta) + v_1^2)] \right\} \frac{v_1}{2} \end{aligned}$$

식 (26)은 v_1 이 0에 매우 근접했을때, 다음과 같이 단순화 시킬수 있다.

$$\begin{aligned} dE_{kb} &= \lim_{v_1 \rightarrow 0} v_b d\left(\frac{m_0}{4\pi} \gamma v_b\right) \\ &= \frac{1}{2} \frac{m_0}{4\pi} v_1^2 \frac{c^{2n}}{(c^2 - v_0^2)^{n+2}} \{ (c^2 - v_0^2)[c^2 - (1-2n)v_0^2] \\ &\quad + 2nv_0^2 (\cos\theta)^2 [3c^2 - (1-2n)v_0^2] \} \quad (27) \end{aligned}$$

식 (27)을 모든 3 차원 방향에 대해 적분하면, 폭탄의 총 폭발에너지는 다음과 같이 구할수 있다.

$$\begin{aligned} Eka_{bomb} &= \int_0^\pi \lim_{v_1 \rightarrow 0} v_b d\left(\frac{m_0}{4\pi} \gamma v_b\right) \cdot 2\pi \sin(\theta) d\theta \\ &= \frac{1}{2} m_0 v_1^2 \frac{c^{2n}}{(c^2 - v_0^2)^{n+2}} \left\{ (c^2 - v_0^2)[c^2 - (1-2n)v_0^2] \right. \\ &\quad \left. + 2nv_0^2 \left[c^2 - \frac{(1-2n)v_0^2}{3} \right] \right\} \quad (28) \end{aligned}$$

식 (28)에서, 폭발에너지를 가정한 식 (23)을 만족시키는 n 값은 $1/2$ 밖에 없으므로, γ 를 다음과 같이 추정할수 있다.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (29)$$

3.0 절대 정지 관성계에 대해 상대 운동하는 관성계에서의 운동에너지, 운동량 및 관성질량

3.1 절대 정지계에서 관측한 운동에너지

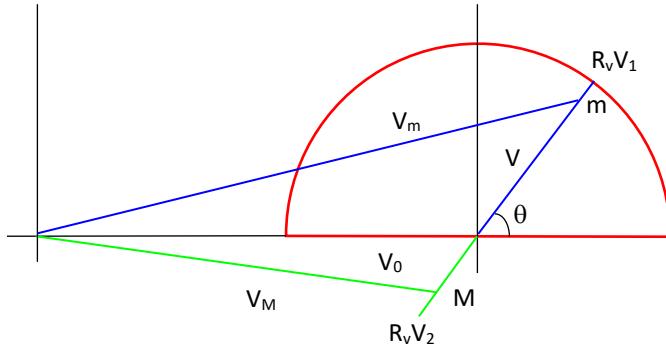


Figure 7. 절대 정지 관성계에서 관측한, 속도 v_0 로 움직이는 질량 M 인 관성계에서 v_1 속도로 던져진 물체 속도와, 그로 인한 질량 M 관성계의 속도변화

Figure 7 와 같이, v_0 속도로 움직이는 질량 M 인 관성계에서 질량 m 인 물체를 각도 θ 로 v_1 로 던져졌다.

이것을 절대 정지 관성계에서 관측하면, 질량 m 인 물체는 속도 변환 인자 R_v 식 (13)에 의해 $R_v v_1$ 로 날아가고, 질량 M 인 관성계는 반대방향으로 $v_2 = \frac{m R_v v_1}{M}$ 속도로 움직인다.

그러므로, 절대 정지 관성계에서 관측한 m 과 M 의 속도는 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$v_m = \sqrt{v_0^2 + 2v_0 v \cos(\theta) + v^2} \quad (30)$$

$$v_M = \sqrt{v_0^2 - 2v_0 \frac{mv}{M} \cos(\theta) + \left(\frac{mv}{M}\right)^2} \quad (31)$$

식 (29)에서 유도한 질량증가인자 γ 를 사용하여, m 와 M 을 다음과 같이 가정한다.

$$m = m_0 \gamma = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v_m^2}{c^2}}} \quad (32)$$

$$M = M_0 \gamma = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{v_M^2}{c^2}}} \quad (33)$$

이 식들, (30) ~ (33)을 이용해, 절대 정지 관성계에서 관측한 운동에너지를 다음과 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} E_{Ka}(v_1) &= \int_0^{R_v v_1} v_m d(mv_m) + \int_0^{R_v v_2} v_M d(Mv_M) \\ &= \int_0^{R_v v_1} v_m d\left(\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v_m^2}{c^2}}} v_m\right) + \int_0^{R_v v_2} v_M d\left(\frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{v_M^2}{c^2}}} v_M\right) \\ &= m_0 c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(v_0^2 + 2v_0 R_v v_1 \cos(\theta) + R_v^2 v_1^2)}{c^2}}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} \right] \\ &\quad - \frac{m_0 v_0 R_v v_1 \cos(\theta)}{\left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (34)$$

3.2 움직이는 관성계 운동량

움직이는 관성계 운동에너지, E_{Ks} 는 운동량, P_s 와 속도, v 로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E_{Ks}(v_1) = \int_0^{v_1} v d(P_s) \quad (35)$$

절대 정지계에서 계산된 운동에너지, E_{Ka} 와 움직이는 관성계 계산한 운동에너지, E_{Ks} 는 같아야 하므로, 식 (35) 와 (34) 을 미분하여 $d(P_s)$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$d(E_{Ks}(v)) = v d(P_s) = d(E_{Ka}(v))$$

$$d(P_s) = \frac{m_0 c^3 R_v}{v} \left\{ \frac{v_0 \cos(\theta) + v}{\left[c^2 - (v_0^2 + 2v_0 R_v v \cos(\theta) + R_v^2 v^2)\right]^{3/2}} - \frac{v_0 \cos(\theta)}{(c^2 - v_0^2)^{3/2}} \right\} dv \quad (36)$$

식 (36) 으로 부터 $d(P_s)$ 를 적분하여 움직이는 관성계 운동량, P_s 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
P_S(v_1) &= \int_0^{v_1} d(P_S) \\
&= m_0 c^3 R_v \int_0^{v_1} \frac{1}{v} \left\{ \frac{v_0 \cos(\theta) + R_v v}{[c^2 - (v_0^2 + 2R_v v_0 v \cos(\theta) + R_v^2 v^2)]^{3/2}} - \frac{v_0 \cos(\theta)}{(c^2 - v_0^2)^{3/2}} \right\} dv \\
&= \frac{m_0 R_v}{\left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)} \left\{ \frac{R_v v_1 + 2v_0 \cos(\theta)}{\sqrt{1 - \frac{(v_0^2 + 2R_v v_0 v_1 \cos(\theta) + R_v^2 v_1^2)}{c^2}}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{v_0 \cos(\theta)}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} \left[\ln(2) + \ln \left(\sqrt{c^2 - v_0^2} \sqrt{c^2 - (v_0^2 + 2R_v v_0 v_1 \cos(\theta) + R_v^2 v_1^2)} \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - R_v v_0 v_1 \cos(\theta) + c^2 - v_0^2 \right] \right\} \\
&\quad - \frac{m_0 v_0 \cos(\theta)}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}} \sqrt{1 - \frac{v_0^2 (\sin \theta)^2}{c^2}}} [2 - \ln(4) - \ln(c^2 - v_0^2)]
\end{aligned} \tag{37}$$

3.3 움직이는 관성계에서 관성질량

움직이는 관성계 운동량, P_S , 식 (37)을 사용하여, 움직이는 관성계에서의 관성질량은 다음과 같이 구할수 있다.

$$m = \lim_{v_1 \rightarrow 0} \frac{P_S(v_1)}{v_1} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} \left(1 + \frac{2v_0^2 (\cos \theta)^2}{c^2 - v_0^2 (\sin \theta)^2} \right) \tag{38}$$

식 (38)으로 부터, 관성질량은 관성계의 속도와 방향의 함수임을 알수 있다.

4.0 결론 Conclusion

이 연구의 결론과 특수상대성 이론과 차이점은 다음과 같다.

	특수 상대성 이론 Theory of Special Relativity	이 연구의 결론 Conclusion of this study
절대 정지 관성계 Absolute Stationary Inertial Frame	없다 None	있다 Exists
광속불변 Constancy of Light Speed	모든 관성계에서 일정 Constant in all inertial frames	절대 정지 관성계에서만 일정 움직이는 관성계에서는 빛의 왕복속도가 일정 Constant only in the absolute stationary inertial frame. In a moving inertial frame, the round-trip speed of light is constant.
움직이는 관성계 속도 Velocity of a moving inertial frame	No way to measure	Measurable by experiment $v_0 = \Delta t_{s_max} \frac{c^2}{2L_0}$
빛의 속도로 날아가는 우주선에서 본 빛속도	c	$\frac{c}{2}$
운동량 Momentum	$\frac{m_0 v_1}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}}$	$\frac{m_0 R_v}{\left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)} \left[\frac{R_v v_1 + 2v_0 \cos(\theta)}{\sqrt{1 - \frac{(v_0^2 + 2R_v v_0 v_1 \cos(\theta) + R_v^2 v_1^2)}{c^2}}} \right. \\ \left. - \frac{v_0 \cos(\theta)}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} \left[\ln(2) + \ln \left(\sqrt{c^2 - v_0^2} \sqrt{c^2 - (v_0^2 + 2R_v v_0 v_1 \cos(\theta) + R_v^2 v_1^2)} \right) \right. \right. \\ \left. \left. - R_v v_0 v_1 \cos(\theta) + c^2 - v_0^2 \right] \right]$ $- \frac{m_0 v_0 \cos(\theta)}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}} \sqrt{1 - \frac{v_0^2 (\sin \theta)^2}{c^2}}} [2 - \ln(4) - \ln(c^2 - v_0^2)]$
운동에너지 Kinetic Energy	$m_0 c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} - 1 \right]$	$m_0 c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(v_0^2 + 2v_0 R_v v_1 \cos(\theta) + R_v^2 v_1^2)}{c^2}}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} \right] - \frac{m_0 v_0 R_v v_1 \cos(\theta)}{\left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}$
관성 질량 Inertial Mass	$\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}$	$\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} \left(1 + \frac{2v_0^2 (\cos \theta)^2}{c^2 - v_0^2 (\sin \theta)^2} \right)$

5.0 References

- [R-1] A. Einstein (1905) On The Electrodynamics of moving bodies,
<https://www.fourmilab.ch/etexts/einstein/specrel/specrel.pdf>
- [R-2] Michelson-Morley Experiments,
https://en.wikipedia.org/wiki/Michelson-Morley_experiment