

Giovanni Di Savino

abstract

"A perfect number is a natural number which is equal to the sum of its divisors, also including the number one (but excluding the number itself)" and Euclid with an algorithm, $(2^n - 1) * 2^{(n-1)}$ states that even perfect numbers are the result of the multiplication between two powers that both have the number 2 as a base and the indices of the powers differ by 1, i.e.: a power is $2^n - 1$ which is a prime number with the other power, $2^{(n-1)}$ which is an even number. The algorithm for even perfect numbers can be extended to odd perfect numbers which are the result of the multiplication between two powers that both have the same odd number as a base and the indices of the powers differ by 1, i.e.: a power is an odd number $^n - 2$ which is a prime number with the other power, odd number $^{(n-1)}$ which is an odd number. Perfect even or odd numbers are the result of multiplying the result between two powers one of which is a prime number (obtained from a power). The difference between even and dispar perfect numbers is: a) for even perfect numbers the prime number is the result of a power of two minus 1; b) for odd perfect numbers the prime number is the result of a power of one of the infinite odd numbers minus 2.

In the following table: the prime numbers which are the result of a power $2^n - 1$ generate the infinite even perfect numbers and, the infinite prime numbers which are the result of the power of an odd number $\geq 3^n \geq 2 - 2$ generate the infinite number of odd perfect

nb numero base	$(2^{ni} - 1) * 2^{(ni-1)}$	2	ni	3	ni	4	ni	5
↓		$(n \geq 3^{ni} - 2)^*$ $n \geq 3^{(ni-1)}$	esiste il numero indice successivo all'n.simo numero noto che è indice della potenza →					
2	+ 2	4	+ 4	8	+ 8	16	+ 16	32
1		3		7		15		31
pari perfetti →	$((4-1)*4/2$	6	$((8-1)*8/2$	28	0		$((32-1)*32/2$	496
3	+ 6	9	+ 18	27	+ 54	81	+ 162	243
2		7	3 + 9 =	25	12 + 27 =	79	39 + 81 =	241
disp perfetti →	$(7+3)*2+1$	21	0		$(1027+39)*2+1$	2.133	$(9640+120)*2+1$	19.521
5	+ 10	25	+ 50	125	+ 250	625	+ 1250	3.125
4		23	5 + 25 =	123	30 + 125 =	623	155 + 625 =	3.123
disp perfetti →	$(54+3)*2+1$	115	0		0		0	
7	+ 14	49	+ 98	343	+ 686	2.401	+ 4802	16.807
6		47	7 + 49 =	341	56 + 343 =	2.399	399 + 2401 =	16.805
disp perfetti →	$(161+3)*2+1$	329	0		$(411029+399)*2+1$	822.857	0	
9	+ 18	81	+ 162	729	+ 1458	6.561	+ 13122	59.049
8		79	9 + 81 =	727		6.559	+ 6561 =	59.047
disp perfetti →	$(352+3)*2+1$	711	0		0		6.561	
11	+ 22	121	+ 242	1.331	+ 2662	14.641	+ 29282	161.051
10		119	11 + 121 =	1.329	132 + 1331 =	14.639	1463 + 14641 =	161.049
disp perfetti →	0	0	132	0	1.463	1	16.104	0
13	+ 26	169	+ 338	2.197	+ 4394	28.561	+ 57122	371.293
12		167	182	2.195	2.379	28.559	2379 + 28561 =	371.291
disp perfetti →	$(1082+3)*2+1$	2.171	0		0		30.940	0
15	+ 30	225	+ 450	3.375	+ 6750	50.625	+ 101250	759.375
14		223	15 + 225 =	3.373	240 + 3375 =	50.623	3615 + 50625 =	759.373
disp perfetti →	$(1669+3)*2+1$	3.345	240	0	3.615	0	54.240	0
17	+ 34	289	+ 578	4.913	+ 9826	83.521	+ 167042	1.419.857
16		287	17 + 289 =	4.911	306 + 4913 =	83.519	5219 + 83521 =	1.419.855
disp perfetti →	0	0	306	0	5.219	0	88.740	0
19	+ 38	361	+ 722	6.859	+ 13718	130.321	+ 260642	2.476.099
18		359	19 + 361 =	6.857	380 + 6859 =	130.319	7239 + 130321 =	2.476.097
disp perfetti →	$(3407+3)*2+1$	6.821	380	0	7.239	0	137.560	0
21	+ 42	441	+ 882	9.261	+ 18522	194.481	+ 388962	4.084.101
20		439	21 + 441 =	9.259	462 + 9261 =	194.479	9723 + 194481 =	4.084.099
disp perfetti →	$(4606+3)*2+1$	9.219	462	0	9.723	1	204.204	0
23	+ 46	529	+ 1058	12.167	+ 24334	279.841	+ 559682	6.436.343
22		527	23 + 529 =	12.165	552 + 12167 =	279.839	12719 + 279841 =	6.436.341
disp perfetti →	0	0	552	0	12.719	0	292.560	0

2 (25) 24 disp perfetti →	+ 50 625 3 0	+ 1250 15.625 25 + 625 = 650 0	15.623 15.623	+ 31250 390.625 650 + 15625 = 16.275 0	390.623 390.623	+ 781250 9.765.625 16275 + 390625 = 406.900 0	9.765.623 9.765.623
2 (27) 26 disp perfetti →	+ 54 729 3 1 (9811+3)*2+1 19.629	+ 1458 19.683 27 + 729 = 756 (7172968+756)*2+1 14.347.449	19.681 19.681	+ 39366 531.441 756 + 19683 = 20.439 0	531.439 531.439	+ 1062882 14.348.907 20439 + 531441 = 551.880 0	14.348.905 14.348.905
2 (29) 28 disp perfetti →	+ 58 841 3 1 (12162+3)*2+1 24.331	+ 1682 24.389 29 + 841 = 870 0	24.387 24.387	+ 48778 707.281 870 + 24389 = 25.259 0	707.279 707.279	+ 1414562 20.511.149 25259 + 707281 = 732.540 0	20.511.147 20.511.147
2 (31) 30 disp perfetti →	+ 62 961 959 0	+ 1922 29.791 31 + 961 = 992 (14312622+992)*2+1 28.627.229	29.789 29.789	+ 59582 923.521 992 + 29791 = 30.783 0	923.519 923.519	+ 1847042 28.629.151 30783 + 923521 = 954.304 (13219809202510+954304)*2+1 26.439.620.313.629	28.629.149 28.629.149
2 (33) 32 disp perfetti →	+ 66 1.089 3 1 (17932+3)*2+1 35.871	+ 2178 35.937 33 + 1089 = 1.122 0	35.935 35.935	+ 71874 1.185.921 1122 + 35937 = 37.059 0	1.185.919 1.185.919	+ 2371842 39.135.393 37059 + 1185921 = 1.222.980 0	39.135.391 39.135.391
2 (35) 34 disp perfetti →	+ 70 1.225 3 1 (21399+3)*2+1 42.805	+ 2450 42.875 35 + 1225 = 1.260 0	42.873 42.873	+ 85750 1.500.625 1260 + 42875 = 44.135 0	1.500.623 1.500.623	+ 3001250 52.521.875 44135 + 1500625 = 1.544.760 0	52.521.873 52.521.873
2 (37) 36 disp perfetti →	+ 74 1.369 3 1 (25286+3)*2+1 50.579	+ 2738 50.653 37 + 1369 = 1.406 (34669203+1406)*2+1 69.341.219	50.651 50.651	+ 101306 1.874.161 1406 + 50653 = 52.059 0	1.874.159 1.874.159	+ 3748322 69.343.957 52059 + 1874161 = 1.926.220 0	69.343.955 69.343.955
↓ esiste il numero successivo all'n.simo numero noto che è la base dispari della potenza							

Storia dei numeri perfetti:

- 500 a.C. I numeri perfetti (1) erano noti anche in culture antiche ed anche prima che Pitagora (2) li definisse: "sono un numero naturale (numero intero positivo) che è uguale alla somma dei suoi divisori, includendo anche il numero uno (ma escludendo il numero stesso)". Pitagora ed i suoi seguaci conoscevano solo quattro numeri perfetti pari: il 6, il 28, il 496, l'8128 e si posero due domande che formano quello che è considerato "il più antico problema matematico": a) quanti sono i numeri perfetti ? b) esistono numeri perfetti dispari ?
- 300 a.C. Euclide negli Elementi, (Libro VII, definizione 22), afferma: "Un numero perfetto è quello che è uguale alla somma delle sue parti" e (Libro X, proposizione 36) afferma: "se tutti i numeri che vogliamo a partire da un'unità sono disposti continuamente in doppia proporzione, finché la somma di tutti diventa un primo, e se la somma moltiplicata per l'ultimo forma un numero, il prodotto sarà perfetto", è la regola che determina che i numeri perfetti pari sono della forma: $(2^n - 1) * 2^{(n-1)}$ quando: il risultato di $2^n - 1$ è un numero primo.
- 100 a.C. Nicomaco di Gerasa nel suo lavoro "Introductio Arithmetica" riporta ma non dimostra alcuni risultati riguardanti lo studio dei numeri perfetti :
 - (1) L'ennesimo numero perfetto ha n cifre.
 - (2) Tutti i numeri perfetti sono pari.
 - (3) Tutti i numeri perfetti terminano alternativamente con 6 e 8 .
 - (4) L'algoritmo di Euclide, per generare numeri perfetti, darà tutti i numeri perfetti
 - (5) Ci sono infiniti numeri perfetti.
- XVI sec Viene trovato: il quinto numero perfetto $(2^{13} - 1) * 2^{(13-1)} = 33.550.336$, il sesto $(2^{17} - 1) * 2^{(17-1)} = 8.589.869.056$ ed il settimo $(2^{19} - 1) * 2^{(19-1)} = 137.438.691.328$; Mersenne ritiene che tutti i numeri della forma $2^n - 1$ fossero primi se 'n', l'indice della potenza, fosse un numero primo e, nonostante la sua congettura (errata), il suo nome è stato associato ai numeri primi che sono il risultato di $2^n - 1$ e, per definizione questi numeri primi sono chiamati numeri **primi di Mersenne** o **Mp**; Cartesio, in una lettera a Mersenne, scrisse: "... credo di poter dimostrare che non esistono numeri pari perfetti al di fuori di quelli di Euclide e che non esistono numeri perfetti dispari". (Allegato B)

I numeri perfetti dispari che si ottengono con il prodotto di: numero primo risultato di infinite $(3^n - 2) * 3^{(n-1)}$

2	3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8	9
3 ² -2							
7	25	25	25	25	25	25	25
3 ² -1							
↓ (3 ² -2) * 3 ² (2-1)	↓ (3 ² -2) * 3 ² (3-1)	↓ (3 ² -2) * 3 ² (4-1)	↓ (3 ² -2) * 3 ² (5-1)	↓ (3 ² -2) * 3 ² (6-1)	↓ (3 ² -2) * 3 ² (7-1)	↓ (3 ² -2) * 3 ² (8-1)	↓ (3 ² -2) * 3 ² (9-1)
21	225	225	225	225	225	225	225
1	3	5	7	11	17	23	29
3 ³ -2							
↓ (3 ³ -2) * 3 ³ (2-1)	↓ (3 ³ -2) * 3 ³ (3-1)	↓ (3 ³ -2) * 3 ³ (4-1)	↓ (3 ³ -2) * 3 ³ (5-1)	↓ (3 ³ -2) * 3 ³ (6-1)	↓ (3 ³ -2) * 3 ³ (7-1)	↓ (3 ³ -2) * 3 ³ (8-1)	↓ (3 ³ -2) * 3 ³ (9-1)
21	225	225	225	225	225	225	225

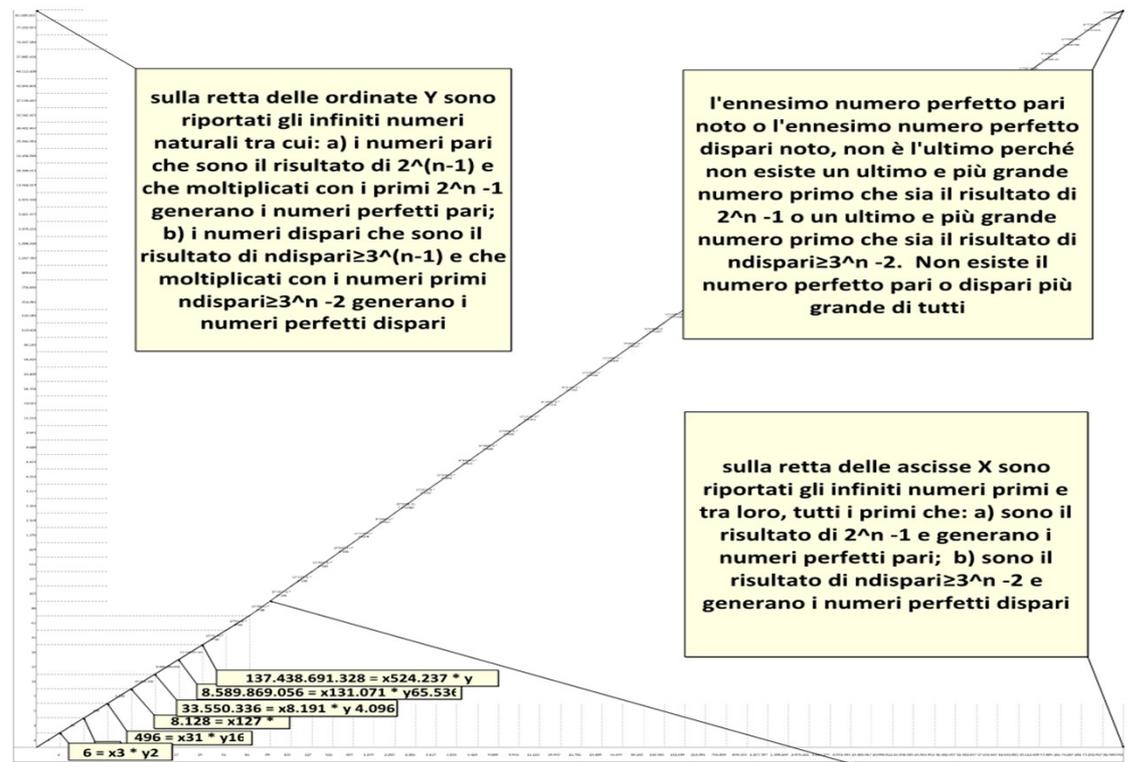
→ l'ennesima potenza del 3ⁿ - 2 con cui si ottiene un numero primo che genera numeri perfetti

I numeri perfetti dispari che si ottengono con il prodotto di: numero primo risultato di infinite $(37^n - 2) * 37^{(n-1)}$

2	3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8	9
37 ² -2							
↓ (37 ² -2) * 37 ² (2-1)	↓ (37 ² -2) * 37 ² (3-1)	↓ (37 ² -2) * 37 ² (4-1)	↓ (37 ² -2) * 37 ² (5-1)	↓ (37 ² -2) * 37 ² (6-1)	↓ (37 ² -2) * 37 ² (7-1)	↓ (37 ² -2) * 37 ² (8-1)	↓ (37 ² -2) * 37 ² (9-1)

→ l'ennesima potenza del 37ⁿ - 2 con cui si ottiene un numero primo che genera numeri perfetti

Cartesio rappresenta i numeri perfetti



Cartesio riporta sul piano i numeri perfetti pari perché su uno dei due assi del piano ha il numero primo uguale a $2^n - 1$ e, sull'altro asse, il numero pari uguale a $2^{(n-1)}$; Cartesio avrebbe riportato sul piano, anche, i numeri perfetti dispari perché sui due assi del piano ha il numero primo uguale a $ndispari \geq 3^n - 2$ e, sull'altro asse, il numero dispari uguale a $ndispari \geq 3^{(n-1)}$