

Von Lichtkegeln

im Standardmodell der Kosmologie (Λ CDM-Modell)

Dezember 2022

**Autor: Werner Lange, Altos/Paraguay, langealtos
werner.lange.altos@gmail.com**

Zusammenfassung

Lehrbücher oder wissenschaftliche Arbeiten behandeln Lichtkegel im Allgemeinen nur rudimentär und unter sehr spezifischen Voraussetzungen. Der hier vorliegende Artikel hingegen strebt eine vollständige Darstellung aller relevanten Aspekte an.

Dargestellt werden Lichtkegel im räumlich flachen Standard-Modell der Kosmologie (Λ CDM-Modell). Der Scheitelpunkt der Rückwärts-Lichtkegel (Vergangenheits-Lichtkegel) kann bei beliebigen Zeitpunkten der kosmologischen Zeit seit dem Urknall angesiedelt sein. Herausgearbeitet wird das Zusammenwirken dieser Lichtkegel (Vorwärts- und Rückwärts-Lichtkegel) mit Hubblesphäre, kosmologischem Ereignishorizont, Partikelhorizont und Beobachtbarem Universum sowie mit den Weltlinien von Galaxien. Unter anderen wird auch die Frage beantwortet, bei welchem Lichtkegel-Scheitel eine z.B. heute sichtbare Galaxie nach Verstreichen einer vorgegebenen kosmologischen Zeit dann wahrnehmbar ist und bei welcher Emissionszeit das dann sichtbare Licht übermittelt wurde. Und es wird detailliert herausgearbeitet, aus welchen ruhenden Objekten und beweglichen Partikeln das Beobachtbare Universum zu einem bestimmten Zeitpunkt nach dem Urknall aufgebaut ist und wie Objekte und Partikel an ihren jeweiligen Ort gelangen.

Schlüsselwörter: Lichtkegel, Λ CDM, mitbewegte Distanz, Eigendistanz, Hubblesphäre, Ereignishorizont, Partikelhorizont, Beobachtbares Universum, Abbremsparameter, kosmologische Parameter, Weltlinie, Geodäte, Planck18

English translation of title and abstract for publication on viXra.

On light cones

in the Standard Model of Cosmology (Lambda-CDM Model)

Abstract

This paper strives for a complete analysis of all relevant aspects of light cones in the spatially flat standard model of cosmology (Lambda-CDM model). The apex of the past light cone may be located at any cosmological time since the Big Bang. The presentation expounds the interaction of these light cones (past and future light cones) with the Hubblesphere, cosmological event horizon, particle horizon and observable universe as well as with the world lines of galaxies. Alongside this, the study also answers the question at which light cone apex a galaxy visible today can be perceived after a given cosmological time has elapsed and at which emission time the then visible light was emitted. In addition, some drawings elucidate in detail from which resting objects and moving particles the observable universe is built up at a certain time after the Big Bang and how objects and particles get to their respective locations.

Keywords: light cone, Λ CDM, comoving distance, proper distance, Hubble sphere, event horizon, particle horizon, observable universe, deceleration parameter, cosmological parameters, worldline, geodesic, Planck18

Inhaltsverzeichnis

1	Zusammenfassung	4
2	Parametersatz.....	4
3	Kosmologische Annahmen.....	5
4	Zeit und Skalenfaktor	6
5	Präferenzen bei der Auswahl kosmologischer Formeln	7
6	Lichtausbreitung.....	7
6.1	Voraussetzungen für alle weiteren Berechnungen	7
6.2	Allgemeine Lichtausbreitungsformel	8
6.3	Gemeinsame Eigenschaften der Kugeloberflächen.....	10
7	Definition von Rückwärts-Lichtkegel, Hubblesphäre und Horizonten	11
7.1	Hubblesphäre.....	11
7.2	Partikelhorizont und Beobachtbares Universum	12
7.3	Kosmologischer Ereignishorizont	13
7.4	Lichtkegel.....	13
8	Zusammenspiel von Rückwärts-Lichtkegeln, Hubblesphäre, Horizonten und Galaxien	14
8.1	Hinweis auf Zeichnungen anderer Autoren.....	14
8.2	Lichtkegel und Hubblesphäre.....	15
8.3	Zweiseitige und einseitige Zeichnungen	17
8.4	Lichtkegel und Galaxien.....	18
9	Rückwärts-Lichtkegel und Partikelhorizont.....	22
9.1	Einige Zusatzbemerkungen zur Definition.....	22
9.2	Lichtkegel, Weltlinien ruhender Objekte und Beobachtbares Universum	23
9.3	Beobachtbares Universum und Lichtlaufzeit	27
10	Vorwärts-Lichtkegel.....	29
10.1	Vorwärts-Lichtkegel und Beobachtbares Universum CMB.....	29
10.2	Vorwärts-Lichtkegel und Ereignishorizont	31
11	Verwendete Begriffe, Symbole und Abkürzungen.....	33
12	Literatur	34

1 Zusammenfassung

Lehrbücher oder wissenschaftliche Arbeiten behandeln Lichtkegel im Allgemeinen nur rudimentär und unter sehr spezifischen Voraussetzungen. Der hier vorliegende Artikel hingegen strebt eine vollständige Darstellung aller relevanten Aspekte an.

Dargestellt werden Lichtkegel im räumlich flachen Standard-Modell der Kosmologie (Λ CDM-Modell). Der Scheitelpunkt der Rückwärts-Teillichtkegel (Vergangenheits-Lichtkegel) kann bei beliebigen Zeitpunkten der kosmologischen Zeit seit dem Urknall angesiedelt sein. Herausgearbeitet wird das Zusammenwirken dieser Lichtkegel (Vorwärts- und Rückwärts-Lichtkegel) mit Hubblesphäre, kosmologischem Ereignishorizont, Partikelhorizont und Beobachtbarem Universum sowie mit den Weltlinien von Galaxien. Unter anderen wird auch die Frage beantwortet, bei welchem Lichtkegel-Scheitel eine z.B. heute sichtbare Galaxie nach Verstreichen einer vorgegebenen kosmologischen Zeit dann wahrnehmbar ist und bei welcher Emissionszeit das dann sichtbare Licht übermittelt wurde. Und es wird detailliert herausgearbeitet, aus welchen ruhenden Objekten und beweglichen Partikeln das Beobachtbare Universum zu einem bestimmten Zeitpunkt nach dem Urknall aufgebaut ist und wie Objekte und Partikel an ihren jeweiligen Ort gelangen.

Auch um mit der Terminologie von Veröffentlichungen zu Lichtkegeln im Minkowski-Raum der Speziellen Relativitätstheorie verträglich zu bleiben, wollen wir in diesem Artikel genau einen Beobachter in der Milchstraße (z.B. auf der Erde) annehmen und den Begriff „Beobachter“ sonst nicht anders verwenden. Anstelle von „fundamentalen Beobachtern“ verwenden wir die Bezeichnung „ruhende Objekte“ oder „mitbewegte Objekte“, die zusammen mit dem Beobachter im Hubble-Flow treiben.

2 Parametersatz

Wir setzen für alle Berechnungen den Parametersatz Planck18 [1] für das Λ CDM Modell voraus. t steht für die kosmologische Zeit seit dem Urknall, a für den Skalenfaktor.

Tabelle 1: Planck18 –Parametersatz für das Λ CDM-Modell

H_0	Hubble-Parameter heute	67.4 km/Mpc/s
Ω_M	Materie-Anteil heute an der Materie/Energie-Dichte des Universums	0.315
Ω_R	Strahlungs-Anteil heute	0.9209605429E-04
Ω_Λ	Anteil dunkler Energie heute, $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_M - \Omega_R$	0.6849079039

H_0 , und Ω_M wurden durch Planck18 vorgegeben.

Alle Berechnungen wurden mit dem Programm WELTTABELLEN [2] durchgeführt. WELTTABELLEN hat über die Stefan-Boltzmann-Konstante zusätzlich den Strahlungsanteil Ω_R ermittelt.

Es lassen sich folgende Werte ableiten:

Tabelle 2: Berechnete Werte für $t=HEUTE$, $a=1$, Parametersatz = Planck18 [1]

Zeit seit dem Urknall	13.790687 Mrd. Jahre
Entfernung des Beobachters zur Hubblesphäre	14.507303 Mrd. Lichtjahre
Entfernung des Beobachters zum Ereignishorizont	16.679351 Mrd. Lichtjahre
Entfernung des Beobachters zum Partikelhorizont	46.132820 Mrd. Lichtjahre

Tabelle 3: Weitere berechnete Werte, Parametersatz = Planck18

Übergang von verlangsamer zu beschleunigter Expansion (Abbremsparameter $q=0$)	7.6931755 Mrd. Jahre nach dem Urknall ($a=0.61284999$)
Entfernung des Beobachters zur Hubblesphäre (physikal.) (mitbewegt)	10.122295 Mrd. Lichtjahre 16.516757 Mrd. Lichtjahre
<u>Schnittpunkt des heutigen Lichtkegels mit der Hubblesphäre (größte frühere physikalische Entfernung von heute sichtbaren Photonen vom Beobachter)</u>	4.0534118 Mrd. Jahre nach dem Urknall ($a=0.38645306$, $z=1.576364$)
Entfernung des Beobachters zur Hubblesphäre (physikal.)	5.8513981 Mrd. Lichtjahre
<u>Zeitpunkt t_{CMB} der Emission CMB</u> CMB Last Scattering " $z^*=1090$ " (Quelle: Planck18 [1], keine weitere Erläuterung von „ z^* “)	371'127 Jahre nach dem Urknall
<u>Entfernung des Beobachters zur Oberfläche Last Scattering</u> $t_{CMB}=371'127$ Jahre nach dem Urknall (Oberfläche zum Zeitpunkt der Emission)	41.447549 <u>Millionen</u> Lichtjahre
<u>Entfernung des Beobachters zur Oberfläche Last Scattering bei $t=HEUTE$</u>	45.219275 Mrd. Lichtjahre

Die Vereinbarung $a=1$ für $t=HEUTE$ ist in Kap. 4 erläutert. Wegen dieser Vereinbarung sind physikalische (Eigendistanz) und mitbewegte Entfernung für $t=HEUTE$ identisch. Die Rolle des Beobachters ist in Kap. 3 erwähnt. Die (physikalische) Entfernung zu den Kugeloberflächen Hubblesphäre, Ereignishorizont und Partikelhorizont ist jeweils der Radius dieser Kugeln mit dem Beobachter im Zentrum.

3 Kosmologische Annahmen

Auf großen Skalen wird das seit dem Urknall expandierende Universum als isotrop und homogen angenommen. Der lediglich durch expansionsbedingte Abstandsänderungen charakterisierte Raum wird auch als Hubble-Flow bezeichnet. Die anwachsenden Abstände zwischen im Hubble-Flow treibenden, als ruhend angenommenen Objekten können durch einen Skalenfaktor $a(t)$ beschrieben werden, der allein von der Zeit t seit dem Urknall abhängt. Im Sinne der Allgemeinen Relativitätstheorie wird die Zeit als Eigenzeit der im Hubble-Flow treibenden ruhenden Objekte (mit synchronisierten Uhren) verstanden.

Koordinatensysteme für die Raumzeit des Universums bestehen aus 3 Raumachsen und einer Zeitachse. Die Raumachsen kann man im Fall des räumlich flachen Λ CDM-Modells in natürlicher Form als gemäß $a(t)$ expandierende euklidische Koordinatenachsen interpretieren, wobei ruhende Objekte der Expansion der Achsen folgen. Basis für die Entwicklung des durch die Koordinaten abgebildeten expandierenden Universums ist dabei die Friedmann-Gleichung, zeitlicher Verlauf und Abstände sind durch die Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker-Metrik (FLRW-Metrik) umschrieben.

Anders als für die Zeitachse gibt es für die Raumachsen kein natürliches Maß. Entfernungen zwischen Objekten zu konstanter gemeinsamer Zeit existieren, sind jedoch nicht messbar. Vielmehr müssen diese Distanzen über die kosmologische Theorie erschlossen werden. "Mitbewegte Koordinaten" treiben mit dem Hubble-Flow. Die mitbewegte Distanz (englisch: comoving distance) zwischen Objekten, die ebenfalls im Hubble-Flow treiben, ändert sich trotz der Expansion des Universums nie. Im Gegensatz dazu spiegeln physikalische Koordinaten die mit der Expansion des Universums anwachsenden Entfernungen als Eigendistanz (englisch: proper distance) zwischen ruhenden Objekten wider. Aufgrund von Isotropie und Homogenität

des Universums kann der räumliche Ursprung des Koordinatensystems im Prinzip an einem beliebigen Ort des Universums angesetzt werden.

Der Beobachter selbst unterscheidet sich von einem ruhenden Objekt nur dadurch, dass er lediglich mit Lichtgeschwindigkeit übermittelte Informationen (i.a. Photonen) empfängt, während die mitbewegten Objekte (i.a. Galaxien) solche Informationen auch emittieren.

Genaugenommen gelten die Hubble-Gesetze, über die die Rezessionsgeschwindigkeiten von Objekten hergeleitet werden, nur für den Beobachter und die ruhenden Objekte.

In der Praxis betrachten wir jedoch i.a. die Abstände von Galaxien von diesem Beobachter sowie die Geodäten von auf den Beobachter gerichteten Photonen, die von diesen Galaxien emittiert werden.

Anders als die als ruhend angenommenen Beobachter sind die Galaxien jedoch in gravitativ bedingte Bewegungen eingebunden. Diese Pekuliarbewegungen werden durch die hier zugrundeliegende Theorie nicht abgebildet. Je länger das Licht benötigt hat, den heutigen Ort der Milchstraße zu erreichen, desto geringer sind im Durchschnitt die durch Pekuliarbewegungen bedingten relativen Fehler. Einige Autoren verwenden hier den Begriff der „Hubble-Flow-Galaxie“.

Der Beobachter in der Milchstraße wird heute, in der Vergangenheit und in der Zukunft im Ursprung des beobachtbaren und durch den Partikelhorizont begrenzten Beobachtbaren Universums angenommen. Wer mit der theoretischen Annahme keine Schwierigkeiten hat, dass für die Milchstraße keine gravitativ bedingten Pekuliarbewegungen stattgefunden haben, kann die Weltlinie des Beobachters unter dieser Annahme als Weltlinie der Milchstraße interpretieren. Da wir allerdings in diesem Artikel den Ort des Beobachters über sehr lange Zeiträume (z.B. mehrere 10 oder 100 Milliarden Jahre) betrachten wollen, ist die Gleichsetzung der Weltlinie des Beobachters mit der Weltlinie der Milchstraße nicht angemessen.

4 Zeit und Skalenfaktor

Der Skalenfaktor a für den Zeitpunkt $t=HEUTE$ wird mit $a=1$ festgelegt. Die Festlegung $a(HEUTE)=1$ ist bedingt durch eine der möglichen Transformationen, die die FLRW-Metrik invariant lässt. Bei allen diesen Transformationen bleibt das Produkt aus Skalenfaktor und mitbewegter Entfernung stets gleich.

Zeit t und Skalenfaktor a sind globale Größen, die beide von NULL bis UNENDLICH bijektiv aufeinander abbildbar sind. Die Abbildungen sind in beide Richtungen streng monoton steigend. In vielen Berechnungen der Kosmologie wird von der zweimaligen stetigen Differenzierbarkeit der Funktion $a(t)$ Gebrauch gemacht.

Die Zeit t ist aus dem Skalenfaktor a durch

$$t(a) = \int_0^a \frac{d\alpha}{\alpha H(\alpha)} \quad (1)$$

mit dem vom Skalenfaktor abhängigen Hubble-Parameter

$$H(a) = H_0 E(a) \quad (2)$$

und der Dichtefunktion

$$E(a) = (\Omega_R a^{-4} + \Omega_M a^{-3} + \Omega_\Lambda)^{1/2} \quad (3)$$

numerisch relativ einfach berechenbar. Für H_0 , Ω_R , Ω_M und Ω_Λ siehe Tabelle 1.

Die Umkehrfunktion $a(t)$ erfordert mehr Rechenaufwand. Z.B. ist a bei vorgegebenem t und variablem t^* als Nullstelle von $t(a)-t^*$ herleitbar.

$E(a)$ zeichnet die Entwicklung des Hubble-Parameters und auch aller späteren Integrale, in denen die Dichtefunktion auftritt, vom Skalenfaktor a und wegen der Bijektivität der Abbildungen $t(a)$ und $a(t)$ auch von der Zeit t nach.

Es ist bekannt, dass das Integral (1) für die untere Integrationsgrenze existiert. Bei der numerischen Berechnung wird man so nahe an NULL herangehen, wie es die Genauigkeit der aktuell bearbeiteten Aufgabe erfordert.

Als Integrationsvariable im Integranden verwenden wir α anstelle von a (und später auch anstelle τ von t), um zwischen Integrationsvariable und Integrationsgrenzen klar zu unterscheiden.

5 Präferenzen bei der Auswahl kosmologischer Formeln

Aufgrund der einfacheren Berechenbarkeit verwenden wir im Weiteren und im Einklang mit [2] für Integrale vom Skalenfaktor a abhängige Formeln. Diese Festlegung schließt nicht aus, dass für andere, aber hier nicht explizit erwähnte Berechnungen die Funktion $a(t)$ einmal oder zweimal nach t differenziert werden muss.

Ein besonderes Ziel dieses Artikels ist die Herausarbeitung der Eigenschaften von Lichtkegeln beliebiger Scheitelpunkte. Unter einem Scheitelpunkt oder Scheitel ist stets der Scheitelpunkt eines Rückwärts-Lichtkegels (Vergangenheits-Lichtkegels) gemeint. Die Rotverschiebung $z=z(\text{Scheitel})$ ist damit eine vom Scheitel abhängige Größe. Die Scheitelabhängigkeit der Rotverschiebung legt nahe, Formeln für die Rotverschiebung bei der Darstellung dieses Themas nur in unverzichtbaren Fällen zu verwenden.

Wie bereits erwähnt, entspricht der Wert mitbewegter Koordinaten dem Wert der physikalischen Koordinaten bei $a=1$ (und nicht etwa beim Scheitel eines vom heutigen Lichtkegel verschiedenen Lichtkegels). Es wäre äußerst verwirrend, wenn man neben z auch noch a in Abhängigkeit von Lichtkegel-Scheitelpunkten variabel festlegen würde.

6 Lichtausbreitung

6.1 Voraussetzungen für alle weiteren Berechnungen

Bevor wir einige weitere Formeln erwähnen, wollen wir uns noch einmal unsere Voraussetzungen ins Gedächtnis rufen. **Wir setzen das räumlich flache, ewig expandierende Λ CDM-Modell (also ohne Krümmungsparameter) des Universums mit dem Parameter-satz Planck18 [1] voraus und betrachten einen im Hubble-Flow schwebenden Beobachter, dessen heutiger Ort in der Milchstraße (z.B. auf der Erde) gelegen ist und der im räumlichen Ursprung eines Koordinatensystems angenommen wird.** Zu einem beliebigen

Zeitpunkt T ($0 < T < \infty$) empfängt dieser Beobachter Licht, das von als ruhend angenommenen Galaxien oder anderen mitbewegten Objekten emittiert wurde. Zum Zeitpunkt *HEUTE* ist der Skalierungsparameter mit $a=1$ festgelegt, was bedingt, dass die mitbewegte Entfernung dem Wert der physikalischen Entfernung (Eigendistanz) bei $a=1$ (und für $t \neq \text{HEUTE}$ nicht der Entfernung am Scheitelpunkt des Lichtkegels) entspricht.

Genaugenommen brauchen wir nur mit Lichtgeschwindigkeit übermittelte Informationen seit der Rekombinationsepoche zu betrachten. Bei Planck18 [1] wird die Emission der Strahlung des Mikrowellen-Hintergrundes bei $z(\text{HEUTE})=1090$ angegeben, was einer Zeit von $t = 371'127$ Millionen Jahren nach dem Urknall entspricht (siehe Tabelle 3).

Der exakte Ablauf der Emission der kosmischen Mikrowellen-Hintergrund-Strahlung (Cosmic Microwave Background Radiation, kurz: CMB) ist nicht Thema dieser Arbeit. Der CMB wird als ein zeitlich punktuell Ereignis modelliert, das $371'127$ Jahre nach dem Urknall das gesamte Universum erfasst.

Horizonte und andere Konstrukte sind häufig Kugeloberflächen mit dem Beobachter im Zentrum. Sollen Abstände zwischen transversal gelegenen Objekten berechnet werden, so werden im Allgemeinen Polarkoordinaten für Abstandsmessungen herangezogen. Ist man jedoch an einem speziellen Objekt wie z.B. einer Galaxie, deren Abstandsänderungen zum Beobachter sowie an der Geodäte von auf den Beobachter gerichteten, von dieser Galaxie emittierten Photonen interessiert, so spricht nichts dagegen, die positive radiale Achse (ohne Raumkoordinaten, in der Mathematik im Allgemeinen als x-Achse bezeichnet) so zu wählen, dass die Galaxie auf dieser Koordinatenachse gelegen ist. Erreichen Photonen den Beobachter, so setzen sie ihren Weg in der Folge auf der negativen Achse fort. Man kann also einfach mit den nur reellen Werten dieser Achse arbeiten. Der Abstand zwischen zwei Punkten auf dieser Achse ist der Absolutbetrag der Differenz.

Im hier vorliegenden Artikel werden keine Polarkoordinaten benötigt. Möchte man eine gemeinsame radiale Achse bestimmen, die für alle Zeichnungen und alle Erläuterungen Gültigkeit besitzen soll, so kann man den Pfad zur Galaxie SPT0418-47 (siehe Kap. 8.4) zur Wahl der geeigneten Koordinatenachse heranziehen. Für Zeichnungen und die zugehörigen Erläuterungen, in denen diese Galaxie nicht auftritt, kann man sich im Einzelfall auch willkürlich für eine Achse entscheiden.

6.2 Allgemeine Lichtausbreitungsformel

Mit c wird im Weiteren die Lichtgeschwindigkeit bezeichnet.

Anders als im Minkowski-Raum der Speziellen Relativitätstheorie muss bei der Lichtausbreitung im Λ CDM-Modell der Kosmologie noch die Expansion des Universums mitberücksichtigt werden.

Empfängt der Beobachter zu einem Zeitpunkt t_r Licht von einer Galaxie, das zu einem Zeitpunkt t_e (also $t_e < t_r$) emittiert wurde, so beträgt der (mitbewegte) Abstand $D_C(t_e, t_r)$ des Beobachters im räumlichen Koordinatenursprung zur mitbewegten Koordinate der Galaxie

$$D_C(t_e, t_r) = c \int_{t_e}^{t_r} \frac{d\tau}{a(\tau)} = c \int_{a(t_e)}^{a(t_r)} \frac{d\alpha}{\alpha^2 H(\alpha)} \quad (4)$$

Als Integrationsvariablen im Integranden verwenden wir wiederum α anstelle von a und zusätzlich τ anstelle von t , um zwischen Integrationsvariable und Integrationsgrenzen klar zu unterscheiden. Selbstverständlich gelten zwischen α und τ die gleichen Beziehungen wie zwischen a und t .

Unter Verwendung des Ausdrucks

$$d(a_1, a_2, a_3) = c a_3 \int_{a_1}^{a_2} \frac{d\alpha}{\alpha^2 H(\alpha)} \tag{5}$$

ergeben sich für den Beobachter zum Zeitpunkt t im Ursprung des räumlichen Koordinatensystems für den mitbewegten bzw. physikalischen Abstand zu den Kugeloberflächen von Partikelhorizont, Ereignishorizont und Hubblesphäre die folgenden Formeln:

Tabelle 4: Formeln für Lichtkegel, Hubblesphäre und Horizonte

Entfernung	mitbewegt	physikalisch
Partikelhorizont	$D_{PH}(t) = d(0, a(t), 1)$	$d_{PH}(t) = d(0, a(t), a(t))$
Partikelhorizont CMB	$D_{PHCMB}(t) = d(a(t_{CMB}), a(t), 1)$	$d_{PHCMB}(t) = d(a(t_{CMB}), a(t), a(t))$
Ereignishorizont	$D_{EH}(t) = d(a(t), \infty, 1)$	$d_{EH}(t) = d(a(t), \infty, a(t))$
Hubblesphäre	$D_{HS}(t) = c / (a(t) H(a(t)))$	$d_{HS}(t) = c / H(a(t))$
Lichtkegel $LK(T)$	$D_{LK}(T, t) = d(a(t), a(T), 1)$	$d_{LK}(T, t) = d(a(t), a(T), a(t))$

Der physikalische Abstand vom Beobachter ist der Radius der jeweiligen Kugeln.

Die Formeln für den Lichtkegel umschreiben den Abstand des Beobachters zum Zeitpunkt t von einer Galaxie, von der der Beobachter zum Zeitpunkt T mit Lichtgeschwindigkeit übermittelte Informationen (i.a. Photonen) empfängt, die zum Zeitpunkt t emittiert wurden. Im Allgemeinen wird der Zeitpunkt t über die beobachtete Rotverschiebung $z = a(T)/a(t) - 1$ ermittelt – z und $a(T)$ sind bekannt, über das berechnete $a(t)$ wird t via (1) bereitgestellt.

Das Raumzeit-Konstrukt des Lichtkegels $LK(T)$ ist in Kap. 7.4 genauer erläutert. Für jeden Zeitpunkt $t < T$ sind alle emittierenden Objekte auf einer von T abhängigen Kugel um den Beobachter gelegen.

Wird ein Lichtkegel $LK(T)$ in seiner Raumzeitstruktur als Ganzes betrachtet, so wird dieser im Weiteren durch seinen Scheitel T in Mrd. Jahren seit dem Urknall identifiziert. $LK(28)$ ist der Lichtkegel, dessen Rückwärts-Lichtkegel einen Scheitel 28 Mrd. Jahre nach dem Urknall aufweist. $LK(HEUTE)$ kennzeichnet den Lichtkegel mit heutigem Scheitel (13.790687 Mrd. Jahre nach dem Urknall, siehe Tabelle 2). Insbesondere in Zeichnungen wird von dieser Nomenklatur Gebrauch gemacht. Die Koordinate des Lichtkegels zu einem Zeitpunkt t ist der Abstand des Lichtkegels zum Beobachter zu diesem Zeitpunkt. Wie in Tabelle 4 dargelegt, wird der mitbewegte Abstand des Lichtkegels $LK(T)$ vom Beobachter zum Zeitpunkt t in Mrd. Lichtjahren in der Form $D_{LK}(T, t)$ und der entsprechende physikalische Abstand in der Form $d_{LK}(T, t)$ geschrieben.

Es ist bekannt, dass alle Integrale für endliches t existieren, jedoch in physikalischen Koordinaten gegen UNENDLICH verlaufen können, wenn t gegen UNENDLICH strebt.

Die Voraussetzung $t < T$ für Lichtkegel haben wir bisher verwendet, um den Standardfall eines Photonen emittierenden Objekts und eines Photonen empfangenden Beobachters genauer darzulegen. Für die Formeln von Tabelle 4 ist diese Voraussetzung jedoch nicht zwingend erforderlich. Passieren die empfangenen Photonen den Beobachter, wechseln die Koordinaten

des Lichtkegels von der positiven radialen Achse zur negativen. Die Formeln können auch für den Vorwärts-Lichtkegel verwendet werden. Dieser wird ab Kap. 10 genauer untersucht.

Tabelle 5: $t=0$ und $t=\infty$ für Lichtkegel, Hubblesphäre und Horizonte (Planck18 [1])

Entfernung in Mrd. Lichtjahren	mitbewegt $t=0$	physikalisch $t=0$	mitbewegt $t=\infty$	physikalisch $t=\infty$
Partikelhorizont	0	0	62.812172	∞
Ereignishorizont	62.812172	0	0	17.529543 *1)
Hubblesphäre	0	0	0	17.529543 *1)
Lichtkegel festes T	Partikelhorizont $D_{PH}(T)$	0	-Ereignishorizont $-D_{EH}(T)$	$-\infty$

*1) $c / (H_0 * \Omega_\Lambda^{1/2})$ in Mrd. Lichtjahren.

Bemerkt werden sollte noch, dass man den Partikelhorizont CMB in der Form

$$d_{PHCMB}(t) = d(a(t_{CMB}), a(t), a(t)) = -d_{LK}(t_{CMB}, t) \quad \text{(physikalisch)} \quad (6)$$

$$D_{PHCMB}(t) = d(a(t_{CMB}), a(t), 1) = -D_{LK}(t_{CMB}, t) \quad \text{(mitbewegt)} \quad (7)$$

über den negativen Wert des Lichtkegels $LK(T)$ mit $T=t_{CMB}$ (siehe Tabelle 3) berechnen kann. Diesen Lichtkegel bezeichnen wir später auch als $LK(CMB)$.

6.3 Gemeinsame Eigenschaften der Kugeloberflächen

Hat man eine bestimmte Galaxie im Auge, so spricht nichts dagegen, die primäre Koordinatenachse (üblicherweise als „x-Achse“ bezeichnet) ohne Raumwinkel in Richtung des radialen Pfads vom Beobachter zu dieser Galaxie zu wählen. Die Galaxie entfernt sich auf dem positiven Teil dieser Achse physikalisch vom Beobachter.

Von der Galaxie emittierte, auf den Beobachter gerichtete Photonen bewegen sich ebenfalls auf dieser Achse.

Die soeben gemachten Bemerkungen ergeben nur für den Lichtkegel einen Sinn. Denn von den Kugeloberflächen von Hubblesphäre, Ereignishorizont und Partikelhorizont können zu einem vorgegebenen mit dem Beobachter gemeinsamen Zeitpunkt t keine mit Lichtgeschwindigkeit übermittelten Informationen empfangen werden. (Ausnahmen bilden die Schnittpunkte von Hubblesphäre bzw. Partikelhorizont mit dem Lichtkegel.)

Jedoch können diese Überlegungen auch auf die erwähnten drei Kugeloberflächen angewandt werden. An die Stelle der sichtbaren Galaxie tritt hier ein gedachtes ruhendes bzw. mitbewegtes Objekt, dessen Entfernung und dessen Verhalten allgemein über die kosmologische Theorie erschlossen werden können. Auch hier können ohne Beschränkung der Allgemeinheit die vereinfachten Formeln für die Schnittpunkte der jeweiligen von t bzw. $a(t)$ abhängigen räumlichen Flächen mit der positiven radialen Achse herangezogen werden.

Der physikalische Abstand eines Objekts oder allgemeiner eines Raumpunkts (z.B. auf einer der drei erwähnten Kugeloberflächen) vom Beobachter wird zu einer gemeinsamen Zeit t gemessen. Der mitbewegte Abstand zu Galaxien oder anderen im Hubble-Flow treibenden ruhenden Objekten ist unabhängig von der kosmologischen Zeit und auch unabhängig vom Skalenfaktor. Diese Aussage gilt nicht für bewegte Objekte wie z.B. Photonen.

7 Definition von Rückwärts-Lichtkegel, Hubblesphäre und Horizonten

7.1 Hubblesphäre

Die Hubblesphäre zum Zeitpunkt t ist jene Kugeloberfläche mit dem Beobachter im Mittelpunkt, auf der sich (mit dem Beobachter) mitbewegte Objekte wie als ruhend angenommene Galaxien aufgrund der Expansion des Universums genau mit Lichtgeschwindigkeit vom Beobachter entfernen. Ein auf den Beobachter gerichteter Lichtstrahl im Innern der Hubblesphäre wird den Beobachter im Λ CDM-Modell unter allen Voraussetzungen auch erreichen. Die Entfernung des Beobachters im Scheitel des HEUTIGEN Lichtkegels zur Hubblesphäre ist in Tabelle 2 erwähnt.

Das Verhalten der Hubblesphäre im Zeitablauf ist entscheidend mit dem Zeitpunkt t_{ii} (ü für Übergang) des Übergangs von verlangsamer zu beschleunigter Expansion verbunden – siehe Tabelle 3.

Nach der primären Beschleunigung durch den Urknall verlangsamt sich die Expansion für mehrere Milliarden Jahre, erkennbar am Kleinerwerden des Abbremsparameters q

$$q(t) = -a(t) a''(t) / a'(t)^2, \quad (8)$$

wobei bei t_{ii} der Wert $q(t_{ii}) = 0$ angenommen wird.

Die Expansionsgeschwindigkeit der Hubblesphäre beträgt $c(1+q)$. Da die Rezessionsgeschwindigkeit von Galaxien auf der Hubblesphäre genau c beträgt, expandiert die Hubblesphäre schneller als der sie umgebende Raum, solange $q > 0$. Dadurch werden Galaxien, die sich zuvor mit mehr als Lichtgeschwindigkeit vom Beobachter entfernt haben, nun von der Kugeloberfläche der Hubblesphäre überholt und geraten ins Innere der Sphäre. Noch häufiger und für die praktische Arbeit in der Astronomie wichtiger ist der Umstand, dass von Galaxien jenseits der Hubblesphäre emittiertes, auf den Beobachter gerichtetes Licht, das sich bisher vom Beobachter entfernt hatte, nun von der Hubblesphäre eingefangen wird, wodurch diese Galaxien nun für den Beobachter sichtbar werden, auch dann, wenn die Galaxien selbst weiterhin außerhalb der Hubblesphäre gelegen sind.

Alle heute mit einer Rotverschiebung $z(\text{HEUTE}) > 1.576364$ SICHTBAREN Galaxien (Schnittpunkt zwischen Lichtkegel mit Scheitelpunkt HEUTE und der Hubblesphäre: 5.8513981 Mrd. Jahre nach dem Urknall, beim Skalenfaktor $a=0.38645306$) haben sich zum Zeitpunkt der Lichtemission mit Überlichtgeschwindigkeit vom Beobachter entfernt, die meisten davon (alle, die nie von der Hubblesphäre überholt wurden) zu allen Zeiten.

Wird $t > t_{ii}$, wird also $q < 0$, tritt in Bezug auf die Rezessionsgeschwindigkeit von Galaxien nun der gegenteilige Effekt ein: der Raum expandiert schneller als die Hubblesphäre. In mitbewegten Koordinaten nimmt die Hubblesphäre ihr Maximum bei t_{ii} an, zieht sich also für $t > t_{ii}$ zurück (siehe z.B. Abbildung 5). Früher innerhalb der Hubblesphäre und nahe der Kugelfläche gelegene Galaxien verlassen diese nun (wieder).

Das heißt aber nicht, dass auf den Beobachter gerichtete Photonen nicht mehr eingefangen werden, denn die Hubblesphäre expandiert ja weiter. Zwischen dem Ereignishorizont und der Hubblesphäre auf den Beobachter gerichtete Photonen werden den Beobachter weiterhin

erreichen. Allerdings wird der Raum zwischen Hubblesphäre und Ereignishorizont mit wachsendem t zunehmend kleiner. Der Ereignishorizont kann auch dadurch charakterisiert werden, dass die Rezessionsgeschwindigkeit des Ereignishorizonts für jedes t genau um $l c$ (Lichtgeschwindigkeit c) geringer ist als die Rezessionsgeschwindigkeit einer Galaxie auf dem Ereignishorizont.

7.2 Partikelhorizont und Beobachtbares Universum

Der Partikelhorizont blickt in die Vergangenheit, der Ereignishorizont in die Zukunft.

Der (physikalische) Partikelhorizont zum Zeitpunkt t ist die größtmögliche-Entfernung zum gemeinsamen Zeitpunkt t zwischen dem Beobachter und einem mitbewegten Objekt, das in der Vergangenheit seit dem Urknall Licht (oder mit Lichtgeschwindigkeit übermittelte Informationen) in Richtung auf den Beobachter emittiert hat und dessen Licht den Beobachter zum Zeitpunkt t erreicht.

Analog kann man den Partikelhorizont CMB definieren, indem man „die Vergangenheit seit dem Urknall“ durch „die Vergangenheit seit der Emission der Mikrowellenhintergrundstrahlung“ ersetzt.

Gemäß Quelle [1] (Planck18) weisen die *HEUTE* empfangenen Photonen des CMB (der Mikrowellenhintergrundstrahlung) eine Rotverschiebung von $z=1090$ auf, was einer Emissionszeit von *371'127 Jahren* nach dem Urknall und einer damaligen Entfernung von *41.447'549 Millionen* Lichtjahren vom Beobachter entspricht. Der heutige Ort jener damals *41.447'549 Millionen* Lichtjahre vom Beobachter entfernten Position ist aufgrund der Expansion des Universums *HEUTE 45.219'275 Mrd. Lichtjahre* vom Beobachter entfernt. Der Partikelhorizont CMB *HEUTE* bezogen auf die untere Emissionsgrenze bei *371'127 Jahren* beträgt also *45.219275 Mrd. Lichtjahre*.

Das Universum vor jenem Zeitpunkt bei *371'127 Jahren* nach dem Urknall war lichtundurchlässig. Man kann jedoch den heutigen Ort von Positionen berechnen, von denen vor diesem Zeitpunkt emittierte, auf den Beobachter gerichtete, sich mit Lichtgeschwindigkeit fortpflanzende Informationen von jener Position vor diesem Zeitpunkt emittiert wurden bzw. emittiert worden wären. Geht man mit diesen Zeitpunkten gegen $t=0$, so gelangt man den HEUTIGEN Partikelhorizont von *46.132'820 Mrd. Lichtjahren*.

Die HEUTIGE Entfernung des Beobachters zum Partikelhorizont ist zusätzlich in Tabelle 2 erwähnt.

Der Partikelhorizont zum Zeitpunkt t begrenzt den Raum des Beobachtbaren Universums zum Zeitpunkt t . Der positive Radius des Beobachtbaren Universums zum Zeitpunkt t umschließt alle Orte zum Zeitpunkt t von ruhenden Objekten, die zu Zeitpunkten $t^* < t$ mit Lichtgeschwindigkeit übermittelte Informationen auf den Beobachter gerichtet haben, die dieser zum Zeitpunkt t empfangen hat. (Ruhende Objekte haben wir stets auf der positiven radialen Koordinatenachse angenommen.)

In Kap. 10.1 zeigen wir zusätzlich, dass der negative Radius des Beobachtbaren Universums jene mit Lichtgeschwindigkeit übertragenen Partikel (i.a. Photonen) umschließt, die den Beobachter zu einem Zeitpunkt $t^* < t$ passiert haben.

Da positive und negative Koordinatenachse willkürlich gewählte Richtungen darstellen, besteht das Beobachtbare Universum generell aus beiden Bestandteilen.

7.3 *Kosmologischer Ereignishorizont*

Bei der Definition des kosmologischen Ereignishorizonts stellt man die Frage nach der kleinsten oberen Schranke dafür, wie weit ein Ort zum Zeitpunkt t vom Beobachter entfernt sein darf, damit von diesem Ort emittierte, auf den Beobachter gerichtete Photonen den Beobachter in endlicher Zukunft noch erreichen können.

Die Formulierung der kleinsten oberen Schranke ist erforderlich, da ein vom Ereignishorizont emittierter, auf den Beobachter gerichteter Lichtstrahl diesen gerade nicht mehr erreicht. Salopp formuliert kann man sagen, dass dieser Lichtstrahl den Beobachter zum Zeitpunkt UNENDLICH erreicht, während ein von jenseits des Ereignishorizonts emittierter Lichtstrahl den Beobachter auch zum Zeitpunkt UNENDLICH nicht mehr erreicht. (Diese Sonderrolle des Ereignishorizonts und die grenzwertigen Charakteristiken des „zum Zeitpunkt UNENDLICH ankommenden“ Lichts sollen bei der hier nur kurz vorgenommenen Definition nicht weiter ausgebreitet werden.)

Die HEUTIGE Entfernung des Beobachters zum kosmologischen Ereignishorizont ist in Tabelle 2 erwähnt.

7.4 *Lichtkegel*

Wenn wir hier vom Lichtkegel $LK(T)$ sprechen, so ist damit der Mantel des Lichtkegels mit dem Scheitel des Rückwärts-Teilkegels zum Zeitpunkt T gemeint. Für jedes $t < T$ überstreicht der Mantel die räumlichen Koordinaten jener Ereignisse zum Zeitpunkt t , die aufgrund einer Übermittlung mit Lichtgeschwindigkeit am Scheitel SICHTBAR sind. Zu jedem Zeitpunkt t ist dieser Mantel eine Kugeloberfläche (d.h. die Grenzfläche, nicht das Kugellinnere) mit dem Beobachter im Zentrum und dem Radius $d_{LK}(T,t)$ (siehe Tabelle 4).

Galaxien, die der Beobachter zum Zeitpunkt T SEHEN kann (d.h. von denen er mit Lichtgeschwindigkeit auf geodätischem Pfad übermittelte Informationen empfangen kann), sind auf dem Rückwärts-Lichtkegel (genauer: auf dem Mantel des Rückwärts-Lichtkegels) gelegen, auf dessen Scheitel sich der Beobachter gerade befindet. Der Lichtkegel $LK(T)$ mit Scheitel beim Zeitpunkt T zeichnet also mit anderen Worten alle zum Zeitpunkt T SICHTBAREN Ereignisse nach.

Jede zum Zeitpunkt T SICHTBARE Galaxie (wie auch jedes andere Objekt, von dem der Beobachter mit Lichtgeschwindigkeit übermittelte Informationen empfangen werden kann) ist durch ihre Lichtlaufzeit zum Beobachter und ihre physikalische Entfernung zur Weltlinie des Beobachters gekennzeichnet. Da physikalische Entfernungen für Inertialsysteme mit gleicher kosmologischer Zeit definiert sind, wird die Eigendistanz oder physikalische Distanz zwischen dem Beobachter zum Zeitpunkt t und der betreffenden Galaxie zum Zeitpunkt t ermittelt. (Selbstverständlich ist auch für jede sichtbare Galaxie die mitbewegte Entfernung zum Beobachter berechenbar.)

Hubblesphäre, Ereignishorizont und Partikelhorizont sind globale Konstrukte der Raumzeit, die zu jedem Zeitpunkt t durch die physikalische Entfernung zum Beobachter an seinem Ort zum Zeitpunkt t umschrieben werden können. Jedem Zeitpunkt ist genau eine Entfernung (der Kugelradius) zugeordnet.

Die raumzeitliche Struktur des Lichtkegels hingegen ist komplexer gestaltet. Betrachtet man Lichtkegel $LK(T)$ mit veränderlichem Scheitelpunkt T , so ändert sich die gesamthafte Struktur für alle Zeitpunkte t , von denen Objekte auf dem jeweiligen Lichtkegel Photonen emittieren, die zum Zeitpunkt T empfangen werden. Ist $T^* < T$ und wird mit $LK(T)$ bzw. $LK(T^*)$ der

jeweilige Lichtkegel mit Scheitel bei T bzw. T^* bezeichnet, so ist zu jedem Zeitpunkt $t < T^*$ die physikalische Entfernung $d_{LK}(T^*, t)$ (siehe Tabelle 4) kleiner als die Entfernung $d_{LK}(T, t)$ auf dem Lichtkegel $LK(T)$.

Es gilt also: ist $T^* < T$, so folgt $d_{LK}(T^*, t) < d_{LK}(T, t)$ für alle $t < T^*$.

Diese Aussage kann man anhand von Abbildung 1 überprüfen.

Wie man z.B. Abbildung 7 entnehmen kann, kann man diese Aussage auf alle t seit dem Urknall bis t gegen UNENDLICH fortsetzen. Die Bedingung „für alle $t < T^*$ “ kann also durch „für alle t ($0 < t < \infty$)“ ersetzt werden.

Hilfreich zum Verständnis können die insbesondere die animierten Zeichnungen von Yukterez [3] dienen, die in Kap. 8.1 genauer erläutert sind.

Betrachtet man nun einen festen Scheitelpunkt T , so zeigt Abbildung 1 auch, dass das Innere des Lichtkegels $LK(T)$ von Ereignissen gebildet wird, die dem Beobachter zu Zeitpunkten $T^* < T$ durch Übermittlung mit Lichtgeschwindigkeit zur Kenntnis gelangt sind.

8 Zusammenspiel von Rückwärts-Lichtkegeln, Hubblesphäre, Horizonten und Galaxien

8.1 Hinweis auf Zeichnungen anderer Autoren

Das Zusammenwirken von Lichtkegeln, Hubblesphäre, Horizonten und Galaxien werden wir im Folgenden auch anhand von Zeichnungen exemplarisch darlegen. Einige dieser Zeichnungen basieren zum Teil auf Vorlagen, die hier kurz dargelegt werden sollen.

Besondere Erwähnung finden sollen dabei zunächst die animierten Zeichnungen von Yukterez (Simon Tyran, Wien) [3].

Die beiden Zeichnungen (eine für physikalische, die andere für mitbewegte Koordinaten) zeigen auf der waagerechten Achse eine durch das Zentrum der expandierenden Kugeloberflächen von Hubblesphäre (englisch: hubble sphere), Ereignishorizont (englisch: event horizon) und Partikelhorizont (englisch: particle horizon) verlaufende Gerade, die ohne Beschränkung der Allgemeinheit als eine der 3 räumlichen Koordinatenachsen aufgefasst werden kann. Animiert dargestellt ist nur der Lichtkegel (englisch: light cone), der seine Gestalt im Zeitverlauf für alle Vergangenheitszeitpunkte (und auch alle Zukunftszeitpunkte) insgesamt ändert. Der Mantel des Rückwärts-Lichtkegels zeichnet alle Ereignisse nach, die man im Scheitelpunkt des Lichtkegels SEHEN kann. In der Grafik wandert dieser Scheitel von der frühen Vergangenheit bis in die fernere Zukunft, wobei der heutige Zeitpunkt durch eine waagerechte Linie besonders gekennzeichnet ist.

Zusätzlich zu den animierten Zeichnungen von Yukterez liefert Figure 1 des Artikels von Davis/Lineweaver [4] bzw. Figure 1.1 der Dissertation von T. M. Davis [5] mehrere ausgezeichnete Zeichnungen. Es handelt sich um die Darstellung analoger kosmologischer Konstrukte wie jene von Yukterez. Anders als bei Yukterez kann man die (unbewegliche) Zeichnung samt ausführlichen Erläuterungen in Ruhe studieren.

8.2 Lichtkegel und Hubblesphäre

Abbildung 1 zeigt die ineinander verschachtelten Rückwärts-Lichtkegel für verschiedene Scheitelpunkte. Jeder Lichtkegel mit einem höhergelegenen (zeitlich weiter vom Urknall entfernten) Scheitelpunkt schließt den tiefergelegenen vollständig ein. Die Form der Lichtkegel wird mit Begriffen wie Träne, Tropfen (englisch oft: teardrop) oder auch Birne bezeichnet.

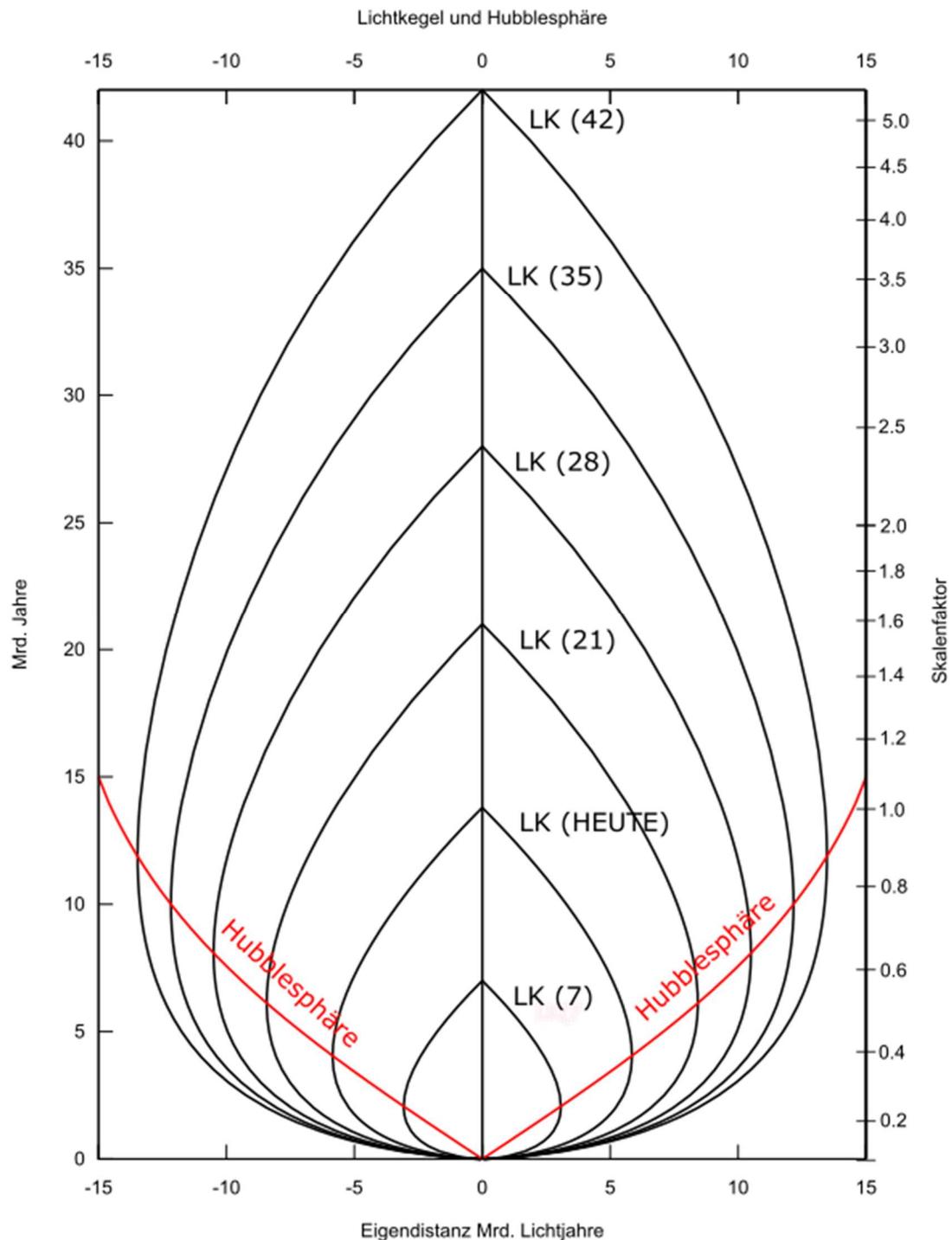


Abbildung 1: Rückwärts-Lichtkegel und Hubblesphäre in physikalischen Koordinaten. $LK(T)$ bezeichnet den Rückwärts-Lichtkegel mit einem Scheitel bei T Milliarden Jahren nach dem Urknall. Die senkrechte Mittellinie ist die Weltlinie des Beobachters.

Alle Lichtkegel sind im unteren Bereich der Zeichnung unterhalb der Hubblesphäre gelegen. Die Hubblesphäre schneidet jeden eingezeichneten Lichtkegel, und zwar stets zum Zeitpunkt der größten Entfernung des Lichtkegels vom Beobachter. Auf einem Lichtkegel gelegene Galaxien entfernen sich also unterhalb des Schnittpunkts (zeitlich vor Erreichen des Schnittpunkts) mit Überlichtgeschwindigkeit vom Beobachter, bevor von der Galaxie emittierte, auf den Beobachter gerichtete Photonen von der sich vergrößernden Hubblesphäre überholt werden. Dieses Verhalten ist in größerer Genauigkeit in Kap. 7.1 dargelegt.

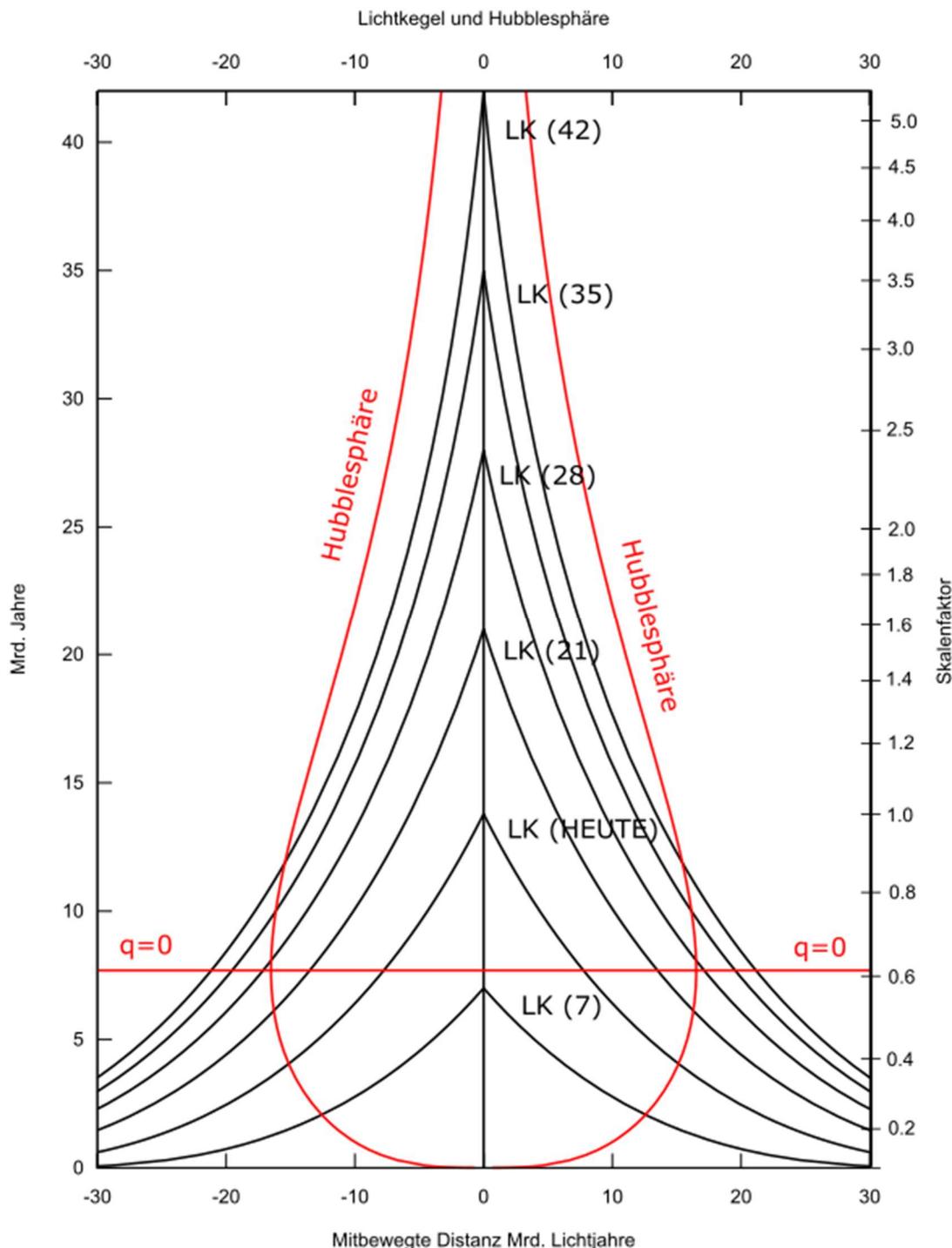


Abbildung 2: Rückwärts-Lichtkegel und Hubblesphäre in mitbewegten Koordinaten. $LK(T)$ bezeichnet den Rückwärts-Lichtkegel mit einem Scheitel bei T Milliarden Jahren nach dem Urknall. Die senkrechte Mittellinie ist die Weltlinie des Beobachters.

Abbildung 2 zeigt alle Konstrukte von Abbildung 1 nun in mitbewegten Koordinaten. Insbesondere ist nun jene Linie ausgearbeitet, bei der der Abbremsparameter q den Wert NULL annimmt. Unterhalb der „ $q=0$ “-Linie expandiert die Hubble-Sphäre schneller als der Raum (schneller als ruhende Objekte, die sich allein durch die Expansion des Universums vom Beobachter entfernen), oberhalb expandiert der Raum schneller als die Hubblesphäre. Die Konsequenzen sind im Detail in Kap. 7.1 dargelegt.

Tabelle 6: Schnittpunkte Lichtkegel-Hubblesphäre

Schnittpunkt Hubble-sphäre LK(Mrd. Jahre)	t Mrd. Jahre nach dem Urknall	Physikalische Entfernung Mrd. Lichtjahre	Mitbewegte Entfernung Mrd. Lichtjahre
LK(7)	2.0682864	3.0738076	12.574356
LK(HEUTE)	4.0534118	5.8513981	15.141291
LK(21)	6.1204295	8.4280617	16.295219
$q=0$ (siehe Tabelle 3)	7.6931755	10.122295	16.516757
LK(28)	8.0814764	10.503146	16.504904
LK(35)	9.9990437	12.168466	16.148150
LK(42)	11.878923	13.472776	15.443147
LK(56)	15.552914	15.242900	13.541327
LK(70)	19.151137	17.195583	12.163203
Folge der Schnittpunkte für $t \rightarrow \infty$	∞	17.529543	0

Die folgende Tabelle zeigt die mitbewegte Entfernung vom Beobachter bei $t=0$. Die Lichtkegel $LK(56)$ und $LK(70)$ sind in den Abbildungen 4 und 5 vorzufinden.

Tabelle 7: Mitbewegte Lichtkegel-Distanz vom Beobachter bei $t=0$

	Mrd. Lichtjahre		Mrd. Lichtjahre
Ereignishorizont	62.812172	LK(28)	55.506670
LK(70)	62.147666	LK(21)	51.885625
LK(56)	61.335265	LK(HEUTE)	46.132820
LK(42)	59.529309	LK(7)	37.208341
LK(35)	57.916589		

In Kap. 8.4 wird das Thema behandelt, wo sich eine vom Scheitel bei T SICHTBARE, als ruhend angenommene Galaxie zu einem späteren Zeitpunkt aufhalten wird.

8.3 Zweiseitige und einseitige Zeichnungen

Abbildungen 1 und 2 folgen dem Vorbild von Yukterez [3] und Davis/Lineweaver [4] bzw. T. M. Davis [5] dahingehend, dass neben der positiven radialen Achse zusätzlich die zugehörige negative Achse abgebildet ist. Die Zeichnungen haben so einen symmetrischen Aufbau. Ganz offensichtlich liefert die negative Achse aber keine Zusatzinformationen.

Von den räumlichen Kugeloberflächen von Hubblesphäre und Horizonten zum Zeitpunkt t wird ausschließlich genau diese (eindimensionale) Achse abgebildet. Beim Lichtkegel verändern sich diese Kugeloberflächen zum Zeitpunkt t mit jedem Scheitel T .

Im nächsten Kapitel wollen wir jedoch zusätzlich das Verhalten von Galaxien studieren. Die (als ruhend angenommene) Galaxie entfernt sich auf der positiven Achse vom Beobachter, eine Symmetrie ist daher nicht mehr gegeben. Wir verwenden daher im Weiteren Zeichnungen, in der nur die positive Achse abgebildet ist.

Erst in Kap. 10 bei der Behandlung des Vorwärtslichtkegels (Zukunfts-Lichtkegels) wird die negative Achse wieder eingeführt. Ein Photonenstrahl, der den Scheitelpunkt eines Lichtkegels passiert hat, setzt sich auf der negativen Achse fort.

8.4 Lichtkegel und Galaxien

Als Beispiel für die Auswahl von Galaxien soll der Wikipedia-Artikel über die Galaxie SPT0418-47 [6] herangezogen werden. Diese Galaxie ist *HEUTE* unter einer Rotverschiebung von $z(\text{HEUTE})=4.2248$ SICHTBAR. Eine in Sichtlinie befindliche Galaxie bei $z(\text{HEUTE})=0.263$ konnte als Gravitationslinse dienen. Erst diese gravitative Vergrößerung ermöglichte es Forschern, die Galaxie in ihrem Zustand *1.4 Milliarden Jahre* nach dem Urknall (dem Emissionszeitpunkt des heute empfangenen Lichts) genauer zu untersuchen.

Der Wikipedia-Artikel enthält die folgende Zeichnung des Autors des hier vorliegenden Artikels. Die Erläuterung [7] zu dieser Zeichnung enthält eine große Anzahl von kosmologischen Details, die für die SPT0418-47 relevant sind. Man kann die folgenden Zeichnungen aber auch ohne Lektüre der beiden erwähnten Wikipedia-Veröffentlichungen verstehen.

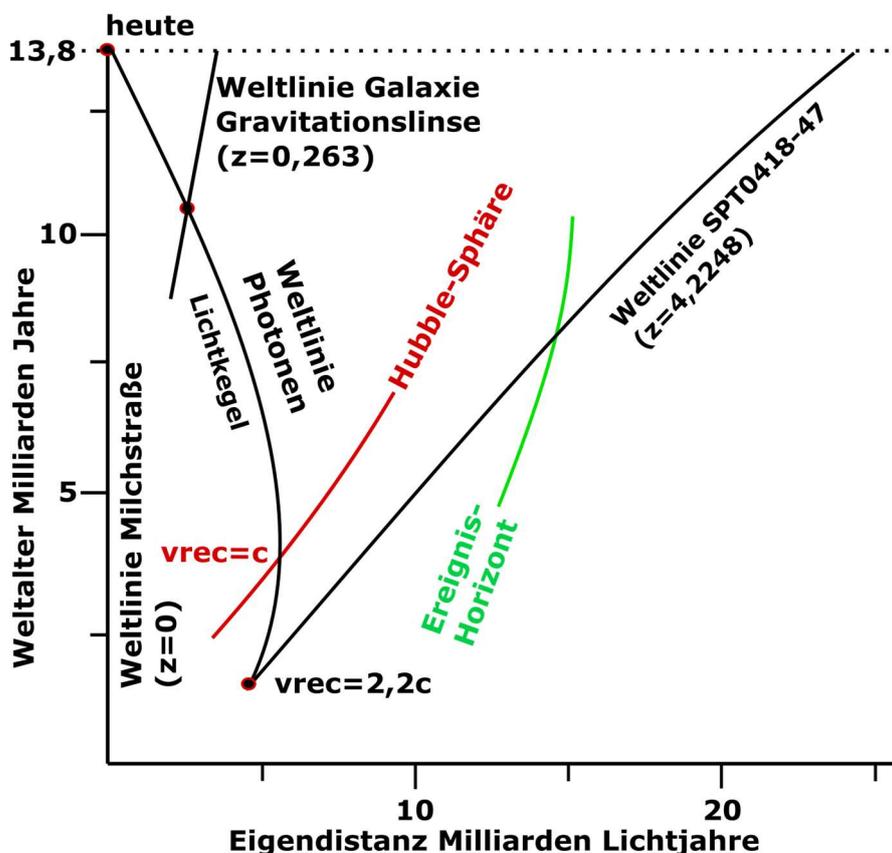


Abbildung 3: Für SPT0418-47 relevante Weltlinien (aus Wikipedia [6])

SPT0418-47 und Gravitationslinse werden in den folgenden Zeichnungen bis in die fernere Zukunft verfolgt. Es sei noch darauf hingewiesen, dass die Gravitationslinse selbstverständlich genau auf der lichtartigen Geodäte von SPT0418-47 zum Beobachter, also ohne Raumwinkel ebenfalls auf der Koordinatenachse, gelegen ist.

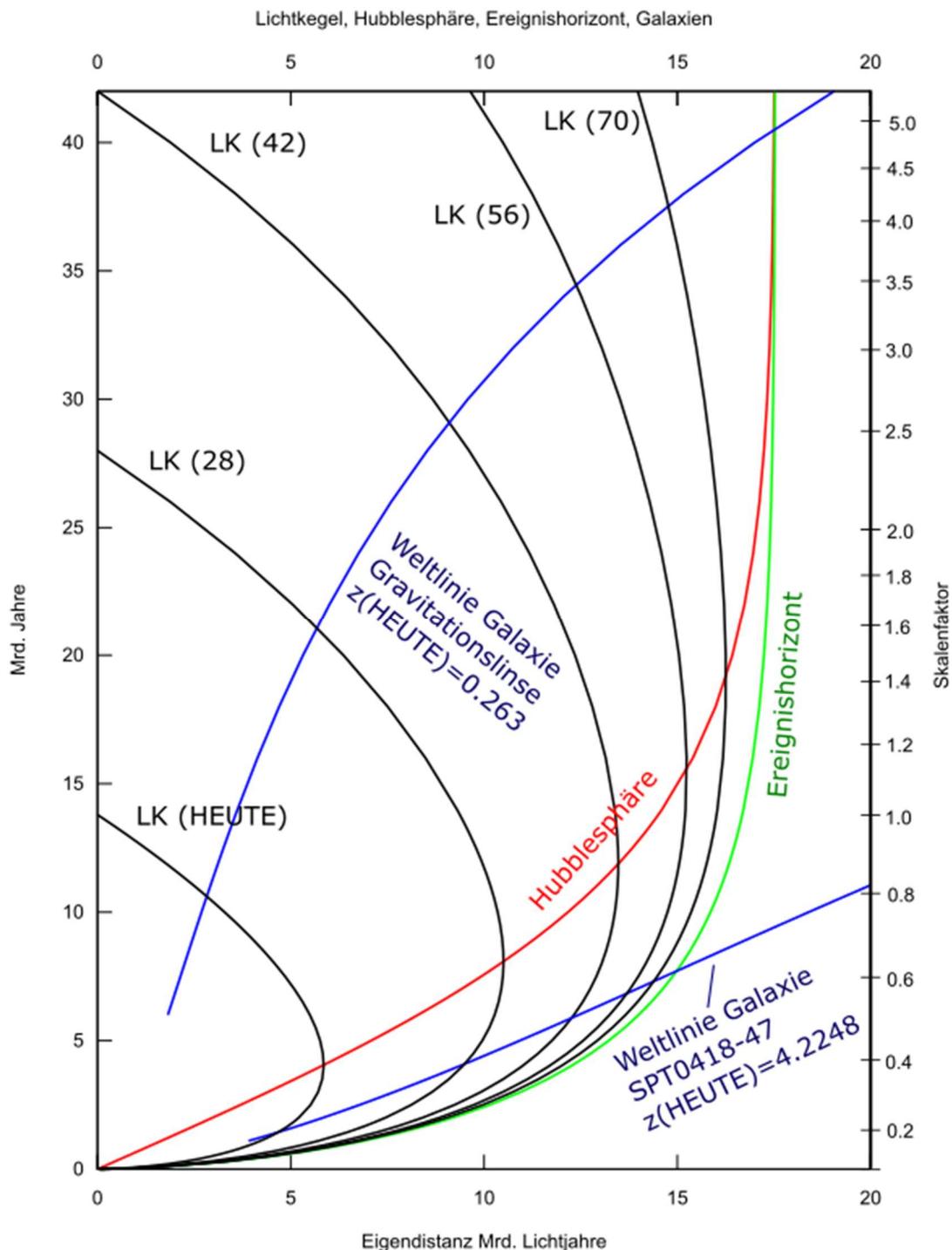


Abbildung 4: Rückwärts-Lichtkegel, Hubblesphäre, Ereignishorizont und Weltlinien von Galaxien in physikalischen Koordinaten. $LK(T)$ bezeichnet den Rückwärts-Lichtkegel mit einem Scheitel bei T Milliarden Jahren nach dem Urknall. Die senkrechte linke Koordinatenachse ist zugleich die Weltlinie des Beobachters.

Das Zusammenspiel zwischen Lichtkegeln und (in rot) Hubblesphäre wurde bereits in Kap. 8.2 ausführlich erläutert. In den Abbildungen 4 und 5 ist zusätzlich (in grün) der Ereignishorizont eingezeichnet, der alle Lichtkegel und die Hubblesphäre von außen einschließt. Mit größer werdendem t nähert sich die Hubblesphäre immer mehr dem Ereignishorizont und ist schließlich in der Zeichnung vom Ereignishorizont nicht mehr zu unterscheiden.

Die Lichtkegel $LK(T)$ konvergieren für $T \rightarrow \infty$ für jedes feste t gegen den Ereignishorizont von t . (Achtung: Für jedes feste T schneidet der Lichtkegel für $t \rightarrow \infty$ irgendwann die Hubblesphäre und erreicht den Beobachter.)

Das untere Ende der Weltlinien der Galaxien in den Abbildungen 4 und 5 ist willkürlich gewählt.

Man sieht in Abbildung 4 im unteren Bereich die Weltlinie der Galaxie SPT0418-47, ausgehend von ihrem Schnittpunkt mit dem Lichtkegel. Die Geodäte der Photonen, die von diesem Schnittpunkt emittiert wurden und heute sichtbar sind, ist vollständig auf $LK(HEUTE)$ gelegen. Bei ihrer weiteren Entfernung vom Beobachter schneidet die Galaxie nun andere Lichtkegel. Beim Scheitel von $LK(21)$ ist die Galaxie nun im Schnittpunkt der Weltlinie von SPT0418-47 und der von $LK(21)$ zu SEHEN. Genauer: Der Beobachter SIEHT 21 Milliarden Jahre nach dem Urknall nun Ereignisse, die an jenem Schnittpunkt emittiert werden. Diese Überlegungen können für alle weiteren Lichtkegel fortgesetzt werden.

Tabelle 8: Schnittpunkt Lichtkegel-Weltlinie SPT0418-47

Schnittpunkt Weltlinie SPT0418-47 - LK(Mrd. Jahre)	t Mrd. Jahre	Physikalische Entfernung Mrd. Lichtjahre	Mitbewegte Entfernung Mrd. Lichtjahre
LK(7)	0.31584035	1.7033891	24.407338
LK(HEUTE)	1.4361299	4.6714397	
LK(21)	2.8455184	7.4017051	
LK(28)	4.0952206	9.4996056	
LK(35)	5.1104136	11.093075	
LK(42)	5.8816039	12.265192	
LK(56)	6.8412810	13.697611	
LK(70)	7.3086362	14.389652	
Ereignishorizont	7.7083941	14.980526	

Naturgemäß gelten diese Eigenschaften analog für die Gravitationslinse.

Tabelle 9: Schnittpunkt Lichtkegel-Weltlinie Gravitationslinse

Schnittpunkt Weltlinie Gravitationslinse - LK(Mrd. Jahre)	t Mrd. Jahre	Physikalische Entfernung Mrd. Lichtjahre	Mitbewegte Entfernung Mrd. Lichtjahre
LK(7)	5.1691795	1.6359020	3.5703150
LK(HEUTE)	10.612430	2.8268527	
LK(21)	16.151342	4.1787393	
LK(28)	21.080454	5.6760435	
LK(35)	25.429320	7.3449709	
LK(42)	29.116169	9.1010755	
LK(56)	34.465968	12.383080	
LK(70)	37.539070	14.766925	
Ereignishorizont	40.529239	17.521030	

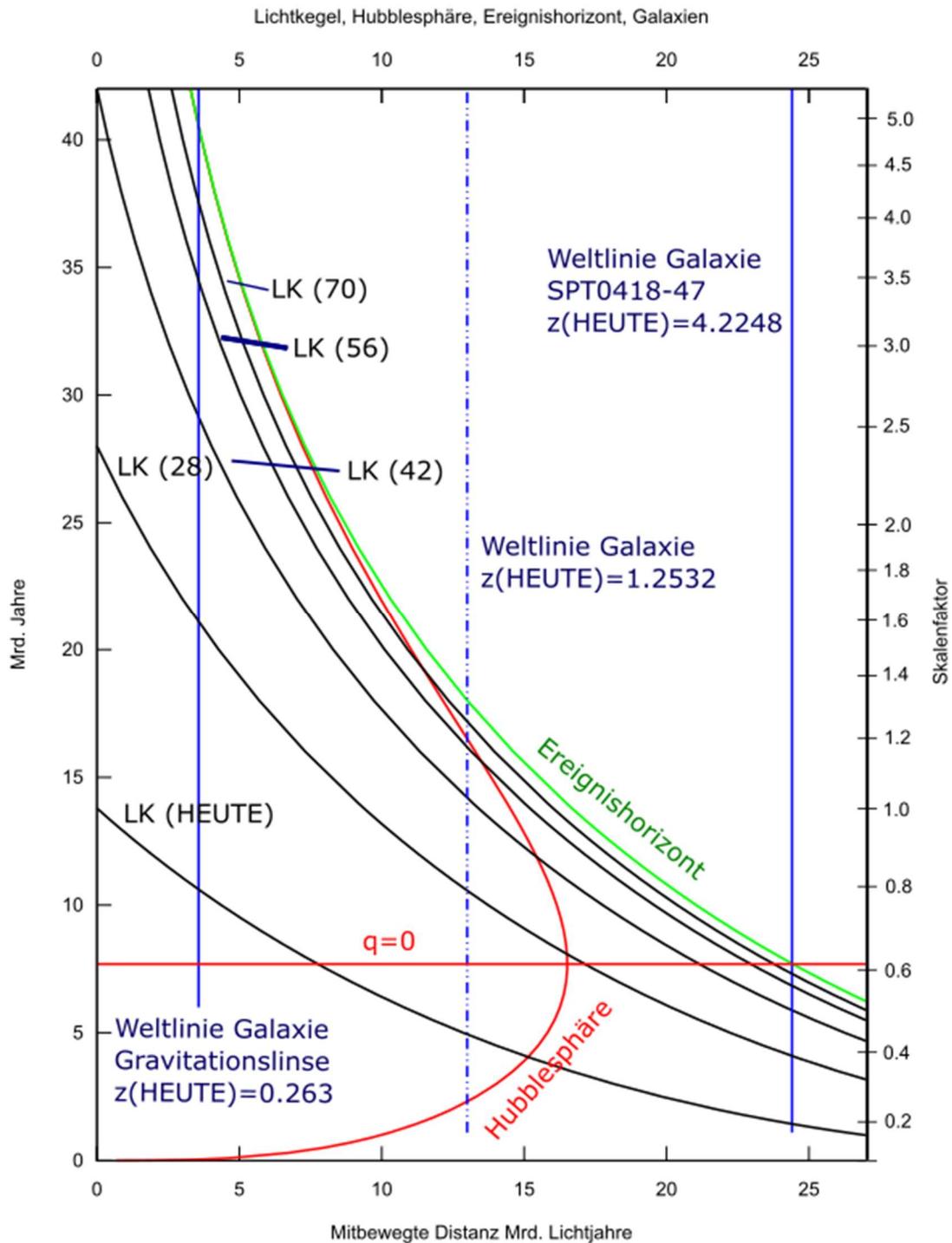


Abbildung 5: Rückwärts-Lichtkegel, Hubblesphäre, Ereignishorizont und Weltlinien von Galaxien in mitbewegten Koordinaten. $LK(T)$ bezeichnet den Rückwärts-Lichtkegel mit einem Scheitel bei T Milliarden Jahren nach dem Urknall. Die senkrechte linke Koordinatenachse ist zugleich die Weltlinie des Beobachters.

Beide Galaxien in Abbildung 4 (genaugenommen alle Galaxien, wobei Pekuliarbewegungen in diesem Artikel nicht behandelt werden) durchschneiden schließlich den Ereignishorizont. Je mehr sich die Galaxien dem Ereignishorizont nähern, desto später kann der Beobachter mit Lichtgeschwindigkeit emittierte Informationen von diesen Galaxien am Scheitelpunkt jenes Lichtkegels empfangen, den die Weltlinie der jeweiligen Galaxie schneidet. Salopp formuliert

empfängt der Beobachter Informationen von einer Galaxie bei $T=\infty$, wenn die Weltlinie der Galaxie den Ereignishorizont schneidet. Im Sinne dieser theoretischen Überlegungen ist eine Galaxie, die der Beobachter einmal wahrgenommen hat, für alle Zeiten zu sehen, wenn sie beim Überschreiten des Ereignishorizonts noch existiert.

Praktisch – aber dieses Thema wird hier nicht behandelt – nimmt die Leuchtkraft der Galaxie mit zunehmender Lichtlaufzeit mehr und mehr ab, so dass die Überlegungen für sehr große T theoretischer Natur bleiben.

Abbildung 5 zeichnet die gleichen Konstrukte wie Abbildung 4 nun in mitbewegten Koordinaten. In roter Farbe sieht man die Hubblesphäre, die bei $q=0$ ihr Maximum annimmt und sich im oberen Bereich dem Ereignishorizont annähert. Hubblesphäre und Ereignishorizont konvergieren beide gegen NULL, es bleibt die Hubblesphäre jedoch – in der Zeichnung nicht mehr sichtbar - stets innerhalb des Ereignishorizonts.

Die Zeichnung enthält 3 durch senkrechte blaue Linien gekennzeichnete Weltlinien von Galaxien, und zwar rechts die Weltlinie von SPT0418-47 und links die der zugehörigen Gravitationslinse. Die mittlere Weltlinie ist die einer potentiellen Galaxie mit einem mitbewegten Abstand von *13 Mrd. Lichtjahren* vom Beobachter ($z(\text{HEUTE})=1.2532$). Diese zusätzliche Weltlinie soll als Beispiel für eine hypothetische Galaxie dienen, die außerhalb der Hubblesphäre entstanden ist, von der Hubblesphäre eingeholt worden ist (stets bei $q>0$) und die Hubblesphäre wieder verlassen hat (stets bei $q<0$). Die Hubblesphäre ist also von beiden Seiten her durchlässig und deshalb kein Horizont.

Betrachtet man eine mitbewegte räumliche Position im beobachterzentrierten Universum, so gibt es 3 Möglichkeiten:

- 1) Der mitbewegte Abstand zum Beobachter ist $> 16.516757 \text{ Mrd. Lichtjahre}$ (mitbewegte Entfernung der Hubblesphäre zum Beobachter bei $q=0$, siehe Tabelle 3). Dann liegt diese Position (wie der Ort von SPT0418-47) für alle kosmologischen Zeiten außerhalb der Hubblesphäre. (Emittiert eine Galaxie auf den Beobachter gerichtete Photonen von einem solchen Ort, der aber innerhalb des Ereignishorizonts gelegen ist, so werden diese Photonen den Beobachter trotzdem erreichen.)
- 2) Der mitbewegte Abstand zum Beobachter ist $< 16.516757 \text{ Mrd. Lichtjahre}$. Dann schneidet dieser Ort die Hubblesphäre zwei Mal, einmal für $q>0$, einmal für $q<0$. Das gilt z.B. für die eingezeichnete hypothetische Galaxie mit einem mitbewegten Abstand von *13 Mrd. Lichtjahren* vom Beobachter. Auch die Weltlinie der Gravitationslinse schneidet die Hubblesphäre zwei Mal. Es ist allerdings anzunehmen, dass die Galaxie am unteren Schnittpunkt noch nicht gebildet war.
- 3) Es gibt noch den Sonderfall einer Galaxie mit einem mitbewegten Abstand von *genau 16.516757 Mrd. Lichtjahren*. Diese berührt die Hubblesphäre bei $q=0$.

9 Rückwärts-Lichtkegel und Partikelhorizont

9.1 Einige Zusatzbemerkungen zur Definition

Der Partikelhorizont zu einem beliebigen Zeitpunkt t ist eine Kugeloberfläche um den Beobachter, dessen Radius gleich der (physikalischen) Distanz zum entferntesten Objekt ist, das der Beobachter SEHEN kann.

Eine solche oder ähnliche Definitionen vermitteln die Vorstellung, dass man das entfernteste Objekt (zumindest in der Theorie) tatsächlich sehen kann. Tatsächlich führt diese Vorstellung jedoch am Problem vorbei. In Wirklichkeit beschreibt der Partikelhorizont (wie auch der Partikelhorizont CMB) die heutige Entfernung zu Objekten, die das auf den Beobachter gerichtete und zum Zeitpunkt t wahrgenommene Licht (bzw. die zum Zeitpunkt empfangenen mit Lichtgeschwindigkeit übermittelten Informationen) vor langer Zeit emittiert haben. Der durch den Partikelhorizont vermittelte größtmögliche Abstand verweist auf eine Emission zum Zeitpunkt des Urknalls bzw. die durch den Partikelhorizont CMB vermittelte Distanz auf die Emission der Mikrowellenhintergrund-Strahlung.

Zu einem Zeitpunkt t begrenzt der Partikelhorizont das Beobachtbare Universum zum Zeitpunkt t , der Partikelhorizont CMB das Beobachtbare Universum CMB zum Zeitpunkt t . Eine exakte Definition von Partikelhorizont und Beobachtbarem Universum ist in Kap. 7.2 aufzufinden.

9.2 Lichtkegel, Weltlinien ruhender Objekte und Beobachtbares Universum

In Abbildung 6.1 sollen die erwähnten Eigenschaften exemplarisch erläutert werden. Eingezeichnet ist in physikalischen Koordinaten zunächst der Partikelhorizont sowie das Beobachtbare Universum *HEUTE* und das Beobachtbare Universum *21 Mrd. Jahre* nach dem Urknall.

Eingezeichnet sind weiter die beiden Lichtkegel $LK(HEUTE)$ und $LK(21)$. Die größte Entfernung eines Objekts, das wir *HEUTE* oder *21 Mrd. Jahre* nach dem Urknall SEHEN können, ist durch den Schnittpunkt zwischen dem jeweiligen Lichtkegel und der Hubblesphäre bestimmt, also 5.8513981 Mrd. Lichtjahre für $LK(HEUTE)$ und 8.4280617 Mrd. Lichtjahre für $LK(21)$ (siehe Tabelle 6). Die Zahlen stehen offensichtlich im Kontrast zu den Partikelhorizont-Werten von 46.132820 Mrd. Lichtjahren (*HEUTE*) und 82.088286 Mrd. Lichtjahren (*21 Mrd. Jahre* nach dem Urknall).

Als Beispiele für auf Lichtkegeln sichtbare Objekte sollen die bereits in Kap. 8.4 erläuterte Galaxie SPT0418-47 sowie die auf der gleichen radialen Achse gelegene Gravitationslinse dienen. Die Beziehung vom SICHTBAREN Ort auf $LK(HEUTE)$ und $LK(21)$ zum Ort im Beobachtbaren Universum erfolgt wie in Kap. 8.4 über die Weltlinie ruhender Objekte, deren Abstandsänderungen zum Beobachter ausschließlich expansionsbedingt sind.

Je größer die Lichtlaufzeit von einem auf einem Lichtkegel $LK(T)$ gelegenen ruhenden Objekt zum Scheitel von $LK(T)$ ist, desto mehr verschiebt sich dessen physikalische Entfernung vom Beobachter zum Zeitpunkt T im Beobachtbaren Universum in Richtung auf den Partikelhorizont zum Zeitpunkt T . Diese Verschiebung ist monoton, d.h. je länger die Lichtlaufzeit ist, desto mehr nähert sich die Position im Beobachtbaren Universum dem Partikelhorizont an.

Bisweilen wird in kosmologischen Veröffentlichungen die Frage gestellt, ob es Galaxien oder andere Objekte auch jenseits des Partikelhorizonts bzw. des Beobachtbaren Universums geben kann. Gemeint ist hier in Wirklichkeit die Frage, ob das Universum jenseits dessen fortgesetzt werden kann, was man als durch das Λ CDM-Modell als abgesichert betrachtet. Der Partikelhorizont und das Beobachtbare Universum sind zur Diskussion dieser Frage denkbar ungeeignet. Die Definition des Partikelhorizonts stellt allein die Frage nach dem heutigen Ort des entferntesten sichtbaren Objekts (genaugenommen im Sinne der Lichtlaufzeit) auf einem Lichtkegel. Ob es jenseits des Partikelhorizonts durch das Λ CDM-Modell abgesicherte Objekte geben kann, wird durch die Definition nicht behandelt.

Dies wird spätestens dann klar, wenn man die Frage stellt, wie ein Objekt auf dem Partikelhorizont dorthin gekommen sein kann. Genau wie für andere ruhende Objekte (wie z.B. für als ruhend angenommene Galaxien) kann man auch die Weltlinie von Objekten herleiten, die auf dem Partikelhorizont gelegen sind. Dies ist in der Zeichnung für $T=HEUTE$ und $T=21 \text{ Mrd. Jahre}$ nach dem Urknall geschehen. Man sieht, dass die entsprechenden Weltlinien vor dem jeweiligen Erreichen des Schnittpunkts mit dem Partikelhorizont weiter vom Beobachter entfernt sind als der Partikelhorizont selbst.

Dieses Thema ist in [4] (Kap. 4.3, Fig. 3) und [5] (Kap. 2-1.4, Fig.2.2) in größerem Detail behandelt. Dort ist auch jeweils eine Zeichnung für mitbewegte Koordinaten vorhanden.

Ein kurzer Blick auf die Abbildungen 6.2 und 6.3 belegt, dass in der Anfangsphase des Universums unsere beiden Lichtkegel und der Ereignishorizont außerhalb des Partikelhorizonts gelegen waren. Auch beim Sichtbarkeitspunkt von SPT0418-47 auf $LK(HEUTE)$ bei $t=1.4361299 \text{ Mrd. Jahren}$ nach dem Urknall ist der Lichtkegel weiter vom Beobachter entfernt ($4.6714397 \text{ Mrd. Lichtjahre}$) als der Partikelhorizont ($4.1581461 \text{ Mrd. Lichtjahre}$).

Tabelle 10: Exakte Werte für einige Distanzen in den Abbildungen 6.1, 6.2 und 6.3

Partikelhorizont oder Galaxie	Physikalischer Abstand vom Beobachter
Partikelhorizont 21 Mrd. Jahre nach dem Urknall	82.088286 Mrd. Lichtjahre
Partikelhorizont HEUTE	46.132820 Mrd. Lichtjahre
Eigendistanz SPT0418-47 HEUTE (=mitbewegte Distanz)	24.407338 Mrd. Lichtjahre (siehe Tabelle 8)
Eigendistanz SPT0418-47 21 Mrd. Jahre nach dem Urknall	38.614868 Mrd. Lichtjahre
Eigendistanz Gravitationslinse HEUTE (=mitbewegte Distanz)	3.5703150 Mrd. Lichtjahre (siehe Tabelle 9)
Eigendistanz Gravitationslinse 21 Mrd. Jahre nach dem Urknall	5.6485980 Mrd. Lichtjahre
Zu den Schnittpunkten der Weltlinien von SPT0418-47 und Gravitationslinse mit $LK(HEUTE)$ und $LK(21)$ siehe Tabellen 8 und 9.	

Es ist technisch schwierig, kosmologische Eigenschaften in einer Zeichnung für ein Universum unterzubringen, das seit der Emission des CMB um das 1091-fache angewachsen ist. Aus diesem Grunde haben wir für die erste Million und die erste Milliarde Jahre nach dem Urknall zwei zusätzliche Zeichnungen 6.2 und 6.3 erstellt.

In Abbildung 6.2 sehen wir, dass in der ersten Million Jahre nach dem Urknall die Weltlinien von Objekten auf dem Partikelhorizont von *HEUTE* und dem von *21 Milliarden Jahren* nach dem Urknall weiter vom Beobachter entfernt waren als die zugehörigen Lichtkegel. Der Ereignishorizont war am weitesten entfernt gelegen. Hubblesphäre und Partikelhorizont lagen im Vergleich dazu relativ nah beim Beobachter.

Abbildung 6.3 belegt, dass sich danach in der ersten Milliarde Jahre die Weltlinien der Objekte auf dem Partikelhorizont weiter vom Beobachter entfernen und genau wie Weltlinien von Galaxien den Ereignishorizont schneiden.

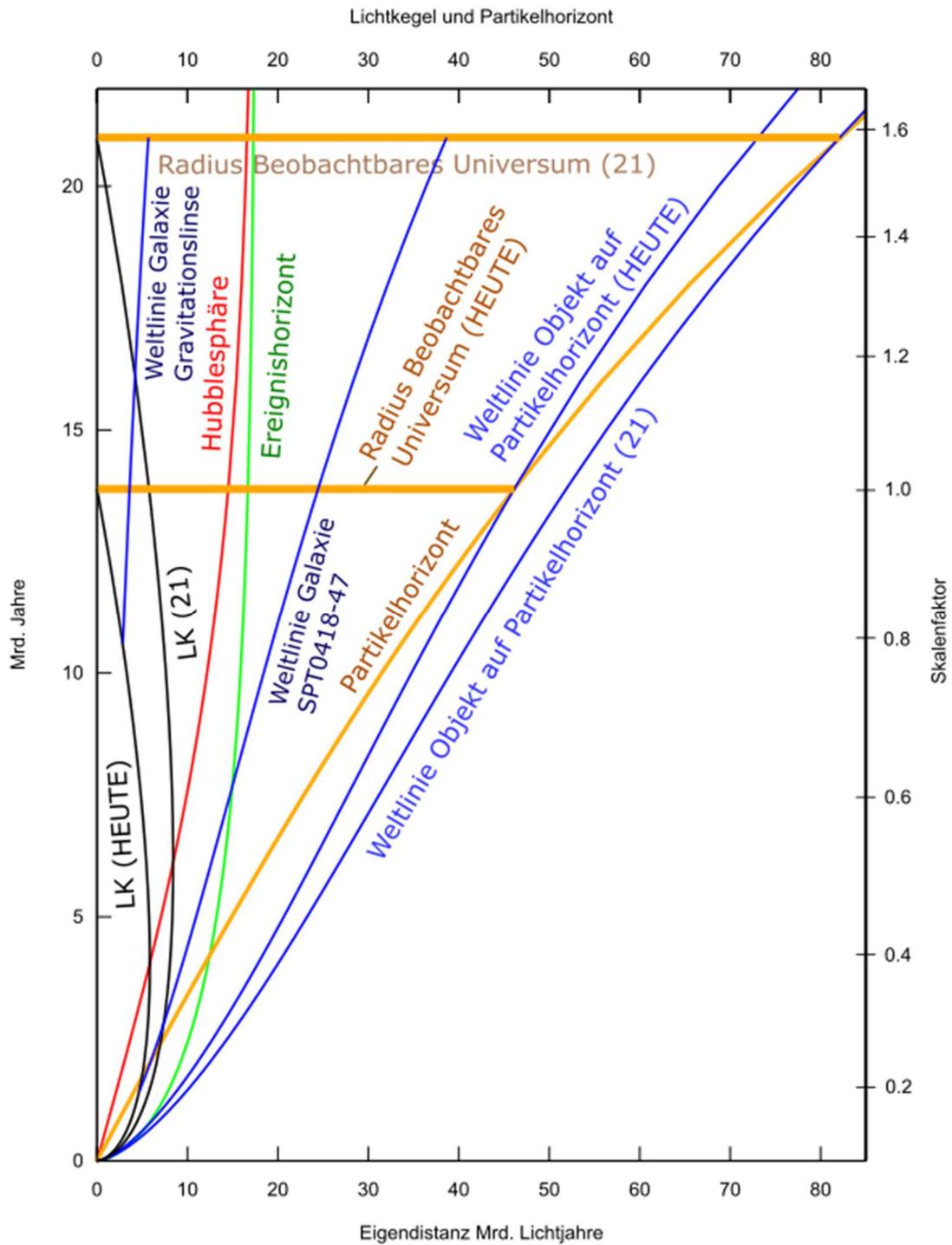


Abbildung 6.1: Rückwärts-Lichtkegel, Partikelhorizont und Weltlinien ruhender Objekte in physikalischen Koordinaten

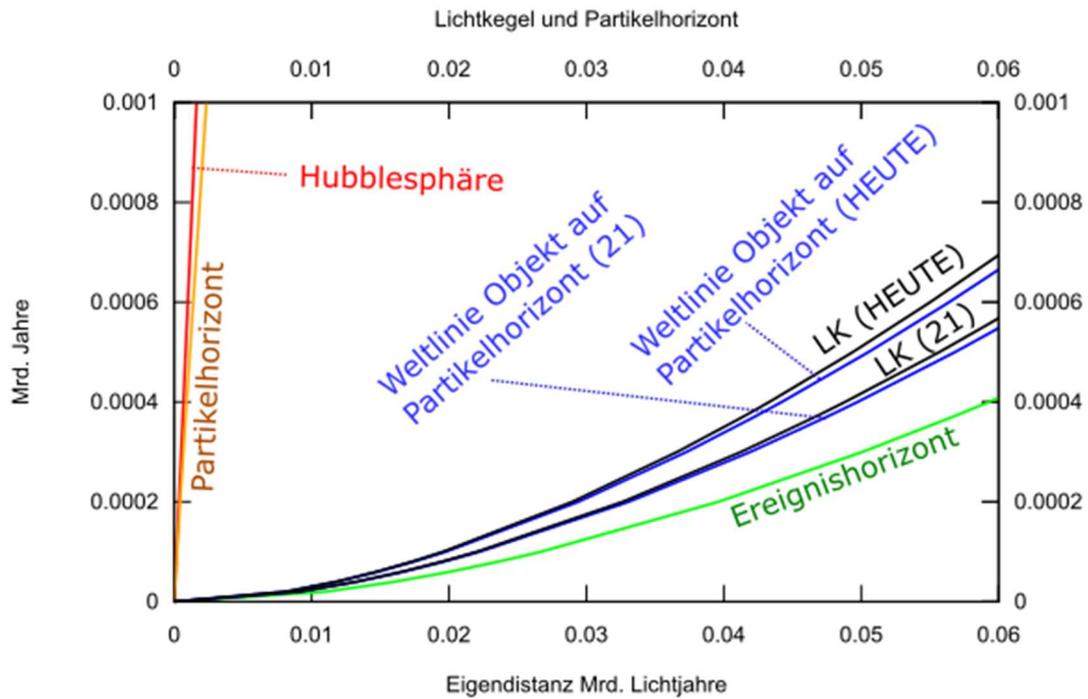


Abbildung 6.2: Rückwärts-Lichtkegel, Partikelhorizont und Weltlinien ruhender Objekte in physikalischen Koordinaten in der ersten Million Jahre nach dem Urknall

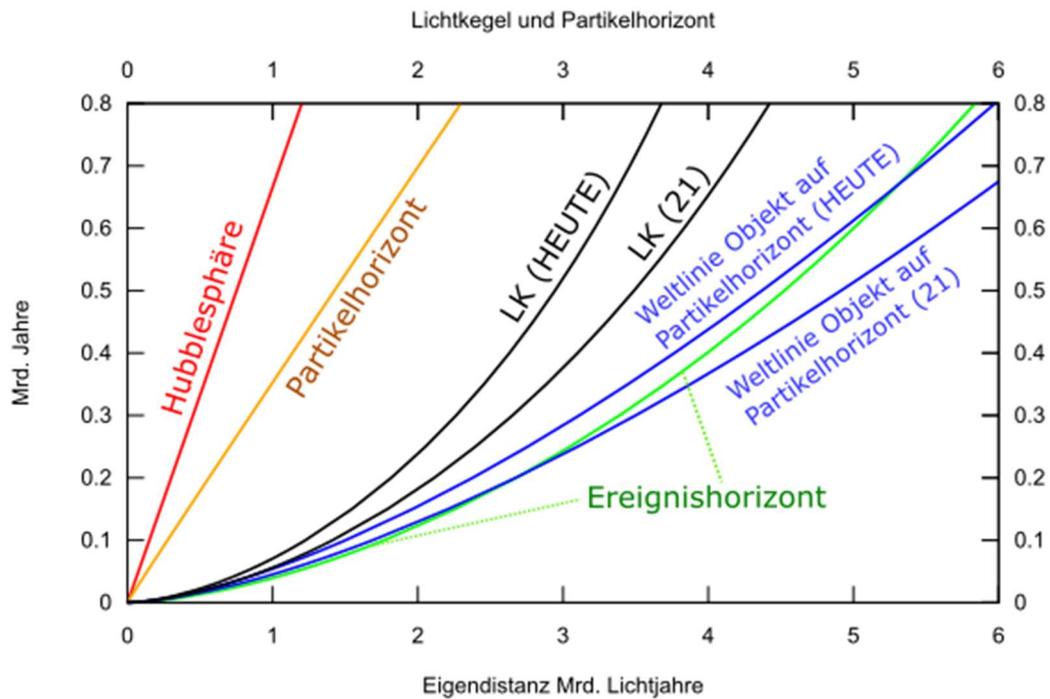


Abbildung 6.2: Rückwärts-Lichtkegel, Partikelhorizont und Weltlinien ruhender Objekte in physikalischen Koordinaten in der ersten Milliarde Jahre nach dem Urknall

Tabelle 11: Schnittpunkte des Ereignishorizonts mit Weltlinien und Partikelhorizont

Weltlinie oder Horizont	t Mrd. Jahre	Physikalische Entfernung Mrd. Lichtjahre	Mitbewegte Entfernung Mrd. Lichtjahre
Weltlinie zu Objekt auf Partikelhorizont HEUTE	0.67087466	5.3137731	46.132820
Weltlinie zu Objekt auf Partikelhorizont 21 Mrd. Jahre	0.20219775	2.6930195	51.885625
Partikelhorizont	4.2158248	12.472340	31.406086

Übrigens wurde in der Literatur vor einigen Jahrzehnten die Weltlinie von Objekten auf dem Partikelhorizont *HEUTE* als „Partikelhorizont“ tituliert. (siehe [4] (Kap. 4.3) und [5] (Kap.2-1.4)).

9.3 Beobachtbares Universum und Lichtlaufzeit

In Kap. 9.2 hatten wir auf die Beziehung zwischen dem Beobachtbaren Universum und der Lichtlaufzeit (Lookback-Time) von Photonen hingewiesen, die von Galaxien auf einem Lichtkegel emittiert werden. Dort hatten wir in den Abbildungen 6.1, 6.2 und 6.3 die Weltlinien von SPT0418-47, der zugehörigen Gravitationslinse sowie die Weltlinien von Objekten auf dem Partikelhorizont (jeweils in blauer Farbe) eingezeichnet.

Anhand von zwei Tabellen wollen wir diesen Zusammenhang anhand der Lichtkegel *LK(21)* und *LK(HEUTE)* noch einmal quantitativ untersuchen. Anstelle der zuvor erwähnten Weltlinien sollen nun Weltlinien ruhender Objekte systematisch erzeugt werden.

Beide Tabellen zeigen in der ersten Spalte den Zeitpunkt, zu dem von einem ruhenden Objekt auf dem jeweiligen Lichtkegel Photonen in Richtung auf den Beobachter emittiert werden. Die zweite Spalte enthält die Lichtlaufzeit, nach der die emittierten Photonen beim Scheitel des Lichtkegels ankommen. Die 4. Spalte umschreibt die physikalische Entfernung des Objektes, das die am Scheitel ankommenden Photonen einst emittiert hatte, vom Scheitel des Lichtkegel zum Ankunftszeitpunkt, also *21 Mrd. Jahre* nach dem Urknall bei *LK(21)* und *13.790687 Mrd. Jahre* nach dem Urknall (siehe Tabelle 2) bei *LK(HEUTE)*.

Bei *LK(21)* sieht man, dass die *bis zu 3 von 21 Mrd. Jahren* (also bis zu $1/7$ der bis zum Erreichen des Scheitels vergangenen Zeit, entspricht der $1-1/7=85.71\%$ -Linie der Lichtlaufzeit) emittierenden Objekte *21 Mrd. Jahre* nach dem Urknall *53.92%* (*46.08%-Linie* im Beobachtbaren Universum) des Beobachtbaren Universums für sich beanspruchen, und zwar den vom Beobachter entfernteren Teil. Im Beobachtbaren Universum nehmen also Objekte, die Photonen mit einer langen Lichtlaufzeit emittiert haben, einen übermäßig großen Teil des Beobachtbaren Universums ein.

Außerdem ist die Abbildung von der Emissionszeit auf die Entfernung vom Beobachter am Scheitelpunkt monoton. Je früher die Objekte Photonen in Richtung des Beobachters emittiert haben, desto weiter sind sie am Scheitel vom Beobachter entfernt.

Tabelle 14: Lichtkegel LK(21) - Beobachtbares Universum und Lichtlaufzeit

t Mrd. Jahre	Lookback Mrd. Jahre	% Lookback	Beob. Univ. Mrd. Lichtjahre	% Beob. Univ.
0.00000000	21.0000000	100.00%	82.0882860	100.00%
0.00037113	20.9996290	100.00%	80.6429660	98.24%
0.00100000	20.9990000	100.00%	79.8643370	97.29%
0.01000000	20.9900000	99.95%	76.4159430	93.09%
0.10000000	20.9000000	99.52%	68.6644220	83.65%
0.50000000	20.5000000	97.62%	58.2798910	71.00%
1.00000000	20.0000000	95.24%	51.7653210	63.06%
2.00000000	19.0000000	90.48%	43.5617940	53.07%
3.00000000	18.0000000	85.71%	37.8233670	46.08%
4.00000000	17.0000000	80.95%	33.2762320	40.54%
5.00000000	16.0000000	76.19%	29.4605990	35.89%
6.00000000	15.0000000	71.43%	26.1517200	31.86%
8.00000000	13.0000000	61.90%	20.5869150	25.08%
10.00000000	11.0000000	52.38%	16.0044000	19.50%
12.00000000	9.0000000	42.86%	12.1209480	14.77%
13.79068700	7.2093132	34.33%	9.1015168	11.09%
16.00000000	5.0000000	23.81%	5.8541802	7.13%
18.00000000	3.0000000	14.29%	3.2917002	4.01%
20.00000000	1.0000000	4.76%	1.0308526	1.26%
21.00000000	0.0000000	0.00%	0.0000000	0.00%

Bei *LK(HEUTE)* zeigt sich ein analoges Bild. Die bis nach 2 von 13.790687 Mrd. Jahren (14.5% der Zeit von *HEUTE*, wieder ungefähr 1/7), also bei Erreichen 85.50 %-Linie der Lichtlaufzeit, nehmen die emittierenden Objekte 52.79% (47.21%-Linie) des Beobachtbaren Universums ein.

Tabelle 15: Lichtkegel LK(HEUTE) - Beobachtbares Universum und Lichtlaufzeit

t Mrd. Jahre	Lookback Mrd. Jahre	% Lookback	Beob. Univ. Mrd. Lichtjahre	% Beob. Univ.
0.00000000	13.79068700	100.00%	46.13282000	100.00%
0.00037113	13.79031600	100.00%	45.21927500	98.02%
0.00100000	13.78968700	99.99%	44.72712600	96.95%
0.01000000	13.78068700	99.93%	42.54749700	92.23%
0.10000000	13.69068700	99.27%	37.64798500	81.61%
0.50000000	13.29068700	96.37%	31.08422400	67.38%
1.00000000	12.79068700	92.75%	26.96655300	58.45%
2.00000000	11.79068700	85.50%	21.78134200	47.21%
4.00000000	9.79068680	70.99%	15.28013600	33.12%
6.00000000	7.79068680	56.49%	10.77693900	23.36%
8.00000000	5.79068680	41.99%	7.25958740	15.74%
10.00000000	3.79068680	27.49%	4.36311250	9.46%
12.00000000	1.79068680	12.98%	1.90849520	4.14%
13.79068700	0.00000000	0.00%	0.00000000	0.00%

10 Vorwärts-Lichtkegel

Sobald die auf den Beobachter gerichteten Photonen den Scheitelpunkt eines Lichtkegels passiert haben, wechseln sie im Koordinatensystem von der positiven radialen Achse zur negativen. Es brauchen weiterhin keine Raumwinkel betrachtet zu werden, nur nehmen die Koordinatenwerte nun negative Werte an. Die Differenz zwischen 2 Werten auf der gesamthaften Achse ist der Absolutbetrag der Differenz. Meistens werden im Weiteren jedoch nur Aspekte diskutiert, die ganz auf der positiven oder ganz auf der negativen Achse angesiedelt sind.

10.1 Vorwärts-Lichtkegel und Beobachtbares Universum CMB

Es ist klar, dass unter der Annahme, dass die Photonen auf der positiven Achse emittiert wurden, der Vorwärtslichtkegel in physikalischen Koordinaten mit $t \rightarrow \infty$ nun gegen $-\infty$ (minus UNENDLICH) (Eigendistanz auf der negativen Achse) strebt. Man könnte diesen Umstand nun in der zweiseitigen Abbildung 1 zusätzlich einzeichnen, allerdings ist so kein großer Erkenntnisgewinn zu erwarten. Wir schlagen vor, sich hier die animierte Zeichnung [3] von Yukterez in physikalischen Koordinaten anzuschauen.

Abbildung 7 zeigt im oberen Bereich (links neben der Weltlinie des Beobachters) die gegen $-\infty$ verlaufenden Vorwärtslichtkegel.

Einen wichtigen Einblick in das heutige Beobachtbare Universum gewinnt man, wenn man Lichtkegel betrachtet, die die Weltlinie des Beobachters zu früheren Zeiten (vor HEUTE) geschnitten haben. Die Gesamtheit der Schnittpunkte der Vorwärts-Lichtkegel mit der $t=HEUTE$ -Zeitlinie formt den negativen Anteil des Beobachtbaren Universums.

Eingezeichnet in Zeichnung 7 ist das Beobachtbare Universum CMB HEUTE mit seinen 3 Schnittpunkten zu $LK(7)$, $LK(1)$ und der Begrenzungslinie $LK(CMB)$, die genau die negativen Werte des Partikelhorizonts CMB enthält.

Tabelle 12: Schnittpunkte Vorwärts-Lichtkegel mit Beobachtbarem Universum CMB

Scheitelpunkt „Rückwärts“-Lichtkegel als Zeit nach dem Urknall – es wird aber nur der Vorwärts-Lichtkegel betrachtet	Schnittpunkt Lichtkegel mit Beobachtbarem Universum CMB HEUTE (Koordinatenwert)
371'127 Jahre	-45.219275 Mrd. Lichtjahre
1 Mrd. Jahre	-26.966553 Mrd. Lichtjahre
7 Mrd. Jahre	-8.9244791 Mrd. Lichtjahre

Zum CMB-Emissionszeitpunkt im Scheitelpunkt von 371'127 Jahren nach dem Urknall (siehe Tabelle 3) des Lichtkegels (Übergang von Rückwärts- zum Vorwärts-Lichtkegel) befand sich der Beobachter (physikalische Entfernung 0) im Zentrum des Beobachtbaren Universums (positiver und negativer Anteil zusammen), während jener Ort, von dem wir heute den Mikrowellenhintergrund empfangen, zum Emissionszeitpunkt 41.447549 Millionen Lichtjahre vom Beobachter entfernt auf der positiven Achse gelegen war.

Selbstverständlich empfangen wir HEUTE den Mikrowellenhintergrund aus allen Richtungen. Zum Emissionszeitpunkt der HEUTE empfangenen Hintergrundstrahlung war der Mikrowellenhintergrund in physikalischen Koordinaten eine Kugeloberfläche um den Beobachter mit einem Radius von 41.447549 Millionen Lichtjahren. HEUTE beträgt der Radius dieser Kugeloberfläche mit dem Beobachter im Zentrum 45.219275 Mrd. Lichtjahre (Partikelhorizont CMB). (Wie die positive radiale Richtung zu interpretieren ist, ist in Kap. 6.1 dargelegt.)

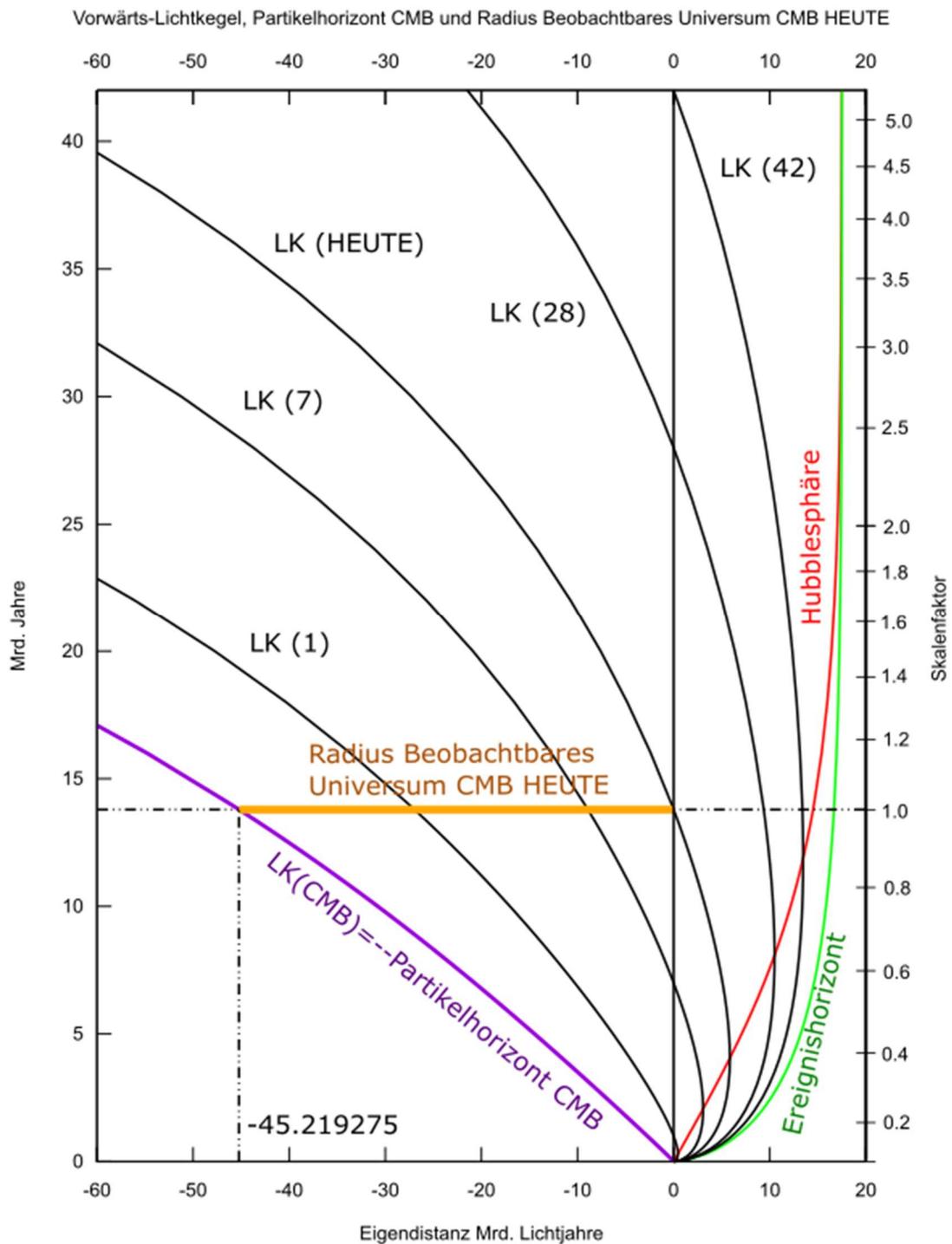


Abbildung 7: Vorwärts-Lichtkegel, Partikelhorizont CMB und Beobachtbares Universum CMB in physikalischen Koordinaten. Die durchgezogene senkrechte Achse rechts der Mitte (Eigendistanz 0 Mrd. Jahre) ist zugleich die Weltlinie des Beobachters.

Wegen Formel (6) ist die Entfernung des Beobachters zum Partikelhorizonts CMB HEUTE gleich der Entfernung in negativen Koordinaten des Vorwärts-Lichtkegels mit Scheitelpunkt $t_{CMB} = 371\,127$ Jahre nach dem Urknall.

Die letzte Aussage kann übrigens für die physikalische Entfernung des Beobachters zur HEUTIGEN Position eines Objekts verallgemeinert werden. Hat ein Objekt (auf der positiven

Koordinatenachse) auf dem Lichtkegel mit Scheitel HEUTE zum Zeitpunkt 7 Mrd. Jahre nach dem Urknall Photonen in Richtung auf den Beobachter emittiert, die der Beobachter HEUTE empfängt, so hat die Koordinatenposition im positiven Radius des Beobachtbaren Universums HEUTE bis auf das Vorzeichen den gleichen Wert wie der Schnittpunkt des Vorwärtslichtkegels eines Lichtkegels mit dem Rückwärts-Lichtkegel-Scheitel bei 7 Mrd. Jahren mit dem negativen Radius des Beobachtbaren Universums HEUTE.

Selbstverständlich ist auch der Zeitpunkt von 7 Mrd. Jahren nach dem Urknall nur ein Beispiel, das auf jedes $t < HEUTE$ verallgemeinert werden kann. Und ebenso kann der Scheitel-Zeitpunkt $T = HEUTE$ auf beliebige Zeitpunkte T verallgemeinert werden.

10.2 Vorwärts-Lichtkegel und Ereignishorizont

Während, wie auch in Abbildung 7 erkennbar, die Vorwärtslichtkegel $LK(T)$ für jedes T in physikalischen Koordinaten für $t \rightarrow \infty$ auf der Distanzachse gegen $-\infty$ verlaufen, konvergieren die Vorwärts-Lichtkegel $LK(T)$ in mitbewegten Koordinaten für $t \rightarrow \infty$ auf der Distanzachse gegen den negativen Wert des Ereignishorizonts (in mitbewegten Koordinaten) zum Zeitpunkt T .

Tabelle 13: Ereignishorizont in mitbewegten Koordinaten als Grenzlinie von Vorwärts-Lichtkegeln

Scheitelpunkt „Rückwärts“-Lichtkegel als Zeit nach dem Urknall	Ereignishorizont in mitbewegten Koordinaten (Koordinatenwert)
7 Mrd. Jahre	-25.603830 Mrd. Lichtjahre
HEUTE	-16.679351 Mrd. Lichtjahre
28 Mrd. Jahre	-7.3055020 Mrd. Lichtjahre

Bei den Schnittpunkten von $LK(7)$, $LK(HEUTE)$ und $LK(28)$ mit der Weltlinie des Beobachters findet man achsenparallele waagerechte Hilfslinien. Eingezeichnet ist in grüner Farbe der Ereignishorizont in negativen Koordinaten. Für $T = 7$ Mrd. Jahre nach dem Urknall, $T = HEUTE$ und $T = 28$ Mrd. Jahre nach dem Urknall ist der negative Wert des Ereignishorizonts als Schnittpunkt zwischen der grünen Linie und den waagerechten achsenparallelen Hilfslinien erkennbar. Die Lichtkegel konvergieren für $t \rightarrow \infty$ gegen die senkrechten achsenparallelen Hilfslinien oberhalb der Schnittpunkte.

Die Hubblesphäre hat in Abbildung 8 keine Funktion, mag aber in Vergleich zu Abbildung 5 (dort keine negative Achse, kürzere Zeitachse) insbesondere in Bezug auf den Zeitpunkt der größten Ausdehnung zu einer vergleichenden Einordnung räumlicher und zeitlicher Koordinatenpositionen dienen.

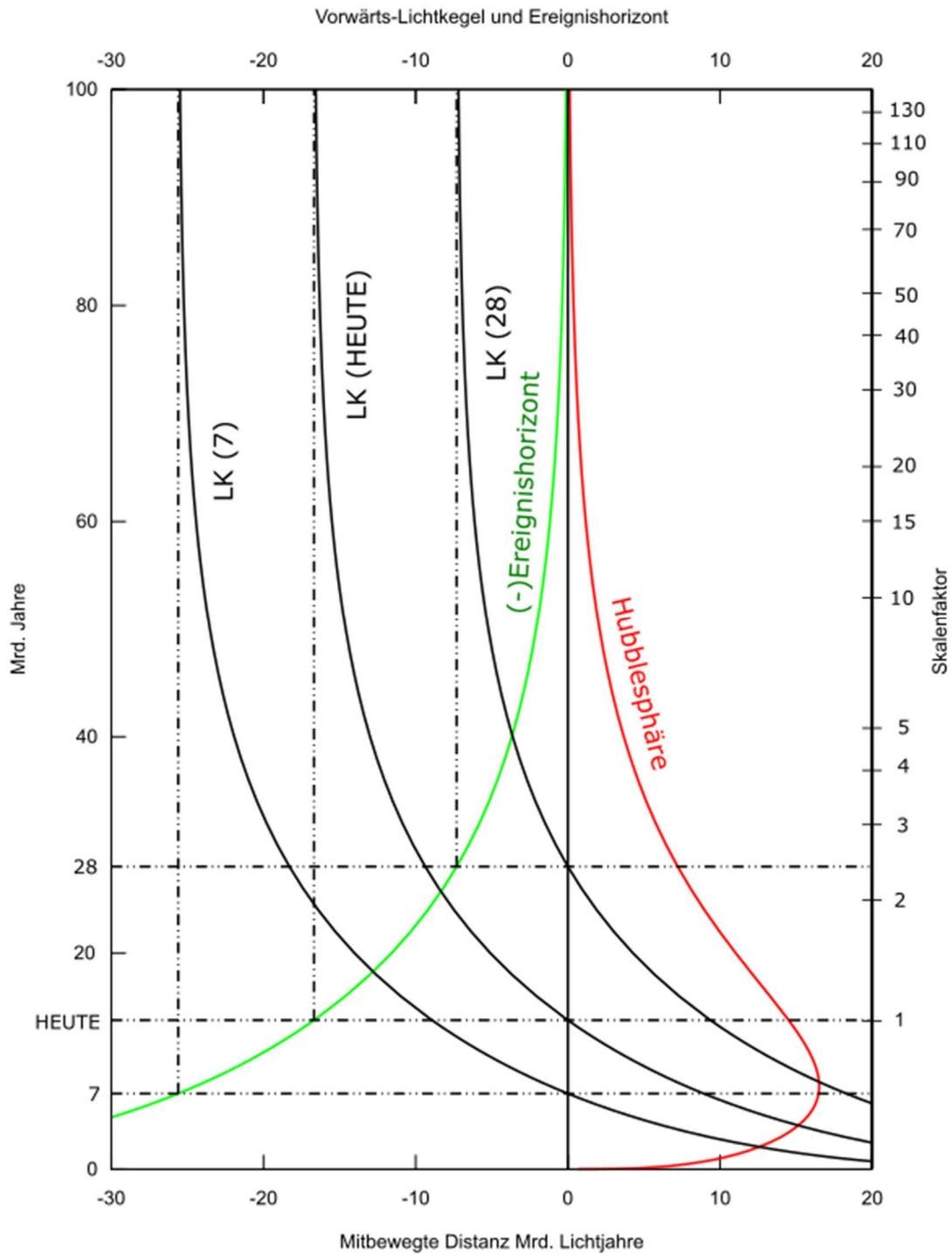


Abbildung 8: Vorwärts-Lichtkegel und Ereignishorizont in mitbewegten Koordinaten. Die durchgezogene senkrechte Achse rechts der Mitte (Eigendistanz 0 Mrd. Jahre) ist zugleich die Weltlinie des Beobachters.

11 Verwendete Begriffe, Symbole und Abkürzungen

Begriffe

Beobachter	Wird ausschließlich für <u>einen im Hubble-Flow treibenden Beobachter in der Milchstraße</u> (z.B. auf der Erde) verwendet. Alle Abstände zu Lichtkegeln, Hubblesphäre, Horizonten und Weltlinien ruhender Objekte beziehen sich auf diesen Beobachter. Der Beobachter wird im Zentrum des Beobachtbaren Universums angenommen und wird in den Ursprung eines Koordinatensystems platziert.
ruhendes oder (synonym) mitbewegtes Objekt	Ein im Hubble-Flow treibendes Objekt ohne Pekuliarbewegungen. Die physikalische Entfernung des Beobachters zu einem solchen Objekt ändert sich ausschließlich durch die Expansion des Universums. Die mitbewegte Entfernung ändert sich nie.
Galaxie	Wird als ruhendes Objekt modelliert, das Photonen (Licht) in Richtung des Beobachters emittiert. Die realen gravitativ bedingten Pekuliarbewegungen von Galaxien werden in diesem Artikel nicht erfasst. Je weiter ein Objekt vom Beobachter entfernt ist, umso geringer ist im Durchschnitt der durch Pekuliarbewegungen bedingte Fehler. Für die Mehrheit der in diesem Artikel behandelten Themen können „Galaxie“, „ruhendes Objekt“ und „mitbewegtes Objekt“ als gleichbedeutend betrachtet werden.
radial	Siehe Kap. 6.1
Physikalische Entfernung oder (synonym) Eigendistanz	siehe Kap.3 Formel: siehe Kap 6.2 Definiert für Inertialsysteme mit gleicher kosmologischer Zeit (Beobachter, Galaxie)
Mitbewegte Entfernung	siehe Kap.3 Formel: siehe Kap 6.2
Hubblesphäre	siehe Kap. 7.1
Partikelhorizont	siehe Kap. 7.2
Partikelhorizont CMB	siehe Kap. 7.2
Beobachtbares Universum	siehe Kap. .7.2
Beobachtbares Universum CMB	siehe Kap. 7.2
Kosmologischer Ereignishorizont	siehe Kap. 7.3
Lichtkegel	siehe Kap. 7.4. Wenn es nicht ausdrücklich anderes erwähnt ist, ist der Mantel des Lichtkegels gemeint.
Scheitel	Mit dem Scheitel eines Lichtkegels ist der Scheitelpunkt des Rückwärts-Lichtkegels (Vergangenheits-Lichtkegels) gemeint.
SEHEN, SICHTBAR	SEHEN heißt, dass mit Lichtgeschwindigkeit übermittelte Informationen den Beobachter am Scheitel eines Lichtkegels passieren. Zugeordnete Adjektive sind analog zu interpretieren.
Licht, Photonen, mit Lichtgeschwindigkeit übermittelte Informationen	Im Sinne der hier behandelten theoretischen Abstandsüberlegungen sind die Begriffe fast synonym zu verwenden. Mit Lichtgeschwindigkeit übermittelte Informationen können insbesondere auch vor dem CMB emittiert worden sein.

Weltlinie	In diesem Artikel wird unter Weltlinie konsequent der Pfad eines ruhenden Objekts aufgrund der Expansion des Universums verstanden. Für Weltlinien von Photonen wird konsequent der Begriff Geodäte oder LICHTKEGEL verwendet. Ausnahme: die importierte Abbildung 3.
HEUTE	13.790687 Mrd. Jahre nach dem Urknall. Siehe Tabelle 2.

Symbole und Abkürzungen

a	Skalenfaktor, $a(HEUTE)=1$
t, T	t wird als allgemeines Symbol für die Zeit seit dem Urknall verwendet. Da Horizonte und Hubblesphäre für jedes t genau ein (physikalischer oder mitbewegter) Abstand zugeordnet ist, ist dieser Wert allein im Normalfall ausreichend. Für den Lichtkegel sind einmal für den Scheitel die Zeit T und für einen Wert auf dem Lichtkegel ein zusätzlicher Zeitpunkt t erforderlich. Werden Horizonte oder Hubblesphäre zur Scheitel-Zeit eines Lichtkegels betrachtet, so wird auch hier T zur Kennzeichnung der Scheitel-Zeit gebraucht.
$LK(T)$	Lichtkegel mit Scheitelpunkt T Mrd. Jahre nach dem Urknall
z	Rotverschiebung, abhängig vom Scheitel eines Lichtkegels. Wenn der Scheitel nicht völlig klar ist, wird die Scheitel-Zeit in Klammern dahinter gesetzt, z.B. in der Form z.B. $z(HEUTE)=1090$.
$H_0, \Omega_M, \Omega_R, \Omega_\Lambda$	siehe Tabelle 1
q	Abbremsparameter, siehe Tabelle 3, siehe Kap. 8.2, siehe (8)
$t(a)$	(1), t als Funktion von a
$a(t)$	a als Funktion von t , Umkehrfunktion von $t(a)$, schwieriger berechenbar
$H(a)$	Hubble-Parameter (2)
$E(a)$	Dichte-Funktion (3)
Λ CDM	Lambda Cold Dark Matter
Λ CDM-Modell	Räumlich flaches Standardmodell der Kosmologie
km / Mpc / s	Kilometer pro Megaparsec pro Sekunde: $\text{km} * \text{Mpc}^{-1} * \text{s}^{-1}$
Mrd.	Milliarden
c	Lichtgeschwindigkeit

12 Literatur

- [1] N. Aghanim et al.: Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters, arXiv 1807.06209v4, August 2021, <https://arxiv.org/pdf/1807.06209.pdf>
- [2] W. Lange, WELTTABELLEN - Weltlinien des Standardmodells der Kosmologie (Λ CDM-Modell) in Tabellenform, viXra 2209.0113, <https://vixra.org/abs/2209.0113>
- [3] Yukterez (Simon Tyran, Wien): Animierte Zeichnungen <http://lcdm.yukterez.net/i.html#plot>
- [4] T.M. Davis / C.H. Lineweaver: Expanding Confusion: common misconceptions of cosmological horizons and the superluminal expansion of the Universe, November 2003, <https://arxiv.org/abs/astro-ph/0310808>
- [5] Tamara M. Davis: Fundamental Aspects of the Expansion of the Universe and Cosmic Horizons, Sydney December 2003, <https://arxiv.org/abs/astro-ph/0402278>
- [6] Wikipedia SPT0418-47 <https://de.wikipedia.org/wiki/SPT0418-47>, abgerufen 16.11.2022
- [7] Für SPT0418-47 relevante Weltlinien (Wikipedia) https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Worldlines_relevant_for_SPT0418-47.svg, abgerufen 16.11.2022