

Windows-Applikation

# WELTTABELLEN

## Weltlinien des Standardmodells der Kosmologie ( $\Lambda$ CDM-Modell) in Tabellenform

Programmbeschreibung (Version 29. September 2022)

**Autor: Werner Lange, Altos/Paraguay, langealtos  
werner.lange.altos@gmail.com**

Programmversion 0.2

### Zusammenfassung

Das Programm WELTTABELLEN stellt für das räumlich flache Standardmodell der Kosmologie ( $\Lambda$ CDM-Modell) Weltlinien von Galaxien und Photonen in Tabellenform bereit. Berechnet werden zudem Hubble-Radius, Lichtkegel für beliebige Scheitelpunkte, Ereignishorizont und Partikelhorizont in Abhängigkeit von benutzerdefinierten Koordinatenbereichen. Weiter können verschiedene kosmologische Parameter, Schnittpunkte zwischen Lichtkegel, Hubblesphäre und Horizonten sowie die Rezessionsgeschwindigkeiten von Galaxien und Horizonten ermittelt werden. Alle Ergebniswerte können in Abhängigkeit von Skalenfaktor, Rotverschiebung und Zeit seit dem Urknall bereitgestellt und sowohl in mitbewegten wie auch in physikalischen Koordinaten abgerufen werden.

WELTTABELLEN zeichnet die wesentlichen Charakteristiken des  $\Lambda$ CDM-Modells in Tabellenform nach. Das Programm kann von Fachleuten (z.B. Dozenten und Studenten an der Universität) und an Kosmologie interessierten Laien verwendet werden. Nach Kenntnis des Autors ist kein kostenloses vergleichbares Programm am Markt verfügbar. Der Leistungsumfang des Programms übersteigt bei Weitem die Fähigkeiten der im Internet auffindbaren Online-Kosmologie-Kalkulatoren.

Das Programm stellt keine graphische Benutzeroberfläche bereit.

Schlüsselwörter: Kosmologie-Kalkulator,  $\Lambda$ CDM, Weltlinie, mitbewegte Distanz, Eigendistanz, Hubblesphäre, Ereignishorizont, Lichtkegel, Partikelhorizont, Rezessionsgeschwindigkeit, Abbremsparameter, kosmologische Parameter

### Änderungsverfolgung

Version Programm- beschreibung	Änderungen	Programm- version
19. September 2022	Erste Version der Programmbeschreibung	0.2
29. September 2022	Zusätzliches Kapitel mit Beispielen für Programm- ausdrucke	0.2

**English translation of title and abstract for publication on viXra.****Windows Application****WELTTABELLEN****Worldlines of the Standard Model of Cosmology (Lambda-CDM Model) in Tabular Form****Program Description****Abstract**

The program WELTTABELLEN (literally: WORLDTABLES) provides worldlines of galaxies and photons in tabular form for the spatially flat standard model of cosmology (Lambda-CDM model). In addition, Hubble radius, light cones for arbitrary apexes, event horizon and particle horizon are calculated as a function of user-defined coordinate ranges. Furthermore, various cosmological parameters, intersections between light cone, Hubble sphere and horizons as well as the recession velocities of galaxies and horizons can be determined. All result values can be provided as a function of scale factor, redshift and time since the Big Bang and can be made available in co-moving or physical coordinates.

WELTTABELLEN traces the essential characteristics of the Lambda-CDM model. The program may be used by professionals (e.g. lecturers and students at the university) and lay people interested in cosmology. To the author's knowledge, no free comparable software is available on the market. The performance range of the program exceeds by far the capabilities of the online cosmology calculators that can be found on the internet.

The program does not provide a graphical user interface. There are no English versions of program printouts and program description.

Keywords: cosmology calculator,  $\Lambda$ CDM, worldline, comoving distance, proper distance, Hubble sphere, event horizon, light cone, particle horizon, recessional velocity, deceleration parameter, cosmological parameters

**Change tracking**

Program Description Version	Changes	Program Version
19 September 2022	First version of the program description	0.2
29 September 2022	Additional chapter with examples for program printouts	0.2

**Inhaltsverzeichnis**

1	Leistungen des Programms WELTTABELLEN .....	4
1.1	Bearbeitete Aufgabenstellungen .....	4
1.2	Einstieg ins Programm WELTTABELLEN .....	4
1.3	Zugang zu WELTTABELLEN .....	5
2	Vorbereitende Bemerkungen .....	5
2.1	Programmierungsumgebung .....	5
2.2	Rechtliche Hinweise / Avisos legales .....	5
2.2.1	Deutsche Version .....	5
2.2.2	Versión española .....	6
3	Eine kurze Einführung ins $\Lambda$ CDM-Modell .....	6
3.1	Einige theoretische Grundlagen .....	6
3.2	Hilfestellung durch Zeichnungen .....	7
3.2.1	Yukterez (Simon Tyran) .....	8
3.2.2	Davis/Lineweaver .....	8
3.2.3	Erläuterung der Weltlinien der Galaxie SPT0418-47 .....	9
3.2.4	Zusätzliche Bemerkungen zu den Zeichnungen .....	10
3.3	Weitere Distanzbegriffe .....	10
4	Normierung verschiedener Maßeinheiten .....	11
4.1	Skalenfaktor, Zeit und Rotverschiebung .....	11
4.2	Bemerkungen zur Rotverschiebung .....	12
5	Das Arbeiten mit WELTTABELLEN .....	12
5.1	WELTTABELLEN-Windows-Umgebung .....	12
5.2	Vorbereitete Steuerdateien .....	13
5.3	Ein erster Übungslauf .....	17
5.4	Dateien vom Typ T_NACH_A und ihre Erzeugung .....	18
5.5	Bemerkungen zur Rechengenauigkeit .....	18
5.6	Obere und untere Grenze für das Rechnen mit WELTTABELLEN .....	19
6	Verwaltungsdateien des Programms WELTTABELLEN .....	19
6.1	Aufbau der Steuerdatei STEUERW .....	19
6.2	Dateien vom Typ T_NACH_A .....	31
6.3	Erzeugung von Dateien vom Typ T_NACH_A via STEUERWa .....	31
6.4	Beispiel für die Erzeugung einer T_NACH_A-Datei .....	32
6.5	Datei ITERATIONENW .....	32
6.6	Datei GRENZENW .....	33
7	Wartung .....	34
7.1	Fehlermeldungen .....	34
7.2	Änderungswünsche .....	34
8	Verwendete Symbole und Abkürzungen .....	34
9	Literatur .....	35
10	Anhang:1 Beispiele .....	36
10.1	Steuerdateien .....	36
10.2	WELTTABELLEN-Ausdrucke .....	38

# 1 Leistungen des Programms WELTTABELLEN

## 1.1 Bearbeitete Aufgabenstellungen

Das Programm WELTTABELLEN stellt für das räumlich flache Standardmodell der Kosmologie ( $\Lambda$ CDM-Modell, Lambda Cold Dark Matter) Weltlinien von Galaxien und Photonen in Tabellenform bereit. Berechnet werden zudem Hubble-Radius (Radius der Hubblesphäre), Lichtkegel für beliebige Scheitelpunkte, Ereignishorizont und Partikelhorizont. Weiter können verschiedene kosmologische Parameter, die Schnittpunkte zwischen Lichtkegel, Hubblesphäre und Horizonten sowie die Rezessionsgeschwindigkeiten von Galaxien und Horizonten ermittelt werden. Alle Werte können in Abhängigkeit von Skalenfaktor, Rotverschiebung und Zeit seit dem Urknall bereitgestellt werden. Bezogen auf den Skalenfaktor können alle Größen von  $10^{-12}$  bis  $10^{30}$  durchlaufen werden. Alle Ergebnisse können in mitbewegten und physikalischen Koordinaten abgerufen werden.

Drei als AUFGABEN konzipierte Leistungen können über Steuerdateien abgerufen werden. Solche Steuerdateien kann man auch als Mini-Programme verstehen. Für verschiedene vorbereitete (z.B. Planck18, WMAP9) oder vom Benutzer festgelegte Parametersätze werden die folgenden Aufgaben in mitbewegten oder physikalischen Koordinaten gelöst.

- 1) Ausgabe von Hubble-Parameter, Hubble-Radius, Ereignishorizont, Lichtkegel und Partikelhorizont in Abhängigkeit von Skalenfaktor, Rotverschiebung, kosmischer Zeit bzw. Look-Back-Time, wobei die zuletzt genannten 4 Größen über die Steuerdateien eingegeben werden können, wobei der Scheitel des Rückwärts-Lichtkegels ein zusätzlicher Eingabeparameter ist und wobei alle Ergebnisse in Abhängigkeit von benutzerdefinierten Koordinatenbereichen bereitgestellt werden.

Neben den Standardtabellen werden in einer zusätzlichen Datei verschiedene Deltareihen (z.B. Ereignishorizont minus Hubble-Radius) sowie  $a'(t)$ ,  $a''(t)$  und Abbremsparameter  $q$  ausgegeben. In einer dritten Datei werden die Rezessionsgeschwindigkeiten von Galaxien auf den in der ersten Datei erwähnten Linien oder Horizonten und, sofern gewünscht, die Rezessionsgeschwindigkeiten der Horizonte selbst ausgegeben.

- 2) Berechnet werden verschiedene kosmologische Parameter: Schnittpunkt Ereignishorizont – Partikelhorizont, Schnittpunkt Lichtkegel – Partikelhorizont, Schnittpunkt Lichtkegel-Hubble-Radius, Umkehrpunkt von verlangsamer zu beschleunigter Expansion. Der Scheitel des Lichtkegels kann frei gewählt werden.
- 3) Berechnet werden Weltlinien von flexibel definierbaren Galaxien und deren Schnittpunkte mit Lichtkegeln bis zum Ereignishorizont.

## 1.2 Einstieg ins Programm WELTTABELLEN

WELTTABELLEN ist über zahlreiche Parameter steuerbar, die sämtlich in der hier vorliegenden Programmbeschreibung dargestellt sind. Die Länge der Darstellung mag den Benutzer im ersten Augenblick abschrecken.

Wir schlagen vor, ohne größere Vorbereitungen über Kap. 5.3 in die Arbeit mit WELTTABELLEN einzusteigen. Dazu sollte man Kap. 5.1 gelesen und Kap. 5.2 zumindest überflogen haben.

### **1.3 Zugang zu WELTTABELLEN**

Das Programm wird dem Absender einer E-Mail-Anfrage per E-Mail zugesandt.

## **2 Vorbereitende Bemerkungen**

### **2.1 Programmierumgebung**

Das Programm WELTTABELLEN des Autors wurde mittels GNU-FORTRAN77 über eine Windows-Umgebung der Universität York [7] erstellt:

<http://www.cs.yorku.ca/~roumani/fortran/index.html> .

Wenn man von diesem Link nach DOWNLOADS abzweigt, verfügt man über alle notwendigen Informationen. Alternativ kann man auch über die Seite

<http://www.cs.yorku.ca/~roumani/fortran/ftn.htm>

einsteigen.

Die Verzeichnisstruktur der FORTRAN-Programmierumgebung enthält für wissenschaftliche numerische Berechnungen die SLATEC-Bibliothek. Von dieser Bibliothek wurde lediglich auf die Subroutine DQAGS zur numerischen Integration zurückgegriffen, die wiederum die Subroutine DQAGSE aufruft. Beide Unterprogramme kann man sich auch im Internet ohne Schwierigkeiten im Quellcode beschaffen.

### **2.2 Rechtliche Hinweise / Avisos legales**

#### **2.2.1 Deutsche Version**

Der Autor stellt das für eigene Zwecke erstellte Computer-Programm WELTTABELLEN (Kosmologische Weltlinien in Tabellenform) interessierten Benutzern kostenlos zur Verfügung. Der Benutzer erhält eine Nutzungslizenz. Der FORTRAN-Quellcode wird nicht ausgeliefert. Der Autor versteht sich auf den Gebieten Kosmologie und Astrophysik als Laie, der sich seine Kenntnisse aufgrund fehlender angemessener Veröffentlichungen mühsam selbst erarbeiten musste und der aufgrund nicht öffentlich verfügbarer brauchbarer Programme einige Aufgaben zur Kosmologie selbst programmiert hat. Das Programm kommt ohne Garantie und ohne Haftung.

Dem Benutzer ist bekannt, dass die zugrundeliegende Entwicklungsumgebung der Universität York dem letzten Jahrzehnt des 20. Jahrhundert entstammt und an Windows-Versionen jener Zeit orientiert ist. Der Autor übernimmt für eventuelle Schäden durch Ausführung des so erzeugten Programms in heutigen Windows-Umgebungen keinerlei Haftung. Der Autor übernimmt keinerlei Verpflichtung, das Programm auf neuere Umgebungen zu portieren, falls das Programm auf künftigen Windows-Versionen nicht mehr ablauffähig sein sollte. Die von Autor verwendete Windows-Umgebung ist Windows 10 21H2.

Der Benutzer wird WELTTABELLEN als Quelle erwähnen, falls er durch das Programm ermittelte Zahlen veröffentlicht.

Der Benutzer wird das Programm nicht verwenden, wenn er mit den rechtlichen Rahmenbedingungen nicht einverstanden ist.

Es gilt paraguayisches Recht. Gerichtsstand ist Altos/Cordillera, PARAGUAY.

Die rechtlichen Hinweise sind in deutscher und spanischer Sprache formuliert. Im Zweifelsfall gilt die spanische Version.

## **2.2.2 Versión española**

El autor pone gratuitamente a disposición de los usuarios interesados el programa informático WELTTABELLEN (líneas de universo cosmológicas en forma de tabla), creado para sus propios fines. El usuario recibe una licencia de uso del programa. No se suministra el código fuente en FORTRAN. El autor se considera un lego en los campos de la cosmología y la astrofísica que ha tenido que adquirir laboriosamente sus conocimientos por sí mismo debido a la falta de publicaciones adecuadas y que ha programado él mismo algunas tareas sobre cosmología debido a que programas adecuados no están disponibles públicamente. El programa se ofrece sin garantía y sin responsabilidad.

El usuario es consciente de que el entorno de desarrollo subyacente de la Universidad de York tiene su origen en la última década del siglo XX y está orientado a las versiones de Windows de esa época. El autor no se hace responsable de ningún daño causado por la ejecución del programa creado de esta manera en los entornos Windows actuales. El autor no asume ninguna obligación de portar el programa a entornos más nuevos si el programa deja de ser ejecutable en futuras versiones de Windows. El entorno Windows utilizado por el autor es Windows 10 21H2.

El usuario mencionará a WELTTABELLEN como fuente si publica cifras determinadas por el programa.

El usuario no utilizará el programa si no está de acuerdo con el marco legal.

Se aplicará la ley paraguaya. El lugar de jurisdicción es Altos/Cordillera, PARAGUAY.

Los avisos legales se formulan en alemán y español. En caso de duda, se aplica la versión española del texto.

## **3 Eine kurze Einführung ins $\Lambda$ CDM-Modell**

### **3.1 Einige theoretische Grundlagen**

Auf großen Skalen wird das seit dem Urknall expandierende Universum als isotrop und homogen angenommen. Der lediglich durch expansionsbedingte Abstandsänderungen charakterisierte Raum wird auch als Hubble-Flow bezeichnet. Die anwachsenden Abstände zwischen im Hubble-Flow treibenden, als ruhend angenommenen fundamentalen Beobachtern können durch einen Skalenfaktor  $a(t)$  beschrieben werden, der allein von der Zeit  $t$  seit dem Urknall abhängt. Aufgrund von Isotropie und Homogenität des Universums ist die Zeit eine vom Raum unabhängige Größe. Im Sinne der Allgemeinen Relativitätstheorie wird die Zeit als

Eigenzeit der im Hubble-Flow treibenden ruhenden Objekte (mit synchronisierten Uhren) verstanden.

Koordinatensysteme für die Raumzeit des Universums bestehen aus 3 Raumachsen und einer Zeitachse. Die Raumachsen kann man im Fall des räumlich flachen  $\Lambda$ CDM-Modells in natürlicher Form als gemäß  $a(t)$  expandierende euklidische Koordinatenachsen interpretieren, wobei ruhende Objekte der Expansion der Achsen folgen. Basis für die Entwicklung des durch die Koordinaten abgebildeten expandierenden Universums ist dabei die Friedmann-Gleichung, zeitlicher Verlauf und Abstände sind durch die Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker-Metrik (FLRW-Metrik) umschrieben.

Anders als für die Zeitachse gibt es für die Raumachsen kein natürliches Maß. Entfernungen zwischen Objekten zu konstanter gemeinsamer Zeit existieren, sind jedoch nicht messbar. Vielmehr müssen diese Distanzen über die kosmologische Theorie erschlossen werden. "Mitbewegte Koordinaten" treiben mit dem Hubble-Flow. Die mitbewegte Distanz (englisch: comoving distance) zwischen Objekten, die ebenfalls im Hubble-Flow treiben, ändert sich trotz der Expansion des Universums nicht. Im Gegensatz dazu spiegeln physikalische Koordinaten die mit der Expansion des Universums anwachsenden Entfernungen als Eigendistanz (englisch: proper distance) zwischen Objekten wider. Aufgrund von Isotropie und Homogenität des Universums kann der Ursprung des Koordinatensystems im Prinzip an einem beliebigen Ort des Universums angesetzt werden.

Genaugenommen gelten die Hubble-Gesetze, über die die Rezessionsgeschwindigkeiten von Objekten hergeleitet werden, nur für die anfangs eingeführten fundamentalen Beobachter. Um nicht allzu sehr von den Vorstellungen von Laien abzuweichen, an die dieses Programm auch gerichtet ist, wollen wir jedoch nomenklatorisch nur einen Beobachter annehmen, dessen heutiger Ort in der Milchstraße gelegen ist. Das Programm befasst sich mit Abständen von Galaxien von diesem Beobachter und skizziert in Tabellenform die Weltlinien dieser Galaxien sowie die Weltlinien von auf den Beobachter gerichteten Photonen, die von diesen Galaxien emittiert werden.

Anders als die als ruhend angenommenen Beobachter sind die Galaxien jedoch in gravitativ bedingte Bewegungen eingebunden. Diese Pekuliarbewegungen werden durch die hier zugrundeliegende Theorie nicht abgebildet. Je länger das Licht benötigt hat, den heutigen Ort der Milchstraße zu erreichen, desto geringer sind die durch Pekuliarbewegungen bedingten relativen Fehler.

Der Beobachter in der Milchstraße wird heute, in der Vergangenheit und in der Zukunft im Zentrum des beobachtbaren und durch den Partikelhorizont begrenzten Universums angenommen. Wer mit der theoretischen Annahme keine Schwierigkeiten hat, dass für die Milchstraße keine gravitativ bedingten Pekuliarbewegungen stattgefunden haben, kann die Weltlinie des Beobachters unter dieser Annahme als Weltlinie der Milchstraße interpretieren. Zu bemerken ist, dass sich die wirkliche Weltlinie der Milchstraße nicht über eine nicht allzu große – hier nicht ermittelte - kritische Größe hinaus von der Weltlinie des Beobachters entfernt haben kann, da sich die Milchstraße sonst aufgrund der Expansion des Universums für immer vom Beobachter entfernt hätte.

### 3.2 *Hilfestellung durch Zeichnungen*

In den im Folgenden erwähnten Zeichnungen sind jeweils eine waagerechte Raumachse und eine senkrechte Zeitachse aufgeführt. Dimension der Raumachse ist Milliarden Lichtjahre, die der Zeitachse Milliarden Jahre. Zusätzlich zur Zeitdimension mag auf der Zeitachse noch der zum jeweiligen Zeitpunkt zugehörige Skalenfaktor eingezeichnet sein.

### 3.2.1 Yukterez (Simon Tyran)

Zunächst wird empfohlen, die animierten Zeichnungen von Yukterez (Simon Tyran, Wien) [1] zu studieren.

<http://lcdm.yukterez.net/i.html#plot>

Die beiden Zeichnungen (eine für physikalische, die andere für mitbewegte Koordinaten) zeigen auf der waagerechten Achse eine durch das Zentrum der expandierenden Kugeloberflächen von Hubblesphäre (englisch: hubble sphere), Ereignishorizont (englisch: event horizon) und Partikelhorizont (englisch: particle horizon) verlaufende Gerade, die ohne Beschränkung der Allgemeinheit als eine der 3 räumlichen Koordinatenachsen aufgefasst werden kann. Der Abstand zwischen 2 Punkten auf dieser Achse ist der Absolutbetrag der Differenz zwischen beiden Punkten.

Die Zeitachse ist die senkrechte Achse der animierten Grafik.

Was man den Zeichnungen auch entnehmen kann: Jedem  $t$  oder  $a$  wird ein fester Entfernungswert auf dem jeweiligen Horizont bzw. der Hubblesphäre zugeordnet. Animiert dargestellt ist nur der Lichtkegel (englisch: light cone), der seine Gestalt im Zeitverlauf für alle Vergangenheitszeitpunkte (und auch alle Zukunftszeitpunkte) insgesamt ändert. Der Mantel des Rückwärts-Lichtkegels zeichnet alle Ereignisse nach, die man im Scheitelpunkt des Lichtkegels SEHEN kann. In der Grafik wandert dieser Scheitel von der frühen Vergangenheit bis in die fernere Zukunft, wobei der heutige Zeitpunkt durch eine waagerechte Linie besonders gekennzeichnet ist.

Das Wort SEHEN soll lediglich andeuten, dass von Ereignissen auf dem Lichtkegel emittierte Photonen den Ort des Beobachters passieren.

In der bildlichen Darstellung sieht man, dass der Rückwärts-Lichtkegel langsam (nach außen) größer wird und sich in der Zukunft in mitbewegten Koordinaten mehr und mehr dem Ereignishorizont zum Zeitpunkt bzw. Skalenfaktor des Scheitels nähert.

Am Scheitel  $s_1$  sichtbare Ereignisse kennzeichnen auf den Beobachter gerichtetes Licht, das von Galaxien zu einem bestimmten Vergangenheitszeitpunkt emittiert wurde.

Betrachten wir nun eine Galaxie, deren Licht zu einem Zeitpunkt  $t_1$  emittiert wurde und deren zum Zeitpunkt  $t_1$  emittiertes Licht an einem Scheitel  $s_1$  (z.B. heute) SICHTBAR ist. Stellt man eine solche Galaxie in den Mittelpunkt seiner Überlegungen, so weiß man, dass sich diese Galaxie gemäß geschilderter Theorie vom Beobachter entfernt. Sendet diese Galaxie zu einem späteren Zeitpunkt  $t_2$  weiterhin Photonen in Richtung des Beobachters aus, so ist dieses zum Zeitpunkt  $t_2$  emittierte Licht nun an einem Scheitel  $s_2$  mit  $s_2 > s_1$  SICHTBAR. Das Programm WELTTABELLEN ist in seiner AUFGABE 3 in der Lage, den Verlauf von Galaxien und zugeordneten Scheitelpunkten zu verfolgen.

### 3.2.2 Davis/Lineweaver

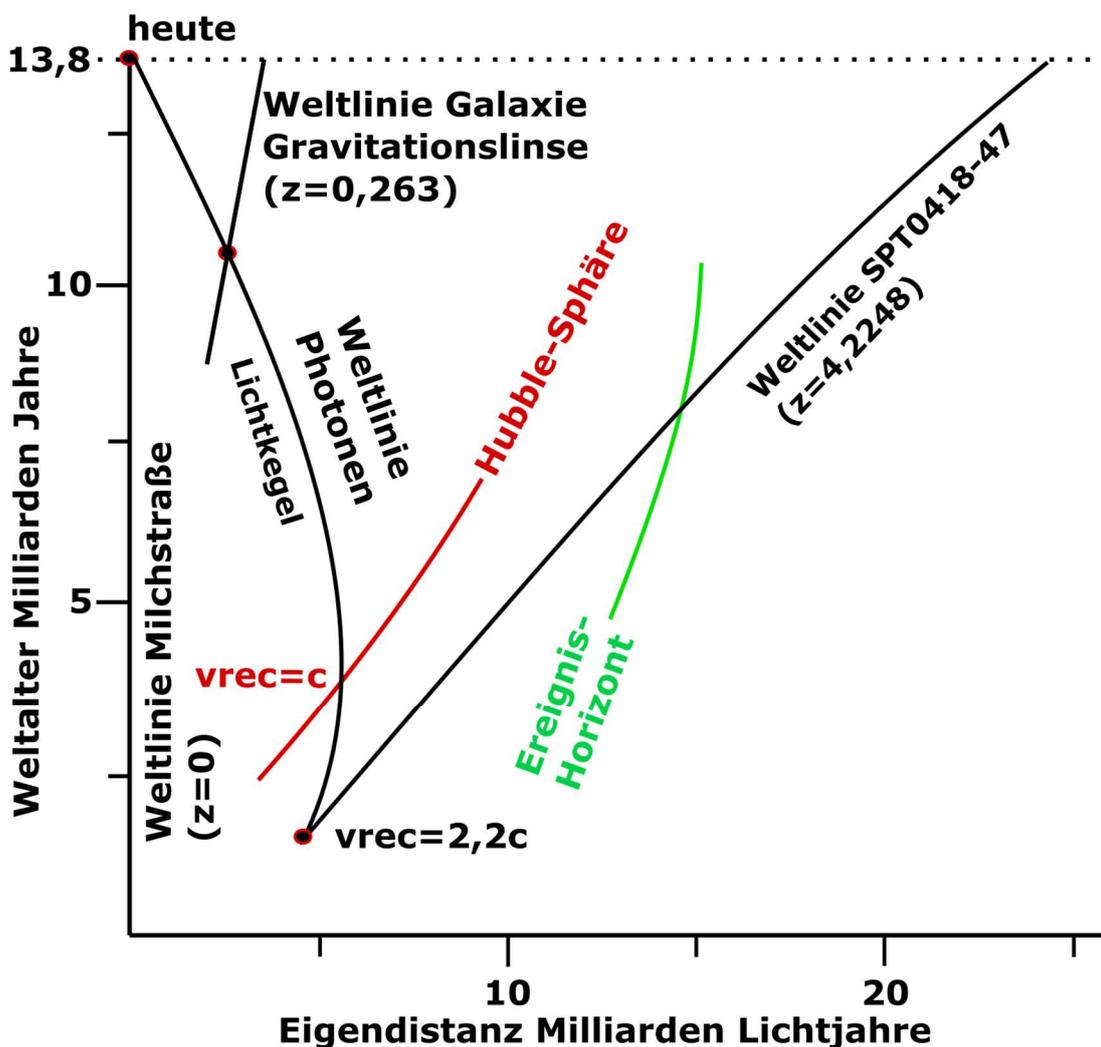
Zusätzlich zu den animierten Zeichnungen von Yukterez schlagen wir noch Figure 1 des Artikels von Davis/Lineweaver [2] zum Studium vor. Es handelt sich um die analogen Tabellen wie die von Yukterez. Anders als bei Yukterez kann man die (unbewegliche) Zeichnung samt ausführlicher Erläuterungen in Ruhe studieren.

### 3.2.3 Erläuterung der Weltlinien der Galaxie SPT0418-47

Schließlich sei noch auf die bei Wikipedia veröffentlichte Zeichnung des Autors [8] von WELTLINIEN verwiesen. Diese Zeichnung ist unter dem in [8] erwähnten Link in allen Details breit erläutert. Die Erläuterungen ergänzen zudem die oben erläuterten theoretischen Grundlagen für das  $\Lambda$ CDM-Modell.

Auf SPT0418-47 und indirekt auf diese Zeichnung wird bisweilen in den später erläuterten Steuerdateien verwiesen, so dass auch ein Blick auf den Wikipedia-Artikel über die Galaxie SPT0418-47 sinnvoll erscheint. Ein Link auf diesen Artikel ist am unteren Ende der Erläuterungen zur Zeichnung vorhanden.

In dieser Zeichnung wird die Weltlinie des Beobachters als Weltlinie der Milchstraße etikettiert.



Hat man eine bestimmte Galaxie im Auge, so spricht nichts dagegen, die waagerechte Koordinatenachse ohne Raumwinkel in Richtung des radialen Pfads vom Beobachter zu dieser Galaxie (in der Zeichnung SPT0418-47) zu wählen. Die Galaxie entfernt sich auf dieser Achse vom Beobachter. Auch Photonen bewegen sich auf dieser Achse, und da diese Photonen den Beobachter schlussendlich erreichen, nähern sich diese zumindest in der Endphase dem Beobachter.

### 3.2.4 Zusätzliche Bemerkungen zu den Zeichnungen

Die doppelseitigen Zeichnungen der beiden Kapitel 3.2.1 und 3.2.2 liefern im Vergleich zur einseitigen Skizze des dritten Beispiels keine Zusatzinformationen und können eventuell sogar in die Irre führen. Oberhalb des Scheitelpunkts des Lichtkegels bewegen sich die Photonen in den negativen Teil der Koordinatenachse. Alle als ruhend angenommenen Galaxien (auch die Galaxie der Gravitationslinse im Artikel über SPT0418-47 wie überhaupt alle auf dem Rückwärtslichtkegel gelegenen Galaxien, ohne Berücksichtigung von Pekuliarbewegungen) entfernen sich im positiven Koordinatenbereich vom Beobachter.

Die Weltlinie jeder Galaxie wird gemäß zugrundeliegender Theorie (ohne Berücksichtigung von Pekuliarbewegungen) zu einem bestimmten Zeitpunkt den Ereignishorizont schneiden. Liegt die Galaxie erst einmal hinter dem Ereignishorizont, wird sie auch in Zukunft vom Beobachter nicht mehr zu SEHEN sein. Je mehr jedoch sich die Galaxie dem Ereignishorizont nähert, desto größer wird der  $t$ - oder  $a$ -Wert des Scheitels jenes Lichtkegels, den die Weltlinie der Galaxie gerade schneidet. Bei Annäherung an den Ereignishorizont läuft der Lichtkegelscheitel mehr und mehr gegen UNENDLICH. Salopp formuliert ist der Ereignishorizont der Lichtkegel des Zeitpunkts UNENDLICH.

Man kann es auch anders formulieren: eine Galaxie, die beim Passieren des Ereignishorizonts noch existiert, wird vom Beobachter in jeder Zukunft noch zu SEHEN sein, und zwar umso später, je mehr sie sich dem Ereignishorizont nähert.

Erinnern wollen wir an dieser Stelle noch einmal daran, dass Hubblesphäre, Ereignishorizont, Partikelhorizont und auch die Lichtkegel vom Ort des Beobachters abhängige theoretische Konstrukte sind.

Der Lichtkegel jedes Scheitels ist anfangs (in den Zeichnungen im unteren Bereich) außerhalb der Hubblesphäre gelegen. (Um die Diskussion bestimmter Sondereffekte zu vermeiden, sollte man eventuell die erste Sekunde nach dem Urknall von dieser Aussage ausschließen. Praktisch ist diese Aussage erst ab dem Zeitpunkt der Emission der Mikrowellen-Hintergrundstrahlung relevant.) Photonen am Scheitelpunkt SICHTBARER Galaxien, die zum Zeitpunkt der Photonenemission außerhalb der Hubblesphäre gelegen waren, haben sich deshalb zunächst vom Beobachter entfernt, bevor diese von der sich vergrößernden Hubblesphäre eingeholt wurden.

Zu allen Zeichnungen kann man feststellen, dass diesen (bei Außerachtlassung von Pekuliarbewegungen) keinesfalls notwendigerweise eine Reduktion der 4-dimensionalen Raumzeit auf eine 2-dimensionale Zeichenfläche zugrunde liegt. Zumindest dann, wenn man primär den radialen Pfad zu einer bestimmten Galaxie ins Auge fasst, sind alle Zeichnungen originär 2-dimensional. Die Galaxien entfernen sich exakt auf der Koordinatenachse, auf den Beobachter gerichtete Photonen bewegen sich in Richtung des Beobachters. Auch dann, wenn die Photonen sich anfangs noch entfernen sollten, sind sie immer auf der Koordinatenachse gelegen.

### 3.3 Weitere Distanzbegriffe

Die Zeit seit dem Urknall  $t$ , der Skalenfaktor  $a$ , die mitbewegte Distanz und die Eigendistanz (physikalische Distanz) sind globale Begriffe, die auch unabhängig von bestimmten Lichtkegeln gelten. Für alle von WELTTABELLEN ausgegebenen von  $a$  und  $t$  abhängigen Reihen lässt sich die mitbewegte Distanz (Ausgabe in mitbewegten Koordinaten) bzw. die Eigendistanz (Ausgabe in physikalischen Koordinaten) vom Beobachter in Form eines  $a$  und  $t$

zugeordneten Reihenwerts für Hubblesphäre, Ereignishorizont, Lichtkegel eines bestimmten Scheitels oder Partikelhorizont als Basisgrößen ablesen.

Die Rotverschiebung  $z$  und die Look-Back-Zeit (Synonym: Lichtlaufzeit) sind vom Scheitelpunkt eines Rückwärts-Lichtkegels (Vergangenheits-Lichtkegels) abhängige Größen. In Bezug auf die ausgegebenen Reihen gelten sie nur für den Lichtkegel.

In Kosmologie-Lehrbüchern finden noch andere Abstandsbegriffe Verwendung, die im Normalfall mit dem Scheitel eines Lichtkegels bei  $a=1$  bzw.  $t=HEUTE$  (siehe auch Kap. 4.1) verbunden sind.

Die *Lichtlaufzeit-Entfernung* stellt einen Bezug zur Länge des Weges her, den das Licht im expandierenden Raum auf dem Weg vom Emissionszeitpunkt zum Scheitelpunkt des Lichtkegels zurückgelegt hat. Es wird einfach die Lichtlaufzeit (Look-Back-Zeit) mit der Lichtgeschwindigkeit multipliziert. Man kann diese Entfernung mittels WELTTABELLEN ermitteln, indem man den  $a$  und  $t$  zugeordneten LOOK-BACK-Wert abliest und anstelle der aufgeführten LOOK-BACK-Dimension „Mrd. Jahre“ nun die Dimension „Mrd. Lichtjahre“ verwendet.

Die *Winkeldurchmesser-Entfernung* ist im räumlich flachen  $\Lambda$ CDM-Modell wertmäßig identisch mit der Eigendistanz auf dem Rückwärts-Lichtkegel. Im Allgemeinen wird man in der Lichtkegel-Reihe mit dem Scheitel bei  $a=1$  bzw.  $t=HEUTE$  den der Rotverschiebung  $z$  zugeordneten Wert ablesen. Die Winkeldurchmesser-Entfernung nimmt ihren Maximalwert dort an, wo der Lichtkegel die Hubblesphäre schneidet.

## 4 Normierung verschiedener Maßeinheiten

### 4.1 Skalenfaktor, Zeit und Rotverschiebung

Zunächst verwenden wir, wie in Lehrbüchern üblich, für den Skalenfaktor den Buchstaben  $a$ , für die Zeit sei dem Urknall den Buchstaben  $t$  und für die Rotverschiebung den Buchstaben  $z$ .

Der Skalenfaktor  $a$  für den Zeitpunkt  $t=HEUTE$  wird mit  $a=1$  festgelegt. Alle vom Programm verwendeten Berechnungen gehen von dieser Festlegung aus.

WELTTABELLEN ist in der Lage, Werte für Lichtkegel beliebiger Scheitelpunkte zu berechnen. Unter einem Scheitelpunkt oder Scheitel ist stets der Scheitelpunkt eines Rückwärts-Lichtkegels (Vergangenheits-Lichtkegels) gemeint. Die Rotverschiebung  $z=z(\text{Scheitel})$  ist damit eine vom Scheitel abhängige Größe. Mit  $z^*$  wird die Rotverschiebung des heutigen Lichtkegels bezeichnet. Diesem Thema ist das nächste Kapitel 4.2 gewidmet.

Der Wert mitbewegter Koordinaten entspricht dem Wert der physikalischen Koordinaten bei  $a=1$  (und nicht etwa beim Scheitel eines vom heutigen Lichtkegel verschiedenen Lichtkegels). (Man findet in Lehrbüchern keine Hilfestellung, wie diese Wahl genau zu treffen ist. Sicher ist aber, dass es äußerst verwirrend wäre, wenn man neben  $z$  auch noch  $a$  in Abhängigkeit von Lichtkegel-Scheitelpunkten variabel festlegen würde.)

$a$  und  $t$  sind also globale Größen und bijektiv aufeinander abbildbar. Alle internen Berechnungen der Applikation WELTTABELLEN erfolgen über den Skalenfaktor  $a$ . Das zu einem  $a$  gehörige  $t$  ist einfach berechenbar. Die Umkehrfunktion zur Abbildung von  $t$  auf  $a$  ist numerisch aufwendig. Die Verwendung von  $z$  als scheitelabhängige Größe ist für Berechnungen im Rahmen der in diesem Programm erbrachten Leistungen nicht geeignet.

Zusätzlich können zu erbringende Leistungen noch von der Look-Back-Time (Lichtlaufzeit) HEUTE minus  $t$  abhängig gemacht werden. Insbesondere kann z.B. für jeden Vergangenheits- und Zukunftszeitpunkt die (mitbewegte oder physikalische) Distanz einer durch die Lichtlaufzeit umschriebene Galaxie vom Beobachter ermittelt werden.

#### 4.2 Bemerkungen zur Rotverschiebung

Rotverschiebungen sind ohne weitere Erläuterungen nur für einen Lichtkegel (genauer: für den Mantel eines Lichtkegels) relevant. Die Rotverschiebung  $z$  bezieht sich immer auf den Scheitelpunkt des Rückwärts-Lichtkegels. Das ist die natürliche Wahl.

$z^*$  bezieht sich auf den Scheitelpunkt zum heutigen Zeitpunkt. Ist der Scheitelpunkt von HEUTE verschieden, so sollte man mit der Interpretation von  $z^*$  vorsichtig sein. Was immer man denkt: wahrscheinlich ist es falsch.

$z^*$  ist bei einem von HEUTE verschiedenen Zeitpunkt bestenfalls dann einmal nützlich, wenn man via  $z^*$  nicht eine Rotverschiebung im eigentlichen Sinne, sondern in Wirklichkeit einen Skalenfaktor oder einen Zeitpunkt bezeichnen will, den man nur in der  $z^*$ -Form für den Lichtkegel mit Scheitelpunkt HEUTE vorliegen hat.

In den Tabellen steht  $z$  (oder ggfs. auch  $z^*$ ) gleichwertig neben dem Skalenfaktor  $a$  und der Zeit seit dem Urknall  $t$ . Während  $a$  und  $t$  globale Größen sind, die für alle gelieferten Reihen (Hubblesphäre, Horizonte, Lichtkegel) Gültigkeit besitzen, ist  $z$  als Wert neben  $a$  und  $t$  nur für den Lichtkegel eine sinnvolle Größe.  $z^*$  als Wert neben  $a$  und  $t$  bei einem Lichtkegel, dessen Rückwärts-Scheitelpunkt von HEUTE verschieden ist, ergibt genaunommen überhaupt keinen Sinn.

Zusätzlich wird  $z$  in verschiedenen wissenschaftlichen Veröffentlichungen zur Kennzeichnung der Weltlinie von Galaxien verwendet, die den Lichtkegel zu einem bestimmten  $a$  oder  $t$  schneidet. Hier kann man das  $z$  für einen Lichtkegel mit einem gerade betrachteten Scheitelpunkt heranziehen, man kann auch  $z^*$  verwenden. Aus dem Text sollte hervorgehen, was gemeint ist, im Allgemeinen wird  $z^*$  für den Lichtkegel mit dem Scheitel HEUTE (bzw.  $a=1$ ) verwendet. Von dieser Kennzeichnung machen auch Davis/Lineweaver Gebrauch.

Für die Interpretation von  $z$  bei WELTTABELLEN-AUFGABE 2 beim Schnittpunkt zwischen Partikelhorizont und Ereignishorizont siehe Davis/Lineweaver [2], speziell die unteren beiden Zeichnungen von Figure 1 und den vorletzten Abschnitt vor Kap. 4.  $z$  ist dadurch gekennzeichnet, dass der mitbewegte Abstand der Koordinate des Lichtkegels vom Beobachters gleich ist wie der Abstand des Schnittpunkts zwischen Partikelhorizont und Ereignishorizont vom Beobachter.  $z$  bezieht sich im Programm immer auf den Scheitelpunkt des Lichtkegels. Bei Davis/Lineweaver [2] ist angedeutet, dass man eher  $z^*$  meint, was aber dort nicht relevant ist, da man ausschließlich den Scheitelpunkt HEUTE verwendet.

## 5 Das Arbeiten mit WELTTABELLEN

### 5.1 WELTTABELLEN-Windows-Umgebung

Die WELTTABELLEN-Umgebung wird an Benutzer als ZIP-ORDNER geliefert.

Den gelieferten ZIP-Ordner muss man in einem Ordner des Betriebssystems entpacken. Im Weiteren wird als Beispiel angenommen, dass dies der Ordner C:\ALTOS ist. Die Ausführung einiger Aufgaben ist gemäß Windows10 Version 21H2 beschrieben.

Man arbeitet in 2 Fenstern. Zum einen legt man eine Explorer-Verknüpfung auf C:\ALTOS auf den Desktop. Durch Doppelklick auf diese Verknüpfung wird man zum Fenster für dieses Verzeichnis geleitet. Dort kann man dann Texthaltungsdateien mit den Windows-Editor bearbeiten. Zum Bearbeiten einer BAT-Datei muss man eventuell beim ersten Aufruf via rechte Maustaste die Extension .bat mit dem Editor verbinden. Das Explorer-Fenster von C:\ALTOS sollte nach Dateinamen sortiert vorhanden sein. Dies ist die Microsoft-Voreinstellung.

Das zweite Fenster ist das der Windows-Eingabeaufforderung, im Weiteren als Konsole bezeichnet. Via „START – Windows-System – Eingabeaufforderung – (rechte Maustaste) Mehr - An Taskleiste anheften“ kann man das Fenster für die Eingabeaufforderung an die Taskleiste anheften. Klickt man auf den Link, so befindet man sich in der Konsolenumgebung, und zwar vermutlich in einem Verzeichnis C:\USERS\name. In diesem Verzeichnis muss man eine Datei F.BAT folgenden Inhalts erstellen.

C:  
CD \ALTOS

Man kann z.B. im ersten Fenster eine Datei F.TXT (via rechte Maustaste – Neu – Textdokument) erstellen, den obigen Inhalt eintragen und die Datei dann in F.BAT umbenennen. Diese Datei muss man dann ins Verzeichnis C:\USERS\name kopieren. Wenn man mit dem zweiten Fenster arbeiten möchte, so klickt man den Link auf der Taskleiste an und gibt im Fenster der Eingabeaufforderung dann F ein. Man befindet sich dann im Verzeichnis C:\ALTOS.

Man benötigt danach vor allem 2 Konsol-Befehle:

- 1) Mittels c xy wird die Datei STEUERWxy.txt auf die Datei STEUERW.txt kopiert.
- 2) Mittels w wird das Programm WELTTABELLEN abgerufen. Über die Steuerdatei STEUERW wird bestimmt, was genau das Programm WELTTABELLEN tun soll.

Ein Befehl d xy vereinigt beide Leistungen.

Wer das soeben beschriebene nicht hinkriegt, sollte das Programm WELTTABELLEN nicht benutzen.

## 5.2 *Vorbereitete Steuerdateien*

Bevor sich ein Benutzer im Detail mit dem Aufbau von Steuerdateien befasst, ist es ratsam, zunächst die Leistungen von WELTTABELLEN über einige vorbereitete Steuerdateien abzurufen. Es dürfte kein schlechtes Konzept sein, sich langsam durch Korrektur einzelner Elemente der Steuerdateien einen Einblick in deren Aufbau zu erarbeiten.

Sollten aus Versehen originäre Steuerdateien durch Korrekturen verlorengehen, so kann man diese aus dem WELTTABELLEN-ZIP-Ordner wiederherstellen.

Um einen Überblick über den abgedeckten Wertebereich zu erhalten, spricht nichts dagegen, die zentrale Steuerdatei STEUERW1a.txt auszuführen. Man gibt also auf der Konsole

c 1a  
w

ein. Als Ergebnis findet man 3 neue Dateien im Ordner C:\ALTOS. Die Steuerdatei STEURERW1a.txt ist inline dokumentiert.

Die im Weiteren erwähnten Steuerdateien sind vorbereitet. Durch einen Vergleich des Inhalts der Steuerdatei und den Ergebnisdateien gewinnt man schnell das Verständnis für den Aufbau von Steuerdateien. In der Tabelle wird auf die Aufführung der Extension .txt jeder Steuerdatei verzichtet. Die erste Ziffer hinter STEUERW bezeichnet die WELTTABELLEN-AUFGABE (1, 2, oder 3), die durch die Steuerdatei bearbeitet wird. Ist danach ein a, t, z oder r im Namen vorhanden, so wird angedeutet, dass in der Datei die primären Eingaben über den Skalenfaktor, die Zeit seit dem Urknall, die Rotverschiebung bzw. die Look-Back-Zeit (Lichtlaufzeit) erfolgen. Im Normalfall ist als Parametersatz Planck18 mit der Strahlungsdichte  $\Omega_R$  via Stefan-Boltzmann Konstante und Lichtkegel-Scheitel  $a=1$ ,  $t=HEUTE$  besetzt. Nur Abweichungen von diesen Festlegungen werden erwähnt.

In der folgenden Tabelle steht in der ersten Spalte die Namenserverweiterung der Steuerdatei (Beispiel: 1t steht für STEUERT1t.txt), in der zweiten Spalte die Aufgabennummer (1-3), in die dritten Spalte die Erläuterung zur Steuerdatei. In der letzten Spalte steht M für mitbewegt und P für physikalisch.

1a	1	Aufgabe 1 für einen gesamten a-Wertebereich. Durchläuft alle a von $10^{-12}$ bis $10^{30}$ mit größenabhängigen Deltawerten. Für sehr hohe Werte ist Kap. 5.5 zu lesen. Ausgegeben werden mitbewegte Koordinaten.	M
1ap	1	Wie 1a, es werden allerdings physikalische Koordinaten ausgegeben.	P
1arez	1	Wie 1ap, es werden in _REZESSION die Rezessionsgeschwindigkeiten von Horizonten (und nicht die von Galaxien auf diesen Horizonten) ausgegeben.	P
1t	1	Eingabe Zeitpunkte (-14 für HEUTE). Für sehr hohe Werte ist Kap. 5.5 zu lesen.	P
1trez	1	Wie 1t. In _REZESSION-Datei wird die Rezessionsgeschwindigkeit von Horizonten (und nicht die von Galaxien auf diesen Horizonten) ausgegeben. Für sehr hohe Werte ist Kap. 5.5 zu lesen.	P
1ta2	1	Eingabe Zeitpunkte, Scheitel bei $a=2$	P
1t9t2	1	Eingabe Zeitpunkte für WMAP9, Scheitel bei $2*HEUTE$	P
1r97	1	Eingabe Look-Back-Time. Standardscheitel	P
1r98	1	Eingabe Look-Back-Time in Vielfachen von HEUTE	P
1r99	1	Wie 1r98, aber Scheitel $t=2*HEUTE$ , via externen Scheitel	P
1z	1	Eingabe Rotverschiebungen (Standardscheitel) $z=1090$ , Entfernung CMB heute: 45.22 <u>Mrd.</u> Lichtjahre (Planck18)	M
1zp	1	Wie 1z, aber physikalische Koordinaten Entfernung CMB vom Beobachter bei $z=1090$ (zur Zeit der Lichtemission): 41.45 <u>Millionen</u> Lichtjahre (Planck18)	P
1zx	1	Siehe Kap. 10.1	P
1zx101	1	Siehe Kap. 10.1	P
1z2	1	Eingabe Rotverschiebungen $z^*$ , Ausgabe z (Scheitel $z^*=-0.5$ , entspricht $a=2$ ). Von Verwendung wird abgeraten.	M
1z3	1	Eingabe Rotverschiebungen $z^*$ , Ausgabe $z^*$ (Scheitel $z^*=-0.5$ ) Von Verwendung wird abgeraten.	M
1z4	1	Eingabe Rotverschiebungen z (nicht $z^*$ ), Ausgabe z (Scheitel $a=2$ ). Das ist zwar jetzt sinnvoll, aber vermutlich hat man keine Eingabedaten für z. (Die angegebenen z ergeben nicht jenen Sinn, der diesen für $z^*$ zgedacht war.)	M
1z5	1	Eingabe $z^*$ (Scheitel $z^*=-0.5$ ). Ausgabe z und zusätzlich $z^*$ für $z^*$ zwischen 1100 und 1089.	P

1z-ICRAR	1	Im Prinzip wie 1z, aber für Planck15 und $\Omega_R$ von ICRAR	M
1zkons	1	AUFGABE 1 (weil Steuertyp -105 fehlt), Steuertyp -301 fehlt: Eingabe $z^*$ (oder auch $z$ ) von der Konsole. Es wird ein externer Scheitel bei $a=3$ definiert, den man abrufen kann oder auch nicht. Ruft man den externen Scheitel mit -7 ab, so werden $z^*$ -Werte erwartet. Ruft man den externen Scheitel mit -6 ab, so werden $z$ -Werte erwartet.	P
1zkon2	1	Wie 1zkons. Ausgegeben wird neben $z$ (Normalfall) in Zusatzzeile $z^*$ (via Steuertyp -222). Gibt man z.B. 1100, -1, 1089,-7 ein, so kann man die CMB-Rotverschiebungen $z$ für $a=3$ neben $z^*$ für $a=1$ sehen. In einem zweiten Lauf mit 1zkons für $a=1$ kann man durch einen Vergleich beider Ergebnisse für den jeweiligen Lichtkegel die unterschiedlichen physikalischen Entfernungen des jeweiligen Surface of Last Scattering ermitteln.	P

2a	2	Kosmische Parameter für Scheitel bei $a=1$
2t	2	Kosmische Parameter für Scheitel bei $t=HEUTE$ Die Ergebnisse von 2a und 2t sind identisch
2tV	2	Kosmische Parameter für Scheitel bei $t=3*HEUTE$
2tW	2	Wie 2tV. Ausgabe $z^*$ anstelle $z$ . Nur um zu zeigen, dass es geht.
3-1-1	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 1, EIGENART -1: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden $a$ -Werte erwartet. Welchen Scheitel hat der Lichtkegel, den die Galaxie mit einem mitbewegten Abstand von 10 Mrd. Lichtjahren vom Beobachter beim jeweiligen $a$ -Wert schneidet?
3-1-2	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 1, EIGENART -2: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden $a$ -Werte erwartet. Welchen Scheitel hat der Lichtkegel, den die Galaxie mit der Rotverschiebung $z=4$ beim Scheitel $a=2$ beim jeweiligen $a$ -Wert der DRITTEN Zeile schneidet?
3-3-1	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 3, EIGENART -1: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden $t$ -Werte erwartet. Welchen Scheitel hat der Lichtkegel, den die Galaxie mit einem bei $a=0.8$ physikalischen Abstand von 10 Mrd. Lichtjahren vom Beobachter beim jeweiligen $t$ -Wert schneidet?
3-3-1V	3	Wie 3-3-1: Wegen Parameter 1 zu STEUERTYP -200 werden die $t$ -Werte als Vielfaches von HEUTE erwartet.
3-3-3	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 3, EIGENART -3: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden $t$ -Werte erwartet. Welchen Scheitel hat der Lichtkegel, den die Galaxie mit einem bei $t=12$ Mrd. Jahren physikalischen Abstand von 5 Mrd. Lichtjahren vom Beobachter beim jeweiligen $t$ -Wert schneidet?
3-3-5	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 3, EIGENART -5: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden $t$ -Werte erwartet. Betrachtet wird die Weltlinie einer Galaxie, die sich 5 Mrd. Jahre nach dem Urknall auf einem Lichtkegel mit einem Scheitel bei 8 Mrd. Jahren nach dem Urknall befindet. Über den mitbewegten Abstand dieser Galaxie vom Beobachter werden die Scheitel jener Lichtkegel berechnet, den die Galaxie zu den Zeitpunkten in Mrd. Jahren der Dritten Zeile schneidet.

3-3-22	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 3, EIGENART -22: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden a-Werte erwartet. Betrachtet wird die Weltlinie einer Galaxie, die unter einer Rotverschiebung $z=0.4118745344$ beim Scheitel eines Lichtkegels bei 8 Mrd. Jahren nach dem Urknall SICHTBAR ist. Achtung: $z(t=8)=0$ . Über den mitbewegten Abstand dieser Galaxie vom Beobachter werden die Scheitel jener Lichtkegel berechnet, den die Galaxie zu den Zeitpunkten in Mrd. Jahren der Dritten Zeile schneidet. Dieses Mal wird mit PLANCK15 gerechnet.
3-4-1	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 4, EIGENART -1: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden a-Scheitelpunkte erwartet. Bei welchen a bzw. t schneidet eine Galaxie mit einem mitbewegten Abstand von 10 Mrd. Lichtjahren vom Beobachter die Lichtkegel mit den a-Scheitelpunkten der Dritten Zeile?
3-4-5	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 4, EIGENART -5: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden a-Scheitelpunkte erwartet. Bei welchen a bzw. t schneidet eine Galaxie, die zum Zeitpunkt 0.3583579236 Mrd. Jahre nach dem Urknall auf einem Lichtkegel mit Scheitel bei $t=4.27938$ Mrd. Jahre gelegen ist, die Lichtkegel mit den a-Scheitelpunkten der Dritten Zeile? Es wird mit dem Parametersatz PLANCK15 gerechnet.
3-5-22	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 5, EIGENART -22: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden t-Scheitelpunkte erwartet. Betrachtet wird die Weltlinie einer Galaxie, die unter einer Rotverschiebung $z=0.4118745344$ beim Scheitel eines Lichtkegels bei 8 Mrd. Jahren nach dem Urknall SICHTBAR ist. Achtung: $z(t=8)=0$ . Bei welchen a bzw. t schneidet die Galaxie die Lichtkegel mit den t-Scheitelpunkten der Dritten Zeile? Es wird mit PLANCK15 gerechnet.
3-5-22V	3	Im Prinzip wie 3-3-22. Allerdings werden die t-Scheitelpunkte der Dritten Zeile jetzt als Vielfache von HEUTE erwartet. Die aufgeführten Scheitelunkte der Dritten Zeile stimmen nicht mit den absolut aufgeführten von 3-3-22 überein.
3-11-2	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 11, EIGENART -2: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden a-Werte erwartet, und zwar in folgender Form (SONDERAUFBAU): zwischen dem vorletzten Wert (hier -8 für die durch das TRIPEL bestimmte Galaxie) und dem Ereignishorizont werden so viele a eingefügt, wie es der letzte Wert anzeigt. Werte davor sind, sofern vorhanden, a-Werte (im Allgemeinen kleiner als der vorletzte Wert), die zusätzlich behandelt werden. Betrachtet wird die Weltlinie einer Galaxie, die unter einer Rotverschiebung $z=9$ beim Scheitel eines Lichtkegels bei $a=8$ SICHTBAR ist. Achtung: $z(a=8)=0$ . Über den mitbewegten Abstand dieser Galaxie vom Beobachter werden die Scheitel jener Lichtkegel berechnet, den die Galaxie zu den Skalenfaktoren a der Dritten Zeile (gemäß SONDERAUFBAU) schneidet.
3-11-22	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 11, EIGENART -22: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden a-Werte gemäß SONDERAUFBAU (siehe 3-11-2) erwartet. Betrachtet wird die Weltlinie einer Galaxie, die unter einer Rotverschiebung $z=0.4118745344$ beim Scheitel eines Lichtkegels bei $t=8$ Mrd. Jahre SICHTBAR ist. Achtung: $z(t=8)=0$ . Über den mitbewegten Abstand dieser Galaxie vom Beobachter werden die Scheitel jener Lichtkegel berechnet, den die Galaxie zu den Skalenfaktoren a der Dritten Zeile (gemäß SONDERAUFBAU) schneidet. Es wird mit PLANCK15 gerechnet.

3-13-22	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 13, EIGENART -22: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden t-Werte erwartet, und zwar in folgender Form (SONDERAUFBAU): zwischen dem vorletzten Wert (hier -8 für die durch das TRIPEL bestimmte Galaxie) und dem Ereignishorizont werden so viele t eingefügt, wie es der letzte Wert anzeigt. Werte davor sind, sofern vorhanden, t-Werte (im Allgemeinen kleiner als der vorletzte Wert), die zusätzlich behandelt werden. Betrachtet wird die Weltlinie einer Galaxie, die unter einer Rotverschiebung $z = 0.4118745344$ beim Scheitel eines Lichtkegels bei $t = 8$ Mrd. Jahre SICHTBAR ist. Achtung: $z(t=8) = 0$ . Über den mitbewegten Abstand dieser Galaxie vom Beobachter werden die Scheitel jener Lichtkegel berechnet, den die Galaxie zu den Skalenfaktoren t der Dritten Zeile (gemäß SONDERAUFBAU) schneidet. Es wird mit PLANCK15 gerechnet.
3-13-22x	3	Siehe Kap. 10.1

### 5.3 Ein erster Übungslauf

Steuerdateien befinden sich im Unterverzeichnis STEUERD des Hauptverzeichnisses C:\ALTOS. Das Programm WELTTABELLEN, aufgerufen durch w, greift stets auf die Steuerdatei STEUERW im Hauptverzeichnis zu.

Wir setzen im Weiteren voraus, dass der Benutzer Kap. 5.1 gelesen hat. Es sind also das Explorer-Fenster von C:\ALTOS und das auf C:\ALTOS verweisende Konsolfenster verfügbar.

Wir gehen jetzt davon aus, dass sich der Benutzer entschlossen hat, WELTTABELLEN-Durchläufe für die Steuerdateien STEUER1a, STEUER1zp, STEUER2t und STEUER3-11-22 durchzuführen. Weiter gehen wir davon aus, dass zuvor keine WELTTABELLEN-Durchläufe stattgefunden haben.

In der Konsoleingabe gibt der Benutzer nun

```
c 1a          und danach
w             ein.
```

Sodann wechselt er jetzt ins Explorer-Fenster und findet unten (Explorer-Fenster nach Dateinamen geordnet) die 3 Dateien

```
ZZ.TXT
ZZ_DELTA.TXT und
ZZ_REZESSION.TXT
```

vor. Durch Doppelklick auf den jeweiligen Dateinamen kann er sich die Ergebnisse anschauen.

Mit den Konsoleingaben

```
c 1zp
w
```

```
c 2t
w
```

```
c 3-11-22
w
```

kann der Vorgang wiederholt werden, die Ergebnisdateinamen nehmen nun die Form ZZA, ZZB und ZZC an.

Übrigens fasst der Befehl d (realisiert durch die Datei d.bat) die beiden Befehle c und w zusammen. Anstelle der letzten beiden Befehle hätte auch d 3-11-22 stehen können. Man wird aber häufig die Datei STEUERW.TXT im Hauptverzeichnis korrigieren, um nicht mühsam aufgebaute Steuerdateien im Verzeichnis STEUERD zu zerstören. Eine Aufteilung in 2 Befehle erscheint daher häufig zweckmäßig.

#### **5.4 Dateien vom Typ T\_NACH\_A und ihre Erzeugung**

Dateien vom Typ T\_NACH\_A sind in Kap. 6.2 genauer erläutert. In Kap. 6.3 ist beschrieben, wie man solche Dateien über spezielle Steuerdateien erzeugen kann.

#### **5.5 Bemerkungen zur Rechengenauigkeit**

Das Programm WELTTABELLEN arbeitet mit doppelter Genauigkeit, was ungefähr 15 Dezimalziffern entspricht. Bei Iterationsverfahren wird im Allgemeinen eine relative Genauigkeit von  $10^{-13}$  vorgegeben.

Man kann bei der Mehrheit der zwischen  $10^{-12}$  und  $10^{30}$  bezogenen a-Eingangswerte mit mindestens 8 zählenden Ziffern bei den Ergebniswerten rechnen. Schwierigkeiten treten immer dann auf, wenn durch Rechnung mit absolut großen Werten kleine Ergebnisse (Ergebnisse in der Nähe von NULL bezogen auf die Größe der Eingangswerte) zustande kommen.

Da das Programm davon ausgeht, dass man die Scheitelpunkte von Lichtkegeln beliebig nach oben und unten verschieben kann, ist es a priori fast unmöglich zu sagen, wo sinnvolle Grenzen für eine Bewertung von Ergebnissen vorhanden sind.

Wir raten, in Zweifelsfällen einen Blick auf jene Ergebnisreihen zu werfen, die durch Berechnungen von WELTTABELLEN über die Steuerdateien 1a oder 1ap zustande gekommen sind.

Für die weiteren Überlegungen gehen wir von einem Lichtkegel-Scheitelpunkt von  $a=1$  (d.h.  $t=HEUTE$ ) aus.

Man kann sich das Genauigkeitsproblem an den beiden Größen Hubble-Radius und Ereignishorizont klar machen. Für große a-Werte konvergieren beide gegen den gleichen Wert, in mitbewegten Daten gegen NULL und in physikalischen Daten gegen  $c / (H_0 * \Omega_\Lambda^{1/2})$  in Mrd. Lichtjahren.

In der 8-ziffrigen Darstellung sind beide Reihen ab  $a=0.4*10^3$  in mitbewegten, ab  $a=0.3*10^3$  in physikalischen Koordinaten nicht mehr voneinander unterscheidbar, und die Werte ändern sich danach auch nicht mehr. Es ist klar, dass es in dieser Darstellung zwecklos ist zu fragen, wo ein nahe beim Ereignishorizont gelegener Lichtkegel den Hubble-Radius schneidet, sofern dieser Schnittpunkt oberhalb der kritischen Grenze gelegen ist.

Schaut man sich in den \_DELTA-Dateien die Reihe Ereignishorizont-minus-Hubble-Radius an, so kann man in mitbewegten und physikalischen Koordinaten bis  $0.6*10^5$  ein halbwegs vernünftiges Verhalten feststellen. Danach sieht man nur noch Rundungsfehler. (Die Unterschiede könnte man auch in den beiden Originalreihen feststellen, wenn beide Reihen mit 13 zählenden Ziffern ausgedruckt würden.)

Die Verfolgung beider Reihen in der Druckausgabe soll nur als ein exemplarisches Beispiel dienen, wie man grundsätzlich feststellen kann, ob man Ergebnisse (besonders solche nahe NULL) bei sehr hohen Eingangswerten (bei anderen Fragestellungen bei sehr niedrigen Eingangswerten) noch sinnvoll verwenden kann. Meistens ist es durch eine analoge Verfolgung anderer Reihen ebenfalls möglich zu ermitteln, wo durch erratic Verhalten die Zone der Nur-noch-Rundungsfehler beginnt.

### 5.6 *Obere und untere Grenze für das Rechnen mit WELTTABELLEN*

Für Benutzer sind a-Eingangswerte zwischen  $10^{-12}$  und  $10^{30}$  möglich. Der maximale Bereich ist durch die Datei GRENZENW (siehe Kap. 6.6) festgelegt. Durch WELTTABELLEN-Durchläufe mittels STEUERWa werden den a-Werten in Dateien vom Typ T\_NACH\_A Parametersatz-abhängige t-Werte zugeordnet.

Die zulässige Größenordnung für a- und t-Werte ist offensichtlich äußerst großzügig bemessen. Es liegt aber in der Natur einer Applikationsnutzung, dass Benutzer versuchen, die Größenordnungen auszutesten. Während die a-Werte Parametersatz-unabhängig sind, werden t-Werte über den jeweils aktuellen Parametersatz zugeordnet. Dadurch ist es unter der Annahme Parametersatz-spezifischer T\_NACH\_A-Dateien möglich, dass insbesondere für t-definierte Programmaufrufe das Programm für einen Parametersatz (z.B. PLANCK18) erfolgreich beendet wird, bei einem anderen Parametersatz (z.B. 737) jedoch wegen Grenzüberschreitung abbricht.

## 6 **Verwaltungsdateien des Programms WELTTABELLEN**

Mittels Steuerdateien vom Typ STEUERW werden einzelne Dienstleistungen programmiert, die von WELTTABELLEN bereitgestellt werden sollen. Dies geschieht dadurch, dass mittels Steuerdateien vom Typ STEUERW einzelne dienstleistungsspezifische Parameter übergeben werden.

Andere Parameter zur Steuerung von WELTTABELLEN sind globaler Natur. Diese werden nur selten geändert und werden über die Datei ITERATIONENW an WELTTABELLEN übermittelt. Über die meisten Parameter werden Iterationsverfahren zur Lösung bestimmter Aufgaben gesteuert, wobei die Bereitstellung von Startwerten für diese Iterationsverfahren ein häufiges Anliegen ist.

Es ist relativ einfach, einem Skalenfaktor a einen Zeitwert  $t=F(a)$  seit dem Urknall zuzuordnen. Die Umkehrung dieser Aufgabenstellung, also die Zuordnung  $a=F^{-1}(t)$  erfolgt numerisch über ein Iterationsverfahren. Die Startwerte für die Abbildung für bestimmte t sind in einer Datei vom Typ T\_NACH\_A abgespeichert.

Für den Abruf bestimmter Dienstleistungen stellt der Autor Steuerdateien vom Typ STEUERW bereit. Um andere Typen von Steuerdateien muss sich der Benutzer nicht oder nur sehr selten kümmern.

### 6.1 *Aufbau der Steuerdatei STEUERW*

**Vorbemerkung:** Ein Benutzer sollte die vorbereiteten Steuerdateien zu Rate ziehen, falls ihm Teile der im Weiteren dargelegten Beschreibung nicht klar sind. Vom Benutzer nicht voll verstandene Variablen in diesen Dateien sollten nicht ohne Not geändert werden. Durch den

*Befehl „C Zeichenfolge“ (via Befehlsdatei C.BAT) wird die durch die Zeichenfolge umschriebene Steuerdatei im Unterverzeichnis STEUERD auf STEUERW.TXT kopiert. Z.B. wird durch „C It“ die Datei STEUERWIt.TXT im Unterverzeichnis STEUERD auf STEUERW.TXT im Hauptverzeichnis kopiert. (Man sollte eine selbst aufgebaute Steuerdatei nicht einfach STEUERW.TXT nennen, da diese Datei später leicht überschrieben werden kann.)*

Die Steuerdatei STEUERW.TXT besteht aus einer Folge von Zeilen, wobei eine Zeile mit genau einem negativen Wert (dem STEUERTYP) andeutet, was in einer Folgezeile (oder mehreren Folgezeilen) aufgeführt ist.

Die Steuertypen müssen gemäß Absolutwert aufsteigend geordnet aufgeführt sein.

Es werden in der folgenden Tabelle diese Abkürzungen verwendet: (I) = Integer, (D)=Double Precision, V=Voreinstellung.

Ist der letzte Wert einer Zeile ein (I)- oder (D)-Wert, kann nach einem Komma hinter diesem letzten Wert ein Kommentar stehen.

Alle Steuertypen sind optional. Fehlt der Steuertyp, werden Voreinstellungen (V) verwendet.

Noch eine Vorbemerkung: Häufig wird die Zahl -9 als Platzhalter für einen voreingestellten Wert verwendet.

STYP -100	<p>Debug, nur für Entwicklung: Folgezeile DDEBUG (D), DEBUG(I), DEBUG2(I), DEBUG3(I). V:0.D0,0,0,0  DDEBUG: im Allgemeinen Wert von a, bei dem allein Debug durchgeführt wird.  DEBUG: 1=Debug JA (abzuraten bei großer Anzahl von a), 0=Debug NEIN  DEBUG2=1,2,3,4: Debug (auch bei DEBUG=0) nur für Zeit, Ereignishorizont, Lichtkegel, Partikelhorizont, und nur für den laufenden Skalenfaktor DDEBUG.</p> <p>DEBUG3=-1: Verschiedene Steuerdatei-Eingaben werden auf der Konsole ausgegeben.  DEBUG3=1: Debug Intervallgrenzen Integration.  DEBUG3=2: Debug des Einlesens von STEUERW und ITERATIONENW  DEBUG3=3: DEBUG des Überlesens von Zeilen in ITERATIONENW und REWINDS ITERATIONENW  DEBUG3=4: Debug NULLST  DEBUG3=5: DEBUG LKApex, bzw. FFF Variante 2  DEBUG3=6: DEBUG LINKSAPEX, insbesondere Grenzen GRENZENW</p>
STYP -101	<p><u>Nur für den Spezialfall der Erzeugung einer Datei von T_NACH_A. Nur für zentrale Steuerdatei STEUERa.TXT (gemäß AUFGABE 1)</u>  Normalfall: <u>Fehlt.</u>  In der Folgezeile folgen 3 (I)-Werte. Der 2. und 3. Wert sind derzeit mit -9 zu besetzen. V: 1,-9,-9  Erster Wert gleich -1: Es erfolgt ein Probelauf ohne Erzeugung der Datei vom Typ T_NACH_A.  Erster Wert gleich 1: Es werden in die Datei T_NACH_A.TXT_parametersatz.TXT alle abgerufenen a und die zugeordneten t je Zeile ausgegeben. Dies ist nur sinnvoll für die große a-Standarddatei STEUERWa.TXT (durchläuft alle a von <math>10^{-13}</math> bis <math>10^{31}</math>, also oben und unten eine Potenz mehr als sonst für Benutzerwerte zulässig). Eine Datei vom Typ T_NACH_A muss verfügbar sein, wenn „Eingabe t“ bei Eingabetyp -201 bei einem späteren Aufruf gefordert wird. Außerdem ist die Datei für AUFGABEN 2 und 3 erforderlich.  Erzeugt wird z.B. die Datei T_NACH_A_PLANCK18.TXT, wenn der Parametersatz PLANCK18 verwendet wird, und zwar mit genau jenem <math>\Omega_R</math>, das auch sonst bei der Ausgabe verwendet wird.  Wird später ein Lauf mit PLANCK18 durchgeführt, so wird auf die Datei T_NACH_A_PLANCK18.TXT zurückgegriffen. Ist diese nicht vorhanden wird T_NACH_A.TXT abgerufen.  Besonders bei sehr kleinen und bei sehr großen Werten von a (und entsprechenden Werten von t und z) kann eine Fehlermeldung erfolgen, wenn die gelesene Datei nicht in allen Parametern mit den Laufparametern übereinstimmt. Im Zweifelsfall muss eine T_NACH_A-Datei mit identischen Parametern erstellt werden.  Zu bemerken ist allerdings, dass solche Fehler vor allem bei der großen a-Steuerdatei auftreten. Für praktische Rechnungen wird man die sehr kleinen und sehr großen a-Werte kaum verwenden.</p>

	<p>Möchte man eine T_NACH_A-Datei für einen nicht voreingestellten Parametersatz erstellen, so kann man dem mittels Steuertyp -112 erzeugten Parametersatz in der zweiten Folgezeile einen Namen (ohne Leerzeichen) geben. Für diesen Namen wird dann eine T_NACH_A_name.TXT erstellt, die beim erneuten Aufruf mit gleichem -112-Steuertyp erkannt wird.</p> <p>Die beiden weiteren Parameter MINUSUNTEN und PLUSOBEN sollen vom Benutzer nicht geändert werden.  Bedeutung des zweiten Parameters MINUSUNTEN (I) (V:-9, entspricht 1): Untere Grenze für Benutzereingaben in GRENZENW wird um MINUSUNTEN verringert.  Bedeutung des dritten Parameters PLUSOBEN (I) (V:-9, entspricht 1): Obere Grenze für Benutzereingaben in GRENZENW wird um PLUSOBEN erhöht.</p>
STYP: -102 V=ZZ	<p>Dateiname Ausgabedatei ohne Extension „.TXT“  In der Folgezeile steht der Dateiname (maximal 40 Zeichen inklusive angehängte Buchstaben).  Ist der Dateiname bereits vorhanden, wird durch Anhängen von Buchstaben ein neuer Dateiname gebildet.  Übliches Vorgehen ist, sich um die Dateinamen nicht mehr zu kümmern, nachdem man die Festlegung über den Typ -101 einmal getroffen hat. Bei allen Folgeaufrufen ist derselbe Dateiname aufgeführt, der vom Programm durch Anhängen von Buchstaben ergänzt wird.  Zusätzlich werden bei allen 3 AUFGABENZwei Ausgabedateien erstellt, bei der _DELTA bzw. _REZESSION an den Namen der Hauptausgabedatei angehängt wird.</p>
STYP -103	<p>Die Text-Folgezeilen (max. 100 Zeichen) werden an den Anfang der Ausgabedatei geschrieben. &amp;&amp;&amp; als erste 3 Zeichen einer Zeile beenden Ein- und Ausgabe.</p>
STYP -104	<p>EPSREL (D), LINKSMULTIPLIKATOR (D), RECHTSMULTIPLIKATOR (D):  EPSREL; relative Genauigkeit bei der Berechnung von Integralen: V: -9, siehe auch ITERATIONENW ITYP=1060.  LINKSMULTIPLIKATOR (V:-9), RECHTSMULTIPLIKATOR (V:-9): wie in ITERATIONENW ITYP=1070 beschrieben.  Kleinste sinnvolle Größe für ESPREL: 5.D-14. Beispiel LINKSMULTIPLIKATOR, RECHTSMULTIPLIKATOR: 0.1, 10.  Bedeutung -9: wie in ITERATIONENW vorgegeben.  Fehlt im Allgemeinen. Man kann jedoch die Genauigkeit für bestimmte Durchläufe ändern, ohne ITERATIONENW abzuändern.</p>
STYP -105 V=1	<p>AUFGABE. In der Folgezeile steht ein (I)-Wert.  AUFGABE 1: STANDARD  a) Ausgabe der Standardtabellen (a, z, t, Look-Back, Hubble-Parameter, Hubble-Radius, Ereignishorizont, Lichtkegel, Partikelhorizont).  b) In Datei mit Primärname _DELTA (_DELTA wird an den Namen der primären Ausgabedatei angehängt) zusätzliche Deltareihen (Ereignishorizont minus Hubble-Radius, Lichtkegel minus Hubble-Radius, Partikelhorizont minus Ereignishorizont). Für die kosmische Zeit wird zusätzlich die konforme Zeit aufgeführt. Zusätzlich noch <math>a'(t)</math>, <math>a''(t)</math> und Abbremsparameter q.</p>

c1) In Datei mit Primärname \_REZESSION werden die Rezessionsgeschwindigkeiten (in Vielfachen der Lichtgeschwindigkeit c) von Galaxien auf den Weltlinien der Standardtabellen von Punkt a) ausgegeben. Im Falle der Ausgabe von mitbewegten Koordinaten werden die heutigen Fluchtgeschwindigkeiten der entsprechenden Galaxien kenntlich gemacht.

c2) Ist der Wert in der Folgezeile von Steuertyp -211 gleich 101, so werden in der Datei \_REZESSION nicht die Rezessionsgeschwindigkeiten von Galaxien auf Horizonten ausgedruckt. Vielmehr werden die Rezessionsgeschwindigkeiten der Horizonte (in physikalischen Koordinaten) selbst ausgegeben

Was genau ausgegeben wird, wird mittels Steuertyp -301 festgelegt. Steuertyp -201 legt fest, wie die mittels -301 eingegebenen Werte zu interpretieren sind. Steuertyp -211 entscheidet darüber, ob mitbewegte oder physikalische Koordinaten ausgegeben werden.

Bei den AUFGABEN 2 und 3 werden die oben erwähnten Tabellen zusätzlich in kleinen Ausschnitten ausgedruckt. Nur die Tabellen von c2) werden ausschließlich bei AUFGABE 1 verwendet.

+++++++

AUFGABE 2: Ausgabe verschiedener kosmischer Parameter: Schnittpunkt Partikelhorizont-Ereignishorizont, Schnittpunkt Lichtkegel – Partikelhorizont, Schnittpunkt Lichtkegel- Hubblesphäre, Übergang von verlangsamer zu beschleunigter Expansion

In der 2. Folgezeile werden 2 Werte erwartet:

AUFGABE2EINGABETYP(I), Scheitelpunkt Lichtkegel (D)

Bedeutung:

AUFGABE2EINGABETYP=1: Scheitelpunkt in a (1=Skalenfaktor HEUTE)

AUFGABE2EINGABETYP=3: Scheitelpunkt in t (Mrd. Jahre, -14=HEUTE)

AUFGABE2EINGABETYP=33: Scheitelpunkt in t (Vielfaches des Werts von HEUTE)

Eine -7 für den Abruf des externen Scheitels ist in beiden Fällen zulässig.

Nur der Schnittpunkt zwischen Lichtkegel und Hubblesphäre bzw. Partikelhorizont sind vom Rückwärts-Scheitelpunkt des Lichtkegels abhängig. Bei den anderen beiden Parametern ändern sich lediglich die vom Scheitelpunkt abhängigen z-Werte.

Unter den aktiven Steuertypen werden nur -111/-112, -120 und (teilweise) -221 ausgewertet.

+++++++

AUFGABE 3 befasst sich mit den Weltlinien von Galaxien (als Beispiel massebehafteter, als ruhend angenommener Objekte) und deren Schnittpunkten mit Lichtkegeln und Ereignishorizont. Berechnungen erfolgen in 2 Schritten.

	<p>Der Ort der Galaxie wird intern durch einen Wert von <math>a</math> und durch einen mitbewegten Abstand vom Beobachter bei diesem Wert identifiziert.</p> <p>Die Parameter werden durch den Steuertyp -227 eingegeben.</p>
STYP -111 V=Planck15 mit sd=-9	<p>Es folgt nach dem Vorbild von [9] einer der kosmologischen Sätze von Konstanten. Jede Zeile besteht aus einem (I)-Wert, gefolgt von einem (D)-Wert sd.</p> <p>13 (Planck 13), sd      Die Planck-Parametersätze wurden dem Abstract der jeweiligen Veröffentlichung entnommen.  15 (Planck 15), sd  18 (Planck 18), sd  737 (737), sd  1 (WMAP1), sd      (Table 10, Section 4.1)      Wie bei den Planck-Veröffentlichungen liefert WMAP Parameter für  3 (WMAP3), sd      (3 Years+ALL Mean-Table 2)      eine Reihe unterschiedlicher Modellrechnungen, aus denen wir nach  5 (WMAP5), sd      (Abstract)      bestem Wissen eine Auswahl getroffen haben.  7 (WMAP7), sd      (WMAP+BAO+H0 Mean-Table 1)  9 (WMAP9), sd      (WMAP+eCMB+BAO+H0-Table 4)  33 (GiggleZ), sd  44 (Millennium), sd</p> <p>sd ist die Strahlungsdichte <math>\Omega_R</math>, die Null oder einen positiven Wert annehmen kann. sd=-9 bedeutet, dass die Strahlungsdichte über die Stefan-Boltzmann-Konstante berechnet wird. <math>\Omega_\Lambda</math> ist 1-Materiedichte-Strahlungsdichte.</p>
STYP -112	<p>Es folgt in der Folgezeile ein Satz kosmologischer Konstanten, bestehend aus 3 (D)-Werten: Strahlungsdichte sd (-9 ist zulässig), Materiedichte <math>\Omega_M</math>, Hubble-Parameter <math>H_0</math>. Für sd und <math>\Omega_\Lambda</math> gelten die Bemerkungen für Steuer-Typ -111.</p> <p>Danach folgt eine Textzeile, die (ohne Leerzeichen) den Parametersatz charakterisiert (Bedeutung wie z.B. Planck15 oder WMAP9). Der Text wird bei Steuertyp -101 ausgewertet. Soll diese Charakterisierung nicht erfolgen, soll diese Zeile genau ein Minuszeichen enthalten.</p>
	<p>Es kann nur eine der beiden Steuerzeilen -111 oder -112 vorhanden sein. Fehlen beide, wird Planck15 mit sd=-9 verwendet.</p>
STYP -120 V: HEUTE	<p>Externer Scheitelpunkt.</p> <p>In der Folgezeile wird ein Scheitelpunkt erwartet, entweder</p> <p>1, <math>a</math> für einen Scheitelpunkt in <math>a</math> (<math>a=1</math> für HEUTE)      oder</p> <p>3, <math>t</math> für einen Scheitelpunkt in <math>t</math> (-14 für HEUTE)      oder</p> <p>33, <math>v</math> für ein Vielfaches <math>v</math> des Zeitpunkts von HEUTE.</p> <p>Durch diese Definition geschieht noch nichts. Der Scheitelpunkt kann jedoch von anderen Steuertypen (insbesondere -301) abgerufen werden, im Allgemeinen durch eine -7.</p>

STYP -200 V: 0	Nur für AUFGABEN 1 und 3. (Der Scheitel von AUFGABE 2 kann zusätzlich über den externen Scheitelpunkt festgelegt werden.) 0: Benutzereingabe von Zeitwerten erfolgt in Mrd. Jahren (Normalfall) seit dem Urknall 1: Benutzereingabe von Zeitwerten erfolgt in Vielfachen der Zeit von heute
STYP -201 V: 1	<p>Folgezeile mit einem (I)-Wert: 1= Eingabe a (a (HEUTE)=1), 2=Eingabe z*, z* (HEUTE)=0, 3=Eingabe t Mrd. Lichtjahre *), 23=Eingabe Look-Back Time vom Scheitel Mrd. Jahre **) (Look-Back(Scheitel)=0, Scheitel in Normalzeit - Mrd. Jahre oder Vielfaches von HEUTE)) *: oder Vielfachen von HEUTE (siehe STYP -200) **: oder SCHEITEL minus Vielfachen von HEUTE (siehe STYP -200)</p> <p><i>Achtung: Variante 2 sollte nur verwendet werden, wenn später in Steuertyp -301 eine NULL für den Scheitelpunkt eingegeben wird. Nur für diesen Fall sind Rotverschiebungen bekannt.</i></p> <p><i>Ist der Scheitelpunkt ungleich Null, so erfolgt eine Abbildung von diesem vorgegebenem z*-Scheitelwert auf a und t. Für diesen a- bzw. t-Scheitelwert können dann z-Werte mit z(SCHEITEL)=0 abgeleitet werden. z*-Werte und z-Werte sind dann inkonsistent. z*-Werte gelten nur für Rotverschiebungen auf dem Lichtkegel mit z*(HEUTE)=0, z-Werte nur für Rotverschiebungen auf dem Lichtkegel mit z(SCHEITEL)=0. Die Ausgabe kann noch über den Parameter IZSCHEITEL des Steuertyps -222 gesteuert werden.</i></p> <p>Gerechnet wird intern immer über a. Die Datei T_NACH_A.TXT (bzw. eine Parametersatz-abhängige Variante) muss bei Eingabetyp=3 vorhanden sein. Sollte es Schwierigkeiten geben, so ist anzuraten, eine Datei vom Typ T_NACH_A mit den gleichen kosmologischen Konstanten (siehe STYP=-111 oder STYP=-112) zu erstellen (siehe STYP=-101).</p>
STYP -211	<p><u>Nur relevant für AUFGABENSTELLUNG 1: Ausgabe Mitbewegte/Physikalische Koordinaten</u></p> <p>Folgezeile ein (I)-Wert: 0=Mitbewegte Koordinaten, 1=Physikalische Koordinaten, 101=Physikalische Koordinaten, in Datei _REZESSION erfolgt die Ausgabe der Rezessionsgeschwindigkeit von Horizonten (nicht von Galaxien). Die Leistung von Wert 101 wird nur bei AUFGABE 1 erbracht.</p>
STYP -221	<p>Ausgabesteuerung. Die Folgezeile erwartet 6 (I)-Werte, dann einen (D)-Wert und abschließend 3 (I)-Werte – also insgesamt 10 Werte</p> <p>1): wird ignoriert. V:-9 2) n: Nach jeweils n Zeilen Ausdruck Kopfzeile. 0: Keine Kopfzeilen. -9: nach 20 Zeilen. V:20 3) KOPFDIM 0: Keine Dimensionsangaben 1: 1. Kopfzeile mit Dimensionsangaben. 2 oder -9: Alle Kopfzeilen mit Dimensionsangaben. V:-9 4) ZUSATZZEILE 0: Weder Zusatzzeile für a=0 noch a=unendlich 1: Zusatzzeile für a=unendlich</p>

	<p>2: Zusatzzeile für <math>a=0</math>  3 oder -9: Beide Zusatzzeilen. V:-9  5) (I), wird ignoriert. V:-9  6) 1 oder -9: Numerisches Standardverfahren zur Berechnung der Dichtefunktion. 2: Verfahren 2. V: -9.  Verfahren 2 hat nicht viel gebracht und wird eventuell in einer späteren Version entfernt.  7) AZMIN (D): An einigen Stellen wird ein Wert als NULL erkannt, wenn dessen Absolutbetrag <math>&lt; AZMIN</math> ist. Wird -9 eingegeben, so wird AZMIN auf 5.D-13 gesetzt. V:-9. In der aktuellen Version wird als einzige Anwendung z auf NULL gesetzt, wenn <math>z &lt; AZMIN</math>.  8) Nur für Ausgabe <math>a'(t)</math> und <math>a''(t)</math> in _DELTA-Datei.  1: Dimension <math>da/dt = 1/s</math>.  0 oder -9: Dimension <math>da/dt = km/Mpc/s</math>. V:-9.  9) 0 oder -9: Berechnung Schubumkehr via <math>a''(t)</math> und q (nur für AUFGABENSTELLUNG 2, siehe STYP -105)  1: Berechnung Schubumkehr via Steigen oder Fallen der a-Nachbarwerte – alte Version, Ergebnis weniger genau. Wird eventuell in einer späteren Version entfernt.  10) (I), wird ignoriert. V:-9</p>
STYP -222	<p><u>Funktioniert bei allen 3 AUFGABEN</u>  <u>Ausgabe z bzw. <math>z^*</math> via IZSCHEITEL(I): V: -9</u>  In Folgezeile: IZSCHEITEL  0 oder -9: Ausgabe gemäß <math>z(\text{Scheitel Lichtkegel})=0</math> - Normalfall  1: Ausgabe gemäß <math>z^*(\text{HEUTE})=0</math> – Achtung: Inkonsistenzen mit a und t  2: Ausgabe z, dann <math>z^*</math> in direkt folgender Zusatzzeile  3: wie 2, zusätzlich werden in einer Zusatzzeile 2 Werte ZUNTEN(D), ZOBEN(D) eingegeben, die die Ausgabe der Zusatzzeile eingrenzen.  ZUNTEN (nahe am Urknall, eventuell sehr große Zahl): V:-9 entspricht <math>10^{100}</math>  ZOBEN (nahe bei UNENDLICH, bis <math>-1.1=-1</math> minus Rundungsfehler): V:-9 für -1.1  Sinn von IZSCHEITEL=3: Man kann z.B. ZUNTEN=1100 und ZOBEN=1089 eingeben, um <math>z^*</math> in Zusatzzeile nur für CMB auszugeben.</p>
STYP -227	<p><u>Nur für AUFGABE 3</u>  Die 1. Zeile besteht aus 3 Werten: Fehlerschranke (D), ZEILDRUCKAUFGABE3 (I), KONTROLL_3EINGABEMODUS (I)  Die Fehlerschranke (D) ist dem minimalen Unterschied zwischen Hubble-Radius, Lichtkegel und Ereignishorizont bei sehr hohen Werten von a oder t gewidmet. Diese wird an anderer Stelle erläutert. V: -9, entspricht 1.D-8. In der aktuellen Version wird dieser Wert nicht ausgewertet.  ZEILDRUCKAUFGABE3 (I) gibt an, nach wie vielen Ausgabepaketten von zwei Mal 4 Zeilen eine neue Erläuterung der Bedeutung der Zeilen ausgegeben werden soll. V: -9, entspricht 5.</p>

KONTROLL\_3EINGABEMODUS (I) = 0: Werte der Dritten Zeile werden nicht geordnet.  
 KONTROLL\_3EINGABEMODUS (I) = 1: Werte der Dritten Zeile werden geordnet.  
 KONTROLL\_3EINGABEMODUS (I) = 2: Werte der Dritten Zeile werden ab dem 2. Element geordnet, sofern das 1. Element eine -8 ist.  
 V:-9, entspricht 2.

-----  
 Der Ort der Galaxie wird intern durch den mitbewegten Abstand vom Beobachter (im Weiteren als Referenzabstand bezeichnet) identifiziert. Für eine einfache Einführung stellen wir zunächst den Standard-Eingabefall dar.

Der Zeile mit der Fehlerschranke folgen eine Zweite und eine Dritte Zeile. Der erste Wert der Zweiten Zeile (der AUFGABE3EINGABEMODUS) bestimmt die Kategorie (a, t, apexa. apext) der Elemente der Dritten Zeile, das folgende Tripel (z.B. -1,-9,d) bestimmt den Referenzabstand (und eventuelle Zusatzinformation) jener Galaxie vom Beobachter, deren Weltlinie behandelt wird. Der letzte Wert anz bestimmt die Anzahl der ELEMENTE der Dritten Zeile. Die Zweite Zeile hat also stets 5 Elemente.

Standardeingabefall: Zweite Zeile: 1,-1,-9,d,anz

Dritte Zeile: anz a-Werte (a steht für den Skalenfaktor)

Durch den AUFGABE3EINGABEMODUS 1 in der Zweiten Zeile wird angezeigt, dass in der Dritten Zeile a-Werte stehen. Der folgende Wert -1 zeigt an, dass ein Abstand d direkt (und nicht auf Umwegen) folgt. Die -9 zeigt an, dass es sich bei d um einen mitbewegten Abstand handelt. d ist also unmittelbar der Referenzabstand.

Für eine Galaxie mit dem mitbewegten Abstand d zum Beobachter (Referenzabstand) wird nun die Weltlinie dieser Galaxie hergeleitet. Für alle a der Dritten Zeile wird (bis maximal zum Ereignishorizont) der Scheitelpunkt jenes Lichtkegels ermittelt, dessen Wert bei a den mitbewegten Abstand d vom Beobachter aufweist.

Mit anderen Worten: Es wird ermittelt, bei welchem Lichtkegel-a-Scheitelpunkt (bzw. -t-Scheitelpunkt) die Galaxie beim Eingabe-a in der Dritten Zeile mit mitbewegter Distanz d vom Beobachter „sichtbar“ ist.

Ausgegeben werden für mitbewegte und physikalische Koordinaten folgende 4 Zeilen der Standardtabelle.

1. Scheitel des Rückwärts-Lichtkegels.
2. Schnittpunkt Galaxie – Lichtkegel (Ziel 1 der Aufgabenstellung)
3. Schnittpunkt Galaxie – Ereignishorizont
4. Schnittpunkt Lichtkegel – Hubblesphäre (Ziel 2 der Aufgabenstellung)

Allgemeine Form der Zweiten Zeile

AUFGABE3EINGABEMODUS, TRIPEL, anz,

wobei der AUFGABE3EINGABEMODUS festlegt, was in der Dritten Zeile erwartet wird, und anz die Anzahl der Werte der Dritten Zeile enthält. Das TRIPEL besteht aus 3 Werten, mit denen der Ort jener Galaxie festgelegt wird, deren Schnittpunkte mit Lichtkegeln und Ereignishorizont hergeleitet werden sollen.

## AUFGABE3EINGABEMODUS

1: In der Dritten Zeile werden a-Werte erwartet (welchen Scheitel hat der Lichtkegel, den die Galaxie beim a-Wert schneidet?)

3: In der Dritten Zeile werden t-Werte erwartet (welchen Scheitel hat der Lichtkegel, den die Galaxie beim t-Wert schneidet?)

4: In der Dritten Zeile werden a-Scheitelpunkte erwartet (bei welchem a schneidet die Galaxie diesen Lichtkegel?)

5: In der Dritten Zeile werden t-Scheitelpunkte erwartet (bei welchem t schneidet die Galaxie diesen Lichtkegel?)

11: wie 1, allerdings hat die Dritte Zeile einen besonderen Aufbau

13: wie 3, , allerdings hat die Dritte Zeile einen besonderen Aufbau

Bei den t-Werten der Dritten Zeile kann -14 für HEUTE stehen. Außerdem ist STYP=-200 für die Dritte Zeile wirksam, wo immer t eingegeben wird. In Bezug auf den AUFGABE3EINGABEMODUS 13 beschränkt sich die Wirksamkeit auf die ersten anz-2 Elemente.

Die folgenden Formen von TRIPELn sind möglich. Durch das TRIPEL wird der mitbewegte Referenzabstand d vom Beobachter und in einigen Fälle auch zusätzliche Information gewonnen.

-1,-9,d: d ist der mitbewegte Abstand vom Beobachter

-1,a,d: d ist der physikalische Abstand zum Skalenfaktor a

-2,apexa,z: d ist unter der Rotverschiebung z der mitbewegte Abstand vom Beobachter auf dem Lichtkegel mit dem Scheitelpunkt apexa. apexa ist in a anzugeben, im Normalfall ist apexa=1. Achtung: z(apexa)=0, auch wenn apexa von 1 verschieden ist.

-22,apext,z: wie Fall -2, allerdings ist apext nun in t vorzugeben. apext=-14 für HEUTE ist möglich. Achtung: z(apext)=0.

-3,t,d: d ist der physikalische Abstand zum Zeitpunkt t

-4,apexa,a: d ist der mitbewegte Abstand beim Skalenfaktor a einer Galaxie auf dem Lichtkegel mit a-Scheitelpunkt apexa

-5,apext,t: d ist der mitbewegte Abstand zur Zeit t zum Beobachter einer Galaxie auf dem Lichtkegel mit t-Scheitelpunkt apext.

	<p>Wo apexa oder apext eingegeben werden soll, kann auch -7 für den externen Scheitelpunkt (STYP=- 120) stehen. STYP=-200 ist für apext unwirksam.</p> <p>Die Werte in der Dritten Zeile sind unabhängig von diesen TRIPEL-Varianten. Die Bedeutung der Werte der Dritten Zeile wird allein durch den AUFGABE3EINGABEMODUS als erstem Wert der Zweiten Zeile bestimmt.</p> <p>Bezeichnet man den ersten Wert des Tripels als EIGENART der Abstandsbestimmung, so wird durch die Eigenarten -2,-22, -4 und -5 zusätzlich ein zu d gehöriges t oder a bestimmt. Dieses kann als -8 in der Dritten Zeile abgerufen werden.</p> <p>Zuletzt sollen noch die AUFGABE3EINGABEMODI 11 und 13 Erwähnung finden. Analog zu 1 werden bei 11 in der Dritten Zeile a-Werte, bei 13 t-Werte erwartet. Das Tripel ist gleich wie zuvor beschrieben, anz gibt wieder die Anzahl der Werte der Dritten Zeile an, meistens wird man anz=2 wählen.</p> <p>Der vorletzte Wert der Dritten Zeile ist beim AUFGABE3EINGABEMODUS 11 ein a-Referenzwert, beim AUFGABE3EINGABEMODUS 13 ein t-Referenzwert. Der letzte Wert umschreibt die Anzahl der Werte, die zwischen dem Referenzwert und dem Ereignishorizont a- bzw. t-äquidistant ausgegeben werden sollen. Ist <math>anz &gt; 2</math>, so umschreiben die ersten <math>anz-2</math> Werte Multiplikatoren für den Referenzwert, die ebenfalls ausgegeben werden sollen.</p> <p>Beispiel:  11,-22,8,0.4,4            Zweite Zeile  0.25,0.5,-8,3            Dritte Zeile</p> <p>Ausgegeben werden sollen ausgehend von jenem Referenzabstand, der durch das Tripel -22,8,0.4 bestimmt wird, 3 a-äquidistante Lichtkegel zwischen Referenz-a und Ereignishorizont, d.h. es werden die Scheitelpunkte der Lichtkegel bestimmt, deren Wert beim jeweiligen a den mitbewegten Abstand d vom Beobachter aufweisen. (Der Referenzabstand d wird durch die Rotverschiebung <math>z</math> (<math>t=8</math> Mrd. Jahre)=0.4 im Lichtkegel mit dem Scheitel bei <math>t=8</math> Mrd. Jahren umschrieben. Das zu d gehörige durch <math>z=0.4</math> umschriebene a wird an die -8 in der Dritten Zeile weitergegeben. Das dritte Ausgabepaket (hinter <math>0.25*a</math> und <math>0.5*a</math>) bezieht sich genau auf dieses a, 3 weitere Ausgabepakete folgen.)</p>
STYP -301	<p><u>Gilt nur bei AUFGABE 1</u></p> <p>Eingabe von Anfangswert, Delta, Endwert, Scheitelpunkt in den Folgezeilen. Ist der Eingabetyp=3 (t) oder 23 (LOOK-BACK t), so steht bei Anfangswert, Endwert und Scheitelpunkt -14 für HEUTE</p> <p>1. Folgezeile : 4 (D)-Werte, zusätzlich -8 (Integer)</p> <p>Weitere Folgezeilen: 3 (D)-Werte (Scheitelpunkt wird der 1. Folgezeile entnommen), zusätzlich -8.</p> <p>Eine -9 anstelle der -8 am Ende zeigt die letzte Zeile an.</p> <p>Delta muss bei Eingabe <math>z^*</math> oder LOOK_BACK t (siehe STYP -201) negativ sein, sonst positiv.</p>

	<p>Delta=0 ist erlaubt. In diesem Fall wird nur die Zeile für den Anfangswert ausgegeben. Der Endwert wird ignoriert. Das gleiche Ergebnis erhält man, wenn Anfangswert=Endwert. Wird gemäß t eingegeben, so bedeutet t=-14: HEUTE.</p> <p>Zur Verdeutlichung (1.Folgezeile) : In Abhängigkeit von Folgezeile Steuertyp -201=  1: Eingabe ANFa, DELTAa, ENDa, SCHEITELa,-8  2: Eingabe ANFz*, DELTAz*, ENDz*, SCHEITELz*,-8  3: Eingabe ANFt, DELTAat, ENDt, SCHEITELt,-8  23: Eingabe ANFt, DELTAat, ENDt, in Normalzeit (Mrd. Jahre oder Vielfaches von HEUTE): SCHEITELt,-8</p> <p>Von einer von NULL verschiedenen Eingabe von SCHEITELz* wird abgeraten. z* bezieht sich immer auf den Lichtkegel-Scheitelpunkt NULL. Beispiel: Wird SCHEITELz*=-0.5 (minus 0.5) eingegeben, so entspricht dies einem SCHEITELa von 2. Die spätere Standardausgabe (ZCHEITEL=0 in Steuertyp -221) erfolgt in z für den Scheitelpunkt SCHEITELa=2 des Lichtkegels. Die Eingabe von z* wurde vorgesehen, da dem Benutzer bestimmte Objekte nur durch ihre Rotverschiebung für den Fall eines Lichtkegelscheitels mit Rotverschiebung NULL bekannt sind.</p> <p>Anstelle von SCHEITELz* kann eine -7 eingegeben werden. In diesem Fall wird als Scheitel der externe Scheitelpunkt (siehe Steuertyp -120) verwendet.</p> <p>Anstelle von SCHEITELz* kann eine -6 eingegeben werden. In diesem Fall wird als Scheitel der externe Scheitelpunkt (siehe Steuertyp -120) verwendet. Die Eingabe 2 wird in der Form ANFz, DELTAz, ENDz, -6, -8, erwartet, wobei sich ANFz, DELTAz und ENDz jetzt auf den zu -6 gehörigen Scheitelpunkt mit z(,-6“-Scheitel)=0 beziehen, also nicht mehr auf den durch a=1, t=HEUTE und z(HEUTE)=0 definierten Scheitel.</p> <p>Die Eingabe von -7 für einen Zugriff auf den externen Scheitelpunkt ist auch bei allen anderen Eingabevarianten möglich.</p> <p>Enthält die Steuerdatei bei AUFGABE=1 keinen STYP -301, so erfolgt die Eingabe nach den Regeln der 1. Folgezeile (ohne abschließende -8) für genau einen Wertebereich von der Konsole.</p>
STYP -403	Die Folgezeilen werden an das Ende der Ausgabedatei geschrieben. &&& als erste 3 Zeichen einer Zeile beenden Ein- und Ausgabe.
STYP -999	End of File. Danach können noch Kommentare in der Datei stehen.

Zeilen, die anstelle eines Steuertyps die Zahl -888 enthalten, werden überlesen. Hinter einem Komma können Kommentare angebracht werden.

## 6.2 Dateien vom Typ T\_NACH\_A

Falls in der Datei STEUERW der Steuertyp -101 vorhanden ist, werden in die Datei T\_NACH\_A\_parametersatz.TXT (z.B. T\_NACH\_A\_Planck18.TXT) alle abgerufenen a und die zugeordneten t je Zeile ausgegeben. Sinnvoll ist dieses Verfahren nur für die große Standard-Steuerdatei STEUERWa (durchläuft alle a von  $10^{-13}$  bis  $10^{31}$ ). Eine solche Datei muss für verschiedene Iterationsverfahren verfügbar sein. Insbesondere werden stets Iterationsverfahren verwendet, wenn a aus t berechnet werden muss.

Weitere Details sind bei der Beschreibung der Steuertyps -101 im Kapitel über die Steuerdatei STEUERW.TXT erläutert.

Sollte es Schwierigkeiten geben, so ist anzuraten, eine Datei T\_NACH\_A\_parametersatz.TXT mit den gleichen kosmologischen Konstanten (siehe Typ=-111 oder Typ=-112) zu erstellen. Insbesondere muss man eventuell für den Fall  $\Omega_R=0$  eine eigenständige T\_NACH\_A-Datei bereitstellen. Alternativ kann auch zunächst versucht werden, die Parameter der Zeile mit dem Steuertyp -1070 in der Datei ITERATIONENW abzuändern (z.B. 1.D-12, 0.1, 10,200). Ein Teil dieser Parameter kann auch durch den Steuertyp -104 in Steuerdateien vom Typ STEUERW abgeändert werden.

## 6.3 Erzeugung von Dateien vom Typ T\_NACH\_A via STEUERWa

Die zentrale Steuerdatei STEUERWa.TXT ist zunächst einmal eine Steuerdatei wie jede andere.

a	1	Aufgabe 1 für einen gesamten a-Wertebereich. Durchläuft alle a von $10^{-13}$ bis $10^{31}$ mit größenabhängigen Deltawerten.	M
---	---	---	---

Ihr Aufbau ist fast gleich wie jener von STEUER1a. Die zusätzlichen Leistungen werden durch den Steuertyp -101 gewährleistet. Genauer liefert die Beschreibung dieses Steuertyps im Kapitel 6.1. Durch einen Aufruf von WELTTABELLEN via STEUERA.TXT wird eine Datei vom Typ T\_NACH\_A für den aktuellen Parametersatz erzeugt

Eine Datei vom Typ T\_NACH\_A muss verfügbar sein, wenn „Eingabe t“ oder „Eingabe Look-Back-TIME“ bei Eingabetyp -201 bei einem späteren Aufruf gefordert wird. Außerdem ist die Datei für AUFGABEN 2 und 3 erforderlich.

Erzeugt wird z.B. die Datei T\_NACH\_A\_PLANCK18.TXT, wenn der Parametersatz PLANCK18 verwendet wird, und zwar genau mit genau dem aktuellen  $\Omega_R$ . Wird später ein Lauf mit PLANCK18 durchgeführt, so wird auf die Datei T\_NACH\_A\_PLANCK18.TXT zurückgegriffen.

Für alle in WELTTABELLEN eingebauten Parametersätze mit dem voreingestellten (via -9 abgerufenem)  $\Omega_R$  sind T\_NACH\_A-Dateien bereits vorhanden. Diese werden in einem Unterverzeichnis TNACHA ausgeliefert. Die ebenfalls vorhandene Datei T\_NACH\_T.TXT ist eine Kopie von T\_NACH\_A\_PLANCK15.TXT. Auf diese Basisdatei wird immer zurückgegriffen, wenn für einen Parametersatz keine spezifische T\_NACH\_A-Datei verfügbar ist.

Ist eine T\_NACH\_A-Datei für einen bestimmten Parametersatz nicht vorhanden, so sind Programmabbrüche nicht auszuschließen. Dieser Fall kann auch dann eintreten, falls mit einem anderen  $\Omega_R$  als dem voreingestellten gearbeitet wird. Insbesondere der Fall  $\Omega_R=0$  kann Schwierigkeiten bereiten

Möchte man eine T\_NACH\_A-Datei für einen nicht voreingestellten Parametersatz erstellen, so kann man dem mittels Steuertyp -112 erzeugten Parametersatz in der zweiten Folgezeile einen Namen (ohne

Leerzeichen) geben. Für diesen Namen wird dann eine T\_NACH\_A\_name.TXT erstellt, die beim erneuten Aufruf mit gleichem -112-Steuertyp erkannt wird.

#### 6.4 Beispiel für die Erzeugung einer T\_NACH\_A-Datei

Die Berechnungen von Quelle [4] (siehe Kap. 9) basieren auf einem Parametersatz mit folgenden Größen:  $H_0 = 70.1 \text{ km/Mpc/s}$ ,  $\Omega_M = 0.278$ ,  $\Omega_R = 0$ .

Wir haben im Anschluss die Größen  $\Omega_R$ ,  $\Omega_M$  und  $H_0$  mittels Steuertyp -112 und dem Parametersatznamen EVO in verschiedene Steuerdateien eingetragen. Insbesondere haben wir auch eine Steuerdatei STEUERWa-EVO bereitgestellt. Anstelle des Steuertyps -111 der Datei STEUERWa stellt STEUERWa-EVO nun mittels Steuertyp -112 die oben genannten Parameter bereit. In der zweiten Folgezeile nach dem Abruf des Steuertyps wird EVO als Name des Parametersatzes vereinbart.

Mittels

```
c a-EVO
w
```

bei der Konsoleingabe kann nun die Datei T\_NACH\_A\_EVO\_0.TXT erzeugt werden.

STEUERWa-EVO und zwei weitere Steuerdateien mit der Endung \_EVO haben wir bei den vorbereiteten Steuerdateien mitgeliefert, nicht jedoch die Datei T\_NACH\_A\_EVO\_0.TXT, die der Benutzer zur Übung selbst erstellen soll.

Es hat sich übrigens herausgestellt, dass sämtliche Abrufe, die wir mit dem EVO-Parametersatz probenhalber durchgeführt haben, auch ohne die neue Datei vom Typ T\_NACH\_A fehlerfrei durchgeführt worden sind. Wenn man also einen neuen Parametersatz ausprobieren möchte, ist es nicht in jedem Fall erforderlich, die neue Datei zu erzeugen.

#### 6.5 Datei ITERATIONENW

Der Aufbau der Datei ITERATIONENW (ITERATIONENW.TXT) ist ähnlich dem der Steuerdatei STEUERW. Lediglich sind die Steuertypen (I-Steuertypen, ITYP) nun 4-stellig. Diese Datei enthält Parameter für Iterationsverfahren und zusätzlich einige globale Größen. Diese Parameter sind im Allgemeinen inline dokumentiert. Nur einige wenige I-Steuertypen am Anfang der Datei sollen kurz erläutert werden.

I-Steuertyp -1010 liest den Namen jenes Verzeichnisses ein, in dem die T\_NACH\_A-Dateien abgespeichert werden, und zwar streng (ohne eingestreute Leerzeichen) in der Form: I, Verzeichnisname, z.B. 1, \TNACHA\. Der Verzeichnisname muss gemäß Windows- bzw. DOS-Konvention aufgebaut sein.

I-Steuertyp -1060 liest folgende Parameter ein: MAXUNTEN(I), MAXOBEN(I), EPSABS(D), EPSREL(D), MAXFEHLINTEG(I), MAXREP(I), AENDANZ(I), AENDVAR(I), die vom Autor folgendermaßen vorgeben werden:

1,1,1.D-50,1.D-13,1,4,4,0.

1) MAXUNTEN (I): Abruf von Werten unterhalb der unteren zulässigen Grenze wird MAXUNTEN-mal ignoriert. V: -9, entspricht 1

2) MAXOBEN (I): Abruf von Werten oberhalb der oberen zulässigen Grenze wird MAXOBEN-mal ignoriert. V: -9, entspricht 1

3-5) Die nächsten 3 Werte betreffen das SLATEC-Programm DQAGS zur numerischen Integration. EPSABS (D): absolute Genauigkeit, **EPSREL(D): relative Genauigkeit**, MAXFEHLINTEG: Die

ersten MAXFEHLINTEG abgefangenen Fehler werden kurz gedummt. Parameter EPSREL kann in den üblichen Steuerdateien noch mittels STYP -104 überschrieben werden.

6) MAXREP(I): Max. Anzahl Reparaturen NULLST: Werden der Funktion NULLST zur Nullstellenberechnung ungeeignete Anfangswerte vorgegeben, so wird versucht, neue Anfangswerte bereitzustellen – sollte mindestens 1 sein.

7) AENDANZ(I): Tritt ein Fehler in der Funktion AZUT (Abbildung von t nach a) auf, so wird AENDANZ-mal versucht, diesen zu reparieren.

8) AENDVAR(I): 1=Nach erfolgreicher höchstens AENDANZ-facher Korrektur werden alle Werte von ITYP=-1070 in ITERATIONENW auf die ursprünglichen Werte zurückgesetzt. 0=Korrekturen bleiben erhalten.

I-Steuertyp -1070: Insbesondere folgt zur Berechnung von a bei gegebenem t dem Steuertyp -1070 eine Zeile mit 3 (D)-Werten und einem I-Wert: TDELTA, LINKSMULTIPLIKATOR, RECHTSMULTIPLIKATOR, TMAXITER (z.B. 1.D-13, 0.5, 2,100). TDELTA markiert die Genauigkeit. Auf ein gültiges a zu gegebenem t wird erkannt, falls  $\text{trechts} - \text{tlinks} < \text{TDELTA} * \max(\text{trechts}, \text{tlinks})$ . Die Intervallgrenzen in a der Datei vom Typ T\_NACH\_A.TXT werden links mit LINKSMULTIPLIKATOR und rechts mit RECHTSMULTIPLIKATOR multipliziert. TMAXITER (I) ist die maximale Anzahl der Iterationsschritte beim logarithmischen Suchen.

Die übrigen Parameter sind in der mitgelieferten Datei ITERATIONENW inline erläutert. Zeilen, die anstelle eines Steuertyps die Zahl -8888 enthalten, werden überlesen. Hinter einem Komma können Kommentare angebracht werden.

Die Datei wird vom absolut kleinsten zum absolut größten I-Steuertyp durchlaufen. Anders als bei STEUERW erfolgt ein REWIND der Datei, falls ein absolut kleinerer später als ein größerer Steuertyp abgerufen wird.

Anders als in den Steuertypen in STEUERW wird davon ausgegangen, dass alle I-Steuertypen > 1050 in ITERATIONENW vorhanden sind. Das Nichtvorhandensein wird gemeldet. WELTTABELLEN läuft trotzdem mit voreingestellten Werten weiter.

## 6.6 Datei GRENZENW

Die Datei GRENZENW.TXT enthält eine Reihe von Zeilen mit je einem positiven (D)-Wert, die in aufsteigender Reihenfolge die Grenzen von Intervallen in a (Skalenfaktor) zur numerischen Integration der relevanten kosmologischen Funktionen umschreiben.

Folgt einer Zeile eine -7, so ist der in der Vorzeile aufgeführte Wert die untere Grenze von a, die von Benutzern verwendet werden kann. Vor diesem Wert aufgeführte Intervalle werden nur zur Integration von Funktionen verwendet, die bei NULL beginnen (Zeit, Partikelhorizont).

Folgt einer Zeile eine -8, so ist der in der Vorzeile aufgeführte Wert die obere Grenze von a, die von Benutzern verwendet werden kann. Nach diesem Wert aufgeführte Intervalle werden nur zur Integration von Funktionen verwendet, die bis UNENDLICH laufen (Ereignishorizont).

Eine -9 beendet die Eingabe von Werten.

Es wird geraten, eine der ausgelieferten Dateien zu verwenden.

## 7 Wartung

### 7.1 Fehlermeldungen

Im Falle von Fehlern kann sich der Benutzer via E-Mail an den Autor wenden. Die betroffene Steuerdatei sowie die in den Programmfluss einbezogenen Dateien T\_NACH\_A\_parametersatz, GRENZENW und ITERATIONENW sollten mitübermittelt werden. Eventuell kann man auch noch die durch

w >v.txt

erzeugte Datei v.txt mitsenden.

### 7.2 Änderungswünsche

Änderungswünsche werden entgegengenommen und begutachtet. Definitiv nicht berücksichtigt werden folgende Vorschläge:

- Umkehrung der Ausgabereihenfolge;
- Graphische Benutzeroberfläche;
- Übersetzung der Druckausgabe des Programms oder der Programmbeschreibung in andere Sprachen.

## 8 Verwendete Symbole und Abkürzungen

$\Lambda$ CDM	Lambda Cold Dark Matter
$\Lambda$ CDM-Modell	Räumlich flaches Standardmodell der Kosmologie
$H_0$	Hubble-Parameter heute
$\Omega_R$	Strahlungs-Anteil heute an der Materie/Energie-Dichte des Universums
$\Omega_M$	Materie-Anteil heute
$\Omega_\Lambda$	Anteil dunkler Energie heute
$\Omega$	Anteilmäßige Gesamtdichte $\Omega = \Omega_R + \Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$ des räumlich flachen $\Lambda$ CDM-Modells
a	Symbol für den Skalenfaktor, $a(\text{HEUTE})=1$
$z^*$	Symbol für die Rotverschiebung HEUTE, $z^*(\text{HEUTE})=0$
z	Symbol für die Rotverschiebung am Scheitelpunkt eines Rückwärts-Lichtkegels, $z(\text{SCHEITEL})=0$ .
t	Zeit seit dem Urknall in Mrd. Jahren
HEUTE-t	Look-Back-Zeit, Lichtlaufzeit. Allgemeiner als „HEUTE-t“: Scheitelpunkt eines Lichtkegels in Mrd. Jahren seit dem Urknall minus Zeit seit dem Urknall in Mrd. Jahren
km / Mpc / s	Kilometer pro Megaparsec pro Sekunde: $\text{km} * \text{Mpc}^{-1} * \text{s}^{-1}$
Mrd.	Milliarden

Über den STYP -111 der Steuerdatei können verschiedene Parametersätze für den Hubble-Parameter heute und den Materie-Anteil heute abgerufen werden, z.B. Planck18:  $H_0=67.4$  km/Mpc/s und  $\Omega_M=0.315$ . Die Strahlungsdichte wird von den wissenschaftlichen Institutionen, die ihre Forschungsergebnisse über die Parameter des Universums veröffentlichen, mehrheitlich nicht deutlich ausgewiesen – WELTTABELLEN kann sie über die Stefan-Boltzmann-Konstante berechnen, der Benutzer kann sie auch eingeben.  $\Omega_\Lambda$  kann dann über  $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_R - \Omega_M$  berechnet werden.

## 9 Literatur

Es wird im Weiteren nur auf solche Quellen verwiesen, die als Hilfestellung bei der Programmierung der zuvor dargestellten Aufgabenstellungen dienen konnten.

- [1] Yukterez (Simon Tyran, Wien)  
Zeichnungen und Wolfram Alpha-Programm  
<http://lcdm.yukterez.net/i.html#plot> siehe auch Kap. 3.2.1  
<http://yukterez.net/lcdm/>  
Beim Programm wurde auf die einfacher verständliche, Ende 2021 auffindbare Version zurückgegriffen.
- [2] T.M. Davis / C.H. Lineweaver: Expanding Confusion: common misconceptions of cosmological horizons and the superluminal expansion of the Universe, November 2003, <https://arxiv.org/abs/astro-ph/0310808>, siehe auch Kap. 3.2.2
- [3] E. Harrison; Hubble spheres and particle horizons, Astrophysical Journal, Part 1 (ISSN 0004-637X), vol. 383, Dec. 10, 1991, p. 60-65.  
<https://articles.adsabs.harvard.edu/pdf/1991ApJ...383...60H>  
Dieser Artikel enthält Fehler, die in [2] erwähnt sind – sollte man wissen, bevor man programmiert. Quelle wurde berücksichtigt bei der Berechnung der Rezessionsgeschwindigkeiten von Hubblesphäre und Partikelhorizont.
- [4] B.&J. Margalef-Bentabol, J. Cepa: Evolution of the Cosmological Horizons in a Concordance Universe, June 2013. <https://arxiv.org/abs/1302.1609>  
Die verfügbar gemachten Formeln wurden nicht verwendet, wohl aber die Conclusions in Kap. 6.5. Außerdem konnten die von WELTTABELLEN berechneten Rezessionsgeschwindigkeiten mittels Kap. 6.1 des Artikels und den Anhängen A1 und A2 überprüft werden.  
Achtung: Die Ergebnisse des Artikels gelten nur, falls  $\Omega_R = 0$ .
- [5] B.&J. Margalef-Bentabol, J. Cepa: Evolution of the Cosmological Horizons in a Universe with Countably Infinitely Many State Equations, June 2013. <https://arxiv.org/abs/1302.2186>  
Hier haben wir in Vergleich zu [4] lediglich zusätzlich die Ergebnisse für  $\Omega_R \neq 0$  überprüft.
- [6] D.W. Hogg: Distance measures in cosmology, December 2000.  
<https://arxiv.org/abs/astro-ph/9905116>.  
Wurde letztendlich aufgrund der Darstellung in  $z$  nicht wirklich verwendet, konnte aber zu Kontrollzwecken herangezogen werden. Die präsentierten Formeln sind unter zusätzlichen Nebenbedingungen korrekt, man kann jedoch nicht jeder Herleitung folgen.
- [7] Windows-Umgebung der Universität York für GNU-FORTRAN77  
<http://www.cs.yorku.ca/~roumani/fortran/index.html> .  
<http://www.cs.yorku.ca/~roumani/fortran/ftn.htm>  
Siehe Kap. 2.1
- [8] Für SPT0418-47 relevante Weltlinien (Wikipedia)  
[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Worldlines\\_relevant\\_for\\_SPT0418-47.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Worldlines_relevant_for_SPT0418-47.svg)  
Zeichnung und Erläuterungen des Autors. Siehe Kap. 3.2.3
- [9] ICRAR Cosmology Calculator <https://cosmocalc.icrar.org/>  
Von ICRAR wurde die Idee einer Vielzahl vorbereiteter Parametersätze übernommen.

## 10 Anhang:1 Beispiele

### 10.1 Steuerdateien

WELTTABELLEN wird im Weiteren für 4 Steuerdateien ausgeführt. Bei den Steuerdateien wird nur die Namenserweiterung (z.B. 1zx anstelle STEUERW1zx.TXT) erwähnt. Es wird davon ausgegangen, dass für die Dateinamen der Ausgabedateien die Voreinstellung ZZ verwendet wird und dass bisher keine Ausgabedateien vorhanden sind.

#### Steuerdatei 1zx ---> ZZ

```
-111
18,-9, Planck 18 mit OMEGA_R via Stefan-Boltzmann-Konstante
-201
2, Eingabe z (Rotverschiebung zu z(HEUTE)=0)
-211
1, Ausgabe in physikalischen Koordinaten
-301
1090,-1,1089,0,-8,      CMB, Scheitel  $z^*=0$ , also Standardfall.
9,-1,5,-8
4.2249,-0.0001,4.2247,-8,   $z=4.2248$  - SPT0418-47
4,-1,1,-8
0.264,-0.001,0.263,-8,    $z=0.263$  - Gravitationslinse SPT0418-47
0.2,-0.1,-0.1,-9
-999
```

Die Steuerdatei behandelt die Eingabe von Rotverschiebungen. Da der Standardscheitel  $z=0$  (entspricht  $a=1$ ,  $t=HEUTE$ ) verwendet wird, ist  $z=z^*$  im Sinne von Kap. 4.2. Da der Steuerbefehl -105 fehlt, wird Aufgabe 1 ausgeführt. Es werden 3 Dateien ausgegeben, ZZ.TXT, ZZ\_DELTA.TXT und ZZ\_REZESSION.TXT.

#### Steuerdatei 1zx101 ---> ZZA

Eine weitere Steuerdatei 1zx101 ist exakt gleich wie 1zx, lediglich wird in der Folgezeile von Steuertyp -211 nun der Wert 101 (anstelle 1) verwendet. Ausgegeben werden wieder physikalische Koordinaten, allerdings wird in der Datei ZZA\_REZESSION nun die Rezessionsgeschwindigkeit von Horizonten (und nicht mehr die von Galaxien auf diesen Horizonten) ausgegeben. Die Dateien ZZA.TXT sowie ZZA\_DELTA.TXT sind identisch mit den Dateien ZZ.TXT bzw. ZZ\_DELTA.TXT.

#### Steuerdatei 2t ---> ZZB

```
-105
2,      AUFGABE 2
3,-14,  Kosmische Parameter bei  $t=HEUTE$ 
-111
18,-9   Parametersatz Planck 18
-999
```

Erzeugt wird eine Datei ZZB.TXT, zusätzlich noch ZZB\_DELTA.TXT und ZZB\_REZESSION.TXT. In den letzten beiden Dateien werden die Ausgabeblöcke wie in den Dateien zu ZZ gehörenden \_DELTA- und \_Rezession-Dateien ausgegeben. Als Beispiel wird hier nur die Datei ZZB.TXT ausgedruckt.

**Steuerdatei 3-13-22x ---> ZZC**

-105

3, Aufgabe 3

-111

18,-9, Planck 18

-227

-9,-9,-9

13,-22,-14,4.2248,2, (-22,-14,4.2248) = Heute mit  $z=4.2248$  sichtbare Galaxie

-8,3, Es werden Lichtkegel für 3 t-äquidistante Schnittpunkte (3)

-888, der Galaxie mit Lichtkegeln zwischen dem HEUTE-Lichtkegel (-8)

-888, der Galaxie und dem Ereignishorizont ermittelt.

-999

Als Beispiel wird hier nur die Datei ZZC.TXT ausgedruckt. Dateien ZZC\_DELTA.TXT und ZZC\_REZESSION.TXT werden von WELTTABELLEN ebenso erzeugt.

**Befehlsausführung**

Es werden auf der Konsole die Befehle

d 1zx

d 1zx101

d 2t und

d 3-13-22x

ausgeführt. Die Ergebnisse werden im erwähnten Umfang auf den Folgeseiten präsentiert.

## 10.2 WELTTABELLEN-Ausdrucke

## ZZ.TXT

Raumlich flaches Standardmodell der Kosmologie (Lambda-CDM-Modell)

OMEGA\_M: 0.31500 Hubble-Parameter H0: 67.4000 km/Mpc/s 0.21842852E-17 1/s (Planck18)

OMEGA\_R: 0.9209605429E-04 (via Stefan-Boltzmann-Konstante)

OMEGA\_LAMBDA: 0.6849079039 (1-OMEGA\_M-OMEGA\_R) HEUTE: 13.7906868085 Mrd. Jahre nach dem Urknall

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

SCHNEIDPUNKT RUECKWAERTS-LICHTKEGEL Rotverschiebung z=NULL, Skalenfaktor a=1, Kosmische Zeit t = HEUTE

a	z	t	LOOK-BACK	H	HUBBLE-RADIUS	EREIGNIS-HORIZT	LICHTKEGEL	PARTIKEL-HORIZT
NULL	UNENDLICH	Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	km/Mpc/s	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre
NULL	UNENDLICH	NULL	13.79068681	UNENDLICH	NULL	NULL	NULL	NULL
0.91659028E-03	0.10900000E+04	0.37112700E-03	0.13790316E+02	0.15655625E+07	0.62456288E-03	0.56735680E-01	0.41447549E-01	0.83734635E-03
0.91743119E-03	0.10890000E+04	0.37170015E-03	0.13790315E+02	0.15632372E+07	0.62549189E-03	0.56787158E-01	0.41485000E-01	0.83868797E-03
0.10000000E+00	0.90000000E+01	0.54251036E+00	0.13248176E+02	0.11992766E+04	0.81531832E+00	0.47326882E+01	0.30647530E+01	0.15485290E+01
0.11111111E+00	0.80000000E+01	0.63556179E+00	0.13155125E+02	0.10242231E+04	0.95466721E+00	0.51605480E+01	0.33072868E+01	0.18185821E+01
0.12500000E+00	0.70000000E+01	0.75852197E+00	0.13032165E+02	0.85876734E+03	0.11385997E+01	0.56753476E+01	0.35904287E+01	0.21761738E+01
0.14285714E+00	0.60000000E+01	0.92678525E+00	0.12863902E+02	0.70351857E+03	0.13898599E+01	0.63064957E+01	0.39237313E+01	0.26666716E+01
0.16666667E+00	0.50000000E+01	0.11676325E+01	0.12623054E+02	0.55923427E+03	0.17484483E+01	0.70979424E+01	0.43180505E+01	0.33707529E+01
0.19139122E+00	0.42249000E+01	0.14360888E+01	0.12354598E+02	0.45555809E+03	0.21463612E+01	0.78636729E+01	0.46713914E+01	0.41580255E+01
0.19139489E+00	0.42248000E+01	0.14361299E+01	0.12354557E+02	0.45554520E+03	0.21464219E+01	0.78637823E+01	0.46714397E+01	0.41581461E+01
0.19139855E+00	0.42247000E+01	0.14361710E+01	0.12354516E+02	0.45553232E+03	0.21464827E+01	0.78638917E+01	0.46714881E+01	0.41582668E+01
0.20000000E+00	0.40000000E+01	0.15336604E+01	0.12257026E+02	0.42690049E+03	0.22904453E+01	0.81176548E+01	0.47817845E+01	0.44447795E+01
0.25000000E+00	0.30000000E+01	0.21384255E+01	0.11652261E+02	0.30789693E+03	0.31757128E+01	0.94736187E+01	0.53037808E+01	0.62294243E+01
0.79113924E+00	0.26400000E+00	0.10602438E+02	0.31882489E+01	0.77474288E+02	0.12620861E+02	0.16030293E+02	0.28346040E+01	0.33662880E+02
0.79176564E+00	0.26300000E+00	0.10612430E+02	0.31782572E+01	0.77430024E+02	0.12628076E+02	0.16032990E+02	0.28268527E+01	0.33699529E+02
0.79239303E+00	0.26200000E+00	0.10622435E+02	0.31682519E+01	0.77385805E+02	0.12635292E+02	0.16035685E+02	0.28190835E+01	0.33736242E+02
0.33333333E+00	0.20000000E+01	0.32692405E+01	0.10521446E+02	0.20440507E+03	0.47836005E+01	0.11334023E+02	0.57742392E+01	0.96033675E+01
0.50000000E+00	0.10000000E+01	0.58407420E+01	0.79499448E+01	0.12068894E+03	0.81017547E+01	0.13885860E+02	0.55461842E+01	0.17520226E+02
0.10000000E+01	0.00000000E+00	0.13790687E+02	0.00000000E+00	0.67400000E+02	0.14507303E+02	0.16679351E+02	0.00000000E+00	0.46132820E+02
0.11111111E+01	-0.10000000E+00	0.15355125E+02	-0.15644380E+01	0.64457920E+02	0.15169466E+02	0.16883433E+02	-0.16491793E+01	0.52907868E+02
UNENDLICH	-1	UNENDLICH	minus UNENDLICH	0.55779676E+02	0.17529543E+02	0.17529543E+02	minus UNENDLICH	UNENDLICH

## ZZ\_DELTA.TXT

Raumlich flaches Standardmodell der Kosmologie (Lambda-CDM-Modell)

OMEGA\_M: 0.31500 Hubble-Parameter H0: 67.4000 km/Mpc/s 0.21842852E-17 1/s (Planck18)

OMEGA\_R: 0.9209605429E-04 (via Stefan-Boltzmann-Konstante)

OMEGA\_LAMBDA: 0.6849079039 (1-OMEGA\_M-OMEGA\_R) HEUTE: 13.7906868085 Mrd. Jahre nach dem Urknall

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

SCHWELTLPUNKT RUECKWAERTS-LICHTKEGEL Rotverschiebung z=NULL, Skalenfaktor a=1, Kosmische Zeit t = HEUTE

a	z	t	konformes t	LOOK-BACK	ER.HOR-HUB.RD	LICHT.K-HUB.RD	PA.HOR-ER.HOR	a'	a''	q
		Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	Mrd. Lichtj.	Mrd. Lichtj.	Mrd. Lichtj.	km/Mpc/s	(km/Mpc/s)^2	
0.9165903E-03	0.1090000E+04	0.3711270E-03	0.9135449E+00	0.1379032E+02	0.5611112E-01	0.4082299E-01	-0.5589833E-01	0.14350E+04	-0.13949E+10	0.62092E+00
0.9174312E-03	0.1089000E+04	0.3717002E-03	0.9141699E+00	0.1379032E+02	0.5616167E-01	0.4085951E-01	-0.5594847E-01	0.14342E+04	-0.13919E+10	0.62083E+00
0.1000000E+00	0.9000000E+01	0.5425104E+00	0.1548529E+02	0.1324818E+02	0.3917370E+01	0.2249435E+01	-0.3184159E+01	0.11993E+03	-0.71656E+05	0.49821E+00
0.1111111E+00	0.8000000E+01	0.6355618E+00	0.1636724E+02	0.1315513E+02	0.4205881E+01	0.2352620E+01	-0.3341966E+01	0.11380E+03	-0.57914E+05	0.49686E+00
0.1250000E+00	0.7000000E+01	0.7585220E+00	0.1740939E+02	0.1303216E+02	0.4536748E+01	0.2451829E+01	-0.3499174E+01	0.10735E+03	-0.45616E+05	0.49483E+00
0.1428571E+00	0.6000000E+01	0.9267853E+00	0.1866670E+02	0.1286390E+02	0.4916636E+01	0.2533871E+01	-0.3639824E+01	0.10050E+03	-0.34758E+05	0.49159E+00
0.1666667E+00	0.5000000E+01	0.1167632E+01	0.2022452E+02	0.1262305E+02	0.5349494E+01	0.2569602E+01	-0.3727189E+01	0.93206E+02	-0.25329E+05	0.48594E+00
0.1913912E+00	0.4224900E+01	0.1436089E+01	0.2172527E+02	0.1235460E+02	0.5717312E+01	0.2525030E+01	-0.3705647E+01	0.87190E+02	-0.18997E+05	0.47826E+00
0.1913949E+00	0.4224800E+01	0.1436130E+01	0.2172548E+02	0.1235456E+02	0.5717360E+01	0.2525018E+01	-0.3705636E+01	0.87189E+02	-0.18996E+05	0.47826E+00
0.1913985E+00	0.4224700E+01	0.1436171E+01	0.2172570E+02	0.1235452E+02	0.5717409E+01	0.2525005E+01	-0.3705625E+01	0.87188E+02	-0.18995E+05	0.47826E+00
0.2000000E+00	0.4000000E+01	0.1533660E+01	0.2222390E+02	0.1225703E+02	0.5827209E+01	0.2491339E+01	-0.3672875E+01	0.85380E+02	-0.17317E+05	0.47511E+00
0.2500000E+00	0.3000000E+01	0.2138425E+01	0.2491770E+02	0.1165226E+02	0.6297906E+01	0.2128068E+01	-0.3244194E+01	0.76974E+02	-0.10697E+05	0.45133E+00
0.3333333E+00	0.2000000E+01	0.3269241E+01	0.2881010E+02	0.1052145E+02	0.6550422E+01	0.9906387E+00	-0.1730656E+01	0.68135E+02	-0.54135E+04	0.38870E+00
0.5000000E+00	0.1000000E+01	0.5840742E+01	0.3504045E+02	0.7949945E+01	0.5784105E+01	-0.2555570E+01	0.3634366E+01	0.60344E+02	-0.13096E+04	0.17982E+00
0.7911392E+00	0.2640000E+00	0.1060244E+02	0.4254988E+02	0.3188249E+01	0.3409432E+01	-0.9786257E+01	0.1763259E+02	0.61293E+02	0.13176E+04	-0.27746E+00
0.7917656E+00	0.2630000E+00	0.1061243E+02	0.4256251E+02	0.3178257E+01	0.3404914E+01	-0.9801223E+01	0.1766654E+02	0.61306E+02	0.13213E+04	-0.27835E+00
0.8333333E+00	0.2000000E+00	0.1127034E+02	0.4337242E+02	0.2520347E+01	0.3115905E+01	-0.1078355E+02	0.1994389E+02	0.62277E+02	0.15618E+04	-0.33557E+00
0.9090909E+00	0.1000000E+00	0.1244069E+02	0.4471695E+02	0.1349997E+01	0.2645033E+01	-0.1251801E+02	0.2420158E+02	0.64389E+02	0.19622E+04	-0.43026E+00
0.1000000E+01	0.0000000E+00	0.1379069E+02	0.4613282E+02	0.0000000E+00	0.2172048E+01	-0.1450730E+02	0.2945347E+02	0.67400E+02	0.23955E+04	-0.52732E+00
0.1111111E+01	-0.1000000E+00	0.1535512E+02	0.4761708E+02	-0.1564438E+01	0.1713967E+01	-0.1681865E+02	0.3602444E+02	0.71620E+02	0.28772E+04	-0.62325E+00

## ZZ\_REZESSION.TXT

Räumlich flaches Standardmodell der Kosmologie (Lambda-CDM-Modell)

OMEGA\_M: 0.31500 Hubble-Parameter H0: 67.4000 km/Mpc/s 0.21842852E-17 1/s (Planck18)

OMEGA\_R: 0.9209605429E-04 (via Stefan-Boltzmann-Konstante)

OMEGA\_LAMBDA: 0.6849079039 (1-OMEGA\_M-OMEGA\_R) HEUTE: 13.7906868085 Mrd. Jahre nach dem Urknall

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

SCHEITELPUNKT RUECKWAERTS-LICHTKEGEL Rotverschiebung z=NULL, Skalenfaktor a=1, Kosmische Zeit t = HEUTE

## AUSGABE DER REZESSIONSGESCHWINDIGKEITEN VON GALAXIEN

oder im fruehen Universum von (eventuell fiktiven) als ruhend angenommenen massebehafteten Objekten

	a	z	t Mrd. Jahre	LOOK-BACK Mrd. Jahre	H km/Mpc/s	HUBBLE-RADIUS c	EREIGNIS-HORIZT c	LICHTKEGEL c	PARTIKEL-HORIZT c
	0.91659028E-03	0.10900000E+04	0.37112700E-03	0.13790316E+02	0.15655625E+07	0.10000000E+01	0.90840621E+02	0.66362491E+02	0.13406918E+01
	0.91743119E-03	0.10890000E+04	0.37170015E-03	0.13790315E+02	0.15632372E+07	0.10000000E+01	0.90787999E+02	0.66323802E+02	0.13408455E+01
	0.10000000E+00	0.90000000E+01	0.54251036E+00	0.13248176E+02	0.11992766E+04	0.10000000E+01	0.58047122E+01	0.37589650E+01	0.18992938E+01
	0.11111111E+00	0.80000000E+01	0.63556179E+00	0.13155125E+02	0.10242231E+04	0.10000000E+01	0.54055990E+01	0.34643348E+01	0.19049383E+01
	0.12500000E+00	0.70000000E+01	0.75852197E+00	0.13032165E+02	0.85876734E+03	0.10000000E+01	0.49844978E+01	0.31533723E+01	0.19112721E+01
	0.14285714E+00	0.60000000E+01	0.92678525E+00	0.12863902E+02	0.70351857E+03	0.10000000E+01	0.45375048E+01	0.28231129E+01	0.19186623E+01
	0.16666667E+00	0.50000000E+01	0.11676325E+01	0.12623054E+02	0.55923427E+03	0.10000000E+01	0.40595666E+01	0.24696472E+01	0.19278539E+01
	0.19139122E+00	0.42249000E+01	0.14360888E+01	0.12354598E+02	0.45555809E+03	0.10000000E+01	0.36637230E+01	0.21764237E+01	0.19372440E+01
	0.19139489E+00	0.42248000E+01	0.14361299E+01	0.12354557E+02	0.45554520E+03	0.10000000E+01	0.36636703E+01	0.21763846E+01	0.19372454E+01
	0.19139855E+00	0.42247000E+01	0.14361710E+01	0.12354516E+02	0.45553232E+03	0.10000000E+01	0.36636176E+01	0.21763456E+01	0.19372469E+01
	0.20000000E+00	0.40000000E+01	0.15336604E+01	0.12257026E+02	0.42690049E+03	0.10000000E+01	0.35441382E+01	0.20877095E+01	0.19405744E+01
	0.25000000E+00	0.30000000E+01	0.21384255E+01	0.11652261E+02	0.30789693E+03	0.10000000E+01	0.29831471E+01	0.16701072E+01	0.19615830E+01
	0.33333333E+00	0.20000000E+01	0.32692405E+01	0.10521446E+02	0.20440507E+03	0.10000000E+01	0.23693498E+01	0.12070906E+01	0.20075605E+01
	0.50000000E+00	0.10000000E+01	0.58407420E+01	0.79499448E+01	0.12068894E+03	0.10000000E+01	0.17139324E+01	0.68456581E+00	0.21625224E+01
	0.79113924E+00	0.26400000E+00	0.10602438E+02	0.31882489E+01	0.77474288E+02	0.10000000E+01	0.12701426E+01	0.22459672E+00	0.26672412E+01
	0.79176564E+00	0.26300000E+00	0.10612430E+02	0.31782572E+01	0.77430024E+02	0.10000000E+01	0.12696305E+01	0.22385459E+00	0.26686195E+01
	0.83333333E+00	0.20000000E+00	0.11270340E+02	0.25203471E+01	0.74732556E+02	0.10000000E+01	0.12381483E+01	0.17581410E+00	0.27624580E+01
	0.90909091E+00	0.10000000E+00	0.12440689E+02	0.13499973E+01	0.70827996E+02	0.10000000E+01	0.11915973E+01	0.93236991E-01	0.29446786E+01
	0.10000000E+01	0.00000000E+00	0.13790687E+02	0.00000000E+00	0.67400000E+02	0.10000000E+01	0.11497210E+01	0.00000000E+00	0.31799722E+01
	0.11111111E+01	-0.10000000E+00	0.15355125E+02	-0.15644380E+01	0.64457920E+02	0.10000000E+01	0.11129880E+01	-0.10871703E+00	0.34877871E+01

## ZZA\_REZESSION.TXT

Raumlich flaches Standardmodell der Kosmologie (Lambda-CDM-Modell)

OMEGA\_M: 0.31500 Hubble-Parameter H0: 67.4000 km/Mpc/s 0.21842852E-17 1/s (Planck18)

OMEGA\_R: 0.9209605429E-04 (via Stefan-Boltzmann-Konstante)

OMEGA\_LAMBDA: 0.6849079039 (1-OMEGA\_M-OMEGA\_R) HEUTE: 13.7906868085 Mrd. Jahre nach dem Urknall

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

SCHEITELPUNKT RUECKWAERTS-LICHTKEGEL Rotverschiebung z=NULL, Skalenfaktor a=1, Kosmische Zeit t = HEUTE

AUSGABE DER REZESSIONSGESCHWINDIGKEITEN VON HUBBLESPHAERE, EREIGNISHORIZONT UND PARTIKELHORIZONT  
SOWIE VON GALAXIEN AUF DEM LICHTKEGEL

a	z	t	LOOK-BACK	H	HUBBLE-RADIUS	EREIGNIS-HORIZT	LICHTKEGEL	PARTIKEL-HORIZT
		Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	km/Mpc/s	c	c	c	c
0.91659028E-03	0.10900000E+04	0.37112700E-03	0.13790316E+02	0.15655625E+07	0.16209175E+01	0.89840621E+02	0.66362491E+02	0.23406918E+01
0.91743119E-03	0.10890000E+04	0.37170015E-03	0.13790315E+02	0.15632372E+07	0.16208334E+01	0.89787999E+02	0.66323802E+02	0.23408455E+01
0.10000000E+00	0.90000000E+01	0.54251036E+00	0.13248176E+02	0.11992766E+04	0.14982095E+01	0.48047122E+01	0.37589650E+01	0.28992938E+01
0.11111111E+00	0.80000000E+01	0.63556179E+00	0.13155125E+02	0.10242231E+04	0.14968594E+01	0.44055990E+01	0.34643348E+01	0.29049383E+01
0.12500000E+00	0.70000000E+01	0.75852197E+00	0.13032165E+02	0.85876734E+03	0.14948334E+01	0.39844978E+01	0.31533723E+01	0.29112721E+01
0.14285714E+00	0.60000000E+01	0.92678525E+00	0.12863902E+02	0.70351857E+03	0.14915852E+01	0.35375048E+01	0.28231129E+01	0.29186623E+01
0.16666667E+00	0.50000000E+01	0.11676325E+01	0.12623054E+02	0.55923427E+03	0.14859439E+01	0.30595666E+01	0.24696472E+01	0.29278539E+01
0.19139122E+00	0.42249000E+01	0.14360888E+01	0.12354598E+02	0.45555809E+03	0.14782629E+01	0.26637230E+01	0.21764237E+01	0.29372440E+01
0.19139489E+00	0.42248000E+01	0.14361299E+01	0.12354557E+02	0.45554520E+03	0.14782617E+01	0.26636703E+01	0.21763846E+01	0.29372454E+01
0.19139855E+00	0.42247000E+01	0.14361710E+01	0.12354516E+02	0.45553232E+03	0.14782604E+01	0.26636176E+01	0.21763456E+01	0.29372469E+01
0.20000000E+00	0.40000000E+01	0.15336604E+01	0.12257026E+02	0.42690049E+03	0.14751086E+01	0.25441382E+01	0.20877095E+01	0.29405744E+01
0.25000000E+00	0.30000000E+01	0.21384255E+01	0.11652261E+02	0.30789693E+03	0.14513346E+01	0.19831471E+01	0.16701072E+01	0.29615830E+01
0.33333333E+00	0.20000000E+01	0.32692405E+01	0.10521446E+02	0.20440507E+03	0.13887038E+01	0.13693498E+01	0.12070906E+01	0.30075605E+01
0.50000000E+00	0.10000000E+01	0.58407420E+01	0.79499448E+01	0.12068894E+03	0.11798182E+01	0.71393241E+00	0.68456581E+00	0.31625224E+01
0.79113924E+00	0.26400000E+00	0.10602438E+02	0.31882489E+01	0.77474288E+02	0.72253947E+00	0.27014262E+00	0.22459672E+00	0.36672412E+01
0.79176564E+00	0.26300000E+00	0.10612430E+02	0.31782572E+01	0.77430024E+02	0.72165004E+00	0.26963048E+00	0.22385459E+00	0.36686195E+01
0.83333333E+00	0.20000000E+00	0.11270340E+02	0.25203471E+01	0.74732556E+02	0.66442932E+00	0.23814831E+00	0.17581410E+00	0.37624580E+01
0.90909091E+00	0.10000000E+00	0.12440689E+02	0.13499973E+01	0.70827996E+02	0.56973899E+00	0.19159735E+00	0.93236991E-01	0.39446786E+01
0.10000000E+01	0.00000000E+00	0.13790687E+02	0.00000000E+00	0.67400000E+02	0.47268419E+00	0.14972103E+00	0.00000000E+00	0.41799722E+01
0.11111111E+01	-0.10000000E+00	0.15355125E+02	-0.15644380E+01	0.64457920E+02	0.37674622E+00	0.11298798E+00	-0.10871703E+00	0.44877871E+01

## ZZB.TXT

Räumlich flaches Standardmodell der Kosmologie (Lambda-CDM-Modell)

OMEGA\_M: 0.31500 Hubble-Parameter H0: 67.4000 km/Mpc/s 0.21842852E-17 1/s (Planck18)  
 OMEGA\_R: 0.9209605429E-04 (via Stefan-Boltzmann-Konstante)  
 OMEGA\_LAMBDA: 0.6849079039 (1-OMEGA\_M-OMEGA\_R) HEUTE: 13.7906868085 Mrd. Jahre nach dem Urknall  
 SCHEITELPUNKT RUECKWAERTS-LICHTKEGEL Skalenfaktor: 0.10000000E+01  
 SCHEITELPUNKT RUECKWAERTS-LICHTKEGEL (Kosmische Zeit Mrd. Jahre): 0.13790687E+02

Kosmische Parameter in mitbewegten und physikalischen Koordinaten

Schnittpunkt zwischen Ereignishoriz. und Partikelhoriz. bei  $a = 0.3971313142E+00$ , mitbewegter Entfernung=  $0.3140608583E+02$  Mrd. Lichtjahre  
 auf der durch  $z = 0.9999500794E+01$  markierten Weltlinie.

\*\*\*\*\* Mitbewegte Koordinaten \*\*\*\*\*

a	z	t	LOOK-BACK	H	HUBBLE-RADIUS	EREIGNIS-HORIZT	LICHTKEGEL	PARTIKEL-HORIZT
		Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	km/Mpc/s	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre
0.39713131E+00	0.15180588E+01	0.42158248E+01	0.95748620E+01	0.16116801E+03	0.15276843E+02	0.31406086E+02	0.14726734E+02	0.31406086E+02
0.90913217E-01	0.99995008E+01	0.47012865E+00	0.13320558E+02	0.13833281E+04	0.77748919E+01	0.48085437E+02	0.31406086E+02	0.14726734E+02

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

0.39713131E+00	0.15180588E+01	0.42158248E+01	0.95748620E+01	0.16116801E+03	0.60669126E+01	0.12472340E+02	0.58484474E+01	0.12472340E+02
0.90913217E-01	0.99995008E+01	0.47012865E+00	0.13320558E+02	0.13833281E+04	0.70684043E+00	0.43716018E+01	0.28552283E+01	0.13388548E+01

Schnittpunkt zwischen Lichtkegel und Partikelhorizont bei  $a = 0.2149990188E+00$  und mitbewegter Entfernung=  $0.2306641015E+02$  Mrd. Lichtjahre

\*\*\*\*\* Mitbewegte Koordinaten \*\*\*\*\*

a	z	t	LOOK-BACK	H	HUBBLE-RADIUS	EREIGNIS-HORIZT	LICHTKEGEL	PARTIKEL-HORIZT
		Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	km/Mpc/s	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre
0.21499902E+00	0.36511840E+01	0.17084411E+01	0.12082246E+02	0.38378821E+03	0.11850003E+02	0.39745762E+02	0.23066410E+02	0.23066410E+02

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

0.21499902E+00	0.36511840E+01	0.17084411E+01	0.12082246E+02	0.38378821E+03	0.25477391E+01	0.85452997E+01	0.49592555E+01	0.49592555E+01
----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

**ZZB.TXT, Fortsetzung des Ausdrucks**

Schnittpunkt zwischen Lichtkegel und Hubble-Radius bei  $a = 0.3864530645E+00$  und mitbewegter Entfernung =  $0.1514129051E+02$  Mrd. Lichtjahren

\*\*\*\*\* Mitbewegte Koordinaten \*\*\*\*\*

a	z	t	LOOK-BACK	H	HUBBLE-RADIUS	EREIGNIS-HORIZT	LICHTKEGEL	PARTIKEL-HORIZT
		Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	km/Mpc/s	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre
0.38645306E+00	0.15876364E+01	0.40534118E+01	0.97372750E+01	0.16710403E+03	0.15141291E+02	0.31820642E+02	0.15141291E+02	0.30991530E+02

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

0.38645306E+00	0.15876364E+01	0.40534118E+01	0.97372750E+01	0.16710403E+03	0.58513981E+01	0.12297185E+02	0.58513981E+01	0.11976772E+02
----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

Uebergang von verlangsamer zu beschleunigter Expansion bei  $a = 0.6128499922E+00$ , berechnet mittels Abbremsparameter  $q$  via  $a''(t)$

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

a	z	t	LOOK-BACK	H	HUBBLE-RADIUS	EREIGNIS-HORIZT	LICHTKEGEL	PARTIKEL-HORIZT
		Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	km/Mpc/s	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre
0.61284999E+00	0.63172067E+00	0.76931755E+01	0.60975113E+01	0.96597882E+02	0.10122295E+02	0.14973244E+02	0.47513039E+01	0.23521195E+02

\*\*\*\*\* Mitbewegte Koordinaten \*\*\*\*\*

0.61284999E+00	0.63172067E+00	0.76931755E+01	0.60975113E+01	0.96597882E+02	0.16516757E+02	0.24432152E+02	0.77528008E+01	0.38380019E+02
----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

Die Bedeutung des z-Werts in der zweiten Zeile beim Schnittpunkt zwischen Ereignishorizont und Partikelhorizont ist in Kap. 4.2 erläutert.

## ZZC.TXT

Räumlich flaches Standardmodell der Kosmologie (Lambda-CDM-Modell)

OMEGA\_M: 0.31500 Hubble-Parameter H0: 67.4000 km/Mpc/s 0.21842852E-17 1/s (Planck18)  
 OMEGA\_R: 0.9209605429E-04 (via Stefan-Boltzmann-Konstante)  
 OMEGA\_LAMBDA: 0.6849079039 (1-OMEGA\_M-OMEGA\_R) HEUTE: 13.7906868085 Mrd. Jahre nach dem Urknall

## WELTLINIE EINER GALAXIE VIA ZEITPFAD

Benutzereingabe zur Kennzeichnung der Galaxie:

SCHEITEL-a Lichtkegel= 0.10000000E+01 SCHEITEL-t Lichtkegel= 0.13790687E+02 Mrd. Jahre  
 Abstand zum Beobachter auf dem Lichtkegel wird gemessen bei a= 0.19139489E+00 t= 0.14361299E+01 Mrd. Jahre, z= 0.42248000E+01

Betrachtet wird eine im Hubble-Flow treibende Galaxie mit einem mitbewegten radialen Abstand von 0.24407338E+02 Mrd. Lichtjahren zum Beobachter.  
 Der heutige Ort des im Hubble-Flow treibenden Beobachters ist in der Milchstrasse gelegen.  
 Galaxie schneidet Ereignishorizont bei a= 0.61377140E+00 t= 0.77083941E+01 Mrd. Jahren  
 Hinweis: Rotverschiebung z und Look-Back-Time beziehen sich auf den Scheitelpunkt des Ruckwaerts-Lichtkegels.

## Ausgabereihenfolge

1. Scheitelpunkt des Ruckwaerts-Lichtkegels
2. Schnittpunkt Galaxie - Lichtkegel
3. Schnittpunkt Galaxie - Ereignishorizont
4. Schnittpunkt Lichtkegel - Hubblesphaere

Galaxie schneidet bei a= 0.19139489E+00 t= 0.14361299E+01 Mrd. Jahren den Lichtkegel mit SCHEITEL bei a= 0.10000000E+01 t= 0.13790687E+02 Mrd. Jahren  
 Schnittpunkt zwischen Lichtkegel und Hubble-Radius bei a= 0.38645306E+00 und mitbewegter Entfernung= 0.15141291E+02 Mrd. Lichtjahren.

## \*\*\*\*\* Mitbewegte Koordinaten \*\*\*\*\*

a	z	t	LOOK-BACK	H	HUBBLE-RADIUS	EREIGNIS-HORIZT	LICHTKEGEL	PARTIKEL-HORIZT
Rv z(Scheitel)	Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	km/Mpc/s	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre
0.10000000E+01	0.00000000E+00	0.13790687E+02	-0.18669510E-10	0.67400000E+02	0.14507303E+02	0.16679351E+02	0.00000000E+00	0.46132820E+02
0.19139489E+00	0.42248000E+01	0.14361299E+01	0.12354557E+02	0.45554520E+03	0.11214625E+02	0.41086690E+02	0.24407338E+02	0.21725482E+02
0.61377140E+00	0.62927110E+00	0.77083941E+01	0.60822927E+01	0.96452977E+02	0.16516739E+02	0.24407338E+02	0.77279870E+01	0.38404833E+02
0.38645306E+00	0.15876364E+01	0.40534118E+01	0.97372750E+01	0.16710403E+03	0.15141291E+02	0.31820642E+02	0.15141291E+02	0.30991530E+02

## \*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

0.10000000E+01	0.00000000E+00	0.13790687E+02	-0.18669510E-10	0.67400000E+02	0.14507303E+02	0.16679351E+02	0.00000000E+00	0.46132820E+02
0.19139489E+00	0.42248000E+01	0.14361299E+01	0.12354557E+02	0.45554520E+03	0.21464219E+01	0.78637823E+01	0.46714397E+01	0.41581461E+01
0.61377140E+00	0.62927110E+00	0.77083941E+01	0.60822927E+01	0.96452977E+02	0.10137502E+02	0.14980526E+02	0.47432174E+01	0.23571788E+02
0.38645306E+00	0.15876364E+01	0.40534118E+01	0.97372750E+01	0.16710403E+03	0.58513981E+01	0.12297185E+02	0.58513981E+01	0.11976772E+02

Galaxie schneidet bei a= 0.31465557E+00 t= 0.30041959E+01 Mrd. Jahren den Lichtkegel mit SCHEITEL bei a= 0.16632573E+01 t= 0.21833129E+02 Mrd. Jahren  
 Schnittpunkt zwischen Lichtkegel und Hubble-Radius bei a= 0.53165178E+00 und mitbewegter Entfernung= 0.16359198E+02 Mrd. Lichtjahren.

## ZCC.TXT, Fortsetzung des Ausdrucks

\*\*\*\*\* Mitbewegte Koordinaten \*\*\*\*\*

a	z	t	LOOK-BACK	H	HUBBLE-RADIUS	EREIGNIS-HORIZT	LICHTKEGEL	PARTIKEL-HORIZT
Rv	z(Scheitel)	Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	km/Mpc/s	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre
0.16632573E+01	0.00000000E+00	0.21833129E+02	-0.10913261E-08	0.58501461E+02	0.10048944E+02	0.10412920E+02	0.00000000E+00	0.52399251E+02
0.31465557E+00	0.42859617E+01	0.30041959E+01	0.18828933E+02	0.22155580E+03	0.14025812E+02	0.34820259E+02	0.24407338E+02	0.27991913E+02
0.61377140E+00	0.17098971E+01	0.77083941E+01	0.14124734E+02	0.96452977E+02	0.16516739E+02	0.24407338E+02	0.13994418E+02	0.38404833E+02
0.53165178E+00	0.21284713E+01	0.63562259E+01	0.15476903E+02	0.11242355E+03	0.16359198E+02	0.26772118E+02	0.16359198E+02	0.36040054E+02

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

0.16632573E+01	0.00000000E+00	0.21833129E+02	-0.10913261E-08	0.58501461E+02	0.16713980E+02	0.17319366E+02	0.00000000E+00	0.87153438E+02
0.31465557E+00	0.42859617E+01	0.30041959E+01	0.18828933E+02	0.22155580E+03	0.44133000E+01	0.10956388E+02	0.76799050E+01	0.88078114E+01
0.61377140E+00	0.17098971E+01	0.77083941E+01	0.14124734E+02	0.96452977E+02	0.10137502E+02	0.14980526E+02	0.85893735E+01	0.23571788E+02
0.53165178E+00	0.21284713E+01	0.63562259E+01	0.15476903E+02	0.11242355E+03	0.86973966E+01	0.14233444E+02	0.86973966E+01	0.19160759E+02

Galaxie schneidet bei a= 0.42025629E+00 t= 0.45722620E+01 Mrd. Jahren den Lichtkegel mit SCHEITEL bei a= 0.28542742E+01 t= 0.31075457E+02 Mrd. Jahren  
Schnittpunkt zwischen Lichtkegel und Hubble-Radius bei a= 0.68784986E+00 und mitbewegter Entfernung= 0.16403180E+02 Mrd. Lichtjahren.

\*\*\*\*\* Mitbewegte Koordinaten \*\*\*\*\*

a	z	t	LOOK-BACK	H	HUBBLE-RADIUS	EREIGNIS-HORIZT	LICHTKEGEL	PARTIKEL-HORIZT
Rv	z(Scheitel)	Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	km/Mpc/s	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre
0.28542742E+01	0.00000000E+00	0.31075457E+02	0.16777605E-07	0.56328647E+02	0.60816520E+01	0.61264487E+01	0.00000000E+00	0.56685723E+02
0.42025629E+00	0.57917465E+01	0.45722620E+01	0.26503195E+02	0.14967941E+03	0.15544269E+02	0.30533787E+02	0.24407338E+02	0.32278385E+02
0.61377140E+00	0.36503865E+01	0.77083941E+01	0.23367063E+02	0.96452977E+02	0.16516739E+02	0.24407338E+02	0.18280890E+02	0.38404833E+02
0.68784986E+00	0.31495599E+01	0.89290269E+01	0.22146430E+02	0.86661234E+02	0.16403180E+02	0.22529629E+02	0.16403180E+02	0.40282543E+02

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

0.28542742E+01	0.00000000E+00	0.31075457E+02	0.16777605E-07	0.56328647E+02	0.17358702E+02	0.17486564E+02	0.00000000E+00	0.16179660E+03
0.42025629E+00	0.57917465E+01	0.45722620E+01	0.26503195E+02	0.14967941E+03	0.65325767E+01	0.12832016E+02	0.10257338E+02	0.13565194E+02
0.61377140E+00	0.36503865E+01	0.77083941E+01	0.23367063E+02	0.96452977E+02	0.10137502E+02	0.14980526E+02	0.11220287E+02	0.23571788E+02
0.68784986E+00	0.31495599E+01	0.89290269E+01	0.22146430E+02	0.86661234E+02	0.11282925E+02	0.15497002E+02	0.11282925E+02	0.27708341E+02

Galaxie schneidet bei a= 0.51843161E+00 t= 0.61403281E+01 Mrd. Jahren den Lichtkegel mit SCHEITEL bei a= 0.63132361E+01 t= 0.44938920E+02 Mrd. Jahren  
Schnittpunkt zwischen Lichtkegel und Hubble-Radius bei a= 0.92349107E+00 und mitbewegter Entfernung= 0.15081376E+02 Mrd. Lichtjahren.

\*\*\*\*\* Mitbewegte Koordinaten \*\*\*\*\*

a	z	t	LOOK-BACK	H	HUBBLE-RADIUS	EREIGNIS-HORIZT	LICHTKEGEL	PARTIKEL-HORIZT
Rv	z(Scheitel)	Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	km/Mpc/s	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre
0.63132361E+01	0.00000000E+00	0.44938920E+02	-0.29297382E-08	0.55830631E+02	0.27740993E+01	0.27759996E+01	0.00000000E+00	0.60036172E+02
0.51843161E+00	0.11177568E+02	0.61403281E+01	0.38798592E+02	0.11570143E+03	0.16301080E+02	0.27183338E+02	0.24407338E+02	0.35628834E+02
0.61377140E+00	0.92859732E+01	0.77083941E+01	0.37230526E+02	0.96452977E+02	0.16516739E+02	0.24407338E+02	0.21631339E+02	0.38404833E+02
0.92349107E+00	0.58362720E+01	0.12658617E+02	0.32280304E+02	0.70205787E+02	0.15081376E+02	0.17857375E+02	0.15081376E+02	0.44954796E+02

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

0.63132361E+01	0.00000000E+00	0.44938920E+02	-0.29297382E-08	0.55830631E+02	0.17513544E+02	0.17525541E+02	0.00000000E+00	0.37902253E+03
0.51843161E+00	0.11177568E+02	0.61403281E+01	0.38798592E+02	0.11570143E+03	0.84509953E+01	0.14092702E+02	0.12653536E+02	0.18471114E+02
0.61377140E+00	0.92859732E+01	0.77083941E+01	0.37230526E+02	0.96452977E+02	0.10137502E+02	0.14980526E+02	0.13276697E+02	0.23571788E+02
0.92349107E+00	0.58362720E+01	0.12658617E+02	0.32280304E+02	0.70205787E+02	0.13927516E+02	0.16491127E+02	0.13927516E+02	0.41515353E+02

Die Ergebnisse von ZZC lassen sich in folgender Tabelle zusammenfassen:

Schnittpunkt Galaxie mit	% Differenz t LK0 bis EH	t Mrd. Jahre	DELTA-t Mrd. Jahre	Eigendistanz ED Mrd. Lichtjahre	Delta ED Mrd. Lichtjahre	Scheitel Lk Mrd. Jahre
Lichtkegel LK0 (HEUTE)	0.00%	1.4361299		4.6714397		13.790687
			1.568066		3.0084653	
Lichtkegel LK1	25.00%	3.0041959		7.6799050		21.833129
			1.568066		2.5774330	
Lichtkegel LK2	50.00%	4.5722620		10.2573380		31.075457
			1.568066		2.3961980	
Lichtkegel LK3	75.00%	6.1403281		12.6535360		44.938920
			1.568066		2.3269900	
Ereignishorizont (EH)	100.00%	7.7083941		14.9805260		$\infty$

Normalsprachlich lässt sich das Ergebnis so formulieren:

- 1) Ein im Hubble-Flow treibender Beobachter, dessen heutiger Ort in der Milchstraße gelegen ist, sieht HEUTE (Scheitel des Rückwärts-Lichtkegels LK0 13.790687 Mrd. Jahre nach dem Urknall) eine Galaxie unter der Rotverschiebung  $z=4.2248$  (siehe Quelle [8], es handelt sich um SPT0418-47). Die damalige physikalische Entfernung der Galaxie vom Beobachter betrug 4.6714397 Mrd. Lichtjahre. Das heute empfangene Licht wurde  $t_0=1.4361299$  Mrd. Jahre nach dem Urknall emittiert. ( $z$  wird als scheinabhängige Größe im Weiteren nicht mehr erwähnt.) Nebenbei: Die heutige Entfernung der Galaxie vom Beobachter beträgt 24.407338 Mrd. Lichtjahre (und liegt selbstverständlich jenseits des Ereignishorizonts, der heute 16.679351 Mrd. Lichtjahre vom Beobachter entfernt ist).
- 2) Die Weltlinie der Galaxie schneidet den Ereignishorizont  $t_4=7.7083941$  Mrd. Jahre nach dem Urknall. Die physikalische Entfernung vom Beobachter betrug 14.980526 Mrd. Lichtjahre.
- 3) Die Steuerdatei 3-12-22x legt nun zwischen  $t_0$  und  $t_4$  drei  $t$ -äquidistante Zeitpunkte  $t_1$ ,  $t_2$  und  $t_3$ , die 25%, 50% bzw. 75% der Zeitdifferenz  $t_4-t_0$  überbrücken. Bei diesen Zeitpunkten werden jene durch ihren Scheitelpunkt identifizierten Lichtkegel LK1, LK2 und LK3 ermittelt, die die Weltlinie der Galaxie bei  $t_1$ ,  $t_2$  und  $t_3$  schneidet.

- 4) Als Beispiel verwenden wir jetzt den Zeitpunkt  $t_3=6.1403281$  Mrd. Jahre nach dem Urknall. Zu diesem Zeitpunkt schneidet die die Weltlinie der Galaxie den Lichtkegel LK3, auf dessen Scheitel der Beobachter 44.938920 Mrd. Jahre nach dem Urknall trifft. Die Distanz dieses Schnittpunkts vom Beobachter beträgt 12.6535360 Mrd. Lichtjahre. Man kann es auch so ausdrücken: 44.938920 Mrd. Jahre nach dem Urknall sieht der Beobachter jenes Licht, das von der Galaxie im Schnittpunkt in Richtung des Beobachters emittiert wird.
- 5) Die ZC-WELTTABELLEN-Blöcke liefern auch zusätzliche Informationen. Im LK0-Ausgabeblock wird z.B. der Schnittpunkt zwischen dem Lichtkegel LK0 und der Hubblesphäre bei  $t_i= 4.0534118$  Mrd. Jahre bzw.  $z_i=1.5876364$  und einer Eigendistanz von 5.8513981 Mrd. Lichtjahren vom Beobachter erwähnt. Auf dem Lichtkegel gelegene Galaxien, die ihr auf den Beobachter gerichtetes Licht vor diesem Schnittpunkt  $t_i$  emittiert haben, hatten sich mit Überlichtgeschwindigkeit vom Beobachter entfernt. Die auf den Beobachter gerichteten Photonen hatten sich zunächst vom Beobachter wegbewegt, bevor sie von der schneller als der Raum expandierenden Hubblesphäre überholt wurden. In der hier nicht ausgedruckten Datei ZC\_REZSSION.TXT können auch die genauen Rezessionsgeschwindigkeiten ermittelt werden. Analoge Informationen werden auch für die Lichtkegel LK1, LK2 und LK3 geliefert.