

# Exercices d'intégration

Antoine Balan

March 2, 2021

## Abstract

We propose two exercices of integration. It should characterize the integration.

## 1 Exercice 1

Soit  $A$  l'algèbre des polynômes réels s'annulant en zéro, et soit  $I, J$  deux applications linéaires de  $A$  dans  $A$  telles que :

1)

$$I(P).I(Q) = I(I(P).Q) + I(P.I(Q))$$

2)

$$J(P).J(Q) = J(J(P).Q) + J(P.J(Q))$$

3)

$$I(P') + J(P) = P.R$$

avec  $P, Q$  dans  $A$ ,  $P'$  dans  $A$ ; et  $R$  un polynôme fixé. Alors montrer que :

$$I(P)(x) = \int_0^x P(t).R(t)dt$$

$$J(P)(x) = \int_0^x P(t).R'(t)dt$$

## 2 Exercice 2

Soit  $B$  l'algèbre des fonctions continues nulles en zéro et  $I$  une application de  $B$  dans  $B$  telle que :

$$I(f).I(g) = I(I(f).g) + I(f.I(g))$$

avec  $f, g$  dans  $B$ . On suppose que si  $f$  est  $T$ -périodique, alors il existe  $T'$  tel que :

$$I(f)(x + T) = I(f)(x) + T'$$

Alors montrer que :

$$I(f)(x) = \lambda \int_0^x f(t)dt$$

## References

- [B] N.Bourbaki, "Eléments de mathématique, Fonctions d'une variable réelle", Springer, New-York, 2007.
- [C] B.Candelpergher, "Calcul Intégral", Cassini, Paris, 2009.