

Числофизика. Статьи автора за 2011–2012 г
(Number physics: Articles by the author for 2011–2012)

Александр Васильевич Исаев
(Alexander Vasilievich Isaev)

Abstract

Этот сборник рассказывает прежде всего о красоте, гармонии и совершенстве мира натуральных чисел (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...) Разумеется, что автор – далеко не первый, кто со священным трепетом относится к миру чисел. Здесь прежде всего следует назвать Пифагора (570 – 490 гг. до н. э.), который по преданию первым назвал себя философом, то есть «любителем мудрости». Он же впервые назвал вселенную космосом, то есть «прекрасным порядком». Предметом его учения был мир как стройное целое, подчиненное законам гармонии и числа. Мировая гармония, в которой заключается закон мироздания, есть единство во множестве и множество в единстве. Как мыслить эту истину? Непосредственным ответом на это является число: в нём объединяется множество, оно есть начало всякой меры. Так называемые пифагорейцы, взявшись за математические науки, первые подвинули их вперёд; вскормленные на этих науках, они признали математические начала за начала всего существующего. Из таких начал, естественно, первыми являются числа. В числах усматривали они множество аналогий или подобий с вещами. Далее они наводили в числах свойства и отношения музыкальной гармонии, и так как все прочие вещи по своей природе являлись им подобием чисел, числа же — первыми из всей природы, то они и признали, что элементы числа суть элементы всего сущего, и что все небо есть гармония и число (Аристотель, *Met.*, I, 5).

This collection tells first of all about the beauty, harmony and perfection of the world of natural numbers (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...) Of course, the author is not the first who treats the world of numbers with sacred trepidation ... Here, first of all, one should name Pythagoras (570 - 490 BC), who, according to legend, was the first to call himself a philosopher, that is, "a lover of wisdom." He was the first to call the universe space, that is, "beautiful order." The subject of his teaching was the world as a harmonious whole, subject to the laws of harmony and number. World harmony, which is the law of the universe, is unity in many and many in unity. How to think about this truth? The immediate answer to this is number: it unites the multitude, it is the beginning of every measure. The so-called Pythagoreans, having taken up the mathematical sciences, were the first to push them forward; nurtured by these sciences, they recognized mathematical principles as the beginnings of everything that exists. Of these principles, of course, numbers are the first. They saw in numbers many analogies or similarities with things. Further, they suggested in numbers the properties and relations of musical harmony, and since all other things by their nature were similar to numbers, numbers were the first of all nature, they recognized that the elements of number are elements of everything that exists, and that the whole sky there is harmony and number (Aristotle, *Met.*, i, 5).



<http://churchofchristarticles.com/blog/wp-content/uploads/2014/05/New-Numbers.jpg>

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Большие числа Дирака и... Пирамида делителей	3
2. Вывод законов Пирамиды (целых делителей)	8
3. Квантовая запутанность в... мире чисел (мемуар Эйлера)	10
4. Лямбда-член (тёмная энергия) и мир чисел	14
5. Числа Ферма, фракталы и виртуальная космология	19
6. Тайны многоугольников (теорема Гаусса – Ванцеля)	22
7. Нарисуйте фрактал в программе «Excel»	24
8. Число Данбара – это, скорее всего, число 137	26
9. Теория струн и... мемуар Эйлера	28
10. Параметр «ВРЕМЯ» и его тайны	31
11. Методика построения тильда-функции мощного числа	38
12. Решение 6-й проблемы Гильберта?	46
13. Большой и малый радиусы вселенной	49
14. Однородность Вселенной и мир чисел	51
15. ABC-гипотеза и космология чисел	53
16. Виртуальная космология – это «игра в бисер»?	56
17. Космомикрофизика и мир чисел	57
18. Просто некие наброски о мире чисел	63

1. Большие числа Дирака и... Пирамида делителей

Пирамиду делителей в мире *натуральных чисел* я придумал в 1997 году. И ничего подобного (хотя бы даже близкого по смыслу к моей Пирамиде) ни в математике, ни в нумерологии, ни где-либо ещё – мне найти не удалось. Можно сказать, что Пирамида является главным «наглядным пособием» по моей *виртуальной космомикрофизике (космологии чисел)*. Алгоритм построения Пирамиды по своей простоте сопоставим с самым рядом *натуральных чисел* $N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$ (и, казалось бы, что может быть проще, не правда ли?!). Однако, оказывается, что Пирамида (как и сам ряд натуральных чисел), дает *бесконечно* богатую «пищу» для игры нашего ума, воображения и фантазии. Столь парадоксальное утверждение я попытаюсь обосновать в рамках данной статьи.

Глядя на Пирамиду делителей, можно без особого труда сформулировать, скажем, *законы Пирамиды*, которые преисполнены красотой, наивысшей гармонией и интересны сами по себе – как новые математические объекты, расширяющие рамки общеизвестной *теории чисел*. При этом уместно напомнить слова, пожалуй, самого гениального математика всех времен – Леонарда Эйлера (1707–1783): «Из всех проблем, рассматриваемых в математике, нет таких, которые считались бы в настоящее время более бесплодными и лишёнными предложений, чем проблемы, касающиеся *природы чисел и их делителей*...». В этом отношении нынешние математики сильно отличаются от древних, придававших гораздо большее значение исследованиям такого рода. ... Математика, вероятно, никогда не достигла бы такой степени совершенства, если бы древние не посвятили столько сил развитию вопросов, которыми сегодня *большинство пренебрегает из-за их мнимой бесплодности*» (курсив мой, причём указанные слова Эйлера звучат, как мне кажется, актуально и сегодня – спустя почти 250 лет).

Так вот, оказывается, что, рассматривая Пирамиду, а по сути дела, рассматривая «природу чисел и их делителей» (как завещал великий Эйлер), мы то и дело будем получать числа, очень близкие к... *Большим числам Дирака* (более подробно о них см., например, в Википедии). Эти числа относятся к наблюдениям Поля Дирака в 1937 году касательно отношения размеров Вселенной (мегамир) к размерам элементарных частиц (микромир), а также отношений сил различных масштабов. Эти отношения формируют очень большие *безразмерные* числа. Согласно гипотезе Дирака, современная эквивалентность этих отношений является не простым совпадением, а обусловлена космологическими свойствами Вселенной с необычными свойствами (не исключается зависимость физических фундаментальных постоянных от времени). Эти магические числа привлекали большое внимание физиков и нумерологов на протяжении многих десятилетий, но до сих пор «красивая теория» так и не была создана.

Моя *виртуальная космология* (скажем, теория-игра), помимо очевидного нового «вклада» (просто относительно тривиального) в *теорию чисел*, также является попыткой создать «красивую теорию», объясняющую Большие числа Дирака и прочие фундаментальные числа (величины, параметры) из теоретической физики, космологии, астрономии, имеющие отношение к самым основам Мироздания, к его фундаменту – *пространству-времени* Вселенной (космомикрофизике)...

Впрочем, довольно «общих» слов и «лозунгов», пора перейти непосредственно к моей Пирамиде (см. рис. 1). Пирамиду лучше всего рисовать на обычном тетрадном листке *в клетку*, а ещё удобнее – в ячейках-«клетках» электронной таблицы программы *Excel* – именно так я впервые и поступил в 1997

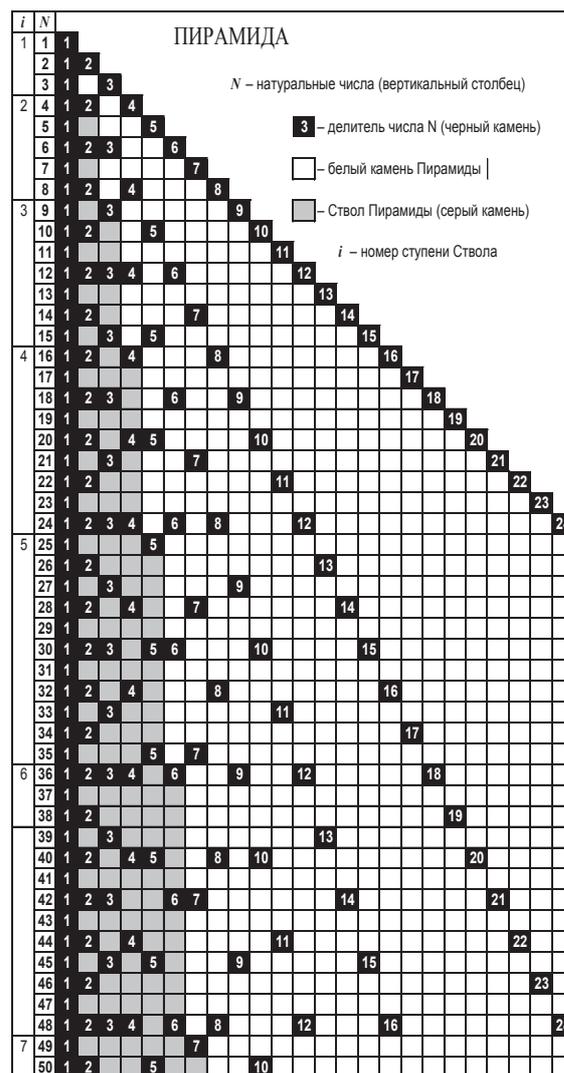


Рис.1. Пирамида делителей (её вершина).

году... В данной статье (помимо рис. 1) я привожу также и *условный* «рисунок» Пирамиды (перепишите все эти числа по клеточкам сами).

Итак, приведу *условный «рисунок»* Пирамиды со своими комментариями (справа в строчках). Условный рисунок мне был нужен на тех сайтах, где я не мог разместить обычный рисунок (рис. 1). Итак, слева стоит число N (это одновременно и порядковый номер строки Пирамиды), а справа от каждого числа N в квадратных скобках [...] указаны все его целые делители:

- 1 ... [1].....в 1-ом столбце каждое число является делителем [поэтому стоят в квадратных скобках];
- 2 ... [1]-[2].....во 2-ом столбце каждое 2-ое число является делителем [стоит в квадратных скобках];
- 3 ... [1]-2--[3].....в 3-ем столбце каждое 3-е число является делителем [стоит в квадратных скобках];
- 4 ... [1]-[2]-3--[4].....в 4-ом столбце каждое 4-ое число является делителем [стоит в квадратных скобках];
- 5 ... [1]-2---3---4-[5].....в 5-ом столбце каждое 5-ое число является делителем [стоит в квадратных скобках];
- 6 ... [1]-[2]-[3]-4--5-[6].....в 6-ом столбце каждое 6-ое число является делителем [стоит в квадратных скобках];
- 7 ... [1]-2---3---4--5--6-[7]
- 8 ... [1]-[2]-3--[4]-5--6--7-[8]..... в этой строке чёрные камни весом 1, 2, 4, 8 и белые камни весом 3, 5, 6, 7;
- 9 ... [1]-2--[3]-4--5--6--7--8-[9].....в этой строке чёрные камни весом 1, 3, 9 и белые камни весом 2, 4, 5, 6, 7, 8;
- 10 ... [1]-[2]-3---4-[5]-6--7--8--9-[10]...в этой строке чёрные камни весом 1, 2, 5, 10 и белые камни весом 3, 4, 6, 7, 8, 9;
- 11 ... [1]-2---3---4--5--6--7--8--9--10-[11]
- 12 ... [1]-[2]-[3]-[4]-5-[6]-7--8--9--10--11-[12]
- 13 ... [1]-2---3---4--5--6--7--8--9--10--11--12-[13]

и так далее (до *бесконечности*), то есть здесь показана самая «вершина» Пирамиды.

Говоря о Пирамиде довольно *удобно* (и не более того!) говорить, что каждое число (каждая клетка) в «теле» Пирамиды – это «*камень*» Пирамиды, имеющий свою «*массу*» (масса любого камня – это число, стоящее в данной клетке-камне). Все камни-*делители* (изображенные здесь в квадратных скобках) удобно называть «*чёрными*» камнями (у себя на рисунке их полезно закрасить неким цветом), а все прочие камни-числа в теле Пирамиды удобно называть «*белыми*» камнями (их не закрашивайте).

Глядя даже на самую вершину Пирамиды, читатель может легко убедиться в главном свойстве Пирамиды – в любой, то есть в ***N -ой строке Пирамиды все чёрные камни – это целые делители (d) числа N*** . Например, число $N = 1$ имеет один делитель $d = 1$ (один черный камень); число $N = 2$ имеет два делителя $d = 1, 2$ (два черных камня); число $N = 3$ имеет два делителя $d = 1, 3$ (и один белый камень 2); число $N = 4$ имеет три делителя $d = 1, 2, 4$ (и один белый камень 3); число $N = 5$ имеет два делителя $d = 1, 5$ (и три белых камня 2, 3, 4); и т.д. Таким образом, чтобы найти все целые делители сколь угодно *большого* натурального числа N – не требуется выполнять действия *деления* (довольно «трудоемкого» само по себе), а достаточно «всего лишь» («тупо») нарисовать вершину Пирамиды *высотой* равной N , то есть включающую в себя первые N строк и столбцов Пирамиды. Например, число $N = 18.632.716.502.400$ имеет 12.288 целых делителей или, иначе говоря (исключительно для краткости изложения), *тип* (T) указанного числа N равен $T = 12.288$. И чтобы увидеть все эти делители – достаточно («тупо») нарисовать Пирамиду высотой в 18.632.716.502.400 строк. Правда, при этом даже если каждая клетка Пирамиды будет иметь размер, скажем, всего лишь в 1 миллиметр, то и тогда высота Пирамиды составит свыше... 18,6 миллионов километров, что почти в 50 раз больше расстояния от Земли до Луны! Разумеется, что («тупое») «рисование» указанной Пирамиды (на любом компьютере) вряд ли окажется более быстрым процессом, чем вычисление (на том же компьютере) всех делителей «в лоб», то есть путем последовательного *деления* числа N на все натуральные числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ..., N . Однако сама принципиальная (гипотетическая, теоретическая) возможность «нарисовать» сколь угодно высокую Пирамиду и при этом «увидеть» **ВСЕ** делители сколь угодно большого числа N говорит о том, что целые делители всех натуральных чисел, образно говоря, раз и навсегда «забетонированы» в теле Пирамиды (самим алгоритмом её построения, см. выше). Иначе говоря, в мире натуральных чисел (во всяком случае, в части их целых делителей) всё «заранее предсказано с самого начала» (начиная с первых чисел $N = 1, 2, 3, \dots$), то есть **в мире натуральных чисел нет места случайности** (Его Величеству Случаю). В связи с этим довольно *парадоксально* звучит, скажем, и такое моё утверждение: любое достаточно большое число N , имеющее наибольшее количество делителей (наибольший тип T) среди всех предшествующих натуральных чисел, будет иметь целые делители (T штук), которые лучше (точнее) всего будут описываться с помощью *теории вероятности*, придуманной учеными для «обслуживания»... Его Величества Случая. Этот парадоксальный факт, вероятно, заслуживает самого глубокого физического (и философского) осмысления. Наиболее подробно об указанном парадоксе рассказано в моей книге «Зеркало «Вселенной».

Большая Пирамида – это вышеописанная Пирамида высотой $8 \cdot 10^{60}$ чисел ($N = 1, 2, 3, 4, \dots, 8 \cdot 10^{61}$ – это так называемый *Большой отрезок* натурального ряда), то есть Большая Пирамида содержит столько строк (N строк) – сколько **планковских времен** (каждое из этих мгновений равно $5,4 \cdot 10^{-44}$ секунды) содержится в возрасте нашей Вселенной. Поскольку ученые полагают, что возраст Вселенной около 13,75 миллиардов лет, то и мы будем исходить из следующего допущения:

$$13.750.000.000 \text{ лет} * 365 \text{ дней} * 24 \text{ часа} * 60 \text{ минут} * 60 \text{ секунд} = 433.620.000.000.000.000 = 4,34 \cdot 10^{17} \text{ секунд};$$

Значит, в возрасте Вселенной содержится $(4,34 \cdot 10^{17} \text{ сек}) / (5,4 \cdot 10^{-44} \text{ сек}) = 8 \cdot 10^{60}$ планковских времен или *элементарных временных интервалов (эви)* – это просто второе название планковского времени (то есть физики-теоретики используют оба указанных названия). В рамках моей *виртуальной космологии* Большая Пирамида символизирует собой «поток» пространства-времени нашей Вселенной – и это, как минимум, позволяет нам наглядней представить «временной» масштаб метаморфоз («событий»), происходящих в мире натуральных чисел. Ведь любому *отрезку* натурального ряда $[N_1; N_2]$ (с началом в любой точке натурального ряда, в частности $N_1 = 1$) мы теперь можем соотнести некое время из биографии Вселенной. При этом ясно, что конец Большого отрезка символизирует современному нам эпоху (наше время, в которое живет человеческая цивилизация).

Малые делители и тип числа N . Если все делители любого числа N расположить по возрастанию, то, перебрав первую их половину (*малые делители*), мы обнаружим, что остальные (*большие делители*) равны частному от деления числа N на один из малых делителей. Например, у числа $N = 20$ есть три малых делителя – 1, 2, 4, и три больших делителя – 5, 10, 20, которые можно найти путем деления числа N на малые делители: $20/4 = 5$; $20/2 = 10$; $20/1 = 20$. Таким образом, определение всех целых делителей числа N (то есть определение его типа T) сводится к поиску его *малых делителей*, причем на отрезке $[1; N^{0,5}]$, то есть сводится к поиску малых делителей среди первых натуральных чисел (1, 2, 3, ...), не превышающих числа $N^{0,5}$ (это число N , возведенное в степень $1/2 = 0,5$, иначе говоря, $N^{0,5}$ – это *корень квадратный* из числа N). Ведь если число $N > 1$ и равно произведению двух натуральных чисел, то, по крайней мере, одно из них не больше, чем $N^{0,5}$ – это заметил ещё Леонардо Пизанский (1170–1250 гг.) – первый крупный математик средневековой Европы, наиболее известный под прозвищем Фибоначчи. Итак, образно говоря, *малые делители* числа N – это «паспорт» с *полной* информацией о числе N (и его большие делители – это уже «избыточная» информация о числе N).

В связи со сказанным о *малых делителях* любого натурального числа N становится очевидным, что в ряде случаев нам вполне достаточно рассмотреть так называемый **Ствол** (Пирамиды) – это часть Пирамиды (серые клетки на рис. 1), в которой содержатся все *малые делители*. «Рисунок» Ствола будет следующим:

N ... строка Ствола (справа от каждого числа N в квадратных скобках [...] указаны все его *малые делители*)
 1 ... [1]..... в 1-ом столбце каждое число является *малым делителем* [поэтому стоят в квадратных скобках];
 2 ... [1]
 3 ... [1]
 4 ... [1]-[2] во 2-ом столбце каждое 2-ое число является *малым делителем* [стоит в квадратных скобках];
 5 ... [1]-2..... в этой строке чёрный камень весом 1 и серый камень весом 2;
 6 ... [1]-[2]..... в этой строке только чёрные камни весом 1 и 2;
 7 ... [1]-2
 8 ... [1]-[2]
 9 ... [1]-2--[3]..... в 3-ем столбце каждое 3-е число является *малым делителем* [стоит в квадратных скобках];
 10 ... [1]-[2]-3
 11 ... [1]-2---3 в этой строке чёрный камень весом 1 и серые камни весом 2, 3;
 12 ... [1]-[2]-[3]..... в этой строке чёрные камни весом 1, 2, 3;
 13 ... [1]-2---3..... в этой строке чёрный камень весом 1 и серые камни весом 2, 3;

и так далее (до *бесконечности*), то есть здесь показана самая «вершина» Ствола.

Все камни-делители Ствола [в квадратных скобках] уже были окрашены нами чёрным цветом (при построении Пирамиды). А теперь все прочие камни-клетки Ствола (на фоне белых камней Пирамиды) полезно окрасить *серым* цветом. Таким образом, все камни Пирамиды по цвету удобно разделять на три группы: белые, серые и черные.

Все (черные и серые) камни Ствола (на фоне всей Пирамиды) обрисовывают так называемые **ступени** (разумеется, Ствола, поскольку ступени Пирамиды, идущие под 45 градусов у её правого края, – это абсолютно не интересная для нас деталь в архитектуре Пирамиды). **Начало** каждой ступени всегда совпадает с числом вида $N = C^2$, где C^2 – это порядковый номер ступени, возведенный в квадрат (номер ступени во второй степени). Номера ступеней $C = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$ – это бесконечный

ряд натуральных чисел, поэтому начало ступеней совпадает со следующими числами $N = 1, 4, 9, 16, 25, \dots$. Заметим, что только указанные числа (в начале каждой ступени) будут иметь тип T , который выражается *нечетным* числом (соответственно): $T = 1, 3, 3, 5, 3, \dots$ (все эти типы T не делятся на 2). Все прочие числа N будут иметь *чётные* типы T (которые делятся на число 2, см. вершину Пирамиды). Из самого определения понятия «ступень» вытекают следующие утверждения (для ступени с порядковым номером C):

- *ширина* ступени численно совпадает с её порядковым номером C (так, ширина 3-й ступени равна 3);
- *середина* ступени совпадает с числом $N = C^2 + C$ (так, середина 2-й ступени – это $N = 2^2 + 2 = 6$);
- *конец* ступени совпадает с числом $N = C^2 + 2*C$ (так, конец 2-й ступени – это $N = 2^2 + 2*2 = 8$);
- *длина* ступени равна $L = 2*C + 1$ (так, высота 2-й ступени – это $L = 2^2 + 1 = 5$), очевидно, что высота ступени с порядковым номером C – это количество натуральных чисел N , которые образуют ступень с номером C .

Теперь, ознакомившись с главной терминологией Пирамиды, мы можем сформулировать целый ряд так называемых *законов Пирамиды*, которые, учитывая очевидную «любовь» большинства читателей к математике, я поместил в «Приложение» к данной статье (см. ниже). И далее я приведу конкретные факты из моей *виртуальной космологии*, которые удивительным образом «повторяют»... Большие числа Дирака и прочие *фундаментальные* параметры Вселенной. Разумеется, что из Пирамиды (как из богатого математического объекта) можно «надергать» бесконечно много самых разных чисел (параметров), однако ниже речь идет именно о *фундаментальных* (самых «главных») параметрах Пирамиды (и все эти параметры, разумеется, взаимосвязаны). Именно поэтому я и посмел предположить, что математическая («внутренняя») структура Большой Пирамиды (Большого отрезка натурального ряда) отчасти является некой наипростейшей «*моделью*» (слабой тенью, эрзацем, и т.п.) реальной математической структуры *пространства-времени* – главного «действующего лица» во Вселенной (где вся видимая нами материя является всего лишь... некими «флуктуациями» на фоне пространства-времени – именно об этом говорит нам современная теоретическая физика).

Далее в каждом (пронумерованном) абзаце я буду приводить одно из Больших чисел Дирака (один из параметров Вселенной) и тут же – буду приводить соответствующие параметры Большой Пирамиды (физическую «интерпретацию» которых я, вообще говоря, давать не берусь).

1). Отношение *радиуса Вселенной к планковской длине* близко к $8*10^{60}$ – именно столько планковских длин «укладывается» в радиусе Вселенной. Иначе говоря, отношение *возраста Вселенной к планковскому времени*, также близко к числу $8*10^{60}$ – именно столько *эви* (элементарных временных интервалов – это просто втрое название планковского времени) насчитывается в возрасте Вселенной. В рамках *виртуальной космологии* Большой отрезок – это отрезок, содержащий первые $8*10^{60}$ натуральных чисел ($N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots, 8*10^{60}$), а высота Большой Пирамиды также равна $8*10^{60}$ (строк). И это – *главное* допущение виртуальной космологии, которое является (?) *ключом* к объяснению ниже приведенных «совпадений» фундаментальных параметров реальной Вселенной с фундаментальными параметрами из виртуального мира чисел. Любопытно, что Большая Пирамида «генерирует» параметры, которые также близки к числу $8*10^{60}$ (ведь это почти 10^{61}):

- количество всех (серых и черных) камней в последней ступени Ствола..... $k_c = 1,6*10^{61}$;
 - в Стволе количество (K_c) всех камней больше массы всех *черных* камней (Sc)... $K_c - Sc = 1,2*10^{61}$.
 - суммарная *энергия* всех чисел N на последней (самой высокой) ступени Ствола..... $E_c = 1,6*10^{61}$.
- Согласно моему определению *энергия* числа N равна величине $E = k - 1$, где k – это порядковый номер числа N в той ступени Ствола, где число N и расположено (в Стволе Пирамиды).

2). *Объем Вселенной* можно представить следующим образом: $V = (1/6)*\pi*D^3 = (1/6)*3,14*(2*8*10^{60})^3 = 2,14*10^{183}$ (кубических планковских длин). В Большой Пирамиде это численно *почти* совпадает с так называемой (и не более того) *общей массой камней* (M_p) (всех камней Пирамиды – белых, серых, чёрных), которая равна $M_p = (1/6)*N^3 = 8,53*10^{181}$ (это число в 25 раз меньше объема Вселенной – вот смысл моего «почти», что выше).

3). Так называемое *главное (наиболее приемлемое) большое число Дирака* близко к $0,9*10^{62}$. И здесь уместно напомнить и ещё раз особо подчеркнуть, что в мире чисел (в Большой Пирамиде) главными объектами являются *малые делители*. Именно они – «*квинтэссенция*» мира чисел, а их количество в Большой Пирамиде... «повторяет» главное большое число Дирака:

- количество *малых делителей* (чёрных камней в Стволе Большой Пирамиды)..... $K_{мд} = 5,61 \cdot 10^{62}$;
- количество *всех делителей* (всех черных камней) в Большой Пирамиде..... $K_{д} = 1,12 \cdot 10^{63}$.

4). Отношение *энтропии Вселенной* в современную эпоху к энтропии Вселенной при её зарождении близко к числу 10^{90} (или даже 10^{96} ?). В Большой Пирамиде похожее число также встречается и не один раз. Например:

- количество *всех* (серых и черных) камней в Стволе Пирамиды..... $K_{с} = 1,5 \cdot 10^{91}$;
- сумма *всех малых делителей* (всех делителей в Стволе)..... $S_{с} = 1,5 \cdot 10^{91}$;
- суммарная энергия *всех чисел N* (на всех ступенях) Ствола равна..... $E = 1,5 \cdot 10^{91}$;
- количество *всех элементарных частиц* во Вселенной также порядка... 10^{91} (?), при этом рассуждаем так: количество *электронов* (см. Википедию) в наблюдаемой Вселенной порядка 10^{80} , а количество всевозможных «сортов» («видов») элементарных частиц может (?) достигать *и-триллиона* ($7 \cdot 10^{11}$ – это максимально возможное количество делителей у чисел в конце Большого отрезка), поэтому $10^{80} \cdot 10^{11} = 10^{91}$ (всех частиц).

5). Отношение *энергии Вселенной* к «нулевой энергии» (связанной с наименьшей массой) оценивается как $5,33 \cdot 10^{121}$. В Большой Пирамиде похожее число также неоднократно встречается. Например:

- сумма *ВСЕХ делителей* в Большой Пирамиде..... $S_{п} = 5,26 \cdot 10^{121}$.
- количество *всех* (белых, серых и чёрных) камней в Пирамиде... $K_{п} = 3,2 \cdot 10^{121}$.
- масса *всех* (серых и черных) камней в Стволе..... $M_{кс} = 1,6 \cdot 10^{121}$.

6). *Отношение* температуры масштаба Стони к температуре реликтового излучения равно $0,47 \cdot 10^{31}$. В Большой Пирамиде указанное отношение (близкое к нему) можно обнаружить многократно:

- количество *всех ступеней* Ствола (порядковый номер последней ступени)... $C = 0,283 \cdot 10^{31}$;
- количество *всех* (серых и чёрных) камней в последней ступени (Ствола)..... $H_{с} = 0,566 \cdot 10^{31}$;
- отношение количества *всех* камней в Пирамиде и Стволе..... $K_{п}/K_{с} = 2,13 \cdot 10^{30}$;
- отношение суммы делителей в Пирамиде и Стволе..... $S_{п}/S_{с} = 3,5 \cdot 10^{30}$.

7). Средняя *эукариотическая клетка* ($1,5 \cdot 10^{-5}$ м, см. Википедии) превосходит *планковскую длину* ($1,6 \cdot 10^{-35}$ м) в $9,43 \cdot 10^{29}$ раз. Напомню, что *клетка* – это элементарная единица строения и жизнедеятельности *всех живых организмов* (кроме вирусов, о которых нередко говорят как о неклеточных формах жизни); причем все клеточные формы жизни на Земле можно разделить на два надцарства на основании строения составляющих их клеток: *прокариоты* – более простые по строению (по видимому, они возникли в процессе эволюции раньше); *эукариоты* – более сложные (возникли позже, именно такие клетки и составляют тело человека). Так вот, в Большой Пирамиде количество ($K_{с}$) всех камней Ствола (на всех ступенях) превосходит количество ($k_{с}$) камней на последней ступени в такое же количество раз: $K_{с}/k_{с} = (1/3) \cdot N^{(1/2)} = 9,43 \cdot 10^{29}$.

Средний размер *прокариотических клеток* ($5 \cdot 10^{-6}$ м) превосходит планковскую длину в $3,125 \cdot 10^{29}$ раз, а подобное отношение реализуется в Пирамиде ($K_{с}/k_{с} = 3,125 \cdot 10^{29}$) высотой «всего лишь» $N = 8,79 \cdot 10^{59}$, что «эквивалентно» возрасту Вселенной около 1,5 миллиарда лет. На столь ранней стадии эволюции Вселенной (за 3 миллиарда лет до образования нашей планеты) могли возникнуть прокариотические клетки (которые потом были занесены на Землю)?

Мои ВЫВОДЫ (просто повторяю свою главную гипотезу уже который раз): математическая («внутренняя») структура Большой Пирамиды (Большого отрезка натурального ряда), возможно, является некой наипростейшей «*моделью*» реальной математической структуры *пространства-времени* – главного «действующего лица» во Вселенной (в космомикрорфизике).

2. Вывод законов Пирамиды (целых делителей)

Количество всех камней в Пирамиде:

$$K_{\text{п}} = (1/2) * N^2 + (1/2) * N$$

В Пирамиде (высотой N) просуммируем количество *всех* камней (белых, серых, чёрных) в каждой (горизонтальной) строке, при этом мы получим: $K_{\text{п}} = 1 + 2 + 3 + \dots + N = (1 + N) * N / 2 = (1/2) * N^2 + (1/2) * N$. Это общеизвестное тождество, «работу» которого легко проверить на конкретном числовом примере (взяв любое целое число N). Количество всех камней в Большой Пирамиде ($N = 8 * 10^{60}$) можно принять равным $K_{\text{п}} = (1/2) * N^2 = (1/2) * (8 * 10^{60})^2 = 3,2 * 10^{121}$, поскольку при столь большом N – членом более низкого порядка $(1/2) * N$ в выражении для $K_{\text{п}}$ мы просто пренебрегаем (считаем его равным нулю). Аналогичным образом (учитывать член только наивысшего порядка) мы, вообще говоря, будем и в других случаях при рассмотрении Большой Пирамиды.

Количество всех камней в Стволе:

$$K_{\text{с}} = (2/3) * N^{(3/2)} + (3/2) * N + (5/6) * N^{(1/2)}$$

Глядя на «рисунок» Ствол (см. выше рис. 1), мы видим, что количество всех (чёрных и серых) камней в ступени с номером C равно произведению *ширины ступени* ($C = N^{0,5}$) на *высоту ступени* ($H_{\text{с}} = 2 * C + 1$), то есть: $C * H_{\text{с}} = C * (2 * C + 1) = 2 * C^2 + C = 2 * N + N^{0,5}$, где $N = C^2$ – это первое число на ступени с порядковым номером C . Значит, количество ($K_{\text{с}}$) *всех* камней Ствола равно сумме всех камней в каждой из ступеней (с номерами 1, 2, 3, 4, ..., C):

$$\begin{aligned} K_{\text{с}} &= (2 * 1^2 + 1) + (2 * 2^2 + 2) + (2 * 3^2 + 3) + (2 * 4^2 + 4) + \dots + (2 * C^2 + C) = \\ &= 2(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + C^2) + (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + C) = \\ &= 2 * C(C + 1)(2 * C + 1) / 6 + (1 + C)C / 2 = \\ &= (2/3) * C^3 + (3/2) * C^2 + (5/6) * C = (2/3) * N^{(3/2)} + (3/2) * N + (5/6) * N^{(1/2)}. \end{aligned}$$

Для *Большой Пирамиды* ($N = 8 * 10^{60}$) мы получаем: $H_{\text{с}} = 2 * (N^{0,5}) = 5,66 * 10^{30}$ – высота последней (самой высокой) ступени; $k_{\text{с}} = 16 * 10^{60}$ – количество всех (чёрных и серых) камней в последней ступени (Ствола); $K_{\text{с}} = (2/3) * N^{(3/2)} = 1,5 * 10^{91}$ – количество всех (чёрных и серых) камней во *всех* ступенях (то есть во всём Стволе).

Количество всех делителей в Пирамиде устремляется к числу

$$K_{\text{д}} = N * (\ln N + 0,154\dots)$$

Почти правдоподобное количество ($K_{\text{д}}$) всех делителей (всех чёрных камней) в Пирамиде мы найдем, если просуммируем (почти правдоподобное) количество всех черных камней в каждом (вертикальном) столбце Пирамиды:

$$K_{\text{д}} = N + N/2 + N/3 + N/4 + \dots + N/N = N * (1/1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + \dots + 1/N).$$

Здесь в скобках мы получили общеизвестный *гармонический ряд* (сумма которого хорошо известна), поэтому искомая нами сумма будет расти близко к следующему закону: $K_{\text{д}} = N * (\ln N + \varepsilon + \text{«эпсилон1»})$, где $\varepsilon = 0,577215664901532\dots$ – постоянная Эйлера, а величина «эпсилон1» с ростом N быстро устремляется к нулю, поэтому для Большой Пирамиды «эпсилон1» можно смело полагать равным нулю. «Легко» полученная нами формула для $K_{\text{д}}$ лишь чуточку больше реального значения $K_{\text{д}}$, которое вытекает из теоремы (скажем, о среднем типе T у натуральных чисел 1, 2, 3, 4, 5, ..., N), давно доказанной П.Г.Л. Дирихле (1805-1859 гг.): $K_{\text{д}} = N * (\ln N + 2\varepsilon - 1 + \text{«эпсилон2»})$, которую или для Большой Пирамиды можно записать так: $K_{\text{д}} = N * (\ln N + 2\varepsilon - 1) = N * (\ln N + 0,154\dots)$.

Поэтому в Большой Пирамиде ($N = 8 * 10^{60}$) количество всех делителей (всех черных камней) можно принять равным $K_{\text{д}} = N * \ln N = 8 * 10^{60} * \ln(8 * 10^{60}) = (8 * 10^{60}) * (\ln 8 + 60 \ln 10) = 1,12 * 10^{63}$.

В приведенных здесь формулах фигурируют величины «эпсилон1» и «эпсилон2», которые с ростом N относительно быстро устремляются к нулю. Это говорит о том, что в *начале натурального ряда существует СИНГУЛЯРНОСТЬ*, поэтому там (при малых числах $N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots, N_{\text{с}}$) многие формулы *теории чисел* просто не работают (дают большие погрешности). В рамках *виртуальной космологии* я полагаю, что $N_{\text{с}} < 10^{17}$ – *условная граница* сингулярности в мире натуральных чисел.

Количество малых делителей в Пирамиде устремляется к числу

$$K_{мд} = (K_{д} + N^{0,5})/2$$

Если $K_{мд}$ – количество малых делителей, а $K_{бд}$ – количество больших делителей в Пирамиде высотой N , то тогда верны утверждения: $K_{мд} + K_{бд} = K_{д}$ (количество всех делителей в Пирамиде) и $K_{мд} - K_{бд} = N^{0,5}$, поскольку количество малых делителей превышает количество больших делителей на число всех ступеней (Ствола) в Пирамиде. Из двух указанных уравнений легко найти две неизвестных величины: $K_{мд} = (K_{д} + N^{0,5})/2$ и $K_{бд} = (K_{д} - N^{0,5})/2$. Поэтому в Большой Пирамиде ($N = 8 \cdot 10^{60}$) количество всех малых делителей можно принять равным $K_{мд} = [1,12 \cdot 10^{63} - (8 \cdot 10^{60})^{0,5}]/2 = 5,61 \cdot 10^{62}$.

Общая масса всех камней Пирамиды:

$$M_{п} = (1/6) \cdot N^3 + (1/2) \cdot N^2 + (1/3) \cdot N.$$

Масса любого камня (белого, серого, черного) – это число, стоящее (указанное, написанное) в данной клетке-камне Пирамиды. Складывая массы всех камней в каждой (горизонтальной) строчке Пирамиды, мы получаем:

$$\begin{aligned} M_{п} &= 1 + (1 + 2) + (1 + 2 + 3) + (1 + 2 + 3 + 4) + \dots + (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + N) = \\ &= (1 + 1) \cdot 1/2 + (1 + 2) \cdot 2/2 + (1 + 3) \cdot 3/2 + (1 + 4) \cdot 4/2 + \dots + (1 + N) \cdot N/2 = \\ &= (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + N)/2 + (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + N^2)/2 = \\ &= (1 + N) \cdot N/2 + N \cdot (N + 1) \cdot (2N + 1)/6 = (1/6) \cdot N^3 + (1/2) \cdot N^2 + (1/3) \cdot N. \end{aligned}$$

Для *Большой Пирамиды* ($N = 8 \cdot 10^{60}$) мы получаем $M_{п} = (1/6) \cdot N^3 = 8,53 \cdot 10^{181}$.

Общая масса всех камней Ствола:

$$M_{с} = (1/4) \cdot N^2 + (1/4) \cdot N + (1/2) \cdot N^{(1/2)}$$

Складывая массы всех камней в каждом (вертикальном) столбце Ствола (с порядковыми номерами 1, 2, 3, ..., C , где $C = N^{0,5}$, а N – это первое число на самой высокой ступени Ствола), получаем:

$$\begin{aligned} M_{с} &= (N - 1^2 + 1) \cdot 1 + (N - 2^2 + 1) \cdot 2 + (N - 3^2 + 1) \cdot 3 + \dots + (N - C^2 + 1) \cdot C = \\ &= (1 + N) \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + C) - (1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + N^3) = \\ &= (1 + N) \cdot (1 + C) \cdot C/2 - C^2 \cdot (C + 1)^2/4 = (1/4) \cdot N^2 + (1/4) \cdot N + (1/2) \cdot N^{(1/2)}. \end{aligned}$$

Для *Большой Пирамиды* ($N = 8 \cdot 10^{60}$) мы получаем $M_{с} = (1/4) \cdot N^2 = 1,60 \cdot 10^{121}$.

Сумма всех малых делителей (в Стволе) не более

$$S_{с} = (2/3) \cdot N^{(3/2)} + (1/3) \cdot N^{(1/2)}$$

Напомню, что все *малые* делители расположены в Стволе (Пирамиды). Глядя на Ствол высотой N (см. выше рис.1), мы видим, что сумма всех *малых* делителей в (вертикальном) столбце с порядковым номером C никогда не превзойдет числа $[N/C - (C - 1)] \cdot C = N - (C - 1) \cdot C$. При этом количество столбцов (с порядковыми номерами 1, 2, 3, ..., C), которые нам необходимо рассмотреть зависит от высоты Ствола и не превысит значения $C = N^{(1/2)}$. В итоге получим искомую сумму малых делителей:

$$\begin{aligned} S_{с} &= [N - (1 - 1) \cdot 1] + [N - (2 - 1) \cdot 2] + [N - (3 - 1) \cdot 3] + \dots + [N - (C - 1) \cdot C] = \\ &= [N - 1^2 + 1] + [N - 2^2 + 2] + [N - 3^2 + 3] + \dots + [N - C^2 + C] = \\ &= N \cdot C - (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + C^2) + (1 + 2 + 3 + \dots + C) = \\ &= N \cdot C - C \cdot (C + 1) \cdot (2C + 1)/6 + (1 + C) \cdot C/2 = \\ &= N \cdot C - (1/3) \cdot C^3 + (1/3) \cdot C = (2/3) \cdot N^{(3/2)} + (1/3) \cdot N^{(1/2)}. \end{aligned}$$

Если обозначить символом $S_{ср}$ – *реальную* сумму всех малых делителей в Стволе высотой N , то, вероятно, можно утверждать, что *относительная погрешность* $ОП = (S_{с} - S_{ср})/S_{с}$ не превысит $(2/3)/N^{(1/2)}$. Например, при $N = 10.000$ имеем $S_{ср} = 664510$ и $S_{с} = 666700$, значит, $ОП < 0,007$ (относительная погрешность меньше 0,7%).

Для *Большой Пирамиды* ($N = 8 \cdot 10^{60}$) мы получаем $S_{с} = (2/3) \cdot N^{(3/2)} = 1,5 \cdot 10^{91}$. Таким образом, сумма всех малых делителей ($S_{с}$) *почти* совпадает с количеством ($K_{с}$) *всех* (серых и черных) камней Ствола. «Почти», поскольку разность $K_{с} - S_{с} = (3/2) \cdot N + (1/2) \cdot N^{(1/2)} = 1,2 \cdot 10^{61}$, что в 10^{30} раз меньше самого значения $K_{с}$ (или $S_{с}$). В части применяемой терминологии замечу, что сумму ($S_{с}$) малых делителей (которые все в Стволе) также можно назвать общей (суммарной) *массой* малых делителей или общей *массой* всех черных камней Ствола.

Сумма ВСЕХ делителей в Пирамиде не более

$$S_{\pi} = (1/2) * (\pi^2/6) * N^2/2 + (1/2) * N(\ln N + 0,577\dots)$$

Глядя на Пирамиду высотой всего лишь $N = 1, 2, 3, \dots, 12$ (см. рис.1), мы уже довольно чётко видим, что все делители (чёрные камни) «выстраиваются» в своеобразные «лучи». При этом самый «густонаселенный» (чёрными камнями) луч – это чёрные камни 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, образующие правый край Пирамиды (эти чёрные камни уходят вниз по 45 градусов). Под первым лучом идет второй луч из чёрных камней 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., а под ним идут последующие лучи (их уже труднее разглядеть, но и они существуют): луч – 1, 2, 3, 4, ...; затем луч – 1, 2, 3, ..., затем луч – 1, 2, ...; затем луч 1, Складывая все числа (иначе говоря, складывая массы всех чёрных камней) в «густонаселенном» луче, мы получим: $1 + 2 + 3 + \dots + N = (1 + N)N/2 = N^2/2 + N/2$. Складывая все числа во втором луче, мы получим: $1 + 2 + 3 + \dots + N/2 = (N/2)^2/2 + (N/2)/2$. Складывая все числа в третьем луче, мы получим: $1 + 2 + 3 + \dots + N/3 = (N/3)^2/2 + (N/3)/2$ и т.д. (для каждого луча). А затем, складывая все полученные выражения (для всех лучей), мы получим искомую (максимально возможную) сумму всех делителей в Пирамиде высотой N (общую массу всех черных камней в Пирамиде):

$S_{\pi} = (1/2) * N^2 * \{1 + 1/2^2 + 1/3^2 + 1/4^2 + \dots + 1/N^2\} + (1/2) * N * [1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + \dots + 1/N] = (1/2) * (\pi^2/6) * N^2/2 + (1/2) * N(\ln N + 0,577\dots)$. Поскольку сумма в квадратных скобках [...] – это сумма гармонического ряда (о котором уже говорилось выше, см. вывод Кд), а сумма в фигурных скобках {...} с ростом N , как хорошо известно математикам, быстро *сходится* к числу $\pi^2/6 = 1,644934\dots$ {в процессе этой сходимости относительная погрешность не превысит величины $(\pi^2/6 - 1)/N$ }.

Если обозначить символом $S_{\pi p}$ – реальную сумму всех делителей в Пирамиде высотой N , то, вероятно, можно утверждать, что *относительная погрешность* ОП = $(S_{\pi} - S_{\pi p})/S_{\pi}$ не превысит $1/N^{0,7}$. Например, при $N = 250$ имеем $S_{\pi p} = 51482$ и $S_{\pi} = 52166$, значит, ОП < 0,021 (есть относительная погрешность меньше 2,1%).

Для Большой Пирамиды ($N = 8 * 10^{60}$) мы получаем $S_{\pi} = (1/2) * (\pi^2/6) * N^2/2 = 5,26 * 10^{121}$.

© А. В. Исаев, 2011

3. КВАНТОВАЯ ЗАПУТАННОСТЬ В... МИРЕ ЧИСЕЛ (мемуар Эйлера)

Квантовая запутанность – это одно из самых загадочных явлений, предсказанное и экспериментально обнаруженное в рамках *квантовой механики* (раздел физики, изучающий микромир). При квантовой запутанности квантовые состояния двух или большего числа объектов оказываются **взаимозависимыми** (здесь «объекты» – это элементарные частицы и составленных из них физические тела). Такая взаимозависимость сохраняется, даже если объекты разнесены в пространстве за пределы любых известных фундаментальных взаимодействий (четырёх сил в природе, одна из них гравитация). Например, можно получить пару фотонов, находящихся в *запутанном состоянии*, и тогда если при измерении спина первой частицы спиральность оказывается положительной, то спиральность второй всегда оказывается отрицательной, и наоборот. В большинстве экспериментов с запутанными частицами используются именно фотоны (кванты света). Это объясняется, во-первых, относительной простотой получения запутанных фотонов и их передачи в детекторы (в экспериментах потоки запутанных фотонов разносятся уже на 144 километра), а во-вторых, бинарной природой измеряемого квантового состояния (положительная или отрицательная спиральность фотона). Однако явление квантовой запутанности существует и для других частиц и их квантовых состояний.

Загадка (парадокс) квантовой запутанности в том, что она находится в логическом противоречии с важнейшим физическим принципом – *принципом локальности* (близкодействия), который утверждает, что на объект влияет только его непосредственное окружение. Квантово запутанные частицы нарушают принцип локальности, то есть подтверждают, что указанный принцип неверен, а это уже затрагивает общефилософские вопросы познания. Квантовая запутанность ставит под сомнение адекватность модели локального реализма «устройству» реальности, и приводит физиков даже к... многомировой интерпретация – это интерпретация квантовой механики, которая предполагает существова-

ние «*параллельных вселенных*», в каждой из которых действуют одни и те же законы природы и которым свойственны одни и те же мировые постоянные (физические константы), но которые находятся в различных состояниях.

Уже второй десяток лет я пытаюсь доказать, что мир *натуральных чисел* (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...) является наипростейшим «зеркалом» реальной Вселенной, в котором «отражаются» фундаментальные физические принципы мироздания. Эти принципы формулируются, вообще говоря, на языке *математики*, то есть физики-теоретики размышляют (рассуждают, думают, доказывают) на языке математики, на языке формул (этот язык наиболее адекватный реальности). В своих коротких статьях я как бы «выхватываю» лишь те или иные (отдельные) факты, доказывающие существование многочисленных «отражений» в указанном «зеркале». Такое (фрагментарное, ущербное) повествование напоминает, увы, ... бред сумасшедшего, а вот *вся совокупность* подобных фактов (которая «прижилась» пока только в моей голове) дает повод верить, что это не просто бред – мир чисел действительно указывает нам на нечто *большее*, нежели принято думать [в рамках общепризнанной *теории чисел* и единственного(!) её приложения – криптографии]. Однако ознакомится со *всеми* моими книгами и статьями – непосильная задача для широкой публики, которая, вообще говоря, попросту не желает понимать даже элементарную математику (и несколько не стыдится данного факта). А вот профессионалов (физиков-математиков) отталкивает от моих работ некий их научный «снобизм» – уж слишком примитивен для ученых мой язык (инженера-механика), мой стиль, мой образ мышления... Тем не менее, ниже я привожу очередное «отражение» миром чисел реального (физического) мироустройства, и на этот раз речь пойдет именно о квантовой запутанности (*взаимозависимости*).

Взаимозависимость в мире натуральных чисел (всеобщая связь всех чисел между собой) – очевидна. Чтобы осознать это – достаточно взглянуть на Пирамиду делителей (всех целых делителей всех натуральных чисел N , см. гл. 1), в «архитектуре» которой заложен *наипростейший* факт:

- число 1 является делителем каждого натурального числа N (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...)
- число 2 является делителем каждого 2-го натурального числа N (2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ...);
- число 3 является делителем каждого 3-го натурального числа N (3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ...);

и т.д. до бесконечности (убедитесь в этом сами). На листке в клетку напишите числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... по вертикали (это будут числа N) и по горизонтали (клетки-числа для потенциальных делителей числа N), то есть обозначьте соответствующие поля (как в игре «морской бой»). А потом напротив каждого из чисел $N = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ закрасьте клетки-числа, соответствующие всем целым делителям данного числа N – так перед вами возникнет визуальный образ Пирамиды делителей (скрывающий ВСЕ тайны мира чисел!).

Указанный (ещё раз – *наипростейший!*) факт лежит в фундаменте мира чисел (виртуального мироздания), именно данный тривиальный факт порождает *бесконечное* множество самых разнообразных математических законов, которые порой могут оказаться невероятно... *сложными* для понимания (неподготовленного читателя). Изучению загадочного мира чисел много внимания уделял и Леонард Эйлер (1707–1783) – один из величайших математиков всех времен и народов, автор более чем 800 научных работ (и такой «плодовитости» никто из математиков больше не достиг, даже без учета фундаментальной важности многих работ Эйлера). А однажды гениальный Эйлер написал удивительный мемуар, который назвал «Открытие наиболее необычайного закона чисел, относящегося к суммам их делителей». Как видно из названия мемуара найденный закон поразил даже самого Гения, и именно это закон, вероятно, является наиболее яркой «иллюстрацией» *взаимозависимости* в мире чисел (и неким «отражением» ... *квантовой запутанности?!*). Ниже я опишу этот закон, но перед этим введу нехитрое понятие о *богатстве* числа («богатство» – это сугубо мой термин в рамках виртуальной космологии).

Пусть $b(N)$ – это сумма всех целых делителей натурального числа N (читается как «сигма числа N », правда, вместо греческой «сигмы» мы будем писать похожую на неё русскую букву «б»). Например, у числа $N = 21$ есть всего четыре целых делителя: 1, 3, 7, 21, поэтому получаем $b(21) = 1 + 3 + 7 + 21 = 32$ и будем говорить, что *богатство* числа $N = 21$ равно 32, то есть $b(21) = 32$. Таким образом, у всякого натурального числа N есть *богатство* – это сумма всех целых делителей числа N . Богатство – это один из многих параметров («квантовых состояний») всякого натурального числа N . Замечу, что математические закономерности в части *богатства* (b) натуральных чисел порождают (у меня) немало «отражений» физического мира (но в данной статье я говорю только об одном из них).

Ну а теперь – «наиболее необычайный закон чисел» Эйлера на строгом языке математики:

$$\begin{aligned} \mathfrak{b}(N) = & \mathfrak{b}(N-1) + \mathfrak{b}(N-2) - \mathfrak{b}(N-5) - \mathfrak{b}(N-7) + \\ & + \mathfrak{b}(N-12) + \mathfrak{b}(N-15) - \mathfrak{b}(N-22) - \mathfrak{b}(N-26) + \\ & + \mathfrak{b}(N-35) + \mathfrak{b}(N-40) - \mathfrak{b}(N-51) - \mathfrak{b}(N-57) + \\ & + \mathfrak{b}(N-70) + \mathfrak{b}(N-77) - \mathfrak{b}(N-92) - \mathfrak{b}(N-100) + \dots, \end{aligned} \quad (1)$$

или в короткой записи (в терминах и обозначениях моей *виртуальной космологии*):

$$\mathfrak{b}(N) = \sum [Z^* \mathfrak{b}(N-E)], \quad (2)$$

где Z – это «переключатель» знака (плюса на минус и наоборот) в нашей формуле, то есть $Z = +1$ или $Z = -1$ и эти знаки попарно чередуются в формуле (2) вплоть до бесконечности; $E = 1, 2, 5, 7, 12, 15, 22, 26, 35, 40, 51, 57, 70, 77, 92, 100, \dots$ – это *ряд Эйлера (Euler)*, который легко «расшифровывается», если обратить внимание на разности чисел в нём: **1, 3, 2, 5, 3, 7, 4, 9, 5, 11, 6, 13, 7, 15, 8, \dots**, то есть все натуральные числа **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots** и все нечетные числа **3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, \dots** чередуются между собой. В формулах (1) и (2) для конкретного натурального числа N необходимо брать те слагаемые, у которых разность $(N - E)$ под знаком «сигма» положительна (отбрасывая все отрицательные разности). Причем, вместо выражения $\mathfrak{b}(0)$ необходимо подставить... само число N , то есть *богатство нуля – далеко не нуль* (ведь нуль «делится» на любое натуральное число и в этом смысле богатство нуля устремляется к бесконечности). Таким образом, закон Эйлера (1) говорит о том, что богатство любого натурального числа N равно сумме богатств (многих) предшествующих чисел, взятых по определенному правилу. Иначе говоря, *богатства* (как одно из «квантовых состояний» чисел N) *сколь угодно далеких друг от друга* натуральных чисел... **взаимосвязаны** между собой (посредством богатства «промежуточных» чисел)!

Для примера найдем богатство числа $N = 15$ с помощью закона Эйлера:

$$\begin{aligned} \mathfrak{b}(15) = & \mathfrak{b}(15-1) + \mathfrak{b}(15-2) - \mathfrak{b}(15-5) - \mathfrak{b}(15-7) + \mathfrak{b}(15-12) + \mathfrak{b}(15-15) = \\ = & \mathfrak{b}(14) + \mathfrak{b}(13) - \mathfrak{b}(10) - \mathfrak{b}(8) + \mathfrak{b}(3) + \mathfrak{b}(0) = 24 + 14 - 18 - 15 + 4 + 15 = 24. \end{aligned}$$

Разумеется, чтобы вычислить $\mathfrak{b}(14)$, нам необходимо было вычислить $\mathfrak{b}(13)$, а перед этим – $\mathfrak{b}(12)$, $\mathfrak{b}(11)$, $\mathfrak{b}(10)$ и так далее вплоть до $\mathfrak{b}(1) = 1$. Таким образом, здесь мы имеем дело с *рекуррентной* последовательностью, где каждое слагаемое определяется по неизменному правилу исходя из предыдущего слагаемого. И если бы закон Эйлера оказался единственной возможностью для нахождения богатства натуральных чисел (к счастью есть ещё, например, формула Джона Валлиса), то для определения богатства конкретного числа N нам бы пришлось найти богатство всех предшествующих $(N - 1)$ чисел, начиная с единицы. Очевидно, что закон Эйлера дает далеко не лучший практический способ определения богатства числа. Прелесть данного закона в его трактовке и в интересных следствиях из него. Например, вызывает восхищение сам факт существования бесконечного ряда чисел E (ряда Эйлера – это мой термин в рамках виртуальной космологии), которые «увязывают» (словно единым шнурком) богатство любого числа N с богатством всех предшествующих чисел (что приводит меня к аналогии с... *квантовой запутанностью*). Однако сам Эйлер, вероятно, недооценил важность открытого им закона (по причине отсутствия в его эпоху *квантовой механики*?), поскольку Эйлер писал: «...мы не чувствуем никакой разумной связи между структурой моей формулы [1] и природой делителей, с суммой которых мы имеем здесь дело. Последовательность чисел 1, 2, 5, 7, 12, 15, ... [то есть ряд чисел E], казалось бы, не имеет к рассматриваемому вопросу никакого отношения. Более того, поскольку закон этих чисел «прерывист» и они фактически являются смесью двух последовательностей с правильным законом: 1, 5, 12, 22, 35, 51, ... и 2, 7, 15, 26, 40, 57, ..., мы не могли ожидать, что такая неправильность может встретиться в Анализе» [в математическом анализе]. Последние слова Эйлера (про «смесь») можно пояснить так: если ввести обозначение $m = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ в качестве порядковых номеров числа E (то есть m – это «счётчик» всех чисел в ряду Эйлера), то при нечетных $m = 1, 3, 5, 7, \dots$ и четных $m = 2, 4, 6, 8, \dots$ соответственно получим следующие формулы:

$$E = (3/8)*m^2 + (1/2)*m + (1/8) \quad \text{и} \quad E = (3/8)*m^2 + (1/4)*m, \quad (3)$$

то есть при росте номера m формулы (3) «генерируют» две последовательности чисел, а ряд E (ряд Эйлера) является их чередующейся «смесью».

Большой отрезок – это отрезок натурального ряда (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ..., 10^{61}) содержащий столько целых чисел – сколько *планковских времен* (каждое из этих мгновений равно $5,4*10^{-44}$ секунды) содержится в возрасте нашей Вселенной. Поскольку ученые полагают, что возраст Вселенной около 13,75 миллиардов лет, то и мы будем исходить из следующего допущения:

$$13.750.000.000 \text{ лет} * 365 \text{ дней} * 24 \text{ часа} * 60 \text{ минут} * 60 \text{ секунд} =$$

= 433.620.000.000.000.000 = $4,34 \cdot 10^{17}$ секунд.

Значит, в возрасте Вселенной содержится $(4,34 \cdot 10^{17} \text{ сек}) / (5,4 \cdot 10^{-44} \text{ сек}) = 8 \cdot 10^{60}$ (грубо говоря, 10^{61}) планковских времен. В рамках моей *виртуальной космологии* Большой отрезок символизирует собой «поток» пространства-времени нашей Вселенной – и это, как минимум (без учета сугубо моих фантазий-«отражений»), позволяет нам наглядней представить «временной» масштаб метаморфоз («событий»), происходящих в мире натуральных чисел. Ведь любому *отрезку* натурального ряда $[N_1; N_2]$ (с началом в любой точке натурального ряда, в частности $N_1 = 1$) мы теперь можем соотнести некое время из биографии Вселенной. При этом ясно, что конец Большого отрезка символизирует современную нам эпоху (наше время, в которое живет человеческая цивилизация). А теперь (внимание!) только осознайте **взаимосвязь** богатства некоего числа (N_1) из начала и конца (N_2) Большого отрезка – эту (умопомрачительную) взаимосвязь будет олицетворять порядка... 10^{31} слагаемых в формуле (1) – именно такой порядок числа будет у «счетчика» m в формуле (3), когда мы примем $E = 8 \cdot 10^{60}$ (эта оценка верна для конца Большого отрезка).

Исходя из описанного выше мемуара Эйлера, в рамках виртуальной космологии я обнаружил, что **богатство** любого натурального числа N также можно представить как сумму *однозначно определенных гиперчисел* (вообще говоря, чудовищно огромных чисел). Например, богатство числа $N = 45$ – это, прежде всего, сумма всех его целых делителей: $b(45) = 1 + 3 + 5 + 9 + 15 + 45 = 78$. Однако богатство числа $N = 45$ – это также и сумма следующих гиперчисел (здесь они в виде произведений пары чисел): $b(45) = 75175 \cdot (+1) + 63261 \cdot (+2) + 37338 \cdot (-5) + 26015 \cdot (-7) + 10143 \cdot (+12) + 5604 \cdot (+15) + 1255 \cdot (-22) + 490 \cdot (-26) + 42 \cdot (+35) + 7 \cdot (+40) = 78$, где в круглых скобках стоят числа из ряда Эйлера (с соответствующим знаком, см. выше), а перед ними – так называемые *числа Лимана*. Ряд Лимана (числа Лимана) – это бесконечный целочисленный ряд, открытый мной в августе 2007 года (на берегу дорогого мне Лимана), а спустя два года (после моего выхода в Интернет) этот ряд под именем A000041 я, увы, обнаружил в электронной Энциклопедии целочисленных последовательностей, созданной *Нейл Джеймс Александр Слоан* (американский и английский математик). Более подробно о гиперчислах и богатстве натуральных чисел сказано в моей книге «Виртуальная космология» 2009 г. (см. главы: 16. Ряд Лимана; 17. Матрица богатства; 18. Солитон).

В структуре богатства, скажем, числа $N = 277$ гиперчисла уже достигают порядка 10^{16} , а в конце *Большого отрезка* («в настоящее время») порядок гиперчисел по моим оценкам достигнет значений порядка 10^{31} . Богатство в мире чисел *в виде суммы гиперчисел*, вероятно, также является «отражением» неких реальных (физических) принципов, и здесь уже мои фантазии строятся на основании хотя бы следующей информации. Согласно Стивену Хокингу (известнейший физик-теоретик нашего времени), квантовая теория указывает на то, что пространство-время заполнено квантовыми флуктуациями. В суперсимметричной теории бесконечные (в моей виртуальной космологии – конечные, но просто колоссальные по величине *гиперчисла*) положительные и отрицательные флуктуации основного состояния взаимно нейтрализуются частицами с разным спином. Однако Вселенная не находится в суперсимметричном состоянии, поэтому положительные и отрицательные энергии не компенсируют друг друга абсолютно точно, и останется небольшое конечное количество энергии вакуума (которая присутствует даже в пустом, казалось бы, пространстве). Причём энергия вакуума столь близка к нулю, что её не обнаружили раньше. Если обычная материя (вещество) замедляет расширение Вселенной (и может в итоге остановить и обратить его вспять), то энергия вакуума, напротив, ускоряет расширение Вселенной (как при инфляции). Фактически она действует в точности как космологическая постоянная (которую ввёл в свои первоначальные уравнения Эйнштейн в 1917 г.).

В заключение скажу несколько слов о гипотетических **параллельных вселенных** (из теоретической физики), которые также находят своё «отражение» в мире чисел (разумеется, только в моём воображении). Например, существует натуральное число порядка $N = 10^B$, где $B = 10^{61}$ и у этого (невообразимо большого) числа N есть (более чем) колоссальное количество целых делителей, причем первые 10^{61} его делителей – это суть... *Большой отрезок* (его точная копия без единого пропуска!), то есть это и есть «параллельная (нам) вселенная». Обоснование этого факта содержится в моей книге «Зеркало» Вселенной» (гл. 10), а именно: существуют числа N , у которых их первые (малые) делители – это точная копия начала натурального ряда (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...) и «длина» таких копий примерно равна $\ln N$ (то есть количество первых натуральных чисел – это число порядка $\ln N$). Например, у числа $N = 5\,342\,931\,457\,063\,200$ первые (малые) делители – это 40 первых натуральных чисел (без пропусков: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ..., 38, 39, 40). А в конце Большого отрезка существует некое натуральное число N

в спектрах галактик оказались смещены к красному концу спектра, то есть все галактики «разбегались» друг от друга в расширяющейся Вселенной.

Данные современной космологии говорят в пользу модели Вселенной, расширяющейся с ускорением (а не с замедлением), то есть с положительным лямбда-членом (модель LCDM, см. ниже). Однако величина лямбда-члена настолько мала, что позволяет не учитывать его в любых физических расчётах, кроме связанных с астрофизикой в масштабах скоплений галактик и выше (это главная «вотчина» науки под названием *космология*).

До 1997 года достоверных указаний на отличие лямбда-члена от нуля не было, поэтому лямбда-член рассматривался в общей теории относительности как необязательная величина, наличие которой зависит от эстетических предпочтений конкретного ученого. В любом случае мизерная величина лямбда-члена позволяет пренебрегать эффектами, связанными с его наличием, вплоть до масштабов скоплений галактик (порядка 10^{23} м), то есть практически в любой рассматриваемой области, кроме *космологии* (наиболее глобальной науки о Вселенной). В космологии, однако, наличие лямбда-члена (космологической постоянной) может существенно изменять некоторые этапы эволюции наиболее распространённых космологических моделей. В частности, космологические модели с лямбда-членом предлагалось использовать для объяснения некоторых свойств распределения *квазаров* (внегалактических объектов, отличающихся очень высокой светимостью и настолько малым угловым размером, что в течение нескольких лет после открытия их не удавалось отличить от «точечных источников» – звёзд).

Современная стандартная космологическая модель (LCDM – читается «Лямбда-СиДиЭм»), в которой пространственно-плоская Вселенная заполнена обычной (видимой) материей, а также *невидимой* (современными техническими средствами) субстанции (тёмной энергией и холодной тёмной материей). Согласно указанной модели возраст Вселенной равен 13,75 миллиардов лет, а состав Вселенной следующий (по данным WMAP – космического аппарата НАСА): **тёмная энергия – 74%**; тёмная материя – 22%; межгалактический газ – 3,6%; звёзды и всё прочее – 0,4%. Таким образом, **наша Вселенная на 96% состоит из НЕВЕДОМОЙ науке субстанции** (тёмной энергии и тёмной материи, которые до сих пор не удалось увидеть и достоверно объяснить с точки зрения науки!).

Пространство-время – это основные формы существования материи (и неведомой нам субстанции?), которые имеют решающее значение для построения физической картины мира, нашей Вселенной. В современной квантовой теории пространству и времени отводится центральная роль, существуют даже гипотезы, где видимое вещество (состоящее на 99,9% из атомов водорода и гелия) рассматривается не более как возмущение этой основной структуры.

Расширение Вселенной – это явление, предсказываемое общей теорией относительности и состоящее в однородном и изотропном расширении космического пространства в масштабах всей Вселенной. Экспериментально расширение Вселенной наблюдается в виде выполнения закона Хаббла. Началом расширения Вселенной наука считает так называемый **Большой взрыв** (чисто условное название, поскольку это вовсе и не взрыв в общепринятом смысле, например, невозможно указать эпицентр Большого взрыва). И не стоит забывать, что расширение Вселенной – это только *гипотеза* с большим числом допущений. Одно из них – расчет скорости изменения расположения объектов во Вселенной на основе наблюдений при помощи различных телескопов. Однако это не значит, что наблюдаемый закон движения можно экстраполировать на другие периоды времени.

Концепция пространства-времени сыграла исторически ключевую роль в создании геометрической теории гравитации. В рамках общей теории относительности гравитационное поле сводится к проявлениям геометрии четырехмерного пространства-времени, которое в этой теории не является плоским. Количество измерений, необходимых для описания Вселенной, окончательно не определено. **Теория струн** (суперструн), например, требовала наличия 10 (считая время), а теперь даже 11 измерений (в рамках *M-теории*). Предполагается, что дополнительные (ненаблюдаемые) 6 или 7 измерений свёрнуты (компактифицированы) до планковских размеров (длин), так что экспериментально они пока не могут быть обнаружены. Ожидается, тем не менее, что эти измерения каким-то образом проявляют себя в макроскопическом масштабе (доступном для физических экспериментов).

Однако вернемся к понятию «**тёмная энергия**» (лямбда-член).

Существует два варианта объяснения сущности тёмной энергии:

1). Тёмная энергия есть космологическая константа (лямбда-член) – неизменная энергетическая плотность, равномерно заполняющая пространство Вселенной. Другими словами, постулируется нену-

левая энергия вакуума: если рассматривать лямбда-член как тензор энергии-импульса вакуума, то тогда *лямбда-член может интерпретироваться как суммарная энергия, которая находится в пустом пространстве.*

2). Тёмная энергия есть некая квинтэссенция – динамическое поле, энергетическая плотность которого может меняться в пространстве и времени. [Поясню читателю термин «квинтэссенция». Во-первых, это пятая сущность (эфир) в античной философии (наряду с водой, землей, воздухом, огнем); это якобы тончайшая субстанция. Во-вторых, это самая суть чего-либо, самое главное.]

Окончательный выбор между двумя вариантами тёмной энергии требует высокоточных измерений скорости расширения Вселенной, чтобы понять, как эта скорость изменяется со временем. Темпы расширения Вселенной описываются космологическим уравнением состояния. Разрешение уравнения состояния для тёмной энергии является одной из самых насущных задач современной наблюдательной космологии.

Ну а самое простое объяснение заключается в том, что тёмная энергия – это просто «стоимость существования пространства»: то есть, любой объём пространства имеет некую фундаментальную, неотъемлемо присущую ему энергию. Её ещё иногда называют энергией вакуума, поскольку она является энергетической плотностью чистого вакуума. Это и есть космологическая константа (лямбда-член). Многие физические теории элементарных частиц предсказывают существование вакуумных флуктуаций, то есть наделяют вакуум именно таким видом энергии.

Физический вакуум – это море виртуальных (эфемерных) частиц, которые проявляют себя странным образом: они как бы и не взаимодействуют с окружающим внешним миром, переопределяя только массы элементарных частиц, заряды и моменты (кстати, этого достаточно, чтобы *константы* классической физики менялись). Но наиболее всего странно следующее свойство физического вакуума. В каждой точке пространства-времени содержится бесконечно много виртуальных частиц, и все они весят бесконечно много. Проблема бесконечной массы физического вакуума является проблемой номер один в теоретической физике. Её называют проблемой динамической генерации лямбда-члена. Итак, современный лямбда-член (в нашу эпоху) может иметь «динамическое» происхождение, он может быть результатом неких физических процессов, которые ученые пока *НЕ понимают...*

В заключение нашего краткого экскурса в теоретическую физику и космологию мы выразим значение лямбда-члена в *Планковских единицах* и это – вполне законное преобразование, причём для наших дальнейших рассуждений более «интересное» (нежели значение лямбда-члена, выраженное через *метр*, см. выше):

1). Обозначим лямбда-член символом «Л» (из-за моих проблем с греческой буквой «лямбда»).

2). Вспомним, что **планковская длина** (Пд) – это минимально возможный размер в физике (в природе, во Вселенной): $1 \text{ Пд} = 1,62 \cdot 10^{-35} \text{ м}$, откуда получаем следующее количество планковских длин в одном метре: $1 \text{ м} = 6,25 \cdot 10^{34} \text{ Пд}$ (то есть в одном метре «укладывается» порядка 10 в 35 -й степени планковских длин!).

3). Выразим, (*приблизительное*) значение лямбда-члена [$L = 10^{-53} (1/\text{м}^2)$] в планковских длинах (см., например, в Википедии в статье «Тёмная энергия» главу «Космологическая постоянная»):

$$L = 1/(6,25 \cdot 10^{34})^2 = 2,56 \cdot 10^{-123} (1/\text{Пд}^2).$$

4). Найдем параметр $1/L$ – это **обратное значение лямбда-члена**: $1/L = 10^{122} (\text{Пд}^2)$. То есть у параметра $1/L$ будет следующая размерность: планковская длина, возведенная в квадрат (иначе говоря, элементарная длина в квадрате, что можно трактовать как некую... «элементарную площадь»). Заметим, что если лямбда-член (Л) был мизерной величиной (особенно, выраженной не в метрах, а в планковских длинах), то обратный ему параметр ($1/L$) получается более чем колоссальным числом (порядка 10 в 122 -й степени!).

Итак, подводя некую черту под выше сказанным о лямбда-члене, я должен заметить, что лично для меня квинтэссенцией является следующая гипотеза: *лямбда-член может интерпретироваться как суммарная энергия, которая находится в пустом пространстве.* Ключевые слова относятся к некой *суммарной энергии пространства* и это – своеобразный мостик для перехода из реального (физического) мира в... мир чисел!

Одно из главных чудес *мира натуральных чисел* (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...) заключается в том, что *любое* целое число (вплоть до *бесконечности!*) можно представить в виде *произведения* простых чисел – об этом говорит так называемая *основная теорема арифметики* (которую все мы «проходили» в

школе!, см. в Википедии). Например: $32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$; $91 = 7 \cdot 13$; $108 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$; $114 = 2 \cdot 3 \cdot 19$; $140 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$; $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$. Именно поэтому *простые числа* называют ещё *базисом* натуральных чисел, ведь из простых чисел, как из «кирпичиков», строятся все целые положительные числа (кроме 0 и 1, о которых – разговор особый). И если теперь я вдруг скажу, что на отрезке $[2; x]$ (то есть от числа 2 до числа x) **в мире чисел «зашифрована» («защита») некая «энергия» – это количество всех простых чисел на отрезке $[2; x]$** , то *интуитивно* нам должно быть понятно, что речь идет, действительно, о некой «энергии» числового отрезка $[2; x]$, ведь каждое натуральное число «построено» исключительно из простых чисел (не превосходящих числа x) – базисных «кирпичиков» мира чисел. Напомню также, что ряд простых чисел *бесконечен*: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, ...

Тот парадоксальный факт, что мир чисел описывает («отражает») некую энергию пространства-времени я пытаюсь доказать в рамках *виртуальной космологии* – это моя теория (а, точнее говоря, игра-гипотеза, если хотите), которую я разрабатываю с 1998 года.

Здесь же в качестве краткого пояснения лишь добавлю следующее.

В рамках виртуальной космологии *полную энергию конфигурации струны* (из теории струн) «отражает»... *предельно простая* (!) на вид функция $A = x/\ln x$, которая в теории чисел играет фундаментальную роль (теория чисел – это самый сложный раздел высшей математики, про который студентам лишь *вкратце* рассказывают на первых курсах университета: мат-меха, мех-мата, физфаков). Именно моё (нетрадиционное) исследование функции $A = x/\ln x$ позволяет предположить, что теория струн «зашифрована»... в мире чисел, что **мир чисел – это «зеркало» Вселенной**, в котором как бы «отражаются» самые фундаментальные *математические законы*, описывающие структуру реального пространства-времени (то есть нашу Вселенную). Мир чисел на первый взгляд кажется до смешного простым (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...), но его законы, управляющие распределением *целых делителей* (они есть у каждого натурального числа), – уже далеко не банальны и во многом напоминают («отражают»?) законы, которыми управляется... реальный физический мир. Поэтому у меня и родилась ключевая идея виртуальной космологии: **математическая («внутренняя») структура ряда натуральных чисел столь прекрасна и имеет столько поразительных свойств, что, несомненно, должна указывать на что-то более глубокое (на устройство «фундамента» мироздания)**! Здесь уместно вспомнить древнюю латинскую поговорку: «*Simplex sigillum veri*» («Простота – это признак истинности»), а также слова прозорливого Эйнштейна: «*Наш опыт убеждает нас, что природа – это сочетание самых простых математических идей*» (лежащих в «фундаменте» мироздания, а уже вся прочая «архитектура» мироздания может быть чрезвычайно сложной!). А что может быть проще, когда я говорю, что *математическая структура реального пространства-времени* (потока его *дискретных* квантов), возможно, кое в чём аналогична *математической структуре «потока» чисел* 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... Если теория струн – это самая сложная математическая модель пространства-времени (ММПВ), то моя виртуальная космология – это, вероятно, самая простая ММПВ, которая моделирует и объясняет физический мир лишь фрагментарно, примитивно (однако насколько интересно!).

Пространство-время выглядит для нас (людей), как непрерывное («гладкое»), без всякого намёка на его *дискретность* (*зернистость*) лишь только потому, что *аттометр* (ещё доступный физикам в экспериментах) превышает планковскую длину в 10 в 17-й степени раз (гигантское соотношение!). Для сравнения: даже пролетая на самолете над тайгой на высоте $H = 10000$ м, мы видим только гладкий зеленый ковёр, а не нагромождение деревьев (пусть все деревья имеют высоту $h = 10$ м), хотя в данном примере (с самолетом) мы имеем всего лишь отношение $H/h = 1000$ (это 10 в 3-й степени), что на 14 (!) порядков меньше, чем отношение 10 в 17-й степени, характерное для микромира (где царит куда больший «бурелом», чем в тайге, но мы этого просто не видим, по крайней мере, в нашей обычной земной жизни!).

В теории струн у любой струны может быть (укладываться) исключительно *целое* (то есть *дискретное*) количество волн вдоль струны. В ядре любого атома может находиться исключительно *целое* количество нуклонов, и только *целое* количество электронов может быть в электронном облаке вокруг ядра атома. Всё это следствие того, что в основе фундамента мироздания лежит *дискретность*.

В масштабах, характерных для человека (это масштабы порядка одного метра) Вселенная имеет три пространственных измерения (это, скажем, «длина», «ширина» и «высота» комнаты, в которой Вы сейчас находитесь) и одно временное измерение, которое абсолютно равноправно пространственным

измерениям и зависит от скорости наблюдателя (при скоростях близких к скорости света ход времени... *замедляется*). С точки зрения математики описания пространства и времени оказались очень похожими, более того, в действительности это две стороны одной единственной структуры, именуемой «пространство-время». Причём в современной физике (в *квантовой теории*) пространству-времени отводится центральная роль, существуют даже гипотезы, где видимое вещество (в том числе и мы с Вами, уважаемый читатель!) рассматривается не более как... *возмущение* этой основной структуры. Средняя плотность *видимого* вещества во Вселенной оценивается как 1 атом вещества на куб пространства со стороной 2,55 м. Грубо говоря, *наша Вселенная – это почти «пустое» пространство-время, которое дискретно и непрерывно расширяется* (причём с ускорением!). А ряд натуральных чисел 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ..., безусловно, дискретен и также в некотором смысле... «расширяется»: 1, 1+1, 1+1+1, 1+1+1+1,

Итак, ранее я уже предполагал, что в мире чисел «зашифрована» (на языке математики) некая энергия пространства-времени. Теперь же, в связи с разговором о лямбда-члене (Λ), появляются новые аргументы в пользу указанной гипотезы. А дело в том, что *физический* параметр $1/\Lambda = 10^{122}$ (фактически, наравне с Λ выражающий *суммарную энергию пустого пространства-времени*), оказывается, также можно обнаружить во «внутренней» структуре... ряда натуральных чисел!

Ниже описано, как я «нахожу» число 10^{122} в недрах мира чисел.

Обозначим символом N – любое натуральное число: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...

Справа от единицы мы возьмём (рассмотрим) столько натуральных чисел – сколько планковских длин «укладывается вдоль» радиуса Вселенной (характерного размера Вселенной, порядок которого 10^{26} м). Указанное количество натуральных чисел будет равно (последнее из этих натуральных чисел – это число N^*):

$$N^* = 8\ 044\ 307\ 279\ 576\ 730\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 = 8 \cdot 10^{60}.$$

Отрезок натурального ряда, содержащий числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ..., N^* , мы назовем *Большим отрезком*. В рамках *виртуальной космологии* именно этот колоссальный отрезок натурального ряда «отождествляет» собой Вселенную в современную нам эпоху (то есть спустя 13,75 миллиардов лет от *Большого взрыва*, то есть от первых мгновений в жизни Вселенной).

Целым делителем числа N может оказаться любое число из ряда 1, ..., N (от 1 до числа N) – и это всё «кандидаты» в делители числа N :

- у числа $N = 1$ будет *один* «кандидат» в делители (число 1);
 - у числа $N = 2$ будет *два* «кандидата» в делители (числа 1 и 2);
 - у числа $N = 3$ будет *три* «кандидата» в делители (числа 1, 2, 3), а реальные делители – это 1 и 3;
 - у числа $N = 4$ будет *четыре* «кандидата» в делители (числа 1, 2, 3, 4), а реальные – это 1, 2, 4;
 - у числа $N = 5$ будет *пять* «кандидатов» в делители (числа 1, 2, 3, 4, 5), а реальные – это 1 и 5;
- и т. д. (до бесконечности!).

Поэтому у первых N чисел натурального ряда (1, 2, 3, 4, ..., N) *суммарное количество* (K) всех «кандидатов» в делители, очевидно, будет равно следующей сумме:

$$K = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + \dots + N = (1 + N) \cdot N / 2. \quad (1)$$

Приведенная формула общеизвестна и её легко получить. Так великий немецкий математик Карл Гаусс (1777 – 1855) сделал это будучи ребёнком. Согласно легенде, школьный учитель математики, чтобы занять детей на долгое время, предложил им сосчитать сумму чисел от 1 до 100. Юный Гаусс сразу заметил, что попарные суммы с противоположных концов одинаковы: $1 + 100 = 101$, $2 + 99 = 101$ и т. д., поэтому Гаусс мгновенно получил результат:

$$(1 + 100) \cdot 100 / 2 = 101 \cdot 50 = 5050.$$

А теперь в формулу (1) мы подставим число N^* (конец *Большого отрезка*, символизирующего Вселенную в современную нам эпоху), тогда мы получим: $K = 1 + 2 + 3 + \dots + N^* = (1 + N^*) \cdot N^* / 2 = 0,3 \cdot 10^{122}$. Проще говоря, на *Большом отрезке* натурального ряда суммарное количество (K) всех «кандидатов» в (целые) делители почти достигает значения 10^{122} (числового значения, обратного значению *лямбда-члена*, см. выше $1/\Lambda$)!

В данной (предельно упрощённой) статье я не хочу утомлять неподготовленного читателя лишними формулами и «заумными» рассуждениями. Поэтому ещё только добавлю, что в рамках *виртуальной космологии* я доказываю куда более любопытные (в части числа 10^{122} , а, фактически, в части... *лямбда-члена*?!) утверждения, например:

На Большом отрезке сумма всех (целых) делителей у всех натуральных чисел близка к числу $0,82 \cdot 10^{122}$. Сравните это с гипотезой из теоретической физики: **лямбда-член** (его символизирует? параметр $1/L = 10^{122}$) **может интерпретироваться как суммарная энергия, которая находится в пустом пространстве-времени.** Кстати, в ранней Вселенной лямбда-член обеспечивал инфляцию (в так называемой инфляционной модели Вселенной). Величина лямбда-члена (L) тогда была значительно больше (а параметр $1/L$ был значительно меньше), чем сейчас, причем лямбда-член не являлся новой фундаментальной физической постоянной (константой), а генерировался в результате некоторых процессов, происходящих в ранней Вселенной. **Замечу, что *рост* параметра $1/L$ (и его «генерацию»), вероятно, также может «иллюстрировать» мир чисел, в котором *сумма всех (целых) делителей* (S), разумеется, растет при движении числа N к концу Большого отрезка (к числу N^*), причем по следующему закону:**

$$S = K \cdot \langle \pi \rangle^{2/6}, \text{ то есть } S = K \cdot 1,644934 \dots = 1,645 \cdot (1 + N) \cdot N/2. \quad (2)$$

В связи с числом $\langle \pi \rangle^{2/6} = 1,644934 \dots$ любопытно следующее. В работах Ж. Бюффона (1707–1788) и П. Л. Чебышева (1821–1894) было доказано красивое утверждение: если наугад (случайным образом) выписать два натуральных числа, то вероятность их *взаимной простоты* будет равна $6/\langle \pi \rangle^2$ [то есть будет равна $1/(\langle \pi \rangle^{2/6}) = 0,607927 \dots$ (что очень близко к пресловутому «золотому сечению»)]. Напомню, что числа называются *взаимно простыми*, если у них нет общих (целых) делителей, кроме единицы, например, 10 и 21, 16 и 21, 25 и 42, – это взаимно простые числа.

В части физического параметра $1/L = 10^{122}$ (Пд^2) можно привести пример и более «экзотического» утверждения из мира чисел (виртуальной космологии): **на Большом отрезке масса всех «каменей» в Стволе Пирамиды близка к числу $0,25 \cdot 10^{122}$,** где «Ствол», «Пирамида», их «камни», «масса камней» – это мои занятные «игрушки» в рамках виртуальной космологии. **Причём речь идет о плоских (двухмерных) «камнях»,** поскольку они нарисованы на *плоском* листке бумаги в клеточку (либо на мониторе компьютера). То есть «камень» – это (элементарный) квадратик, сторона которого равна *планковской длине* (Пд), а площадь такого квадратика – это Пд^2 (планковская длина, возведенная во вторую степень, то есть в квадрат). Таким образом, виртуальная космология «выдает» нам не только само число $1/L = 10^{122}$, но также «обосновывает» и его физическую *размерность* (Пд^2).

© А. В. Исаев, 2011

5. Числа Ферма, фракталы и виртуальная космология

Молодой Гаусс уже в 19 лет смог доказать замечательную теорему: если число сторон *правильного* многоугольника равно *простому числу Ферма* (3, 5, 17, 257, 65537), то его можно *построить при помощи циркуля и линейки* (подробно об этом см. в моей статье «Тайны многоугольников»). Позже, уже став признанным «королем математиков», Карл Гаусс (1777–1855) настолько высоко оценил своё первое открытие, что даже завещал сделать пьедестал своей могилы в форме... правильного 17-угольника (впервые построенного Гауссом). Как известно, Гаусс был не только великим математиком, но также и астрономом, и физиком, то есть это был человек с широчайшим научным кругозором.

В связи с этим возникает любопытный вопрос: а почему интуиция столь гениального человека по-особому выделила, по сути дела, именно... *простые числа Ферма*? Возможно, Гаусс почувствовал, что речь идет об очевидной «точке соприкосновения» виртуального мира чисел и реального (физического) мира? Во всяком случае, лично мне хочется верить именно в это, поскольку сам я с 1998 года пытаюсь доказать (в своих книгах и статьях), что *мир натуральных чисел – это некое наипростейшее «зеркало» реального мира (описывающее его самые фундаментальные законы).* Ниже представлена моя очередная попытка доказать данное (разумеется, весьма и весьма спорное) утверждение.

Итак, *числа Ферма* описываются нехитрой формулой:

$$N = 2^{(2^m)} + 1, \quad (1)$$

где $m = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$ (до бесконечности). Формула (1) выдает бесконечную последовательность $N = 3, 5, 17, 257, 65537, 4294967297, \dots$, в которой пять первых чисел (выделенных жирным шрифтом) являются *простыми числами*. Напомню, что простые числа ($P = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, \dots$) делятся только на самих себя и на единицу; иначе говоря, у них только два целых делителя (1 и само число P),

а в рамках *виртуальной космологии* мы говорим, что *тип* (T) всех простых чисел равен 2 (записываем так: $T = 2$). Напомню также, что любое натуральное число N «строится» исключительно из простых чисел, подобно тому, как любое видимое вещество во Вселенной строится из атомов (элементов таблицы Менделеева). Например, уже шестое число Ферма (при $m = 5$) является *составным* числом – оно «строится» (путем перемножения) из двух простых чисел: $641 * 6700417 = 4294967297$ (и никакое произведение других *простых чисел* не даст нам числа 4294967297), то есть шестое число Ферма имеет тип $T = 4$, поскольку у шестого числа именно четыре целых делителя: 1, 641, 6700417, 4294967297. По состоянию на январь 2012 года математиками доказано, что при $m = 5, 6, 7, \dots, 35$ формула (1) выдает исключительно *составные* числа N ; иначе говоря, вплоть до умопомрачительного числа порядка $N = 10^{10.343.311.892}$ других *простых чисел Ферма* не существует.

Наличие других простых чисел Ферма (кроме пяти известных чисел: $N = 3, 5, 17, 257, 65537$) – является так называемой *открытой проблемой* в теории чисел (раздел высшей математики). И здесь уместно заметить, что *теория чисел* содержит множество самых разных *открытых проблем*, попытки решения которых предпринимались математиками в течение десятков, а иногда даже сотен лет, но которые пока так и остаются открытыми. При этом у математиков многие *открытые проблемы* (как и с числами Ферма) выходят далеко за рамки *Большого отрезка*, ограниченного «всего лишь» числом $N = 8 * 10^{60}$ – это условное количество *планковских времен* в возрасте Вселенной, то есть Большой отрезок – «главная арена» в рамках моей *виртуальной космологии*. Отчасти поэтому профессиональные математики не признают мои исследования, и, тем более, мой «инженерный» подход (вообще говоря, далекой от «настоящей» аналитики). С другой стороны, профессиональные физики никак не хотят проникнуться *сакральным* смыслом мира (якобы «примитивных») натуральных чисел. Хотя, возможно, именно этот сакральный смысл и почувствовал Карл Гаусс?

Математиками уже доказано, что при $m = 5, 6, 7, 8$ формула (1) выдает числа N , у которых тип $T = 4$, причем при $m = 8$ имеем $N = 10^{77}$ (около того), то есть уже девятое число Ферма лежит далеко за пределами *Большого отрезка*. Кстати, в этом проявляется очередная «магия семёрки» в рамках *Большого отрезка* (см. мои статьи про «магию» числа 7), а за его пределами – «магия семерки» исчезает (и бесследно?), что также подтверждает правомочность *виртуальной космологии*. Вероятно, и у всех последующих чисел Ферма тип (T) будет относительно небольшим, скажем, $T = 4, 6, 8, \dots$, но, с точки зрения *виртуальной космологии*, это уже не должно волновать даже... саму Вселенную, не говоря уже о человеческой цивилизации, весь «долгий век» которой – лишь *крохотный миг* в биографии Вселенной. *Ситуация такова, словно виртуальный мир чисел посредством простых чисел Ферма (3, 5, 17, 257, 65537) как бы «очерчивает» некие временные границы существования разумной жизни во Вселенной, условные символы которой – «циркуль и линейка» (в контексте теоремы Гаусса).*

Чтобы ясно понимать, насколько мал тип (T) у чисел Ферма, достаточно знать из *теории чисел*, скажем, *формулу Дирихле*. Эта формула гласит, что *средний арифметический тип* (T_s) всех натуральных чисел на отрезке от 1 до N (включительно) устремляется к следующему красивому выражению:

$$T_s = \ln N + 2C - 1, \quad (2)$$

где $C = 0,577215\dots$ – постоянная Эйлера-Маскерони (фундаментальная математическая константа). При этом T_s можно рассматривать не только как параметр *отрезка* $[1; N]$, но и как параметр самого *числа* N (правой границы указанного отрезка). В этом смысле любое натуральное число N имеет свой параметр T_s , например, для чисел $N = 2; 4; 16; 256; 65536$ мы соответственно получим $T_s = 1,5000; 2,0000; 3,1250; 5,7266; 11,2453$ – убедитесь в этом сами, складывая типы (T) первых натуральных чисел (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...), поскольку формула (2) в начале натурального ряда (в области его «сингулярности») работает весьма плохо. С другой стороны, для достаточно больших чисел N в качестве оценки можно полагать $T_s = \ln N$ (не учитываем малую «поправку» $2C - 1 = 0,1544\dots$). Так, например, в конце *Большого отрезка* мы получаем $T_s = \ln(8 * 10^{60}) = \ln 8 + 60 * \ln 10 = 140$ (округляем до целого числа). То есть, в конце *Большого отрезка* средний тип достигает значения порядка $T_s = 140$ (для справок: в конце *Большого отрезка* максимально возможный тип $T_{max} = 7 * 10^{11}$, то есть у некоторых натуральных чисел N может быть порядка *и-триллиона* целых делителей), а вот у *чисел Ферма* тип всего лишь равен $T = 4$ (и всегда, вплоть до бесконечности, $T_{min} = 2$ будет у *простых чисел*).

А теперь мы посмотрим, что произойдет, если из формулы (1)... убрать единицу. Очевидно, при этом мы получим совсем уже элементарную формулу:

$$W = 2^{(2^m)}, \quad (3)$$

которая (при $m = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots$) выдает бесконечную последовательность натуральных чисел: $W = 2; 4; 16; 256; 65536; (4,29 \cdot 10^9); (1,84 \cdot 10^{19}); (3,40 \cdot 10^{38}); (1,15 \cdot 10^{77}); \dots$. При этом теория чисел точно указывает нам тип данных чисел (количество их целых делителей): $T = 2^m + 1$, то есть для чисел W мы получим соответственно: $T = 2, 3, 5, 9, 17, 33, 65, 129, 257, \dots$. И нетрудно заметить, что эти значения лишь ненамного превосходят *средний (арифметический) тип* этих же чисел (см. выше значения T_s для чисел W): $T/T_s = 1,3333; 1,5000; 1,6000; 1,5716; 1,5117; 1,4774; 1,4601; 1,4514$. Таким образом, с ростом W отношение T/T_s устремляется к значению $1/\ln 2 = 1,4426\dots$, поскольку для чисел W верны следующие оценки: $T_s = \ln W = \ln(2^{(2^m)}) = (2^m) \cdot \ln 2$; $T/T_s = (2^m + 1)/[(2^m) \cdot \ln 2] = 1/\ln 2$ (при m стремящемся к бесконечности).

Здесь уместно заметить, что пресловутое «золотое сечение» («магическое» число 1,618), вероятно, является «бледной тенью» отношения T/T_s и ему подобных отношений (численно, скажем, из диапазона 1,4...1,8), которых обнаруживается довольно много в рамках *виртуальной космологии*. То есть в математической структуре реального пространства-времени «зашито» много важных параметров, численно близких (в среднем) к значению 1,618, поэтому природа «приучила» человека воспринимать данный (чисто математический) факт как проявление некой... «божественной гармонии». Даже уже сказанного достаточно для предположения о том, что формула (3) выдает довольно важную последовательность натуральных чисел W (и не только из-за их предельной близости к *числам Ферма*), служащими, вероятно, некими «реперными точками» *Большого отрезка* (наравне с *простыми числами Ферма*).

Наконец в своих рассуждениях мы подошли к тому, ради чего, собственно говоря, и была задумана данная статья. Так вот, оказывается, что рассмотренную выше последовательность натуральных чисел $W = 2; 4; 16; 256; 65536; (4,29 \cdot 10^9); (1,84 \cdot 10^{19}); (3,40 \cdot 10^{38}); \dots$ можно представить не только в виде формулы (3), но и в виде так называемого *рекуррентного соотношения*:

$$X = x^2, \quad (4)$$

согласно которому каждое последующее число (X – «большое») равно квадрату (то есть второй степени) предыдущего числа (x – «малое»). Рекуррентная формула (4) работает следующим образом (в качестве дополнительного пояснения): $x = 2; X = 2^2 = 4$ (первый шаг); $x = 4; X = 4^2 = 16$ (второй шаг); $x = 16; X = 16^2 = 256$ (третий шаг); $x = 256; X = 256^2 = 65536$ (четвертый шаг); и так далее (до бесконечности).

Многие из читателей, наверное, слышали про *фракталы* – геометрические фигуры, обладающие свойством самоподобия (когда фигура составлена из нескольких частей, каждая из которых подобна всей фигуре целиком). Причем фракталы – это далеко не только математические образы-«игрушки», ведь достаточно сказать, что первые многоклеточные живые организмы на нашей планете (которые зарождались в океанах и морях 1,5–2 млрд лет назад) по своему внешнему виду были близки именно к простейшим... *фракталам*. Образно говоря, самый великий эксперимент по формированию живой материи Творец (он же – Его Величество Случай) начинал, «держа перед глазами» чисто... *математические конструкции*. И, вероятно, для многих читателей будет настоящим откровением узнать, что для формирования сколь угодно сложных (замысловатых, самых «вычурных») фракталов вполне достаточно «работы», например, следующего *наипростейшего* (и в этом – свой парадокс) *рекуррентного соотношения*:

$$S = s^2 + D, \quad (5)$$

где S («большое»), s («малое»), $D = p + iq$ – это *комплексные числа* (i – мнимая единица, для которой по определению полагают: $i^2 = -1$), причем все вычисления начинаются со значения $s = 0$ (при любых вещественных значениях p и q). То есть первым шагом вычислений по формуле (5) будет такой результат: $S = x + iy$, где $x = p$ и $y = q$. Каждый последующий шаг описывается следующим образом:

$$X = x^2 - y^2 + p, \quad Y = 2xy + q, \quad (6)$$

то есть каждое последующее число (X и Y – «большое») равно некому выражению от предыдущих значений (x и y – «малое»). Чтобы понять работу рекуррентной формулы (5), *эквивалентной* формулам (6), возьмите конкретные числовые значения, скажем, $p = -0,52200$ и $q = 0,49985$, а потом вычислите первую пару значений X и Y по формулам (6) – это легко сделать в таблице «Excel». Далее вычисляйте последующие, скажем, 32000 пар значений X, Y и по ним постройте график $Y = f(X)$ (в той же программе

“Excel”) – перед вами возникнет графический образ «пылающего солнца» (график постройте из самых мелких точек). А если затем вы измените число D , подставив, в исходные данные вашей таблицы, например, $p = -0,51$ и $q = 0,49$, то увидите графический образ «спиральной галактики». Таким образом, вы наглядно убедитесь («почувствуете»), что простейшая рекуррентная формула (5), действительно, способна порождать весьма и весьма замысловатые «образы» (от которых до настоящих *фракталов* – уже «рукой подать»).

А теперь сравните между собой рекуррентные формулы (4) и (5) – они имеют, фактически, ... одинаковую математическую природу? Разумеется, что понятие о *комплексных числах* – это куда более сложное (и фантастически загадочное) понятие, нежели понятие о *натуральных числах* (проще которых уже нельзя ничего представить в своём воображении). Тем не менее, даже выше сказанного, как мне представляется, вполне достаточно, чтобы допустить своеобразную «легитимность» *виртуальной космологии*, главный тезис которой парадоксален (до безумия): **мир натуральных чисел – это наипростейшее «зеркало» реального пространства-времени (его некоторых математических конструкций).**

© А. В. Исаев, 2011

6. Тайны многоугольников (теорема Гаусса – Ванцеля)

Немецкий математик, астроном и физик Карл Гаусс (1777–1855), считается одним из величайших математиков всех времён, «королём математиков». Ещё в 19 лет Гауссу удалось доказать, что если число сторон *правильного* многоугольника равно *простому числу Ферма* (3, 5, 17, 257, 65537), то его можно *построить при помощи циркуля и линейки*. Столь замечательное открытие произвело на юного Гаусса такое впечатление, что он сразу отказался от филологической карьеры, и решил посвятить свою жизнь математике. Гаусс и позднее смотрел на это первое из своих открытий с особенной гордостью. После смерти Гаусса в Гёттингене была воздвигнута его бронзовая статуя, с пьедесталом в форме правильного 17-угольника (который впервые смог построить сам Гаусс).

Из открытия Гаусса следует, что *правильный* многоугольник можно построить *при помощи циркуля и линейки* (это очень важные слова и об этом ещё будет сказано ниже), если число его сторон (G) выражается следующей формулой (**теорема Гаусса – Ванцеля**):

$$G = (2^n)(3^a)(5^b)(17^c)(257^d)(65537^f), \quad (1)$$

где $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$ – показатель степени (любое натуральное число), а показатели степени a, b, c, d, f – принимают значения 1 или 0, при этом 1 – «включает» соответствующее *простое число Ферма* в формуле (1), а 0 – его «включает», поскольку любое число в степени 0 всегда равно единице (такое правило принято в математике). Поскольку показатель степени n может быть бесконечно большим (натуральным) числом, то и количество сторон у правильного многоугольника неограниченно велико (число G может быть бесконечно большим). Например, формула (1) «разрешает» *указанное* построение правильного 51-угольника, поскольку мы можем записать:

$$G = (2^0)(3^1)(5^0)(17^1)(257^0)(65537^0) = 1 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 17 \cdot 1 \cdot 1 = 51.$$

А вот, например, *указанное* построение правильного 7-угольника, формула (1) «запрещает», то есть не при каких (из указанных выше) значениях n, a, b, c, d, f – формула (1) не выдаст нам $G = 7$. Занятно, что в Википедии в статье «Правильный многоугольник», рассказывающей в основном именно о теореме Гаусса – Ванцеля, приведен единственный рисунок и на нём изображен правильный... семиугольник. Однако, повторяю, что *правильный* семиугольник невозможно *построить с помощью циркуля и линейки*. Указанные построения – это особый раздел евклидовой геометрии (известный с античных времён), в которых циркуль и линейка считаются идеальными инструментами, в частности: *линейка не имеет делений* и имеет только одну сторону бесконечной длины, а циркуль может иметь сколь угодно большой или сколь угодно малый раствор (и такая идеализация инструментов весьма существенна с точки зрения математики – предельно строгой в своих рассуждениях науки). Так вот, *правильный* семиугольник все же можно построить, но только с помощью циркуля и *невсиса*, то есть *размеченной линейки*, на которой можно делать отметки, и с помощью которой можно проводить прямые, проходящие через какую-нибудь точку, причём отмеченные на линейке точки будут принадлежать данным линиям (прямым или окружностям). Из формулы (1) ясно следует, что многоугольники

Гаусса – Ванцеля, (ещё раз) *построенные с помощью циркуля и линейки*, могут иметь лишь следующее число сторон: $G = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 17, 20, 24, 30, 32, 34, 40, 48, 51, 60, 64, 68, 80, 85, 96, 102$, и т.д. (до бесконечности).

Из формулы (1) при $n = 0$ (когда $2^n = 2^0 = 1$) мы получаем 32 всевозможных сочетания степенных показателей a, b, c, d, f , то есть 32 – это результат размышлений над чисто *комбинаторной* задачей. Ниже (в рамочке) приведен «графический образ» решения данной задачи – выписаны первые 16 сочетаний показателей a, b, c, d, f (их значений соответственно), а если в первой колонке заменить все 0 на 1, то мы получим и последующие 16 сочетаний. Это позволяет легко вычислить первые 32 значения параметра G .

Найденные таким образом 32 сочетания (числовых значений a, b, c, d, f), после подстановки их в формулу (1), дают нам 32, скажем, *базовых*, значения G (после их сортировки по возрастанию): 1, 3, 5, 15, 17, 51, 85, 255, 257, 771, 1285, 3855, 4369, 13107, 21845, 65535, 65537, 196611, 327685, 983055, 1114129, 3342387, 5570645, 16711935, 16843009, 50529027, 84215045, 252645135, 286331153, 858993459, 1431655765, 4294967295. Здесь также уместно заметить, что число 32 не только в (виртуальном) мире натуральных чисел, но и в реальной природе также обладает некой «магией», и вот тому «доказательства»: 32 варианта расположения атомов вокруг узла решетки (см. *кристаллографию*); почти 32 скопления галактик в крупнейшем из сверхскоплений (галактик); 32 зуба у человека; 33–34 позвонка в позвоночнике человека; (26 костей в стопе ноги и 27 костей в кисти руки человека); 32 краски на палитре художника (это разумный максимум цветов); до 33 основных языков насчитывается на нашей планете; до 33 букв содержат большинство алфавитов на планете; 33 термина указывают темп в музыке; 33 значимых религии на планете; 33 года – «возраст Христа» (расцвет человека); 39 спутников у Юпитера (это максимум в Солнечной системе); 46 хромосом в структуре ДНК; 31 залп из орудий в Кремле при инаугурации Президента России В. В. Путина (7 мая 2012 года); и т.д. (см. в Википедии статью «32 (число)», сами дополните список подобных примеров «магии» числа 32).

00000
00001
00010
00011
00100
00101
00110
00111
01000
01001
01010
01011
01100
01101
01110
01111

Всё остальное (бесконечное!) множество «разрешенных» значений G мы получаем путем умножения 32 базовых значений на число $2^1 = 2$, на число $2^2 = 4$, на число $2^3 = 8$, на число $2^4 = 16$, и т.д. – именно так мы и получаем все возможные количества сторон (G) по формуле (1). При этом встает вопрос о том, каким значением G имеет смысл ограничиться (в наших исследованиях)? В рамках *виртуальной космологии* ответ будет следующим. Радиус видимой нами Вселенной можно принять равным $R = 8 \cdot 10^{60}$ *планковских длин* (планковскую длину *квант света* проходят за *планковское время*), значит, длина (гипотетической) наибольшей окружности во Вселенной будет порядка $2 \cdot \pi \cdot R = 2 \cdot 3,14 \cdot R = 5 \cdot 10^{61}$ *планковских длин*. Поэтому в первом приближении можно полагать, что всю нашу Вселенную может «охватить» правильный многоугольник, у которого число сторон порядка $G = 5 \cdot 10^{61}$, поскольку сторона любого мыслимого многоугольника, очевидно, не может быть меньше *планковской длины* – этот запрет накладывает современная нам *теоретическая физика*. Если все возможные многоугольники Гаусса – Ванцеля, «генерируемые» формулой (1), отсортировать по возрастанию параметра G , то мы получим «всего лишь» **6060** многоугольников (не так уж и много по сравнению с колоссальным числом $5 \cdot 10^{61}$), у наибольшего из которых число сторон будет равно $G = (2^{177})(3^1)(5^1)(17^0)(257^1)(65537^1) = 4,8 \cdot 10^{61}$ (округленное значение G). Следующим будет 6061-й многоугольник с числом сторон $G = (2^{197})(3^1)(5^1)(17^1)(257^0)(65537^0) = 5,1 \cdot 10^{61}$. При этом можно озадачиться следующим вопросом: число 6060 (или более осторожно – около 6000) также обладает некой «магией» в реальной природе?

Сколько *многоугольников Гаусса – Ванцеля*, то есть «генерируемых» формулой (1), находится между значениями от $G = 10^{(B-1)}$ (включительно) до $G = 10^B$? Ответ на этот вопрос довольно интересен и по-своему красив. При $B = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots, 61, 62$ речь идет о следующих интервалах значений: от $G = 10^0$ до $G = 10^1$; от $G = 10^1$ до $G = 10^2$; от $G = 10^2$ до $G = 10^3$; ...; от $G = 10^{61}$ до $G = 10^{62}$. Показатель степени B можно также понимать в качестве номера соответствующего интервала. Здесь выявляются следующие закономерности. Первые 9 интервалов (при $B = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$) содержат следующее количество (K) многоугольников Гаусса – Ванцеля (количество значений параметра G в каждом из этих первых 9-ти интервалов): $K = 7, 19, 28, 41, 52, 61, 74, 83, 93$. То есть в

интервале от $G = 1$ до $G = 10$ есть 7 многоугольников; в интервале от $G = 10$ до $G = 100$ есть 19 многоугольников; в интервале от $G = 100$ до $G = 1000$ есть 28 многоугольников; ... ; в интервале от $G = 100.000.000$ до $G = 1.000.000.000$ есть 93 многоугольника Гаусса-Ванцеля. Указанный рост параметра K можно описать линейной функцией (*линией тренда*, полученной с помощью программы “Excel”):

$$K = 10,8 * B - 3,1111. \quad (2)$$

Важное замечание. В первом интервале (при $B = 1$, где G растет от 1 до 10) первые многоугольники Гаусса-Ванцеля – это многоугольники с числом сторон... $G = 1$ и $G = 2$. «Сходу» нельзя ни представить, ни объяснить столь «экзотические» *многоугольники* (с одной и двумя сторонами!), тем не менее, формула (1) их «выдает», поэтому будем с этим считаться, но пока не будем задавать вполне законный вопрос – а что бы это значило ($G = 1$ и $G = 2$)? Попробуйте сами пофантазировать на этот счёт.

В последующих 52-х интервалах (при $B = 10, 11, 12, 13, \dots, 60, 61$) мы будем получать (на первый взгляд – число *случайным* образом?) значения исключительно из следующего ряда: $K = 104, 106, 108, 110, 112$. Для указанных 52-х значений K *линию тренда* можно описать такой формулой:

$$K = 106,61 - \text{ПТС} * B, \quad (3)$$

где ПТС = 0,00729735308 – *постоянная тонкой структуры* (она примерно равна числу 1/137). ПТС – самая загадочная (и безразмерная) фундаментальная физическая константа. Ричард Фейнман (1918-1988), выдающийся американский физик-теоретик, один из «отцов» квантовой электродинамики (объясняющей фундаментальные основы мироздания), лауреат Нобелевской премии по физике (1965 г), как-то назвал постоянную тонкой структуры – «одной из величайших проклятых тайн физики: магическое число, которое приходит к нам без какого-либо понимания его человеком...». Ещё можно добавить, линия тренда (3) проходит чуть выше точки $K = 106$ и это единственное именно такое значение K (при $B = 36$) среди указанных 52-х значений K . При $B = 60$ и $B = 61$ имеем $K = 108$, а вот уже при $B = 62$ – мы получим $K = 104$.

Если ввести обозначения: $Z = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$ – *порядковый номер* многоугольника Гаусса-Ванцеля (после сортировки их всех по возрастанию параметра G), то тогда для параметра G можно записать следующие приближенные формулы (законы роста G):

$$\text{при } Z = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots, 500 \text{ получаем: } G = \exp(0,955 * Z^{0,5}), \quad (4)$$

$$\text{при } Z = 501, 502, 503, \dots, 31000 \text{ получаем: } G = 45890 * \exp(0,02166085 * Z). \quad (5)$$

Эти формулы также подтверждают, что в начале (при $Z = 1, 2, 3, \dots, 500$) происходит, вообще говоря, довольно *бурный рост* параметра G (он увеличивается почти на 9 порядков), и этот рост в 2–3 раза быстрее, чем по «классической» экспоненте, каковой является в частности и формула (5). После столь бурного роста (условно говоря, после $Z = 500$ и $G = 2.155.905.152$) параметр G растет, вообще говоря (то есть в среднем), близко к экспоненте (5). При этом у 94% всех значений, полученных по формуле (5) (при указанных Z) модуль относительной погрешности G не превысит 9,4%. И вполне возможно, что указанный (близкий к нему) экспоненциальный рост G происходит при бесконечном увеличении порядкового номера Z . Так, например, 32272-й многоугольник Гаусса-Ванцеля (при $Z = 32272$) содержит порядка $G = 1,78 * 10^{308}$ сторон – такой многоугольник-монстр даже и не пытайтесь представить в своём воображении...

В заключение привожу главный вопрос *виртуальной космологии* в части многоугольников Гаусса-Ванцеля – эти многоугольники (математические закономерности, описывающие их) имеют отношение к реальному (физическому) миру? Сам я на данный вопрос, как всегда, отвечаю утвердительно, хотя данная статья (тоже как обычно) не содержит очевидных доказательств...

© А. В. Исаев, 2011

7. НАРИСУЙТЕ ФРАКТАЛ В ПРОГРАММЕ «EXCEL»

Фантастические формы облаков, нагромождение горных гряд, причудливые кроны деревьев – всё это порождает ощущение прекрасного в душе каждого нормального человека. В настоящее время подобные красоты природы радуют наш глаз даже в... компьютерных играх. Это достигается с помощью специальных программ, которые строят (вычисляют и рисуют на экране) так называемые *фрак-*

талы. Фракталы широко применяются в компьютерной графике для построения изображений природных объектов, таких как деревья, кусты, горные ландшафты, поверхности морей и так далее. Существует множество программ, служащих для генерации фрактальных изображений.

Чтобы читатель «почувствовал», как компьютер, в принципе, рисует сложнейшие природные объекты, приведу простейший алгоритм для рисования (в программе «Excel»), условно говоря, «солнца». Для этого нам понадобятся всего лишь две нехитрые формулы (с параметрами $p = -0,5219$; $q = 0,4999$):

$$X = x^2 - y^2 + p; \quad Y = 2xy + q. \quad (1)$$

Сначала полагаем $x = 0$; $y = 0$, и по формулам (1) получаем (на первом шаге вычислений):

$$X = 0^2 - 0^2 - 0,5219 = -0,5219; \quad Y = 2 \cdot 0 \cdot 0 + 0,4999.$$

Теперь полагаем $x = X = -0,5219$; $y = Y = 0,4999$, и по формулам (1) получаем (на втором шаге):

$$X = (-0,5219)^2 - (0,4999)^2 - 0,5219 = -0,4994\dots; \quad Y = 2 \cdot (-0,5219) \cdot (0,4999) + 0,4999 = -0,0218\dots$$

Затем полагаем $x = X = -0,4994\dots$; $y = Y = -0,0218$, и опять по формулам (1) получаем (на третьем шаге вычислений): ... (продолжите дальше сами). То есть на каждом последующем шаге вычислений (итераций) предыдущие значения X и Y надо подставлять в формулы (1) в качестве новых значений x и y . В программе «Excel» без труда можно сделать 32000 подобных «шагов»-вычислений, а затем построить («точками») график функции $Y = f(X)$, который и будет похож на... «пылающее солнце». Более того, меняя числовые значения параметров p и q , на том же графике можно увидеть и другие объекты; например, при $p = -0,5$; $q = 0,4999$ вместо «солнца» вы увидите... «спиральную галактику».

По сути дела, выше был описан механизм построения **фрактала**, называемого *множеством Мандельброта*. Это множество неких особых точек M на комплексной плоскости, полученных с помощью последовательности $Z = z^2 + M$ (начинается со значения $z = 0$). Здесь на каждом шаге для вычисления (большого) Z число z (малое) возводится в квадрат и к этому прибавляется число M , а на следующем шаге полученное число Z принимается в качестве нового числа z , к которому вновь прибавляется число M , и т.д. Если выражение $Z = z^2 + M$ переформулировать в виде итеративной последовательности значений координат комплексной плоскости x и y , то есть, приняв $z = X + iY$ и $M = p + iq$ (где i – мнимая единица), мы и получим выше описанный алгоритм с формулами (1).

Вообще говоря, **фракталом** называют фигуру, обладающую свойством самоподобия, то есть эта фигура составлена из нескольких частей, каждая из которых подобна всей фигуре целиком (например, дерево Пифагора, кривая Леви, треугольники Серпинского, и т.д.). Фрактал обладает нетривиальной структурой на всех масштабах – в этом отличие фрактала от регулярных фигур (таких, как окружность, эллипс, график гладкой функции): если мы рассмотрим небольшой фрагмент регулярной фигуры в очень крупном масштабе, он будет похож на фрагмент прямой линии. А вот для фрактала увеличение масштаба рассмотрения не ведёт к упрощению структуры – на всех шкалах (при любых масштабах) мы увидим одинаково сложную картину. Фракталы, особенно на плоскости, популярны благодаря сочетанию красоты с *простотой* построения при помощи компьютера – это отчасти доказывает и алгоритм с формулами (1).

Многие объекты в природе обладают *фрактальными свойствами*, например: очертания облаков на небе, горные гряды, кроны деревьев, береговая линия морей, разнообразные снежинки, кровеносная система и система альвеол человека или животных, и т.д. Однако физические объекты (в природе) редко оказываются самоподобными при увеличении более чем на 4 порядка. Так, в биологии новые принципы самоорганизации проявляются обычно при увеличении на 2 порядка (макромолекулы имеют диаметр, примерно равный 100 атомам, а простые клетки – диаметр около 100 макромолекул и т. д.). Таким образом, бесконечная микроскопическая глубина фракталов в математике, на которую простирается самоподобие (скажем, множества Мандельброта), является математической конструкцией, не существующей в реальном мире. Следовательно, и математический процесс $Z = z^2 + M$ (см. выше) также не дает нам точного описания реального мира, но этот нелинейный закон может помочь нам понять окружающий мир – *фрактальная геометрия в некотором смысле моделирует природу*. Ведь знание добывается учеными ради того, чтобы отыскать существенное и представить его “в двух словах” (в виде некой математической модели). Так, в физике фракталы естественным образом возникают при *моделировании* нелинейных процессов, таких, как турбулентное течение жидкости, сложные

процессы диффузии-адсорбции, пламя, облака и т. п. Фракталы используются при *моделировании* пористых материалов, например, в нефтехимии. В биологии они применяются для *моделирования* популяций и для описания систем внутренних органов (система кровеносных сосудов).

8. Число Данбара – это, скорее всего, число 137

«**Социальные сети на деле не помогают увеличить число друзей.** Специалисты из Университета Индианы изучили 380 миллионов сообщений, написанных 3 миллионами пользователей сервиса Twitter (*кстати говоря, сам Твиттер позволяет набрать текст, содержащий не более... 140 символов*). Оказалось, что даже если у человека числятся тысячи «френдов» (*друзей*), он поддерживает постоянную связь максимум с двумя сотнями из них. Этот показатель не превышает так называемое число Данбара. В начале 90-х британский антрополог Робин Данбар установил зависимость между объемом мозга приматов и количеством дружеских связей. Он подсчитал, что предел человеческих возможностей – 150 друзей. Так что тем, кто не может похвастать длинным френд-листом, не стоит унывать – просто мозгом не вышли.»

Такую коротенькую заметку 04.11.2011 года я причитал в газете «24 часа» от 27.10.2011 г. (№43) на стр. 24 (с ссылкой на «Итоги», №38 за 2011 г.). В тот же вечер в Википедии о числе Данбара я нашел немного и буквально следующее.

«**Число Данбара** – ограничение на количество постоянных социальных связей, которые человек может поддерживать. Поддержание таких связей предполагает знание отличительных черт индивида, его характера, а также социального положения, что требует значительных интеллектуальных способностей. Лежит в диапазоне от 100 до 230, чаще всего считается равным 150. Величина названа в честь английского антрополога Робина Данбара, который и предложил это число.

Стадные приматы отличаются сложным общественным поведением – активно строят отношения с другими членами стаи, обычно с помощью *груминга* [У животных – гигиенические процедуры (умывание, вылизывание, купание, чистка гениталий, «искание» у приматов) играют очень важную роль. Для хищников эти процедуры важны ещё и тем, что помогают скрыть присущий им запах, предупреждающий потенциальную жертву о приближении охотника. При наблюдении поведения животных грумингу уделяется повышенное внимание, так как он может указывать на определённые социальные связи, на стресс, и т. д.]. Данбар заметил зависимость между уровнем развития новой коры больших полушарий головного мозга и размером стаи у приматов. На основании данных по 38 родам приматов он вывел математическую зависимость между развитием неокортекса и размером стаи, и, основываясь на оценке развития человеческого мозга, предложил оценку оптимального размера человеческого стада. Для проверки своей теории Данбар обратился к данным антропологии. Средние размеры деревень, традиционных поселений колеблются в предположенных им пределах. Кроме того, размеры неолитических поселений составляют до 200 человек.»

После этого текста в Википедии шла ссылка на статью «Фрагмент «программного кода» в наших мозгах» (Юрий Смирнов, по ссылке http://ideas4future.info/2010/05/07/programma_v_mozgax/ находился полный текст его статьи). Приведу только выдержки из указанной интересной статьи.

«Вы, конечно, слышали о любопытном эксперименте, который провела в начале года в «Фейсбуке» и других социальных сетях кафедра антропологии Оксфордского университета. Ничего нового для себя ученые не открыли, а лишь в очередной раз подтвердили и сделали достоянием широкой публики т.н. «число Данбара» – количество социальных связей, которое каждый человек способен поддерживать постоянно и осмысленно (помня, с кем и по поводу чего имеет дело). Аналогичные данные получили финские социологи, проанализировав активность SMS-переписки мобильных абонентов. Да вы и сами, наверное, не раз замечали: большинство френдоцидов в «Живом журнале» приводит к сокращению количества френдов до 100–200 человек. А это и есть число Данбара. :)...»

На протяжении 15 лет известный английский антрополог Робин Данбар проводил эксперименты, в ходе которых уверенно установил, что количество постоянных социальных связей у каждого человека лежит в диапазоне от 100 до 230 контактов и в среднем составляет 150 контактов. Причем эта закономерность работает в любых обстоятельствах, в любые эпохи (достаточно вспомнить, что насе-

ление неолитических деревень не превышало 200 человек). Закономерность эта определяется устройством человеческого мозга, что подтвердили эксперименты над приматами. У каждого вида приматов – свое собственное число Данбара, при достижении которого стая распадается. Это число варьируется в зависимости от развития у данного вида неокортекса – т.н. новой коры больших полушарий головного мозга, отвечающей за высшие нервные функции. Данбар вывел математическую зависимость между развитием неокортекса и размером стаи данного вида приматов – и подтвердил эту зависимость на человеке... Не была ли человеческая история (по крайней мере, ее общая траектория) запрограммирована числом Данбара? То, что оно повлияло на расселение человечества – это очевидно: племена распадались при достижении числа Данбара и занимали новые пространства... Многие тираны прошлого отличались феноменальной памятью – и, наверное, это не случайно... Обратим внимание лишь на одну особенность современных социальных сетей, которая отличает их от племенных сообществ древности. Это – возможность через «френдов» своего «племени», своего персонального «первого круга» обращаться к представителям «второго» и «третьего круга» (а через знаменитые «шесть рукопожатий» – к любому «жителю» интернета)». [См. мою статью «Магия числа 7»]

Признаюсь, что до 04.10.2011 года сам я... понятия не имел про число Данбара. Однако, прочитав о нем, сразу же понял, что **число Данбара – это «тень» загадочного числа 137** (некий физический параметр Вселенной в настоящую эпоху?). Число Данбара – это ещё один веский аргумент в пользу «магии» числа 137, о которой я ранее писал в своих книгах и статьях: «Число 137 скрывает некую... тайну природы?», «Проклятая тайна физики ("магия" числа 137)».

Число Данбара подтверждает, что внимательный взгляд на окружающий нас мир позволит выявить и другие весьма *глубокие* по своему смыслу примеры «магии» числа 137. При этом наиболее глубоким, на мой взгляд, является утверждение Ричарда Фейнмана (лауреата Нобелевской премии по физике), который назвал фундаментальную физическую константу (так называемую постоянную тонкой структуры), примерно равную числу $1/137$, – «одной из величайших проклятых тайн физики: **магическое число**, которое приходит к нам без какого-либо понимания его человеком».

В качестве относительно лёгких (и «бытовых», полшутливых) примеров я в своих статьях приводил следующие факты «магии» числа 137:

Природа в итоге «покажет» человеку не более... **137** химических элементов (в таблице Менделеева)?

Оптимальный «объем» сообщений (Твиттер, телеграммы, открытки...) – около **137** символов?

У ручных пулеметов *оптимальный* магазин должен содержать около **137** патронов?

На нашей планете около **137** «продвинутых» (относительно «богатых» и просто развитых) стран?

Современные авиалайнеры, перевозящие около **137** пассажиров, – *наиболее востребованы* в мире!

На современной атомной подводной лодке *оптимальный* экипаж – это около **137** человек?

Оптимальное пассажирское судно на подводных крыльях «должно» перевозить около **137** человек?

Оптимальная номинальная вместимость городского автобуса – это около **137** человек?

Оптимальная рота (эскадрон), вероятно, «должна содержать»... **137** человек (коней)?

Человек часто выбирает такие единицы измерения (в качестве главных), при которых важнейшие физические (технические) параметры выражаются именно числом 137 (или близким к нему числом):

Человеку часто *удобна* именно *сотая* часть физического эталона (*сантиметр*,...) – это «тень» **137**?

Характерный (типичный для большинства) рост человека на планете немногим более **137** см.

Возраст людей-долгожителей на нашей планете устремляется к числу **137** лет?

На поверхности Земли *диапазон температур* близок к **137** градусам Цельсия (от min до max).

На высоте **137** км мы, условно говоря, попадаем в из атмосферы в космос (линия Кармана).

Минимальную высоту здания-небоскрёба (о которой спорят) следует признать равной... **137** метрам!

На планете характерная (и оптимальная?) высота бетонных плотин ГЭС – около **137** метров?

Человек проводит 2 минуты (без вреда себе) при 160 градусах Цельсия («норма» для бани – **137**?).

Жак Майоль без дыхательных аппаратов погружался на глубину 105 метров (предел – **137** м?).

Луиджи Кани достиг в свободном падении скорости – 154 м/с (при этом «норма» – **137** м/с?).

Скорость «обычных» моделей автомобиля не превысит отметки в **137** м/с (493 км/час)?

Калибр наиболее «популярных» (*оптимальных* по разным причинам) орудий близок к числу **137** мм?

Если читатель уверен, что всё выше сказанное про число 137 – это просто... *нумерология*, «*приятные за уши*» факты и т.п. вещи, то пусть такой читатель сам (на свой вкус) выберет любое число

и приведет два десятка (интересных) примеров «магии» *своего* числа. Разумеется, что при этом следует исключить прочие «магические» числа (помимо 137), о которых уже рассказано в моих текстах.

© А. В. Исаев, 2011

9. Теория струн и... мемуар Эйлера

Теория струн (суперструн) – это направление *математической физики*, изучающее (с начала 1970-х годов) динамику и взаимодействия так называемых *квантовых струн*. Мировой бестселлер (!) Грина Брайана, «Элегантная Вселенная. Суперструны, скрытые размерности и поиски окончательной теории» (М.: Едиториал УРСС, 2004 г.) позволяет обрисовать квантовые струны следующим образом (и проще этого уже не рассказать?). Представьте себе резиновый шнур исчезающей толщины, то есть имеющий только одно измерение – длину. Так, например, волосы на голове для нас также имеет «только» длину, а про толщину волоса (0,08 мм) мы даже не вспоминаем. Вот и физикам толщина струны «не нужна». Из одномерного резинового шнура образовано (свернуто в «бублик») кольцо невообразимо малого размера: диаметр такого кольца – порядка *планковской длины* (10^{-35} метра). Это – минимально возможный размер струны («диаметр бублика») и наиболее вероятный размер струн в мироздании (именно таких струн больше всего). Однако теория струн говорит, что диаметры иных колец могут быть больше планковской длины на несколько порядков (и даже в *и-триллион* раз больше? см. мои статьи про *и-триллион*, равный $7 \cdot 10^{11}$). Поскольку струны (размеры колец) чрезвычайно малы, то они выглядят для экспериментаторов как *точечные* частицы и не противоречат результатам экспериментов, поставленных в рамках других физических теорий (скажем, в рамках так называемой *Стандартной модели*). А теперь представьте, что выше описанный (бесконечно тонкий) резиновый шнур, свернутый в (крошечное) кольцо, *колеблется* (вибрирует), причем по окружности кольца укладывается всегда исключительно *целое количество* волн (**1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...** волн, что также дает мне основание верить в свою *виртуальную космологию*, рассматривающую ряд натуральных чисел как некое наипростейшее математическое «зеркало»... мироздания). Выше были описаны *замкнутые* струны («кольца»), именно о них мы и будем говорить в данной статье), однако существуют ещё *открытые* струны (как бы «палочки» со свободными концами), и для них справедливо почти всё, что было и ещё будет сказано нами о замкнутых струнах.

Струны – это новый (и *предельно* глубокий?) микроскопический уровень в известной *иерархии* материи, которую можно свести к следующему: в фундаменте мироздания лежат струны, которые «формируют» кварки и лептоны; из которых «склеены» протоны, нейтроны, электроны и прочие элементарные частицы; из которых состоят атомы; из которых составлены молекулы; из которых построено всё вещество (так, живые клетки построены из органических молекул, а из последних «сконструирован» и сам человек).

Бесконечно тонкая одномерная (имеющая только «длину») струна – это математическая идеализация. Но из чего на самом деле состоят струны? Обычно считают, что этот вопрос не имеет смысла, так как нет ничего более фундаментального, чем струна. Струна не имеет компонентов, более глубокой основы (хотя уже есть интригующие догадки о более глубоких уровнях структуры струны). «Материал» всего вещества и всех четырех фундаментальных взаимодействий (четырёх сил природы, в том числе и гравитации) в теории струн – одинаков, так как все струны абсолютно идентичны. А до теории струн считалось, что все фундаментальные частицы «отрезаны от разных кусков ткани»: для каждого из 6 «сортов» кварка – своя «ткань», для 6 «сортов» лептонов – своя и т. д. В теории струн совершенно иное объяснение того, что такое *элементарная частица* (любая, в том числе и фундаментальная: кварки, лептоны) – в теории струн «просто» каждая из разрешенных *мод колебаний* струны проявляется в виде... элементарной частицы (масса и заряды которой определяются конкретным видом колебания струны). Та же идея применима к фундаментальным взаимодействиям, а вернее, к частицам-«переносчикам» этих полей. Таким образом, согласно теории струн, всё вещество и все силы природы обязаны своим происхождением одной фундаментальной величине – колеблющейся струне, которая имеет резонансные частоты, то есть *всё в этом мире состоит из комбинаций вибрирующих волокон*. Микроструктура Вселенной – это сложно переплетенный, многомерный лабиринт, в котором струны

бесконечно закручиваются и вибрируют, ритмично отбивая законы космоса. То есть ВСЁ (в том числе все тайны жизни, мы с вами и наши мысли) – это своеобразный... «танец» струн. Представить такое непросто, но это, по моему мнению, интереснее любой фантастики (в том числе и всевозможных религиозных учений в части устройства мироздания).

Теория хаоса учит, что при увеличении сложности системы начинают действовать новые законы (закон перехода количества в новое качество). Так, понимание струнной природы электрона – это одно, а понимание, скажем, процессов грозового разряда (молнии) – совсем другое, но это не связано с работой *новых* физических законов. В объяснении молнии есть только чисто вычислительные проблемы, главное – это понять, как устроен фундамент мироздания, а всё остальное – «дело техники». Этот фундамент мироздания и пытается описать теория струн (а также, возможно, и моя *виртуальная космология*, но лишь в *малых* фрагментах фундамента и в предельно *упрощенной*, «иносказательной» форме).

Масса любой фундаментальной частицы (её «сорт», тип) определяется *энергией* колебания струны: струны тяжелых частиц совершают более интенсивные колебания, струны легких частиц колеблются менее интенсивно. Чем больше амплитуда и чем короче длина волны, тем больше энергия, причем энергия колебания струн может иметь только *дискретные значения* (и снова возникает «тьень» натурального ряда 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... и моей *виртуальной космологии*). Но наиболее типичные колебания струны соответствуют частице, масса которой равна *планковской массе* (0,000.000.001 кг – это масса пылинки, что для микромира является гигантской массой). То есть сравнительно легкие элементарные частицы образуются, словно из тумана, расстилающего над ревущим океаном высокоэнергетических струн. Существует бесконечное число мод колебаний струны, то есть *количество различных «сортов» элементарных частиц – бесконечно*.

«Теория всего» – так можно назвать теорию струн, ибо все события во Вселенной являются отражением одного великого физического принципа. И это – не конец науки, а её начало; прочный фундамент (основание, точка опоры) для строительства нашего понимания мироздания. Теория струн – мощная парадигма (совокупность) понятий о *пространстве-времени*, возможно, выводящая нас на финишную прямую; она впервые дает *изящные* ответы на самые фундаментальные вопросы. Однако, несмотря на математическую строгость и целостность теории, пока не найдены варианты *экспериментального* подтверждения теории струн, теория оказалась в «экспериментальном вакууме». Но развитие теории струн продолжается, и есть надежда, что недостающие элементы струнных теорий и соответствующие феномены будут найдены в ближайшем будущем, в том числе в результате экспериментов на суперколлайдере LHC – Большом адронном коллайдере (БАК) под Женевой.

А теперь мы слегка «коснемся» только одной единственной формулы из теории струн. Известный популяризатор теоретической физики, американский учёный Митио Каку (р. 1947 г.) ещё в 1988 году написал книгу о теории струн, которая в 1999 году была издана и на русском языке (М. Каку, Введение в теорию суперструн. М.: «Мир», 624 стр.) тиражом 3000 экз. В указанной книге на стр. 614 (в Приложении данной книги в параграфе под названием «Словарик терминов») есть такой абзац (правда, формулу я здесь привожу в моих обозначениях, курсив также мой): «**Функция распределения** имеет вид

$$F(x) = [(1 - x^1)(1 - x^2)(1 - x^3)(1 - x^4)(1 - x^5)...(1 - x^n)...]^{(-D)}. \quad (1)$$

При $D = 1$ коэффициент при x^n дает распределение, отвечающее целому числу n . **Эта функция не только определяет число состояний струнной модели на уровне n , но также управляет расходимостью однопетлевой амплитуды.**» По-своему поясню, приведенный текст: в теории струн *функция распределения* $F(x)$ – это произведение бесконечного количества членов вида $(1 - x^n)^{(-D)}$, где $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$, (до бесконечности). Причем при $D = 1$ каждый член этого произведения принимает вид $1/(1 - x^n)$, а сама функция распределения определяет некие важнейшие параметры квантовой струны. Итак, в части «струнного» смысла формулы (1), нам достаточно уяснить, что функция распределения (указанное произведение) определяет, скажем, самую глубинную структуру мироздания (с математических позиций теории струн).

Так вот, в связи с формулой (1) я вспомнил следующее бесконечное произведение (о нем писал в своих книгах):

$$P = (1 - x^1)(1 - x^2)(1 - x^3)(1 - x^4)(1 - x^5)...(1 - x^n)..., \quad (2)$$

где аргумент x рассматривается на интервале от 0 до 1, а $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$, (до бесконечности). Впервые данное произведение изучил Леонард Эйлер (1707–1783) – один из величайших математиков, автор более чем 800 научных работ (и такой «плодовитости» никто из математиков не достиг, даже без учета фундаментальной важности многих работ Эйлера). В одном из своих мемуаров Эйлер впервые

указал на то, что произведение (2) равно следующей бесконечной сумме (S) (где аргумент x из того же интервала, что и в произведении Π):

$$S = 1 - x^1 + x^2 - x^5 + x^7 - x^{12} + x^{15} - x^{22} + x^{26} - x^{35} + x^{40} + \dots \quad (3)$$

Более того, исходя из заявленного равенства $\Pi = S$, Эйлер написал удивительный мемуар, который назвал «Открытие наиболее необычайного закона чисел, относящегося к суммам их делителей». Как видно из названия мемуара найденный закон поразил даже самого Эйлера. Ниже я опишу этот закон, но перед этим введу нехитрое обозначение: пусть $b(N)$ – это сумма всех целых делителей натурального числа N . Например, у числа $N = 21$ есть всего четыре целых делителя: 1, 3, 7, 21, поэтому получаем $b(21) = 1 + 3 + 7 + 21 = 32$, а в рамках *виртуальной космологии* (моей игры-теории) мы также будем говорить, что *богатство* числа $N = 21$ равно 32, то есть $b(21) = 32$. Очевидно, что у всякого натурального числа N есть *богатство – это сумма всех целых делителей числа N* , богатство – это один из многих параметров всякого натурального числа N .

Ну а теперь напишу «наиболее необычайный закон чисел» на строгом языке математически:

$$b(N) = b(N-1) + b(N-2) - b(N-5) - b(N-7) + b(N-12) + b(N-15) - b(N-22) - b(N-26) + b(N-35) + b(N-40) - b(N-51) - b(N-57) + b(N-70) + b(N-77) - b(N-92) - b(N-100) + \dots, \quad (4)$$

или в короткой записи (в терминах и обозначениях виртуальной космологии):

$$b(N) = \sum [Z * b(N - E)], \quad (5)$$

где $Z = +1$ или $Z = -1$ и знак у «переключателя» Z (плюс или минус) попарно чередуется (и вплоть до бесконечности);

$E = 1, 2, 5, 7, 12, 15, 22, 26, 35, 40, 51, 57, 70, 77, 92, \dots$ – *ряд Эйлера* (Euler), который легко «расшифровывается», если обратить внимание на разности чисел в нём: **1, 3, 2, 5, 3, 7, 4, 9, 5, 11, 6, 13, 7, 15, 8, ...**, то есть все натуральные числа **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ...** и все нечетные числа **3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, ...** чередуются между собой.

В формулах (4) и (5) для конкретного натурального числа N необходимо брать те слагаемые, у которых разность $(N - E)$ под знаком «б» положительна («отсекая» все отрицательные разности). Причем, вместо выражения $b(0)$ необходимо подставить... само число N , то есть *богатство нуля – далеко не нуль* (и разве это не повод удивиться!?). Таким образом, закон Эйлера (4) говорит о том, что богатство любого натурального числа N равно сумме богатств предшествующих чисел, взятых по определенному правилу.

Для примера найдем богатство числа $N = 15$ с помощью закона Эйлера:

$$b(15) = b(15-1) + b(15-2) - b(15-5) - b(15-7) + b(15-12) + b(15-15) = b(14) + b(13) - b(10) - b(8) + b(3) + b(0) = 24 + 14 - 18 - 15 + 4 + 15 = 24.$$

Разумеется, чтобы вычислить $b(14)$, нам необходимо было вычислить $b(13)$, а перед этим – $b(12)$, $b(11)$, $b(10)$ и т. д. вплоть до $b(1) = 1$. Таким образом, здесь мы имеем дело с *рекуррентной* последовательностью, где каждое слагаемое определяется по неизменному правилу исходя из предыдущего слагаемого. И если бы закон Эйлера оказался единственной возможностью для нахождения богатства натуральных чисел (к счастью есть ещё, например, формула Джона Валлиса), то для определения богатства конкретного числа N нам бы пришлось найти богатство всех предшествующих $(N - 1)$ чисел, начиная с единицы. Очевидно, что закон Эйлера дает далеко не лучший практический способ определения богатства числа. Прелесть данного закона в «механизме» его вывода (где «угадывается рука» настоящего гения) и в интересных следствиях из него. Например, вызывает восхищение сам факт существования бесконечного ряда чисел E , которые «увязывают» (словно единым шнурком) богатство любого числа N с богатством всех предшествующих чисел (что приводит нас к аналогии с явлением «бутстрапа» из физики). Однако сам Эйлер, вероятно, недооценил важность открытого им закона (по причине отсутствия в его эпоху *теории струн?*), поскольку Эйлер писал: «...мы не чувствуем никакой разумной связи между структурой моей формулы [4] и природой делителей, с суммой которых мы имеем здесь дело. Последовательность чисел 1, 2, 5, 7, 12, 15, ... [то есть ряд чисел E], казалось бы, не имеет к рассматриваемому вопросу никакого отношения. Более того, поскольку закон этих чисел «прерывист» и они фактически являются смесью двух последовательностей с правильным законом: 1, 5, 12, 22, 35, 51, ... и 2, 7, 15, 26, 40, 57, ..., мы не могли ожидать, что такая неправильность может встретиться в Анализе» [в математическом анализе]. Последние слова Эйлера (про «смесь») можно

пояснить так: если ввести обозначение $m = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ в качестве порядковых номеров числа E (в ряду Эйлера), то при нечетных $m = 1, 3, 5, 7, \dots$ и четных $m = 2, 4, 6, 8, \dots$ соответственно имеем:

$$E = (3/8)*m^2 + (1/2)*m + (1/8) \quad \text{и} \quad E = (3/8)*m^2 + (1/4)*m, \quad (6)$$

то есть при росте номера m формулы (6) «генерируют» две последовательности чисел, а ряд E является их чередующейся «смесью».

Указанный мемуар Эйлера с его изящным выводом закона (4); а также удобная на практике формула Джона Валлиса (1616–1703 гг.) для вычисления богатства любого натурального числа N (если известно его каноническое разложение); а также закономерности распределения богатства в ряду всех натуральных чисел и т.п. – все это более подробно изложено в моих книгах («Леонард Эйлер и космология чисел», «Зеркало» Вселенной»). А в данной короткой статье я просто хотел обратить внимание читателя на тот факт, что функция распределения $F(x)$ из (физической) *теории струн* похожа на произведение Π , которое приводит Эйлера к «наиболее необычному закону» в мире натуральных чисел. Лично для меня это факт является очередным аргументом, подтверждающим, что главная «миссия» натуральных чисел (общеизвестной *теории чисел*) – это далеко не только... *криптография* (нумерологию и т.п. «учения» здесь даже неуместно упоминать). **Вполне может оказаться, что мир натуральных чисел, действительно, скрывает в себе самые фундаментальные основы мироздания (возможно, в некотором «зашифрованном», «иносказательном» виде).** И в любом случае виртуальный мир чисел дает богатейшую пищу для самых глубоких размышлений не только математикам, но и физикам, и философам (последнее «предчувствовал», например, Пифагор ещё 2500 лет назад), и даже, если хотите,... экономистам, политологам, политикам и прочим специалистам по самой, что ни на есть реальной жизни. Однако это долгий разговор, который (в самом лучшем случае) вызовет только ироническую улыбку неподготовленного человека...

© А. В. Исаев, 2011

10. Параметр «ВРЕМЯ» и его тайны

Одна из наиболее непостижимых загадок физики состоит в том, что элементарное восприятие человеком времени как потока, непрерывной смены событий (или как перемещения момента “теперь”) – не имеет места в *физическом* описании объективного мира. То есть в ходе развития *теоретической физики* никогда не возникала необходимость вводить текущее, подвижное время; никогда не было физических опытов, которые позволили бы установить течение времени. Эти утверждения, а также почти всё, что будет сказано ниже о *времени, энтропии, действии* (вплоть до *геохронологической шкалы*) – это не мои измышления, а всего лишь *пересказ* того, что я узнал из замечательных научно-популярных книг ученых с мировым именем (например, из книги Роджера Пенроуза «Новый ум короля...», Москва, Едиториал УРСС, 2004 год).

Итак, физика делает различия только между прошлым и будущим, но наш ум помимо прошлого (которое мы вспоминаем) и будущего (которое мы планируем), различает еще и *настоящее* (когда мы действуем, момент “доступа” к Вселенной). Более того, всеобщего “теперь” не существует, есть только сугубо индивидуальное – “здесь и теперь” (у каждого человека свое). “Существует” только настоящее. Все время происходит некое непрерывное умственное творение – мир в каждое мгновение обновляется. Взаимосвязь этих последовательных миров создает впечатление, что один “превращается” или “переходит” в другой, “последующий”. *Субъективно течение времени ускоряется, когда человек занимается чем-то доставляющим ему удовольствие, и замедляется в противном случае.* Обусловлено ли это недостатками самой физики, которая игнорирует сознательное “я” во Вселенной, или же течение времени представляет собой психологическую иллюзию, совершенно не ясно. Гипотезы о времени, касаясь таких вопросов, как свобода воли и смерть, глубоко затрагивают философские проблемы и парадоксы. Взаимодействие физического мира ученого и метафизического мира нашего “я” приводит к некоторым странным и весьма сложным противоречиям.

Весьма необычную идею о понятии “ряда” времени выдвинул Дж. У. Данн. Исходя из соображения, что движущееся время может иметь смысл, если его измерять относительно другого времени (в смысле вопроса: с какой скоростью течет время?), Данн предложил ввести бесконечный ряд времен-

ных измерений, каждое из которых “течет” с точки зрения последующего. В поддержку своего необычайного предложения Данн приводил примеры явно предсказательного характера, связанные с состоянием сна. У физиков эта идея не получила всеобщего признания, впрочем, последние всегда проявляют большую осторожность в отрицании реальности движущегося настоящего. В любом случае, если только явление движущегося “теперь” не будет полностью дискредитировано физиками, придется признать, что *мы (и наши физики) чего-то не понимаем в отношении времени и нашего разума*.

В самом элементарном представлении время – это однонаправленное действие, в котором имеет место различие между прошлым и будущим. Симметричные во времени процессы (периодические и прочие) – это те, которые мы без всякого удивления можем наблюдать протекающими в обратном порядке. Так, например, если “запустить” комету вокруг Солнца вдоль той же траектории в обратном направлении, то она пройдет точно по ней в полном согласии с законами физики. *Асимметричные процессы* характеризуются тем, что они не могут протекать в обратном порядке (например, сгоревшая спичка никогда сама по себе не превратится в целую). Именно поэтому *время, всегда текущее из прошлого в будущее, – асимметрично*, но объяснение этому следует искать не в структуре самого времени, а в структуре Вселенной, которая и обуславливает асимметричные последовательности событий при неизменном порядке времени.

Множество однонаправленных изменений по своей природе диссипативны, всевозможные возмущения имеют тенденцию распространяться во все стороны и затухать. Например, теплота покидает горячие тела и передается холодным; газы диффундируют, растворяясь в воздухе; возмущения воды в пруду волнами распространяются вокруг и исчезают; ветер теряет свою энергию; теплота и свет распространяются от Солнца в окружающее космическое пространство и т. д. Таким образом, *любому макроскопическому процессу свойственна асимметричность во времени*. Замечателен тот факт, что сущность большинства подобных изменений можно в общем и целом понять, опираясь всего лишь на один конкретный раздел физики – *термодинамику* (исключение составляют волновые процессы, где асимметрия не обладает непосредственно термодинамической природой).

В термодинамике существует величина, называемая *энтропией*, физическое толкование которой – мера беспорядка системы. Если система имеет четко выраженную структуру и в ней царит порядок, то ее энтропия мала (сам человек – это система с пренебрежительно малой энтропией). Напротив, системы с высокой энтропией беспорядочны и хаотичны. Энтропию можно также связать с информацией: *когда энтропия растет, информация утрачивается* (если беспорядочно перемешать все буквы на данной странице, то информация, полученная читателем, устремляется к нулю). Второе начало термодинамики гласит, что *энтропия Вселенной не может уменьшаться*, то есть *порядок всегда стремится уступить место беспорядку*. Этот принцип хорошо знаком нам из повседневной практики: *много труднее добиться высокой степени порядка, чем разрушить его*.

Моё небольшое «лирическое отступление» (сугубо моё мнение, которое... жутко раздражает гуманитариев!).

Поскольку сама Природа даже не догадывается о *раздельном* существовании в умах людей (вплоть до антагонизма!) *естественных* наук и *социальных* (гуманитарных) наук, то мы вправе применить законы физики к жизни... социума (ведь на самом деле окружающий нас мир – это *единое целое*, а наш мозг работает по законам физики!). Вот пример того, как физика «объясняет» жизнь социума. В СССР за 20 послевоенных лет (после 1945 г.) был построен некий социалистический «порядок» (с относительно низкой «энтропией»), без которого были бы невозможны вполне очевидные достижения социализма: в части социальных гарантий (каждому рядовому человеку), в науке и технике (вплоть до выхода в космос!), и т.д. Однако затем «перестройка» и «рыночные реформы» *легко* разрушили существовавший «порядок» (как говорится: «ломать – не строить!»). А за последующие 20 лет наш народ (по крайней мере, свыше 60% населения) до сих пор так ничего и не получил взамен разрушенного «порядка» (в части социальных гарантий, материального благополучия и т.д.), кроме иллюзорной «демократии» и «свободы». Таким образом, бывший советский народ убедился «на собственной шкуре», что *много труднее добиться высокой степени порядка, чем разрушить его*. Впрочем, личное финансовое благополучие российской элиты уже давно более, чем «в порядке» – расслоение нашего населения по доходам настолько колоссально, что Россия уступает в этом «достижении» лишь Бразилии и Мексике.

Однако вернемся к физике. Порядок уступает место беспорядку в силу статистического характера физических процессов. Так, непосредственное выражение закона возрастания энтропии на атомном уровне было получено Людвигом Больцманом (1844–1906) при рассмотрении поведения идеального газа в изолирующем ящике. Больцман выдвинул гипотезу о статистическом характере молекулярных столкновений (*постулат молекулярного хаоса*): движение молекул заранее не скоррелировано (не упорядочено), так как они “не знают” о предстоящем столкновении. Конечно, после столкновения характер движения уже зависит от того факта, что столкновение произошло. При хаотическом движении частицы вскоре утрачивают свою упорядоченную конфигурацию. Больцман строго математически показал, каково должно быть поведение газа в рассмотренной им модели. В ходе доказательства он ввел некую H -функцию и установил, что со временем функция H может только возрастать. Более глубокий анализ показал, что ее следует отождествить именно с *энтропией*. Подобным образом эволюционирует предоставленная самой себе система из произвольного начального состояния до состояния равновесия. Этот однонаправленный во времени процесс лежит в основе временной асимметрии физического мира.

Чем более упорядочено состояние системы, тем меньше разных возможностей выбора. Состояния с высокой степенью беспорядка (высокой энтропией) реализуются гораздо большим числом способов. Здесь можно провести аналогию с колодой карт, которую начинают беспорядочно тасовать, после чего шансы увидеть карты разложенными по старшинству мастей становятся безнадежно малыми. Таким образом, система, предоставленная самой себе из произвольного начального состояния, устремляется к состоянию, при котором царит наибольший беспорядок (энтропия максимальна) – просто это наиболее вероятная ситуация (об *энтропии* также можно прочитать в моей книге «Суперструны...»).

Итак, теорема Больцмана объясняет механизм перехода системы из состояния с низкой энтропией в равновесное (с высокой энтропией), однако, не объясняет, почему это всегда случается лишь в одном направлении во времени – из прошлого в будущее, то есть не объясняет асимметрию времени.

Строго говоря, *в принципе энтропия может убывать*, а хаотическое распределение молекул газа может самопроизвольно приобрести некоторую структуру, упорядочиться. Это следует из удивительной теоремы Ж. А. Пуанкаре (1854–1912), одно из следствий которой можно перефразировать так: ***все что может произойти в полностью изолированной системе, произойдет и притом бесконечное число раз!*** Например, сгоревшая спичка в принципе может сама по себе превратиться в целую (а умерший человек в принципе может... ожить!?). Правда, так называемый период возврата Пуанкаре по весьма заниженной оценке равен 10^N (то есть 10 в степени N , иначе говоря, число 10 надо умножить на самое себя N раз), где N – число частиц, из которых составлена данная система. Мир, окружающий человека, можно оценить как $N = 10^{26}$ атомов (это единица с 26 нулями!), а если взять все звезды, доступные современным оптическим телескопам, то количество атомов в них оценивается как $N = 10^{80}$, поэтому, хотя у Пуанкаре чудеса (как своего рода крупные флуктуации) возможны, но они более редки, чем мы в состоянии себе представить, на практике такие события крайне невероятны, а рост энтропии практически гарантирован.

И снова моё «лирическое отступление». Вывод из теоремы Пуанкаре (всё, что может произойти... – произойдет рано или поздно!) вполне применим и к жизни социума – это помогает нам (тем, кто согласится со мной), например, ясно осознавать ***неизбежность катастроф*** (как бы специалисты от них не страховались):

- *техногенных* (Чернобыльская АЭС, АПЛ «Курск», разрушение гигантских ГЭС, и т.п.);
- *политических* («перестройка» в СССР, события в Нью-Йорке 11 сентября 2001 г., и т.п.);
- *духовных* («черный квадрат» Малевича, оцененный в... 1 миллион \$, и т.п. «достижения»);
- *человеческих* (чудовищные преступления отдельных людей, и т. п.) и т.д.

Все катаклизмы в истории человечества и в судьбе каждого человека – это своего рода *флуктуации*, границы которых вполне просматриваются. Так, флуктуация человеческого разума происходит в следующем диапазоне: от гениального ума очень редких людей (таких ученых, как: Леонард Эйлер, Карл Гаусс, Пуанкаре, Лев Ландау и т.д.) до почти животного мышления у миллиарда (!) людей, страдающих в настоящее время от... голода (как по-Вашему – о чём и как могут думать эти люди?). Причем подобные флуктуации всегда были, есть и будут в обществе любой формации (при феодализме, при социализме, при капитализме, ...). Другое дело, что ныне *прибыльное* для (владельцев) СМИ «смакование» всякой гадости (в первую очередь по телевидению) – разрушает спасительное «табу» (систему

запретов) у большинства неокрепших душ, повышая вероятность «низких» поступков у конкретного человека. Кстати, неудачные попытки построения упорядоченных сверхсознательных обществ (скажем, коммунистического типа, у которых низкая «энтропия», и главные заповеди которых удивительно похожи на заповеди... Библии) можно объяснить довольно просто «по Больцману»: *общество, как всякая физическая система, устремляется к состоянию, при котором царит наибольший беспорядок*. Таким образом, построение капитализма (при котором «энтропия» максимальна) – это просто... наиболее вероятное развитие событий в человеческом обществе, так как оно подразумевает минимальные *духовные* затраты от индивидуума (при капитализме человеку часто достаточно почти животных инстинктов, а люди-роботы – это, вероятно, мечта всякого добропорядочного капиталиста).

Кроме упомянутой выше *энтропии* можно вспомнить ещё одну фундаментальную физическую величину, смысл которой будет понятен... буквально каждому человеку (даже бесконечно далекому от физики!). Речь идет о так называемом действии. *Действие* (S) – это величина, занимающая центральное положение в физике. Действие S представляет собой интеграл от *лагранжиана* L по пространству-времени (лагранжиан определяет собой все свойства физических полей, но суть сейчас не в этом...). Универсальная и ключевая роль действия S в физике обусловлена существованием *основного закона физики – принципа наименьшего действия*: для реальных процессов в природе величина действия экстремальна – вариации действия обращаются в нуль. Как сказал Энрико Ферми (1901–1954 гг., выдающийся итальянский физик, один из «отцов» квантовой физики): *«природа действует наиболее легкими и доступными путями»*. Таким образом, когда мы, скажем, не обходим вокруг (по асфальтовому тротуару) зеленый газон, а просто «срезаем» свой путь кратчайшим образом и протаптываем тропинку поперек газона, то мы всего лишь... «подчиняемся» основному закону физики (устремляя наше «действие» к минимуму)! В определенном смысле и построение пресловутого *капитализма*, всего лишь... «проще» (с точки зрения «действия» социума), чем построение *коммунизма* – вот мы и строим теперь капитализм (но даже это у россиян, увы, не получается...).

Ну а в части физики добавим, что основное величие действия S связано не с законами сохранения, а с тем, что в действии S заключена вся динамика взаимодействия полей и частиц. Фактически, построение *теории элементарных частиц* сводится к нахождению фундаментального лагранжиана, описывающего физический мир, и к решению вытекающих из него уравнений движения.

К обыденной жизни человека помимо законов физики в части *энтропии* и *действия* также применим и закон *Мэрфи*: *«Если какая-нибудь неприятность может случиться, то она случается»* (или, иначе говоря, *закон подлости*: «В условиях неопределенности наиболее вероятно – наименее желаемое»). И это не просто удачная шутка остроумного человека, поскольку математик Б. Волк (Монитоба, США) обнаружил разновидность удивительной аномалии. Она имеет отношение к так называемому времени ожидания и в длинной серии испытаний возможно следующее: *менее частое событие с большей вероятностью происходит раньше, чем более частое событие* (вероятность того, что менее вероятное событие происходит чаще более вероятного – больше 50%).

Итак, все основные уравнения физики *симметричны* во времени (например, если «запустить» комету вокруг Солнца вдоль той же траектории в обратном направлении, то она пройдет точно по ней в полном соответствии с законами физики). Вся классическая механика, вместе с U -частью *квантовой механики*, полностью обратима во времени, то есть в них будущее и прошлое совершенно равноправны. А вот такого понятия, как «сейчас» (*настоящее*, когда мы действуем, момент «доступа» к Вселенной), согласно *специальной теории относительности*, на самом деле вообще не существует (для каждого наблюдателя «сейчас» своё). Всё это противоречит нашим субъективным ощущениям потока времени (перемещениям момента «сейчас»).

Однако в R -части *квантовой механики* имеется физическая неэквивалентность обоих направлений времени [Пенроуз, стр. 311], и в принципе закон монотонного возрастания *энтропии* (см. выше) мог бы быть её макроскопическим выражением, но пока этот вопрос остается открытым. Возможно, что физической причиной возрастания энтропии и необратимости процессов во времени является неустойчивость динамических систем, однако при этом надо принять такую аксиому (Д.С. Чернавского): корреляции порядка «обратный гугол» ($1/10^{100}$, то есть единицу делим на 10 в степени 100) и выше между случайными величинами должны быть признаны отсутствующими, даже если они возникают в аналитических расчетах.

Удивительно низкая энтропия, которая вокруг нас (напоминаю, что сам человек – это система с пренебрежительно малой энтропией), составляет наиболее загадочную сторону *второго начала термодинамики* (ВНТ). Не менее удивительны начальные условия, которые могли привести к возникновению нашей Вселенной в результате *Большого взрыва*: объем той части *фазового пространства* [Пенроуз, стр. 169, 299] возможных вселенных, в котором возникает реальность, близкая к нашей, с «правильным» ВНТ, составляет всего $1/e^A$, где $A = 10^{123}$, то есть возникновение нашей Вселенной – это почти невероятное событие, и логично предположить, что просто физики до сих пор не знают чего-то очень существенного [Пенроуз, стр. 10].

Говоря о тайнах понятия «время», можно также вспомнить любопытную концепцию *скрытого времени* (П.В. Куракина). Суть её в том, что время, прошедшее в данной точке есть количество поглощенных квантов энергии в этой точке. Но тогда мы можем ввести в теорию набор переменных, которые не являются физически наблюдаемыми величинами, а входят только в математический аппарат теории. Эти переменные эволюционируют в так называемом «внутреннем времени теории», которое не тождественно физическому времени и является математическим понятием. При этом элементарные события (такие как поглощение фотона атомом) являются «точками сшивки» внутреннего времени и физического времени [Пенроуз, стр. 16].

Напомню также, что согласно *общей теории относительности*, чем сильнее поле тяготения, тем медленнее течет время. И если с тяготением (его связью со временем) Эйнштейн разобрался, то, как тогда объяснить некое *ускорение времени*, которое выявляется, скажем, при рассмотрении: – стадий эволюции человека (стадий *антропогенеза*) [см. книгу «Параллельные миры...»]; – эпох мировых цивилизаций на планете [см. «Параллельные миры...»]; – эонов в геохронологии («биографии» Земли).

Далее мы рассмотрим более подробно геохронологию и довольно неожиданным образом.

Геохронологическая шкала (см. также Википедию) – это геологическая временная шкала истории Земли, применяемая в геологии и палеонтологии, *своеобразный календарь* для промежутков времени в сотни тысяч, миллионы и миллиарды лет. Время в истории Земли было условно разделено (учеными) на различные временные интервалы по важнейшим событиям, которые тогда происходили. Геохронологическая шкала создавалась для определения относительного геологического возраста пород. Абсолютный возраст, измеряемый в годах, имеет для геологов второстепенное значение (но для нас в рамках *виртуальной космологии* это будет иметь первостепенное значение, см. ниже).

Время существования Земли разделено геологами на четыре главных интервала – *эона*: катархей, архей, протерозой, фанерозой. Пронумеруем эоны соответственно $\mathcal{E} = 1, 2, 3, 4$ и скажем несколько слов о каждом из них.

Катархей ($\mathcal{E} = 1$) начался около 4,5–4,6 млрд лет назад. Начало катархея связывают с формированием Земли (как планеты). На поверхности Земли не обнаружены горные породы или минералы, которые могли бы быть свидетелями образования планеты. Максимальный возраст Земли ограничивается возрастом самых ранних твёрдых образований в Солнечной системе – тугоплавких включений, богатых кальцием и алюминием (CAI) из углистых хондритов. Возраст CAI из метеорита Allende по результатам современных исследований U-Pb изотопным методом составляет 4568,5 млн. лет. На сегодня это лучшая оценка возраста Солнечной системы. Время формирования Земли как планеты может быть позже этой даты на миллионы и даже многие десятки миллионов лет (в рамках *виртуальной космологии* точные цифры пока не принципиальны, читателю важно понять сам ход моих рассуждений).

Возраст Вселенной оценивается как 13,75 млрд лет, таким образом, от момента зарождения Вселенной (от *Большого взрыва*) началу катархея соответствует следующее время $N = (13,75 - 4,5685) = 9,1815$ млрд лет.

Архей ($\mathcal{E} = 2$) начался около 4 млрд лет назад, то есть от зарождения Вселенной к этому моменту прошло около $N = (13,75 - 4) = 9,75$ млрд лет. Начало архея связывают с появлением на Земле примитивных *одноклеточных организмов*. Одноклеточные – это внесистематическая категория живых организмов, тело которых состоит из одной (в отличие от многоклеточных) клетки. К ней могут относиться как прокариоты, так и эукариоты.

Протерозой ($\mathcal{E} = 3$) начался около 2,5 млрд лет назад, то есть от зарождения Вселенной к этому моменту прошло около $N = (13,75 - 2,5) = 11,25$ млрд лет. Начало протерозоя связывают с так называемой *кислородной катастрофой* (кислородной революцией) – глобальным изменением состава атмосферы Земли, произошедшим в самом начале протерозоя. Результатом кислородной катастрофы стало

появление в составе атмосферы свободного кислорода и изменение общего характера атмосферы с восстановительного на окислительный. Предположение о кислородной катастрофе было сделано на основе изучения резкого изменения характера осадконакопления.

Фанерозой ($\mathcal{E} = 4$) начался 542 млн лет назад, то есть от зарождения Вселенной к этому моменту прошло около $N = (13,75 - 0,542) = 13,208$ млрд лет. Начало фанерозоя связывают с так называемым «кембрийским взрывом» – внезапным (в геологическом смысле) появлением в раннекембрийских отложениях окаменелостей представителей многих подразделений животного царства (множества видов моллюсков и других организмов), на фоне отсутствия их окаменелостей или окаменелостей их предков в докембрийских отложениях (время скрытой жизни, в нём существовали только мягкотелые организмы, не оставляющие следов в осадочных породах).

Итак, геохронология дает нам четыре эона ($\mathcal{E} = 1, 2, 3, 4$) и четыре значения на (гипотетической) глобальной временной шкале Вселенной: $N = 9,1815; 9,75; 11,25; 13,208$ (в млрд лет от Большого взрыва – момента зарождения Вселенной). По этим цифрам (даже в программе «Excel») можно легко построить следующую линию тренда (в виде экспоненциальной функции):

$$N = A \cdot \exp(B \cdot \mathcal{E}) \text{ или, иначе говоря, } \mathcal{E} = (1/B) \cdot \ln(N/A), \quad (1)$$

где коэффициент $A = 7$ (я его слегка округлил до целого числа, скорее, из-за моих чисто «эстетических» соображений – см. про «магию» числа 7;

коэффициент $B = 0,1587281$ (или $1/B = 6,3000817$), что дает нам значение $N = 13,208$ (млрд лет) при $\mathcal{E} = 4$. Правда, при этом катархею ($\mathcal{E} = 1$) по формуле (1) соответствует $N = 8,2$ (млрд лет), то есть время формирования Земли начинается на 1 млрд лет раньше общепризнанного (моя формула в целом и её коэффициенты A, B – явно требуют уточнения; впрочем, и сама геохронология – это также не догма?).

Сразу также отметим простую закономерность (свойство нашей формулы): **чем больше целочисленный номер эона (\mathcal{E}) – тем больше его продолжительность** (разность значений параметра N соседних эонов): 1,4; 1,6; 1,9; ... (в млрд лет, для $\mathcal{E} = 1, 2, 3, \dots$). И эту закономерность мы «отследим» до крайних значений, когда будем подставлять в формулу (1) самые разные значения аргумента \mathcal{E} : «влево» от $\mathcal{E} = 1$ (то есть $\mathcal{E} = 0, -1, -2, -3, \dots$ и «вправо» от $\mathcal{E} = 4$ (то есть $\mathcal{E} = 5, 6, 7, \dots$, см. ниже). При этом мы будем подразумевать (как и ученые геологи-палеонтологи для «своих» четырех эонов $\mathcal{E} = 1, 2, 3, 4$), что каким бы не был номер эона (\mathcal{E}) – события, происходящие в этом эоне (в этот отрезок времени во Вселенной), одинаково «важны» (!) в жизни Вселенной (ещё раз подчеркиваю, что это всего лишь гипотеза, которую, в принципе, можно допустить?). То есть, скажем, катархею ($\mathcal{E} = 1$) предшествовал некий «нулевой» эон ($\mathcal{E} = 0$), который начался при $N = 7$ млрд лет от зарождения Вселенной (об этом «говорит» наша формула) и этот «нулевой» эон имеет столь же «важное» значение для Вселенной, как и катархей (или архей, или протерозой, или фанерозой и т.д.).

Наша экспоненциальная формула $N = A \cdot \exp(B \cdot \mathcal{E})$ подразумевает, что существует «скрытая» система отсчета (шкала с аргументом \mathcal{E}), в которой глобальное время (параметр N) «течет» со всё возрастающей скоростью (то есть речь идет о некоем **ускорении времени N** относительно \mathcal{E}). Подобные экспоненциальные формулы (экспоненты) – это самые типичные формулы как для *виртуальной космологии*, так и для реального (физического) мира, который удивительным образом «отражается» в виртуальной космологии (в простейшем математическом «зеркале» мира чисел).

Ниже приведены результаты исследования формулы (1) на всей (глобальной) временной шкале Вселенной.

1). **Большому взрыву** (моменту зарождения Вселенной) может соответствовать эон $\mathcal{E} = -880$ [разумеется, что здесь и далее речь идет о *приближенных* равенствах (значениях аргумента \mathcal{E}), а знак «минус» не должен смущать читателя, ведь «математика» нашей формулы (1) его не запрещает!]. При $\mathcal{E} = -880$ мы получаем $N = 1$ *эви*, где *эви* – **элементарный временной интервал** или (просто второе название) **планковское время** – это минимально возможный миг времени, который только может существовать в природе (физики-теоретики часто оперируют понятием «планковское время»). Продолжительность самых первых эонов в жизни Вселенной также порядка *эви*, таким образом, в самые первые (предельно крохотные!) мгновения во Вселенной происходили события не менее «важные» (для дальнейшей судьбы Вселенной), чем, скажем, в катархее, который длился... 1,4 миллиарда лет!

Полезное замечание. Для пересчета величины N от «млрд лет» к *эви* (и обратно) достаточно иметь в виду следующие нехитрые соотношения:

1 млрд лет = 1 000 000 000 лет = 10^9 лет (число 10 в степени 9);

1 год = 60 (секунд)·60 (минут)·24 (часа или сутки)·365 (дней) = 31536000 секунд = $3 \cdot 10^7$;
1 *эви* = $5,4 \cdot 10^{-44}$ секунды [порядка 10 в степени «минус» 44 или, иначе говоря, $1/(10^{44})$];
1 год = $5,84 \cdot 10^{50}$ *эви*; 1 млрд лет = $5,84 \cdot 10^{59}$ *эви*, и т.д.

2). *Период инфляции* в жизни Вселенной – это когда возраст Вселенной был от 10^{-35} до 10^{-33} секунды. Этому периоду соответствуют эоны: от $\Theta = -760$ до $\Theta = -730$. Поясню также читателю, что здесь и далее датировку важнейших событий в жизни Вселенной (период инфляции и т.д.) я беру по книге Мэй Б., Мур П., Лингготт К. «**Большой взрыв: полная история Вселенной**», М.: Издательство «Ниола-Пресс», 2007 г. (таблица на стр. 184).

3). Образование легких элементов до бора (собственно «творение» Вселенной почти в библейском понимании) – от 1 до 3 первых минут в истории Вселенной. В части эонов это от $\Theta = -226$ до $\Theta = -219$ (продолжительность данного эона уже возросла до 30 секунд).

4). Рождение первых звезд – при возрасте Вселенной около $N = 200$ млн лет ($\Theta = -26$, продолжительность данного эона уже возросла до 37 млн лет).

5). Образование зрелых галактик (гигантских «островов» из триллионов звезд), квазаров и самых старых звезд в Млечном Пути (то есть в нашей «родной» Галактике) – при возрасте Вселенной около 3 млрд лет ($\Theta = -5$, продолжительность данного эона уже около 0,5 млрд лет).

6). Возраст Вселенной: $N = 7$ млрд лет ($\Theta = 0$, продолжительность «нулевого» эона около 1,2 млрд лет).

7). Появление *Homo sapiens* – при возрасте Вселенной $N = 13,6998$ млрд лет при этом $\Theta = 4,23032$. Заметим, что *нецелочисленное* значение аргумента Θ также не возбраняется нашей формулой (1).

8). *Сегодняшний день* – при возрасте Вселенной $N = 13,75$ млрд лет ($\Theta = 4,253366$).

9). Земля становится непригодной для жилья – при возрасте Вселенной около $N = 14,7$ млрд лет ($\Theta = 4,67427$). То есть на существование человечества на Земле отмерено «только» около 1 млрд лет. Вся история человечества на Земле (или даже шире – история существования *разума* во Вселенной?) укладывается только в... один эон?!

10). Превращение Солнца в красного гиганта (разрушение Земли): $N = 18,7$ млрд лет ($\Theta = 6,1906$).

11). Солнце становится белым карликом – при возрасте Вселенной около $N = 23,7$ млрд лет ($\Theta = 7,68338$).

12). Прекращение образования галактик и звезд – при возрасте Вселенной порядка $N = 10^{14}$ лет ($\Theta = 61$).

13). Распад 50% всех протонов – при возрасте Вселенной порядка $N = 10^{36}$ лет ($\Theta = 380$).

14). Отсутствие протонов, преобладание черных дыр – при возрасте Вселенной порядка $N = 10^{40}$ лет ($\Theta = 438$).

15). Распад черных дыр: $N = 10^{100}$ лет ($\Theta = 1308$, продолжительность эона порядка 10^{100} лет).

16). Фотонный век: достижение Вселенной состояния предельно низкой энергии (?): $N = 10^{150}$ лет ($\Theta = 2034$).

Как мы видим, время, отведенное для жизни человечества (зоны от $\Theta = 4$ до $\Theta = 5$), занимает самый *центр* глобальной шкалы времени (занимающей диапазон от $\Theta = -868$ до $\Theta = +868$, и всё это весьма условно). Вероятно, разум (интеллект) и должен занимать именно «центральное» место в логарифмической глобальной шкале времени нашей Вселенной (ибо разум – это «венец творения» природы?). Во всяком случае, лично я верю, что разумные существа (подобные человечеству) – это весьма распространенное явление во Вселенной (на экзопланетах), причем средний интеллект человечества всё ещё находится на примитивной стадии развития (наверняка, во Вселенной есть существа гораздо умнее нас; возможно, они умнее на несколько порядков!).

Если учесть, что даже *специальную теорию относительности* Эйнштейна в 1905 году многие физики поначалу сочли за... «бред» (что-то вроде этого), то у меня и подавно нет повода обижаться на подобную оценку моей «теории». Но всё-таки мне хочется верить, что моя «возня с цифирью» – это не просто занимательная игра (популяризирующая *теорию чисел* и *космологию*), а – нечто большее... Во всяком случае, мои ключевые идеи (рассмотрение натурального ряда как «потока» *планковских времен* и т.д.) могут «незаметно» проникнуть и в научную среду. Это, вероятно, может происходить подобно тому, как ещё осенью 2009 года в Википедии не было даже упоминания о *законе Бенфорда* (я же пишу о нём с 1982 года, причем с 2010 года и в Интернете), а теперь вот и в Википедии появилась отдельная статья... «Закон Бенфорда» (удивительно напоминающая текст из моей теории, но о самой теории – нет ни слова).

11. МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ ТИЛЬДА-ФУНКЦИИ МОЩНОГО НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА

Термин «богатство» в моих книгах и статьях ещё с 1997 года я трактую в самом широком смысле. Настолько широко – насколько богат и разнообразен окружающий нас мир: на нашей планете, в Солнечной системе, в нашей Галактике, во Вселенной. В качестве «богатства» могут выступать самые разнообразные физические характеристики реальных объектов, например, их размер, объём, масса (вес), и т.д.

Если дробить (в специальных мощных установках), скажем, горную породу, то мы получим следующее распределение камней по их размерам (по их «богатству»): подавляющее число камней будет из диапазона неких «средних» размеров (зависящих от технического устройства конкретной «дробилки»), а вот очень маленьких (совсем «бедных») камушков и очень больших (крайне «богатых») камней-глыб будет немного. Процесс дробления горной породы – это хороший пример *случайного* (*вероятностного*) процесса и это – самый распространенный процесс в природе. Образно говоря, это самый «любимый» процесс Творца-Создателя (или... *неодушевленного* Его Величества Случая – это кому как больше нравится), то есть это зависит от вашего мировоззрения в части «Главного Управляющего» нашей Вселенной (лично я склоняюсь к Его Величеству Случаю).

Сотни тысяч *астероидов* (каменных глыб размером от 30 м до... 909000 м) в Солнечной системе – это результат совершенно аналогичного (*случайного, вероятностного*) «дробления», но только уже природного и в космических масштабах. И результаты любых подобных дроблений (распределение камней по их размерам или массам, то есть по их «богатству») лучше всего описываются так называемым **логнормальным распределением** – это математический аппарат, придуманный учеными в рамках *теории вероятности* (раздел высшей математики). Более того, подавляющее большинство распределений всевозможных «богатств» (в широком смысле) на нашей планете, в Солнечной системе, в нашей Галактике, во всей Вселенной – это *логнормальные* (то есть *логарифмически нормальные*) *распределения* с самыми разными параметрами (характеристиками).

Следует заметить, что в природе также немало *нормальных* распределений (которые не требуют в своём названии добавление термина «логарифмические»). Примером *нормального* распределения является, скажем, распределение роста среди всех мужчин на планете. У мужчин шкала роста такова: от карликов (ниже 140 см) до гигантов (свыше 200 см), а средний рост мужчины на планете – 174 см – это рост среднестатистического мужчины, то есть рост, близкий к этому, встречается чаще всего. Если всю шкалу роста мужчин (скажем, от 50 до 300 см) условно разделить, допустим, на 100 *равных* (по длине в см) частей, то каждой из частей (которые мы пронумеруем: $X = 1, 2, 3, 4, \dots, 99, 100$) будет соответствовать своё количество мужчин Y (сто групп разных по количеству мужчин). На бумаге (или на компьютере) можно нарисовать график $Y = f(X)$, на котором каждому значению X (по горизонтальной оси графика) мы откладываем соответствующее значение Y (по вертикальной оси графика), то есть игрек (Y) является некой функцией (f) от икс (X). Так вот, построенный таким образом график $Y = f(X)$ будет иметь вид симметричного «колокола» (взгляните на рисунок в статье «Нормальное распределение» в Википедии). При этом вершину «колокола» формирует пара чисел X - Y , соответствующая наиболее распространенному росту (около 174 см); левая линия «колокола» спадает в область карликового роста (к 50 см), а правая – спадает в область гигантского роста (поскольку и карликов, и гигантов исчезающе мало в общей массе всех мужчин). Указанный «колокол» на графике (такая картинка) – это «визитная карточка» всякого *нормального* распределения, а вершина «колокола» (и его ось симметрии) указывает наиболее вероятное значение случайной величины. Подобных распределений в природе множество – это *норма* для природы, которой «управляет» Его Величество Случай. Ясно, что у каждого нормального распределения – будет свой «колокол» (своя «картинка»), свои параметры распределения – так называемые математическое ожидание (*матожидание*) и *дисперсия*. Более того, указанные параметры могут меняться со временем, например, раньше средний рост мужчин на планете был меньше 174 см.

Логнормальные распределения – это также *норма* для природы. По сути дела, это обычные *нормальные распределения*, но только рассматриваемые в *логарифмической* шкале. Ведь, скажем, размеры астероидов отличаются почти на пять порядков (здесь «гиганты» выше «карликов» в 30300 раз!), поэтому все астероиды просто *удобно* рассматривать именно в логарифмической шкале – это самая «демократическая» шкала, в которой *одинаково хорошо* видны и «карлики», и «среднячки», и «гиганты». Логнормальные распределения – это *естественный* закон *неодушевленной* природы, живущей по вероятностным законам Его Величества Случая. О логнормальном распределении можно почитать, скажем, в Википедии, но большинство читателей этим вряд ли заинтересуется, поскольку интерес (способность) людей к восприятию математики описывается всё тем же... логнормальным распределением: очень способных к математике людей (таких как Григорий Перельман) и полных профанов в математике – сравнительно немного в обществе, а подавляющему большинству (80%?) «нормальных» людей вполне достаточно и арифметики. Большинству людей красота математики (её строгой логики) чужда настолько, что они даже... не смогут дочитать данную статью до конца, хотя я в своих дальнейших рассуждениях не выйду за рамки средней школы.

Лично меня закон *распределения богатства* (ЗРБ), повторяю, в широком смысле этого слова, заинтересовал потому, что однажды я обнаружил ЗРБ в мире... *натуральных чисел* (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...). Причем сначала ЗРБ предстал передо мной в облике некой *тильда-функции* (или просто *тильды*, которую я сам «сконструировал» и придумал название «тильда-функция»). Однако вскоре я догадался, что моя тильда – это просто... «лакмусовая бумажка» общеизвестного... *логнормального распределения*. Можно также сказать, что моя тильда – это примитивный «заменитель» («суррогат») логнормального распределения, что позволят «исследовать» всевозможные ЗРБ даже неискушенным в математике людям – для этого достаточно, вообще говоря, школьных знаний.

Далее я попробую рассказать о своей тильде (о ЗРБ) по возможности простым языком.

Мир *натуральных чисел* – это бесконечный ряд целых положительных чисел $N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$. Ничего не может быть проще этих чисел, и это первая абстрактная (виртуальная) истина, которая открылась древнему человеку. Однако, как ни парадоксально это звучит, мир натуральных чисел имеет... *сложнейшую* "внутреннюю" структуру! "Устройство" этого мира изучает *теория чисел* – раздел высшей математики, который входит в университетский курс, причем входит лишь своими азами – настолько сложна теория чисел. Более того, законы мира чисел – это проявление наивысшей математической *гармонии*. Считается, что данный факт впервые осознал Пифагор (570-490 гг. до н. э.) – древнегреческий философ и математик, создатель религиозно-философской школы пифагорейцев. Пифагор учил, что в основе вещей лежит число: *познать мир – значит познать управляющие им числа*. Изучая числа, пифагорейцы разработали числовые отношения и нашли их во всех областях человеческой деятельности. Числа и пропорции изучались с тем, чтобы познать и описать душу человека, а познав, управлять процессом переселения душ с конечной целью отправить душу в некое высшее божественное состояние. Пифагору приписывают, например, такие высказывания: “Бог – это число”. “Самое мудрое – число”. “Числу же все подобно”. “Первообразы и первоначала не поддаются ясному изложению на словах, потому что их трудно уразуметь и трудно высказать, – оттого и приходится для ясности обучения прибегать к числам”. “Все происходит не из числа, но сообразно с числом, ибо в числе – первичная упорядоченность...”

Лично меня, инженера-механика (по вполне реальным «железкам»), виртуальный мир чисел увлек "случайно" (впрочем, в наших судьбах ничего не бывает случайного?). В 1997 году я осваивал возможности стандартной компьютерной программы Excel – строил разные графики, их линии тренда и т.д. А в качестве «рабочего материала» для своих графиков я брал... *наборы целых делителей* того или иного натурального числа N . Вот тогда я и совершил настоящее открытие (по крайней мере, для себя) – "вдруг" обнаружил, что распределение *целых делителей* у некоторых натуральных чисел (имеющих много делителей) очень напоминает распределение всевозможных богатств... в реальном (физическом) мире (и прекрасно объясняет, скажем, закон Бенфорда)!

Далее мы рассмотрим так называемую *тильда-функцию* (*тильду*), которая описывает распределение целых делителей у числа N (ну и распределение богатств в природе – в этом *практическая польза* тильда-функции). Разговор о тильда-функции мы начнем с основных понятий, придуманных в рамках моей так называемой *графической теории натуральных чисел* (ГТНЧ – с 1997 года), которую позже я значительно расширил и переименовал в *виртуальную космологию* (с 2008 года).

Тип числа N – это количество всех его целых делителей. Например, у числа $N = 20$ всего шесть делителей: 1, 2, 4, 5, 10, 20, поэтому его тип $T = 6$ (тип числа N я обычно обозначаю буквой T). Заметим, что математики иногда ноль (нуль) считают натуральным числом (в моей *виртуальной космологии* – это очевидный факт), а ноль делится на любое число (кроме ноля), поэтому первое натуральное число $N = 0$ имеет... бесконечно большой тип ($T =$ «бесконечности»). По законам математики «бесконечность» (как и ноль) делится на все натуральные числа $N = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ (это подтверждают и мои понятия «легкие делители» и «мощные числа», см. ниже), поэтому первое натуральное число $N = 0$, в некотором смысле, «смыкается» с... бесконечностью (то есть в мире чисел есть нешуточные проблемы, в том числе и философские)? Число $N = 1$ является единственным, *особым* числом, у которого тип равен единице ($T = 1$). Все остальные натуральные числа математики делят на простые и составные. У всякого *простого* числа $N = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, \dots$ только два целых делителя: 1 и само число N , поэтому тип простого числа равен двум ($T = 2$). Тип *составных чисел* может быть любым $T = 3, 4, 5, 6, 7, \dots$ (до бесконечности).

Простых чисел N – *бесконечно много*. Единицу ($N = 1$) математики иногда также считают простым числом, а в моей *виртуальной космологии* число $N = 1$ вообще символизирует что-то вроде *черной дыры* (из космологии), поскольку у единицы подразумевается... бесконечно большой порядковый номер в мире простых чисел (при этом единица «смыкается» с первым «обычным» простым числом $N = 2$).

Простые числа – это «кирпичики», из которых «строятся» (*факторизуются*) все натуральные числа. Например: $N = 261360 = (2*2*2*2)*(3*3*3)*5*(11*11) = 2^4*3^3*5^1*11^2$ – это так называемое *каноническое разложение* числа 261360, и никакое иное *перемножение* (других) *простых чисел* не даст нам числа 261360. В отличие от задачи *распознавания простоты* числа N (отвечающей на вопрос простое это число или нет), *факторизация* числа N (нахождение его канонического разложения) предположительно является *вычислительно сложной* задачей.

Зная каноническое разложение числа N , можно легко вычислить его тип (T) по красивой формуле, известной ещё древним математикам. Так, для нашего числа $N = 261360$ мы получаем $T = (4+1)*(3+1)*(1+1)*(2+1) = 120$, то есть мы перемножили все показатели степени (правда, увеличенные на единицу) в каноническом разложении числа N и получили... тип числа N – количество всех его целых делителей (хотя самих делителей мы даже... «в глаза не видели»!).

Красота и сила (мощь) *теории чисел* заключается, скажем, даже в том факте, что некое колоссальное число N мы не способны ни записать целиком (даже на компьютере), ни представить в своем воображении, однако его «внутреннюю» структуру (каноническое разложение) записать совсем несложно. Например: $N = 2^9 * 3^5 * 5^3 * 7^2 * 11^2 * 13 * 17 * 19 * 23 * 29 * 31 * 37 * 41 * 43 * 47 * 53 * 59 * 61 * 67 * 71 * 73 * 79 * 83 * 89 * 97 * 101 * 103 * 107 * 109 * 113 * 127 * 131 * 137 = 2\ 875\ 918\ 326\ 781\ 570\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 = 2,876*10^{60}$ – у данного числа N (обычный) компьютер способен показать только первые 15-ть значащих цифр, а вместо остальных значащих цифр – компьютер «пишет» нули (округляя число N). Как мы видим указанное число N «строится» с помощью первых 33 *простых чисел* (2, 3, 5, ..., 137), причём в данном случае *простые числа* идут подряд (без пропусков) и каждое из них возведено в соответствующую степень (9, 5, 3, 2, 2, 1, 1, 1, ..., 1). Если все эти степени увеличить на единицу и перемножить, то получим *количество целых делителей* у данного числа N (то есть получим *тип* числа N): $T = (9+1) * (5+1) * (3+1) * (2+1) * (2+1) * (1+1) * \dots * (1+1) = 579.820.584.960$, то есть указанное число N имеет свыше 579 миллиардов (свыше половины *триллиона*) целых делителей! По всей вероятности, приведенное число N является одним из *мощных чисел* в конце *Большого отрезка* (см. ниже).

Делители числа N – это такие целые числа (D), которые делят натуральное число N нацело (без остатка). В части *делителей* (D) очевидны следующие утверждения (*законы Пирамиды*):

- $D = 1$ делит любое число N (вероятность появления $D = 1$ в качестве делителя равна $1/1 = 1$);
 - $D = 2$ делит каждое 2-е число N , начиная с $N = 2$ (вероятность появления $D = 2$ равна $1/2 = 0,5$);
 - $D = 3$ делит каждое 3-е число N , начиная с $N = 3$ (вероятность появления $D = 3$ равна $1/3 = 0,333\dots$);
 - $D = 4$ делит каждое 4-е число N , начиная с $N = 4$ (вероятность появления $D = 4$ равна $1/4 = 0,25$);
 - $D = 5$ делит каждое 5-е число N , начиная с $N = 5$ (вероятность появления $D = 5$ равна $1/5 = 0,2$);
- и так далее *до бесконечности!*

Указанный закон Пирамиды как бы «цементирует» («раз и навсегда») набор делителей (D) любого (сколь угодно большого) натурального числа N . При этом изображение всех делителей (всех чисел N) в начале натурального ряда на листе в *клетку* напоминает пирамиду, в которой каждая клетка – это «камень» пирамиды (среди них есть «окрашенные камни» – это делители). То есть набор делителей любого конкретного числа N заранее *предсказуем*, он строго *запрограммирован*. Иначе говоря, мир натуральных чисел (в части их целых делителей) полностью *детерминирован*. И если у нас возникают проблемы с поиском делителей больших чисел N , то лишь сугубо вычислительного порядка – нам просто не хватает мощности компьютера. Однако в рамках своей теории я доказываю, что у больших чисел N (с большим количеством делителей) распределение делителей (D) лучше всего описывается... *логнормальными распределениями* [см. мою книгу "Зеркало" Вселенной"]. Однако логнормальные распределения придуманы учеными для описания... *случайных величин*, порожденных Его Величеством Случаем, а мир натуральных чисел, я повторяю, строго детерминирован, в нём *нет места случайности* (Его Величеству Случаю) – в этом кроется (лично для меня) некий парадокс (кто возьмется его объяснить?). Также добавлю, что в математике есть так называемая *вариационная статистика* – это исчисление характеристик *эмпирических распределений*, так вот, могут ли найденные мною факты (в части целых делителей натуральных чисел) являться неким... обоснованием указанного исчисления? (Эти вопросы я адресую в первую очередь профессиональным математикам и физикам).

Приведу *пояснения* для тех, кто захочет сам найти делители достаточно большого числа N , например, $N = 18.632.716.502.400$. Его мы назовем «*нашим*» числом, поскольку будем «работать» с ним в рамках данной статье (см. ниже). У нашего числа N всего $T = 12.288$ целых делителей, которые я нашёл в программе Excel, учитывая нехитрое правило: каждое из чисел $D = 1, 2, 3, 4, \dots$ является делителем нашего N , если выполняется равенство: $N/D - \text{ЦЕЛОЕ}(N/D) = 0$, где ЦЕЛОЕ – это общеизвестная функция "антье" (в обозначении программы Excel). Функция «антье» выделяет (оставляет) только целую часть отношения N/D , например, для отношения $7/2 = 3,5$ мы получим $\text{ЦЕЛОЕ}(7/2) = 3$, поэтому $7/2 - \text{ЦЕЛОЕ}(7/2) = 3,5 - 3 = 0,5$, значит, число 2 не является делителем числа $N = 7$.

Богатство числа N – это сумма всех его целых делителей. Указанную сумму мы будем обозначать символом S . Согласно моим исследованиям (см. на сайте «Самиздат» мою книгу «Леонард Эйлер...», стр. 46–50) *максимально возможное богатство* (S_{max}) у произвольного числа N определяется выражением:

$$S_{max} = 1,7724 * N * \ln \ln N, \quad (1)$$

где запись $\ln \ln N$, строго говоря, означает $\ln(\ln(N))$ – двойной *натуральный логарифм* числа N .

Например, максимально возможное богатство числа $N = 18.632.716.502.400$ будет равно: $S_{max} = 1,7724 * 18.632.716.502.400 * \ln(\ln(18.632.716.502.400)) = 112.933.094.181.497$, а реально мы получаем $S = 110.152.949.760.000$, что всего лишь на 2,5% меньше, чем S_{max} , найденное нами по формуле (1).

Лёгкие делители числа N – это делители, которые *копируют* начало натурального ряда *без пропусков*. Например, у нашего числа N есть 30 лёгких делителей (их я выделил жирным шрифтом): **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ..., 28, 29, 30**, 32, 33, 34, 35, 36, 38, Название «лёгкие делители» подчеркивает предельно возможную элементарность чисел 1, 2, 3... (начало натурального ряда – что может быть проще этого?). Чем больше число N – тем больше у него может быть (в принципе) лёгких делителей, при этом надо ясно понимать, что наличие лёгких делителей у произвольного числа N – это относительно редкое (и очень красивое!) свойство в мире чисел. Согласно моим исследованиям (см. на сайте «Самиздат» мою книгу «Зеркало «Вселенной», стр. 33–36) количество лёгких делителей (L) у числа N можно приблизительно оценить по следующей (предельно простой!) формуле:

$$L = \ln N, \quad (2)$$

то есть количество лёгких делителей (в первом приближении) равно логарифму натуральному от самого числа N . Для нашего числа: $L = \ln(N) = \ln(18.632.716.502.400) = 30,556$ (реально $L = 30$).

Сумма лёгких делителей (S_L) числа N определяется по общеизвестной формуле:

$$S_L = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + L = (1 + L) * L / 2. \quad (3)$$

Например, для нашего числа N получаем: $S_L = 1 + 2 + 3 + \dots + 30 = (1 + 30) * 30 / 2 = 465$, что составляет всего лишь 0,0000000004% от *богатства* числа N (от S – суммы всех его делителей, см. выше), то есть название «лёгкие делители» также в полной мере оправдано, если полагать, что каждый делитель (D) «весит» именно D условных единиц (или обладает частью «богатства» в D условных единиц).

Большой отрезок натурального ряда – это отрезок $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots, 10^{61})$, содержащий такое количество чисел – сколько **планковских времен** ($5,4 \cdot 10^{-44}$ секунды) содержится в возрасте нашей Вселенной [$13,75$ миллиардов лет $= (13,75 \cdot 10^9)$ лет $\cdot 365$ дней $\cdot 24$ часа $\cdot 60$ минут $\cdot 60$ секунд / $(5,4 \cdot 10^{-44}$ секунды) $= 8 \cdot 10^{60}$ планковских времен или (для грубых оценок) 10^{61} **элементарных временных интервалов** (эви) – это второе название *планковского времени*]. В рамках моей *виртуальной космологии* Большой отрезок символизирует (математически «отождествляет») структуру... *пространства-времени* нашей Вселенной (современной нам эпохи). Разумеется, что зрительно представить себе Большой отрезок натурального ряда невозможно, поскольку это находится далеко за пределами человеческого воображения. Тем не менее, совершенно очевидно, что столь колоссальный отрезок натурального ряда, мы вправе рассматривать «всего лишь» как... *лёгкие делители* некоего, скажем, *мультичисла* $M = e^B$ где $B = 10^{61}$; $e = 2,718\dots$ (число «е» – общеизвестная математическая константа). При этом весьма любопытно следующее: указанный факт *из мира чисел* напоминает *физическую гипотезу* о том, что наша колоссальная Вселенная – это, возможно, «всего лишь»... ничтожно малая часть Мультивселенной (гипотетическое множество всех возможных существующих параллельных вселенных, включая ту, в которой мы находимся).

Поскольку указанное выше мультичисло M имеет $L = 10^{61}$ *лёгких делителей*, то их сумма будет равна $S_L = (1+L) \cdot L/2 = (10^{61})^2/2 = 10^{122}$ (примерно) – так в рамках *виртуальной космологии* очередной раз возникает «тьма»... загадочного *космологического члена*, который равен $1/10^{122}$ эви (см. мою статью про космологический член – «Научная сенсация в конце XX века»).

Малые делители числа N . Если все делители любого числа N расположить по возрастанию, то, перебрав первую их половину (*малые делители*), мы обнаружим, что остальные (*большие делители*) равны частному от деления числа N на один из малых делителей. Так, у числа $N = 20$ есть три малых делителя – 1, 2, 4, и три больших делителя – 5, 10, 20, которые находим путем деления числа N на малые делители: $20/4 = 5$, $20/2 = 10$, $20/1 = 20$.

Таким образом, определение *типа* (T) числа N сводится к поиску его малых делителей, причем на отрезке $[1; N^{0,5}]$, то есть к поиску малых делителей среди первых натуральных чисел $(1, 2, 3, \dots)$, не превышающих числа $N^{0,5}$ (это число N , возведенное в степень $1/2 = 0,5$, иначе говоря, это *корень квадратный* из числа N). Ведь если число $N > 1$ и равно произведению двух натуральных чисел, то, по крайней мере, одно из них не больше, чем $N^{0,5}$ – это заметил ещё Леонардо Пизанский (1170–1250 гг.) – первый крупный математик средневековой Европы, наиболее известный под прозвищем Фибоначчи. Таким образом, можно сказать, что *малые делители* числа N – это «паспорт» с полной информацией о числе N .

Малые делители нашего числа N образуют следующий ряд: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ..., 30, 32, 33, 34, 35, 36, 38, ..., 4.308.820. Для нашего числа $(N)^{0,5} = 4.316.563$, что ненамного превосходит реальный последний малый делитель; сумма всех малых делителей составляет 0,004% от богатства числа N (от S – суммы всех его делителей, см. выше), то есть название «малые делители» вполне оправдано.

Тяжёлые делители числа N – это *большие делители*, которые вычисляются через *лёгкие делители* ($D_L = 1, 2, 3, \dots, L$) данного числа N по формуле $D_T = N/D_L$. Тяжёлые делители нашего числа N образуют следующий ряд (30 тяжелых делителей): $D_T = 621.090.550.080$; $642.507.465.600$; $665.454.160.800$; ...; $9.316.358.251.200$; $18.632.716.502.400$ (последний делитель – это, разумеется, всего само число N).

Сумма *тяжелых делителей* (S_T), очевидно, будет равна:

$$S_T = N/1 + N/2 + N/3 + \dots + N/L = N \cdot (C + \ln L), \quad (4)$$

где $C = 0,577215\dots$ – постоянная Эйлера-Маскерони (математическая константа), поскольку, как известно, сумма *гармонического ряда* $(1/1 + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/L)$ при больших L будет почти $C + \ln L$.

Например, сумма *тяжелых делителей* нашего числа N будет равна $S_T = 18.632.716.502.400 \cdot (0,577215 + \ln 30) = 74.128.630.037.149$. А реальное значение будет чуть больше: $S_T = 74.437.462.641.176$, что составляет почти 67,6% от богатства нашего числа N (от S – суммы всех его делителей, см. выше), то есть название «тяжелые делители» также в полной мере оправдано, ведь по своему количеству 30 тяжелых делителей это всего лишь 0,24% от количества всех делителей числа N (всего у него $T = 12.288$ делителей).

Из формул (1), (2), (4) мы получаем следующее отношение

$$S_T/S_{max} = N \cdot (C + \ln \ln N) / 1,7724 \cdot N \cdot \ln \ln N = 0,5642 \cdot (1 + C/\ln \ln N). \quad (5)$$

Для нашего числа N по формуле (5) мы получим отношение $St/Smax = 0,676$, то есть богатства 30-ти тяжелых делителей числа N (лишь 0,24% всех его делителей) в общем богатстве числа N , составляют 67,6% – это очень большая доля от общего богатства! Не правда ли, что полученные нами (в виртуальном мире чисел!) цифры – весьма напоминают распределения... реальных (физических) богатств в окружающем нас мире.

Параметры современной эпохи. В конце *Большого отрезка* (при $N = 8 \cdot 10^{60}$, то есть «в современную нам эпоху») по формуле (5) мы получим: $St/Smax = 0,5642 \cdot (1 + 0,577215 / \ln \ln(8 \cdot 10^{60}N)) = 0,630$, что очень близко к пресловутому «золотому сечению» (0,618). Подобным образом в рамках *виртуальной космологии* именно в конце *Большого отрезка* (символизирующего «наше время») я не один раз получал значения, близкие:

– к «золотому сечению» (аналогично рассмотренному отношению $St/Smax$ – это доля богатства всех тяжелых делителей числа N в общем богатстве числа N , ясно, что на бесконечности $St/Smax = 0,5642$);

– к «магическому» числу 7 (например, отношение $Smax/N = 1,7724 \cdot \ln \ln N = 8,76$ – см. мою статью «Магия» числа 7); ясно, что на бесконечности отношение $Smax/N$ будет бесконечно большим);

– к *постоянной тонкой структуре* (см. мои статьи «Проклятая тайна физики ("магия" числа 137)»).

Таким образом, если верить моей *виртуальной космологии*, то и «золотое сечение», и «магическое» число 7, и постоянная тонкой структуры (а также «ки-триллион», число 687430 – см. ниже, и т.п. параметры) – это всё некие математические «тени» *фундаментальных параметров пространства-времени* (нашей Вселенной) в современную нам эпоху (важнейшие математические параметры, характеризующие самый конец *Большого отрезка*). При этом надо ясно понимать, что «долгий путь» эволюционного, исторического, социального (и т.д.) развития человечества – это лишь *краткий миг* в истории Вселенной (и с точки зрения виртуальной космологии). В течение столь крохотного отрезка времени все указанные параметры Вселенной оставались практически неизменными, поэтому эти параметры человек воспринимает как некие фундаментальные константы (постоянные) и даже как некие... эталоны красоты и гармонии природы, а также объектов, сотворенных руками самого человека (в которых сплошь и рядом угадываются и «золотое сечение», и «магия» числа 7, и т.д.). Примерно через 5 млрд. лет (через $2,9 \cdot 10^{10}$ эви, см. в Википедии «Солнце», его жизненный цикл), когда человечество исчезнет с лица Земли и даже из нашей Галактики (это, увы, абсолютно неизбежно), указанные параметры станут другими – они неотвратимо существенно изменят своё числовое значение («до неузнаваемости» – если бы человек смог в этом убедиться воочию). Кстати говоря, эти изменения (даже самые мизерные по времени) позволяет предсказать *виртуальная космология*?

Мощное число N – это такое натуральное число, у которого больше всего целых делителей среди всех натуральных чисел из отрезка $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots, N$. Иначе говоря, мощное число N имеет максимально возможный тип (T) на отрезке $[1; N]$. Ряд мощных чисел бесконечен: $N = 2, 6, 12, 24, 48, 60, 120, 180, 240, 360, 720, 840, 1260, 1680, 2520, 5040, 7560, 10080, 15120, 20160, 25200, 27720, 45360, 50400, 55440, 83160, 110880, 166320, 221760, 277200, 332640, 498960, 554400, 665280, 720720$ (это 35-ое мощное число), ..., 106.858.629.141.264.000 (это, вероятно, 144-ое мощное число). Всего же я нашел 35-ть *достоверных* мощных чисел и ещё 109-ть «спорных» мощных чисел (я мог пропустить некоторые мощные числа). Наше число $N = 18.632.716.502.400$, имеющее $T = 12.288$ целых делителей, вероятно, является 105-м *мощным числом* (или близко к этому). То есть наше число N – это *первое* среди всех натуральных чисел имеет указанный тип, и только после нашего числа N будут встречаться другие натуральные числа, у которых также будет по $T = 12.288$ целых делителей (и чисел с таким типом T – также бесконечно много!). (*Мощные числа* позже я назвал *типомаксами*).

О том, как я находил *мощные числа* рассказано в моей книге «Параллельные миры II...» на стр.58–69. Кстати, в своих книгах и некоторых статьях мощные числа я также называл *верхними лидерами* (частых миров) или *предельными числами*. По моим оценкам на *Большом отрезке* насчитывается около 687430 (см. мою статью «Количество элементарных частиц...») мощных чисел N , разумеется, все они имеют разный тип (T), который возрастает от $Tmin = 1$ (у *особого* числа $N = 1$) и $T = 2$ (у первого «обычного» *простого* числа $N = 2$) до максимально возможного значения (у наибольшего *мощного* числа в конце *Большого отрезка*) $Tmax = 7 \cdot 10^{11}$. Важному параметру $Tmax$ я даже присвоил своё название – *и-триллион*, поскольку $Tmax$ почти равен триллиону ($1.000.000.000.000 = 10^{12}$). Проще

говоря, в пределах Большого отрезка нет натурального числа N , у которого количество целых делителей превысит *и-триллион* (см. мою статью «И-триллион и гибель цивилизации»).

Замечание в части OEIS. Ни в общеизвестной *теории чисел*, ни в весьма любопытной «Энциклопедии целочисленных последовательностей» (имеющей аббревиатуру OEIS) мне не удалось найти сведений о *мощных числах* (значит, в 1998 году я «увидел» их первым?). OEIS – это интернет-ресурс (специальный сайт), посвящённый целочисленным последовательностям. Автор и хранитель сайта – Нейл Слоан. На 2011 год сайт содержит более 100 тысяч последовательностей. 18-20 октября 2010 года на сайте OEIS некоторых моих последовательностей (в том числе указанных мощных чисел) ещё не было, поэтому я их туда отправил по Интернету (получив взамен номера: A166688, A166689, A166690, A166691, A166693, A1666721, A1666722). Однако далее всё это, похоже, осталось без видимого для меня результата? Кстати говоря, в рамках *виртуальной космологии* можно очень просто (и математически строго!) описать *бесконечно большое* количество целочисленных последовательностей, при этом сайт OEIS, вероятно, ... отчасти теряет свой смысл (пытаясь «объять необъятное»)?

«Конструкция» тильда-функции (тильды)

Даже работая в стандартной программе "Excel", нетрудно найти все 12288 целых делителей нашего мощного числа $N = 18.632.716.502.400$. Делители (D) нашего числа N образуют следующий ряд: $D = \dots, \mathbf{32, 33, 34, 35, 36, 38, \dots, 4.308.820}, 4.324.320, \dots, 564.627.772.800, 582.272.390.700, \dots$ (*малые делители* выделены жирным шрифтом). В этом ряду насчитывается 12.228 делителей с порядковыми номерами $n = 31, 32, 33, \dots, 12258$, то есть 30-ть *лёгких* и 30-ть *тяжелых* делителей мы далее не рассматриваем, так как с ними мы разобрались выше.

Указанные числовые значения D и n поместим на график $D = g(n)$ в программе Excel:

– по горизонтальной оси – отложим числовые значения порядковых номеров $n = 31, 32, 33, \dots, 12258$;
– по вертикальной оси – отложим числовые значения соответствующих делителей D , причем их мы будем откладывать в *логарифмической* шкале (то есть в виде натуральных логарифмов $\ln D$). При этом мы увидим функцию $\ln D = g(n)$, графически напоминающую общеизвестный символ – «тильду» (волнистую линию). Кстати, на клавиатуре любого компьютера есть клавиша с символом «тильды» (~), которая расположена под клавишей «ESC». Правда, на графике $\ln D = g(n)$ правый край «тильды» будет всегда заметно приподнят вверх.

В рамках *виртуальной космологии* (космологии чисел) я убедился, что указанную волнистую линию (то есть распределение реальных делителей D по возрастанию их номеров n), вообще говоря, можно относительно неплохо описать с помощью простой формулы, которую я назвал *тильда-функцией* (или просто *тильдой*):

$$Dt = St \cdot \exp\{-A \cdot [\ln(T/n)]^p\}, \quad (6)$$

по сути дела, формула (6) гласит: $Dt = f(n)$, то есть Dt – это тильда-функция (f) от аргумента n .

Подробно расшифрую «конструкцию» моей тильда-функции:

n – *порядковый номер* делителя, причем по формуле (6) мы будем «работать» только с *малыми делителями*, исключив из их состава *лёгкие делители* (с которыми всё ясно, см. выше); то есть, например, для нашего мощного числа N (с типом $T = 12288$) мы берем $n = 31, 32, 33, \dots, 6144$;

Dt – *тильда-делитель*, который, вообще говоря, отличается от реального делителя D , а указанное отличие характеризует так называемая *относительная погрешность* (ОП), которая вычисляется для каждого аргумента n по общеизвестной формуле: ОП = $(D - Dt)/Dt$. При этом удобно выражать числовое значение ОП в процентах (%). Ясно, что чем ближе к нулю ОП – тем точнее значение данного Dt (при данном n).

St – *тильда-богатство*, это единственный параметр, который мы будем произвольно менять (варьировать), «вгоняя в нуль» все относительные погрешности (ОП для каждого порядкового номера n , см. ниже);

$\exp\{X\}$ – *экспонента* (это e^X , то есть число $e = 2,718\dots$ в степени X);

A – *коэффициент* тильда-функции (для каждого N мы будем получать своё числовое значение A);

$\ln(T/n)$ – логарифм натуральный от аргумента, которым в тильда-функции является отношение T/n ;

T – *тип* числа N , то есть количество всех его целых делителей (в данном случае мы берём $T = 12288$);

p – *показатель степени* в тильда-функции (для каждого N мы получим своё числовое значение p).

Нахождение параметров p и A тильда-функции

Из самой тильда-функции (6) вытекает следующее утверждение: $y = A * x^p$ (читается так: y равен A умножить на x в степени p), где $y = \ln(St/Dt)$ и $x = \ln(T/n)$ – это некие «вспомогательные» комплексы, которые позволят нам вычислить неизвестные параметры (St, A, p) тильда-функции.

Замечание. Разумеется, сам я поначалу (в порядке хронологии своих изысканий) установил, что у мощных чисел N (с типом T) комплексы $y = \ln(St/D)$ и $x = \ln(T/n)$ связаны между собой *степенной функцией* $y = A * x^p$. Например, для нашего мощного числа $N = 18.632.716.502.400$ (с типом $T = 12288$) его *реальные* делители D с порядковыми номерами $n = 31, 32, 33, \dots, 12258$ (то есть без лёгких и тяжелых делителей) связаны функцией $y = 16,743 * x^{0,256}$ – эту степенную *линию тренда* компьютер (по вашему требованию) выдает на графике в программе Excel (при $St = 16.522.942.464.000$, взятом, скажем, «с потолка»). Данное замечание вы можете проверить сами (при этом вы ещё лучше «почувствуете» тильда-функцию).

Итак, $y = A * x^p$ (комплекс y является *степенной функцией* от комплекса x) и в этой степенной функции нам неизвестны *два* параметра: A и p . Эти два параметра легко вычислить, если нам будут известны *две* точки на графике $y = A * x^p$, то есть *две* пары значений: $(y1, x1)$ и $(y2, x2)$. В качестве таких пар мы можем, в принципе, взять любые две пары (две точки на степенном графике), например:
– последний *лёгкий* делитель ($n = \ln N$; $Dt = \ln N$) и первый *тяжелый* делитель ($n = T - \ln N$; $Dt = N/\ln N$);
– последний *малый* делитель ($n = T/2$; $Dt = N^{0,5}$) и первый *тяжелый* делитель ($n = T - \ln N$; $Dt = N/\ln N$);
– последний *лёгкий* делитель ($n = \ln N$; $Dt = \ln N$) и последний *малый* делитель ($n = T/2$; $Dt = N^{0,5}$);
и т.д. Повторяю, можно брать любые две точки («разумные» для конкретного числа N , то есть для конкретной задачи) – это замечание имеет ключевое значение для нахождения тильда-функций «*физических*» распределений (всевозможных «богатств» реального мира).

Ниже мы рассмотрим последний вариант из трех указанных выше. Именно этот вариант позволит нам получить у всех (в том числе и *больших*) тильда-делителей Dt *наименьшую* относительную погрешность (ОП), что является, очевидно, главным критерием в работе с тильда-функцией.

Первая пара: $y1 = \ln(St/\ln N)$ и $x1 = \ln(T/\ln N)$. Эту пару нам дает последний *лёгкий делитель* (см. выше): при $n = \ln N$ можно брать $Dt = \ln N$, что несущественно (с точки зрения построения тильды) отличается от *реального* последнего лёгкого делителя. Так, для нашего числа $N = 18.632.716.502.400$ мы получим $n = Dt = \ln N = 30,556 \dots$ (а на самом деле при $n = 30$ имеем $D = 30$).

Вторая пара: $y2 = \ln(St/N^{0,5})$ и $x2 = \ln[T/(T/2)] = \ln 2$. Эту пару нам дает последний *малый делитель* (см. выше): при $n = T/2$ можно брать $Dt = N^{0,5}$, что несущественно (с точки зрения построения тильды) отличается от *реального* последнего малого делителя. Так, для нашего числа $N = 18.632.716.502.400$ при $n = T/2 = 12288/2 = 6144$ мы получим $Dt = N^{0,5} = 4.316.563$ (а на самом деле $D = 4.308.820$).

Зная пары $(y1, x1)$ и $(y2, x2)$, мы вычисляем параметры тильда-функции (задача для школьника):

$$p = \ln(y1/y2)/\ln(x1/x2) = [\ln \ln(St/\ln N) - \ln \ln(St/N^{0,5})] / [\ln \ln(T/\ln N) - \ln \ln 2], \quad (7)$$

$$A = y2/x2^p = \ln(St/N^{0,5}) / (\ln 2)^p. \quad (8)$$

Тильда-богатство и относительная погрешность

Для мощного числа N (с типом T) в формулах (7) и (8) нам не известен только единственный параметр – *тильда-богатство* St . Поэтому мы начинаем подставлять (варьировать) разные значения St (начать можно, скажем, со значения $St = N$) и при этом каждый раз (при каждом новом значении St) мы смотрим на график (его несложно построить), на котором показаны *относительные погрешности* (ОП) *малых* тильда-делителей Dt (без *лёгких делителей*).

У нашего мощного числа $N = 18.632.716.502.400$ имеется $T = 12288$ всех делителей. Поэтому, работая с тильда-функцией (6), мы будем брать только *малые делители* (без *лёгких делителей*), то есть берем $n = 31, 32, 33, \dots, 6144$. Работая в программе Excel с *малыми* тильда-делителями Dt (без лёгких делителей), можно довольно быстро найти наилучшее значение тильда-богатства, скажем, $St = 5.022.974.509.056$. Его удобно было искать как некую долю от богатства S нашего числа N ; так, я остановился на значении $St = 0,0456 * S$, то есть тильда-богатство St составляет 4,56% от богатства S . При этом компьютер по формулам (7) и (8) мне выдал такие параметры тильды: $p = 0,28486 \dots$; $A = 15,50415 \dots$, а относительная погрешность (ОП) у *малых* тильда-делителей Dt , *вообще говоря*, не превысила 3%, то есть только у 60-ти значений Dt (из 6114 расчетных Dt) – ОП оказалась от 3% до 4%.

При этом для нашего мощного числа $N = 18.632.716.502.400$ (с типом $T = 12288$) тильда-функция (тильда) для *малых* делителей будет иметь вид:

$$Dt = 5022974509056 * \exp\{-15,5041 * [\ln(12288/n)]^{0,2849}\}, \quad (9)$$

где $n = 31, 32, 33, \dots, 6144$ (всего 6114 *малых* тильда-делителей).

Большие тильда-делители (кроме *тяжелых делителей*) нашего мощного числа N мы получаем путем деления числа N на соответствующий *малый* тильда-делитель Dt , найденный нами по формуле (9). При этом ОП у *больших* тильда-делителей Dt , вообще говоря, не превысит 3% (картина в части ОП будет аналогична выше описанной у *малых* тильда-делителей).

Сумма всех *расчетных* делителей (лёгких делителей, малых и больших тильда-делителей, тяжелых делителей) оказалась равной 110.063.939.694.231, то есть относительная погрешность определения *богатства* (S) нашего мощного числа N составила только 0,081%.

Выводы

Тильда-функция – это *простейший* математический «инструмент», который относительно неплохо описывает распределение целых делителей у *мощных* чисел N (а также у чисел N , только *похожих* на мощные числа – таких чисел в натуральном ряде очень много). Во всяком случае, можно смело утверждать, что существует огромный класс натуральных чисел N (скажем, *тильда-чисел*), делители которых неплохо описываются тильда-функциями.

Те читатели, которые поняли мою нехитрую методику построения тильда-функции для мощных чисел N , смогут без особого труда исследовать и даже *прогнозировать* (интерполировать, экстраполировать и т.д.) многочисленные реальные распределения всевозможных «богатств» в окружающем нас мире.

© А. В. Исаев, 2012

12. РЕШЕНИЕ 6-Й ПРОБЛЕМЫ ГИЛЬБЕРТА?

Давид Гильберт (1862 – 1943) – немецкий математик-универсал, внёсший значительный вклад в развитие многих областей математики. В 1910–1920-е годы (после смерти Анри Пуанкаре) Гильберт был признанным мировым лидером математиков. Для творчества Гильберта характерны уверенность в неограниченной силе человеческого разума, убеждение в *единстве математической науки* (хотя на первый взгляд некоторые области математики бесконечно далеки друг от друга), а также в *единстве математики и физики* (многие ошибочно полагают, что математика – не более чем инструмент в руках физика). В физике Гильберт был сторонником строгого аксиоматического подхода, и считал, что после аксиоматизации математики необходимо будет проделать эту процедуру с физикой. Наиболее известным вкладом Гильберта в физику является вывод уравнений Эйнштейна – основных уравнений *общей теории относительности*, проведённый им в ноябре 1915 года практически одновременно с Альбертом Эйнштейном (1879 – 1955). Фактически Гильберт первым получил правильные уравнения гравитационного поля общей теории относительности, хотя опубликовал их позже Эйнштейна. Кроме того, неоспоримо существенное влияние Гильберта на Эйнштейна в период их параллельной работы над выводом этих уравнений (оба находились в этот период в интенсивной переписке).

Известный немецкий математик Герман Вейль (1885 – 1955) так оценил роль Давида Гильберта в математике: «Наше поколение не выдвинуло ни одного математика, который мог бы сравниться с ним... Пытаясь разглядеть сквозь завесу времени, какое будущее нам уготовано, Гильберт поставил и рассмотрел *двадцать три нерешённые проблемы*, которые... действительно сыграли важную роль в развитии математики на протяжении последующих сорока с лишним лет. Любой математик, решивший одну из них, занимал почётное место в математическом сообществе.» Упомянутые Вейлем так называемые *проблемы Гильберта* – это список из 23 кардинальных проблем математики, представленный Давидом Гильбертом на II Международном Конгрессе математиков в Париже в 1900 году. Тогда эти проблемы не были решены, однако на данный момент (спустя свыше 100 лет) решены 16 проблем из 23, ещё две проблемы не решены никак, а три проблемы решены только для некоторых случаев. Про оставшиеся две проблемы Гильберта можно сказать следующее: одна сформулирована слишком расплывчато, чтобы понять, решена она или нет; другая, далёкая от решения, – проблема не

математическая, а... физическая. И эта физическая проблема (6-я проблема в списке Гильберта) сформулирована следующим образом: «*Математическое изложение аксиом физики*», причем эта формулировка расценивается учеными как «слишком расплывчатая». Возможно, указанную формулировку отчасти поясняют следующие слова Гильберта: «Мы видим, что не только наши представления о пространстве, времени и движении коренным образом меняются по теории [относительности] Эйнштейна, но я убежден также, что основные уравнения её дадут возможность проникнуть в самые сокровенные процессы, происходящие внутри атома и, что особенно важно, *станет осуществимым привести все физические постоянные к математическим константам*, а это, в свою очередь, показывает, что приближается принципиальная возможность сделать из физики науку такого рода, как геометрия».

Начиная с 1997 года, с помощью компьютера я начал «исследовать» мир *натуральных чисел* (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...; природу этих чисел изучает общеизвестная *теория чисел*) под необычным углом зрения, который также можно расценивать и как попытку... решения 6-й проблемы Гильберта. Мои основные труды (книги, статьи) опубликованы на портале "Техно-сообщество России" (<http://technic.itizdat.ru/>). Помимо всего прочего, в одной из моих книг («Зеркало «Вселенной», 2004 г., гл. 14), говорится о том, как я «обнаружил» (повторяю, в мире... натуральных чисел!) одну из самых загадочных физических величин – постоянную тонкой структуры. Ниже приводится предельно упрощенное описание указанного «открытия».

Постоянная тонкой структуры (ПТС) – это фундаментальная физическая постоянная, характеризующая силу электромагнитного взаимодействия, которое существует между частицами, обладающими электрическим зарядом. ПТС – *безразмерная* величина и в этом её отличие от всех прочих фундаментальных физических постоянных, имеющих свою размерность. Численное значение ПТС не зависит от выбранной системы единиц и в настоящее время рекомендуется использовать следующее значение: $P_{TC} = 0,007\ 297\ 352\ 569\ 8\ (24)$. Заметим, что отношение $1/137 = 0,007\ 299\dots$ дает величину, довольно близкую к численному значению ПТС, поэтому (скажем, для «красоты» повествования) зачастую речь ведут просто о числе 137, понимая под этим отношение $1/P_{TC}$. Почему ПТС является безразмерной величиной? Да хотя бы потому, что отношение $1/P_{TC}$ может быть определено, например, как отношение планковского заряда (Q) к элементарному электрическому заряду (E), то есть к заряду электрона:

$$1/P_{TC} = (Q/E)^2 = 137. \quad (1)$$

В формуле (1) отношение Q/E возводится в квадрат (во 2-ую степень), поэтому формула (1) говорит о том, что планковский заряд (Q) приблизительно в 11,7 раз больше, чем заряд электрона (E) (поскольку $11,7^2 = 137$, напоминая, что условно мы округляем результат до целого числа 137). Физическая *размерность* обоих зарядов (Q и E) – одинаковая (оба заряда выражаются в кулонах), поэтому у отношения Q/E размерность исчезает (сокращается) и отношение $1/P_{TC}$ предстает перед нами именно как *безразмерная* величина. Ричард Фейнман (1918 – 1988), выдающийся американский физик-теоретик, лауреат Нобелевской премии, один из «отцов» квантовой электродинамики (которая объясняет фундаментальные основы всего мироздания) однажды назвал ПТС – «одной из величайших проклятых тайн физики: магическое число, которое приходит к нам без какого-либо понимания его человеком». Этим словам Фейнмана нам остается просто поверить, поскольку приведенные выше (предельно краткие) сведения о ПТС – никак не раскрывают столь интригующего заявления (условно говоря, о «магии» числа 137).

Чтобы «обнаружить» ПТС в виртуальном мире чисел, необходимо сказать о *главной аксиоме физики*, математическим «изложением» которой (в терминах 6-й гипотезы Гильберта) является... натуральный ряд: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... (это уже моя *гипотеза* и не более того). Суть этой аксиомы в том, что главная структура мироздания – это *пространство-время*, а вовсе не вещество, тем более, *видимое* нами вещество, которое составляет только... 4% мироздания (остальные 96% «начинки» мироздания мы не видим и абсолютно не понимаем). То есть вещество – это не более, чем возмущение основной структуры (пространства-времени). Кроме того, пространство-время – *дискретно и расширяется*, поэтому именно ряд целых чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... (ряд, который также дискретен и «расширяется»: $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots$), возможно, и является математическим «изложением» главной аксиомы физики.

В своих теориях физики уже доказали, что при описании главной структуры мироздания нельзя обойтись без так называемых *планковских величин* [по имени немецкого физика Макса Планка (1858 –

число из *Большого отрезка* $[1; B]$ оказывается делителем числа B . При этом, вспоминая общеизвестную *теорию вероятности*, можно утверждать, что *наибольшая вероятность* (P_{\max}) указанного случайного события будет у натуральных чисел, лежащих в *центральной интервале* числа B , причем указанная вероятность будет, очевидно, равна $P_{\max} = K/T$. Но, с другой стороны, из теории вероятности известно, что всегда $P_{\max} = 1/(2*\pi*D)^{0,5}$. Таким образом, мы и приходим к формуле (2), в которой есть множитель $1/(2*\pi) = 1/(2*3,14) = 0,1591$. А тот удивительный факт, что в конце *Большого отрезка* дисперсия D *дорастает* (от нулевого значения у натуральных чисел, расположенных в начале *Большого отрезка*) именно до величины 137 (то есть до значения $1/ПТС$) – мною строго (аналитически) не доказан, однако проведенные исследования на компьютере показывают, что гипотеза $D = 137$ весьма правдоподобна.

Полученная мною (аналитически) формула (2) весьма напоминает формулу (1) из физики; напоминает настолько, что я всё-таки рискну записать парадоксальный вывод, «следующий» из совместного рассмотрения формул (1) и (2):

$$ПТС = 2*\pi*(K/T)^2, \quad (3)$$

где (просто напоминаю ещё раз):

T – количество всех целых делителей у *самого мощного числа* *Большого отрезка* (у числа B);

K – количество целых делителей в *центральной интервале* у *самого мощного числа* *Большого отрезка*.

Формула (3), по сути дела, утверждает, что $1/ПТС = D$, то есть **величина, обратная ПТС, выражает... дисперсию из мира натуральных чисел** (в указанном выше смысле для *Большого отрезка*). Этот мой вывод не более безумный, нежели другие попытки объяснения «сокровенного» смысла ПТС (например, см. в Википедии статью «Постоянная тонкой структуры», где есть любопытная глава под названием «Попытки рассчитать ПТС...»). **Более того, моя указанная гипотеза в части ПТС, возможно, является лишь одним из (многих!) доказательств главной моей гипотезы – математическая природа натуральных чисел (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...) является математическим «изложением» главной аксиомы физики** (в терминах 6-й гипотезы Гильберта).

© А. В. Исаев, 2012

13. БОЛЬШОЙ И МАЛЫЙ РАДИУСЫ ВСЕЛЕННОЙ

«Теория всего» – так можно назвать *теорию струн*, которая обещает нам универсальную теорию мироздания. Согласно этой теории физические свойства (любой) вселенной зависят лишь от *полной энергии* струны. В итоге физики-теоретики, фактически, приходят к удивительной гипотезе: **всякой (?) полной энергии струны можно поставить в соответствие ДВА равноправных (тождественных, эквивалентных) радиуса вселенной – большой радиус (R) и некий малый радиус**. Иначе говоря, нет никакого физического различия между геометрически различными состояниями вселенной: когда мы мысленно обращаем историю вселенной вспять, то сокращение её большого радиуса (R) ниже значения *планковской длины* физически эквивалентно... увеличению малого радиуса (равного $1/R$).

Если читателя интересует более точный *физический* смысл сказанного, то советую обратиться, например, к мировому бестселлеру (блестящей научно-популярной книге): Грин Брайан, «Элегантная Вселенная. Суперструны, скрытые размерности и поиски окончательной теории», М.: Едиториал УРСС, 2004 г. А если ещё конкретней, то в указанной книге прочитайте главу 10 (Квантовая геометрия), в которой рассказано о возможных радиусах вселенной. Здесь же, чуть ниже, мне хочется рассказать (предельно кратко) о том, как указанная физическая гипотеза находит свое неожиданное «отражение» в... виртуальном мире чисел, который, казалось бы, бесконечно далек от реального (физического) мироустройства.

Итак, в мире чисел есть так называемые *простые числа* (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...) – это числа, которые делятся (нацело) только на единицу и на самих себя. Подобно тому, как из атомов строится всё видимое вещество во Вселенной, так и из простых чисел строятся все натуральные числа, например: $261360 = (2*2*2*2)*(3*3*3)*5*(11*11) = (2^4)*(3^3)*5*(11^2)$ и никакой другой набор (произведение) простых чисел не даст нам натуральное число 261360. Как известно, мир чисел изучает *теория*

чисел, и одна из главных её теорем утверждает, что количество (K) простых чисел, не превосходящих числа R , устремляется к выражению (R , деленное на логарифм натурального числа R):

$$K = R/\ln R. \quad (1)$$

«Устремляется» в том смысле, что чем больше R , тем ближе параметр K будет к реальному количеству простых чисел, расположенных на числовой оси между нулем и числом R . В отношении предельной лаконичности формулы (1) уместно вспомнить древнюю латинскую поговорку: «*Simplex sigillum veri*» («Простота – это признак истинности»), а также слова Альберта Эйнштейна: «Наш опыт убеждает нас, что природа – это сочетание самых простых математических идей». Идей, добавлю от себя, лежащих в «фундаменте» мироздания, а уже вся прочая «архитектура» мироздания может быть чрезвычайно сложной; так, к слову сказать, и красивую в своём лаконизме формулу (1) математики смогли строго доказать только в конце XIX века (в 1896 году).

Анализируя формулу (1), нетрудно убедиться, что при $R = e = 2,718\dots$ (число « e » – это основание натуральных логарифмов) параметр K принимает минимально возможное значение: $K = e/\ln e = e = 2,718\dots$. В рамках своей *виртуальной космологии* я допускаю, что параметр K символизирует собой (в некотором смысле «отражает») полную энергию струны (в контексте теории струн); число R – символизирует (большой) радиус вселенной, а число « e » – символизирует *планковскую длину*. Формула (1) говорит нам о том, что если R растёт (двигаясь вправо от числа « e » к бесконечности) или уменьшается (двигаясь влево от числа « e » к единице) – параметр K будет расти (вплоть до бесконечности). Таким образом, любому параметру K (превосходящему значение $K = e = 2,718\dots$) в мире чисел можно поставить в соответствие, как минимум, два числа (названия которых придуманы мной): **обычное число** R (расположенное на числовой оси справа от числа « e ») и **протоцисло** Π (расположенное между единицей и числом $e = 2,718\dots$). Числа R и Π , которые после их подстановки в формулу (1) выдают одинаковый параметр K , мы будем называть **равномощными числами**.

Например, обычному числу R порядка 10 в 61 -й степени, будет равномощно протоцисло $1,00000000\dots0001$, у которого после запятой стоит 59 нулей. Образно говоря, справа от единицы «спрятана» неведомая нам вселенная из (бесконечного количества!) протоцисел, которая эквивалентна нашей Вселенной (из мира обычных чисел). И там, где останавливаются стрелки часов нашей Вселенной начинается отсчет времени (другой) вселенной (из протоцисел), которая «прикреплена» к нашей. Но что самое интересное, подобное утверждение формулируется и в теории струн! Из приведенного примера видно, насколько неудобно оперировать протоцислами – мы к *такой* математике явно не привыкли. Наша математика явно «не приспособлена» для работы в «захлопнутом» мире протоцисел, хотя последний, в принципе, ничем не хуже (!) мира обычных чисел.

При этом прелесть протоцисел Π заключается, скажем, в том, что мы легко отвечаем на следующий вопрос: какой числовой отрезок содержит $99,7\%$ всех протоцисел? Ясно, что отрезок длиной $(e - 1)$ содержит 100% всех протоцисел Π , и все они распределены *равномерно* на данном отрезке. Тогда отрезок длиной $(e - \Pi)$ будет содержать следующую долю (D) всех протоцисел: $D = (e - \Pi)/(e - 1)$. Затем, умножая D на 100% , мы получаем для каждого протоцисла Π – свой процент (свою долю D). Таким образом, нетрудно найти, что искомым $99,7\%$ отвечает протоцисло $\Pi = 1,00515$.

Возможно также, что понятие о протоцислах позволяет ответить и на загадочный вопрос: **почему природа отдаёт явное предпочтение именно малым числам?** Мой ответ на этот вопрос (помимо моего объяснения закона Бенфорда) так же добавляет следующее: подавляющее большинство *протоцисел* ($99,7\%$) равномощны («эквивалентны») именно *малым* обычным числам (от числа $e = 2,718$ до числа $R = 1420$), которые чаще всего фигурируют в *теоретической физике и математике*.

Даже из вышесказанного очевидно, что мир *протоцисел* во многом необычен, непривычен, неудобен для нас. Однако ещё большее загадок таит в себе мир *экзоцисел* (то есть совсем уже «внешних», «наружных», «чуждых» нам чисел) – так я назвал числа, заключенные между нулем и единицей. Все чудеса с экзоцислами возможны лишь потому, что на отрезке от 0 до 1 формула (1), принимающая вид $K = \mathcal{E}/\ln \mathcal{E}$ (где \mathcal{E} – любое экзоцисло), продолжает прекрасно работать! Правда, теперь все значения параметра K мы получаем со знаком «минус» (как это можно «расшифровать» с точки зрения теоретической физики?). И чем меньше экзоцисло \mathcal{E} (чем оно ближе к нулю) – тем меньше *модуль* (абсолютная величина) значения, которое выдает формула $K = \mathcal{E}/\ln \mathcal{E}$ (то есть без учета знака «минус» у K). Когда экзоцисло \mathcal{E} устремляется к единице (слева от неё), то параметр K устремляется к «минус» бесконечности.

Любому значению K можно поставить в соответствие два числа: *экзочисло* \mathcal{E} и *обычное число* R . Такие числа \mathcal{E} и R (на знак «минус» в случае экзочисел – закрываем глаза) мы также будем называть **равномощными числами**. Например, нетрудно убедиться, что *обычному* числу R порядка 10 в 61-й степени, будет равномощно *экзочисло* $\mathcal{E} = 0,99999999\dots999$, где после запятой – 60 девяток.

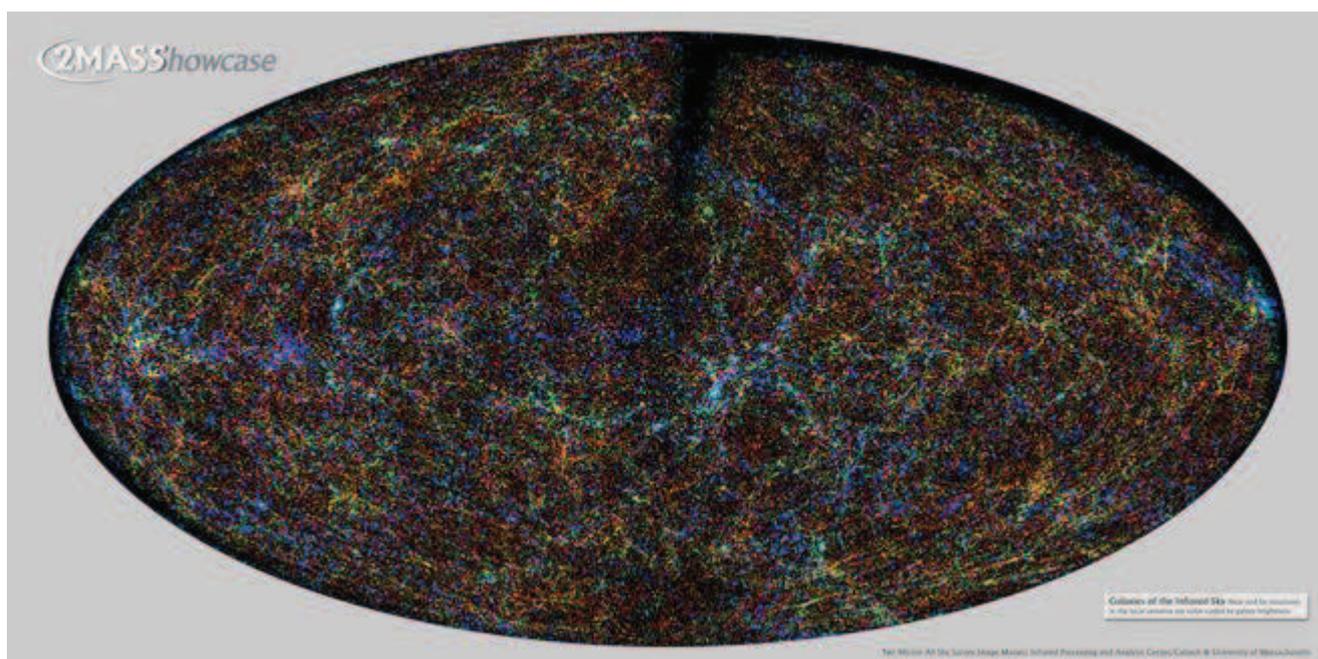
Известно свойство математического континуума: на единичном интервале $[0,1]$ **мера Лебега** мощности множества иррациональных чисел («толщина») равна единице, а мера мощности множества рациональных чисел – равна нулю. По утверждению одного метафизика («альтернативщика»), если распространить эту аналогию на «физический мир», то тогда мера мощности неизменных вещей составит 0 (их почти нет), а остальное (пустота) – множество с мерой мощности 1. Видимо поэтому природа якобы и «боится пустоты».

Возможно, что гипотетические, образно говоря, *отсчеты времени* (см. выше проточисла), в какой-то мере эквивалентны пересчету «дырок» (то есть нулей) у малых *проточисел* \mathcal{P} , и пересчету девяток (после запятой) у больших *экзочисел* \mathcal{E} . Кстати говоря, согласно *M-теории* (это дальнейшее логическое развитие *теории струн*) на масштабах, меньше планковских существует таинственная область – *нуль-брана*, в которой совершенно иные понятия о пространстве-времени (быть может, их там нет вовсе?). Также любопытна *гипотеза Венециано-Гасперини*, допускающая существование *доисторической Вселенной*, а в загадочном мире чисел её, возможно, отчасти «отражают» интервалы $(0; 1)$ и $(1; e)$, рассмотренные нами выше.

В заключение хочется подчеркнуть, что математические свойства *экзочисел*, *проточисел* и *обычных чисел* – это довольно любопытные доводы, дающие право на существование *виртуальной космологии*. Кроме того, львиная доля моих книг и статей посвящена попросту красоте, гармонии, совершенству мира чисел, и если кто-то этого не способен понять, почувствовать, оценить – мне остается только ему посочувствовать. Знаменитый английский философ и естествоиспытатель Роджер Бэкон (ок. 1214 - 1292) однажды сказал: "Тот, кто не знает математики, не может узнать никакой другой науки и даже не может обнаружить своего невежества."

© А. В. Исаев, 2012

14. Однородность Вселенной и мир чисел



Крупномасштабная структура Вселенной в космологии — структура распределения вещества Вселенной на самых больших наблюдаемых масштабах (рисунок взят из Википедии).

В конце XX века ученые выяснили, что на больших масштабах Вселенная практически *однородна*. То есть на масштабах порядка 300 мегапарсек ($1 \text{ Мпк} = 3,2616 \text{ светового года} = 3,1 \cdot 10^{16} \text{ метров}$) галактики распределены во Вселенной *равномерно* – видимая нами Вселенная в трехмерном пространстве выглядит как совокупность довольно плоских «стен» (а, точнее говоря, «листов», состоящих из галактик, их скоплений и сверхскоплений), разделённых областями, в которых практически нет светящейся (видимой) материи. Эти области (пустоты) называются *войдами*. Здесь читателю полезно взглянуть на *крупномасштабную структуру* Вселенной (рисунок под заголовком данной статьи).

Наибольшая из известных «стен» во Вселенной (Великая стена Слоуна) простирается на 1,37 миллиарда световых лет (при толщине всего 15 млн световых лет, то есть это скорее «лист», нежели «стена»). Размеры войд составляют порядка 10-30 Мпк. Большие войды могут достигать в размерах 150 Мпк и предположительно занимают около 50% объёма Вселенной. В войдах возможно наличие «тёмной материи» и протогалактических облаков.

Крупномасштабную структуру Вселенной может также иллюстрировать рис.1, взятый из моих исследований в мире... *натуральных чисел* (точки на рис.1 символизируют однородное распределение галактик во Вселенной). Начиная с 1998 года в своих книгах и статьях по *виртуальной космологии* я говорю о том, что мир натуральных чисел является неким наипростейшим «зеркалом» реального (физического) мира, его фундаментальных законов (всегда записанных на языке математики, на языке формул). Приведенный рис.1, вероятно, также говорит в пользу указанной гипотезы – это отчасти «вытекает» из моих ниже следующих пояснений к рис. 1 (в контексте мира чисел). Впрочем, этих пояснений [лишь в части функции $W = f(N)$ и не более того] будет явно недостаточно любознательному читателю, поскольку только совокупность *всех* аргументов и фактов (из моих семи книг и многочисленных статей) порождает ощущение, что мир чисел – это действительно некое (пока малопонятное) «зеркало» Вселенной. А объяснение феномену «зеркала» может быть лишь одно – мир натуральных чисел (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,...) по самой своей сути *дискретен и «расширяется»*: $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots$. При этом уместно сказать, что новейшая физическая теория, известная как теория *квантовых графов* (Quantum Graphity), предполагает, что реальное пространство может состоять из неразделимых (дискретных) «кирпичиков», чего-то вроде крохотных атомов (только не вещества, а пространства-времени). Однако из-за малых размеров обнаружить такие «кирпичики» напрямую невозможно. Моя теория-игра (*виртуальная космология*) исходит из того, что размеры этих «кирпичиков» порядка *планковской длины* (10^{-35} метра) и *планковского времени* (10^{-44} секунды). Однако размеры «кирпичиков» могут оказаться гораздо меньше (на много порядков), при этом виртуальная космология (в качестве некоего гипотетического построения) принципиально не меняется. И в любом случае мои находки в мире чисел любопытны сами по себе (даже без сомнительных апелляций к космологии и физике), поскольку раскрывают очередные тайны мира чисел (которые остались без должного внимания в рамках общеизвестной *теории чисел*).

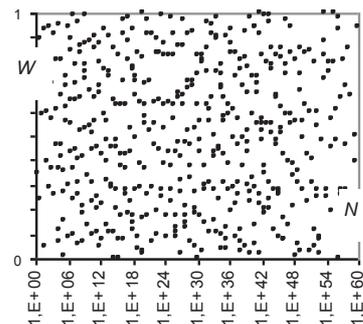


Рис. 1

Итак, мои пояснения в части функции $W = f(N)$, которая изображена на рис.1.

В мире натуральных чисел ($N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$) у каждого из чисел N есть свой набор целых *делителей*, а их количество мы назовем *типом* (T) числа N . Например, у числа $N = 24$ есть восемь делителей (1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24), поэтому мы будем говорить, что число $N = 24$ имеет тип равный 8 (число $N = 24$ имеет тип $T = 8$). Если рассматривать *типы* у всех чисел («стартуя» из начала натурального ряда), то нам будут встречаться (причем, всё реже и реже) так называемые *мощные числа* ($N = 2, 4, 6, 12, 16, 24, 36, 48, \dots$), у которых тип T превосходит все ранее появившиеся типы T (у всех предшествующих чисел N). Мощные числа – это своеобразные «галактики» в мире чисел, а их целые делители – это «звезды». Любопытно, что если рассмотреть так называемый *Большой отрезок*, содержащий числа $N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots, 10^{61}$ (примерно столько *планковских времен* «укладывается» в возрасте Вселенной), то последнее (наибольшее) мощное число будет иметь тип порядка $T = 10^{12}$ (порядка триллиона целых делителей) – именно столько звезд насчитывается в наиболее крупных галактиках (скажем, в такой как наша Галактика – Млечный Путь).

Всякое натуральное число N имеет свой *логцентр* (логарифмический центр) равный $0,5 \ln N$ [то есть натуральный логарифм корня квадратного из числа N , поскольку $\ln(N^{0,5}) = 0,5 \ln N$]. Если все

целые делители числа N прологарифмировать (представить в логарифмической шкале), то «середина» полученных числовых значений – это и есть логцентр числа N . При этом, если полагать, что настоящее время (современную нам временную эпоху) в рамках виртуальной космологии символизирует последнее число ($N = 10^{61}$) Большого отрезка, то логцентр указанного (колоссального!) числа будет порядка $0,5 \ln(10^{61}) = 70$ (всего-навсего...). См. также последнюю статью (18) в данном Сборнике-2012.

У достаточно больших мощных чисел N в логарифмической шкале можно выделить так называемый *центральный интервал* – это интервал, в котором находятся его *центральные делители* (d), то есть те целые делители, числовые значения которых больше e^a , но меньше $e^{(a+1)}$, где $e = 2,718\dots$ (основание натуральных логарифмов – математическая константа), $a = A(0,5 \ln N)$ – это целая часть (функция «антье») логцентра числа N . Количество целых делителей числа N в его центральном интервале – это *кern* числа N .

Так вот, так называемая *W-функция* (дабл-ю функция, см. рис.1) задается формулой:

$$W = 0,5 \ln N - A(0,5 \ln N). \quad (1)$$

В некотором смысле можно сказать, что W – это «зазор» («расстояние») между логцентром мощного числа N и левой (наименьшей) границей его центрального интервала. Очевидно, что параметр W можно вычислить для любого натурального числа N , но только *мощные числа* («галактики») дадут нам *однородную* картину, представленную на рис. 1, причем на этом рисунке явно угадываются даже свои «стены» («листы») и «войды» из реальной космологии. Также очевидно, что числовое значение W всегда будет лежать в интервале от нуля до единицы. Если вычислять параметр W для всех чисел Большого отрезка («стартуя» из начала натурального ряда), то в части поведения W можно увидеть 70 своеобразных эпох (70 пилообразных колебаний W в интервале от 0 до 1). Более подробно об этом сказано в моей книге «Зеркало» Вселенной», гл. 11.

В рамках *виртуальной космологии* мне пришлось придумать (для краткого изложения своих мыслей) немало *новых* терминов-понятий для мира чисел. Некоторые из этих терминов приведены в данной статье: тип числа N , мощное число, Большой отрезок, логцентр целого числа N , центральные делители числа N , центральный интервал числа N , W -функция, kern числа N . Замечу, что kern – также весьма интересное понятие, позволяющее «обнаружить» *постоянную тонкой структуры* (фундаментальную физическую константу) в конце Большого отрезка мира натуральных чисел (см. книгу «Зеркало» Вселенной», гл. 14). И если мир чисел действительно является неким (наипростейшим, самым грубым) математическим «зеркалом» реальной структуры пространства-времени, то необходимо признать, что мы живем в... *детерминистическом* мире – именно таковым является мир натуральных чисел («хаос» этого мира – не более, чем иллюзия).

© А. В. Исаев, 2012

15. ABC-гипотеза и космология чисел

Великую теорему Ферма пытались доказать многие математики (и не только они) в течение более трёхсот лет. При этом теорема Ферма окончательно была доказана только в 1995 году Эндрю Уайлсом (род. 1953, английский и американский математик). Доказательство Уайлса (после 7 лет самой напряжённой, самозабвенной работы) занимает около 200 страниц, при этом во всей его полноте понимают не более 10% специалистов по *теории чисел* – настолько сложна современная математика. В 1985 – 1988 годах в математике появилась так называемая *ABC-гипотеза* (достоверно не доказанная) – это очень мощный инструмент, одно из самых важных утверждений в теории чисел последних лет. Из ABC-гипотезы можно вывести множество фундаментальных результатов (по теории чисел, алгебраической геометрии и т.д.), и даже пресловутая Великая теорема Ферма теперь доказывается буквально... в три строчки! В августе 2012 года японский математик Синити Мотидзуки опубликовал серию из четырех работ (всего более 500 страниц текста), в которых, в частности, якобы доказывает знаменитую ABC-гипотезу. При этом явных «дырок» в доказательстве Мотидзуки другие математики пока не нашли, а более детальная проверка может занять несколько лет. Более подробно про ABC-гипотезу можно прочитать по ссылке: <http://lenta.ru/articles/2012/09/13/abc/>.

В формулировке АВС-гипотезы используется понятие *радикал* натурального числа N . В данном случае радикалом числа $\text{rad}(N)$ называется произведение всех его простых делителей (то есть *простых чисел*: 1, 2, 3, 5, 7, 11, ... – все они делятся только на единицу и на самих себя). Например, у числа $N = 12$ будет такой радикал: $\text{rad}(12) = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ (а все целые делители числа 12 следующие: 1, 2, 3, 4, 6, 12). В одной из своих формулировок АВС-гипотеза звучит так: для любого действительного числа D (большее единицы) существует не более *конечного* числа троек *натуральных чисел* (A, B, C) таких, что для них выполнены одновременно три условия:

- 1). $A + B = C$;
- 2). A, B и C взаимно простые числа (они не имеют общих делителей, отличных от единицы);
- 3). Число C больше, чем $[\text{rad}(A) \cdot \text{rad}(B) \cdot \text{rad}(C)]^D$.

Например: число $A = 1$ (имеет делитель 1), число $B = 8$ (имеет делители: 1, 2, 4, 8), число $C = 9$ (имеет делители 1, 3, 9), при этом $1 + 8 = 9$ и $\text{rad}(1) = 1, \text{rad}(8) = 2, \text{rad}(9) = 3$, значит, $\text{rad}(1) \cdot \text{rad}(8) \cdot \text{rad}(9) = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$, а также число 9 больше, чем $6^{1,226}$ (здесь $D = 1,226$). Однако, если взять *случайным образом* тройку чисел A, B и C , для которых выполняются условия 1) и 2), то почти всегда НЕ будет выполняться условие 3), поэтому тройки взаимно простых чисел, для которых C больше, чем $\text{rad}(A) \cdot \text{rad}(B) \cdot \text{rad}(C)$ получили название *исключительных* (их в некотором смысле меньше). Численный эксперимент показывает, что среди всех подходящих троек, у которых C менее 50000, исключительных троек всего 276, однако, вместе с тем, в бесконечном ряду натуральных чисел исключительных троек бесконечно много.

Учитываю исключительную важность понятия *радикал* числа N (в силу фундаментального значения АВС-гипотезы), далее я постараюсь пристальней рассмотреть всё, что касается радикала (в рамках моей теории – виртуальной космологии (космологии чисел)).

Итак, *радикал* (rad) числа N – это произведение всех *простых* делителей числа N . Например, все целые делители числа $N = 24$ такие: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, а *простыми числами* (то есть *простыми делителями*) среди них являются только числа 1, 2 и 3, поэтому радикал числа $N = 24$ будет следующим: $\text{rad}(24) = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$. Здесь надо особо подчеркнуть, что единицу (число $N = 1$) математики иногда считают первым *простым числом*, хотя, единица – это *совершенно особое число* (на это указывал ещё великий Леонард Эйлер). Ясно, что у любого простого числа ($P = 1, 2, 3, 5, 7, 11, \dots$) радикал равен самому простому числу, то есть $\text{rad}(P) = P$, поскольку всякое *простое число* (по его определению) делится только на единицу и на само себя. Почему в конце XX века новый параметр $\text{rad}(N)$ математики назвали именно... радикалом? Хотя, как известно, радикал – это второе (и исторически очень древнее) название *корня квадратного* из числа N , то есть это (в наших обозначениях): $N^{0,5}$ или $N^{(1/2)}$. Причем, корень квадратный из натурального числа N является важнейшим параметром числа N (особенно в рамках моей *виртуальной космологии*). Здесь, в качестве информации для размышления, можно добавить ещё конкретный пример числа N , «построенного» из двух простых чисел, близких к его корню квадратному: $N = 1033 \cdot 1039 = 1.073.287$ (*корень квадратный* из этого числа примерно равен 1036).

Из основной теоремы арифметики (о факторизации натурального числа) следует, что любое натуральное число N – это произведение неких *простых чисел*, поэтому радикал числа N не может быть меньше 2 (за исключением радикала у числа $N = 1$) и не может быть больше самого числа N (когда все целые делители числа N – исключительно простые числа). Таким образом, на *отрезке* $[2; N]$, то есть от 2 до числа N (включительно) радикалы натуральных чисел могут изменяться от 2 до числа N . Для краткости изложения далее мы введем целый ряд определений, которых, скорее всего, пока нет в общеизвестной *теории чисел*.

Радикал отрезка $[1; N]$ мы определим как произведение (Π) радикалов всех (N) чисел данного отрезка. То есть радикал отрезка – это произведение (Π) всех простых делителей у всех N чисел отрезка. Нетрудно понять, что на отрезке $[1; N]$ простой делитель 2 появится $A(N/2)$ раз (где A – функция *антье*, которая оставляет только *целую часть* от десятичной дроби $N/2$, отбрасывая в ней все числа после запятой), простой делитель 3 появится $A(N/3)$ раз, простой делитель 5 появится $A(N/5)$ раз и т.д. Значит, искомое произведение Π будет следующим: $\Pi = 2^{A(N/2)} \cdot 3^{A(N/3)} \cdot 5^{A(N/5)} \cdot \dots \cdot P^{A(N/P)}$, где P – это наибольшее простое число отрезка $[1; N]$. При этом даже для достаточно больших N можно вычислить логарифм произведения:

$$\ln \Pi = A(N/2) \cdot \ln 2 + A(N/3) \cdot \ln 3 + A(N/5) \cdot \ln 5 + \dots + A(N/P) \cdot \ln P. \quad (1)$$

Из самого определения понятия «логарифм» следует, что: $\Pi = e^{\ln \Pi} = \exp(\ln \Pi)$, однако уже при $N = 194$, мы получим колоссальное произведение $\Pi = 1,7 \cdot 10^{308}$, после которого (при больших N)

компьютер уже не способен вычислять. Поэтому логично ввести очередное определение – средний радикал отрезка.

Средний радикал отрезка $[1; N]$ (обозначим его символом Rad) – это корень N -й степени из радикала отрезка: $\text{Rad}(N) = \Pi^{(1/N)}$. То есть речь идет о *среднем геометрическом* из радикала отрезка: средний радикал отрезка – это такое число, что если бы ему равнялись радикалы всех натуральных чисел данного отрезка, то произведение таких радикалов численно равнялось бы радикалу отрезка (то есть произведению Π). Средний радикал отрезка можно вычислить для достаточно больших N по очевидной формуле:

$$\text{Rad}(N) = \exp^{(\ln \Pi / N)}. \quad (2)$$

Используя формулы (1) и (2), нетрудно убедиться, что какой бы отрезок $[1; N]$ мы не взяли, всегда средний радикал отрезка (Rad) численно будет меньше длины этого отрезка (N). Поэтому удобно говорить об отношении $N/\text{Rad}(N)$ разных отрезков (при разных N), например:

N	$N/\text{Rad}(N)$
10	3,03420
100	4,76665
1000	5,45929
10000	5,68394
100000	5,75641
1000000	5,77661
1500000	5,77823.

Экстраполируя эти цифры, можно предположить, что для *Большого отрезка* ($N = 8 \cdot 10^{60}$) отношение $N/\text{Rad}(N)$ не превысит 6,28. Напомню, что Большой отрезок (главный объект рассмотрения моей *виртуальной космологии*) содержит столько целых чисел – сколько *планковских времен* «помещается» в возрасте Вселенной (13,7 миллиарда лет), то есть Большой отрезок олицетворяет современную нам эпоху (наше время, сегодняшний день). Таким образом, наибольшее число N превосходит *средний радикал* (важнейший параметр) Большого отрезка не более, чем в 6,28 раз, и в этом – очередное проявление «*магии числа 7*» (точнее говоря, чисел от 5 до 9) в конце Большого отрезка; «*магии*», о которой уже много говорилось в моих книгах и статьях. Реальное отношение $N/\text{Rad}(N)$ с ростом N «затормаживается» настолько основательно (постройте график по приведенным цифрам), что можно предположить даже существование некоего числового предела (новой математической константы?).

В части *радикалов* можно получить любопытные оценки, если сделать следующее (заведомо ложное) *допущение*: пусть все натуральные числа – это сплошь *простые числа* (радикалы которых, как мы уже знаем, равны самому числу). Разумеется, что это не так, ведь количество (K) простых чисел на отрезке $[1; N]$ устремляется к величине:

$$K = N/\ln N, \quad (3)$$

то есть на любом достаточно большом отрезке количество (K) простых чисел будет в $\ln N$ раз меньше длины отрезка (N) – это одно из важнейших утверждений *теории чисел*. Так, на Большом отрезке ($N = 8 \cdot 10^{60}$) на каждое простое число в среднем приходится около $\ln(N) = 140$ составных чисел (они делятся нацело не только на 1 и на самих себя, но и на другие целые числа). Итак, если принять указанное выше допущение, то *радикал Большого отрезка* был бы равен произведению всех натуральных чисел отрезка: $\Pi = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot \dots \cdot N = N!$ (читается *N-факториал*), а из замечательной *формулы Стирлинга* мы имеем такую оценку: $N! = (2 \cdot \pi \cdot N)^{(1/2)} \cdot (N/e)^N$. Отсюда получаем, что для натуральных чисел на отрезке $[1; N]$ их *среднее геометрическое* будет порядка $\Pi^{(1/N)} = (N!)^{(1/N)} = N/e$. Значит, радикал Большого отрезка $\text{Rad}(N)$ обязан быть меньше величины N/e , поэтому отношение $N/\text{Rad}(N)$ будет больше, чем $e = 2,718$ – именно это и подтверждает полученная выше оценка: в конце Большого отрезка $N/\text{Rad}(N)$ будет около 6,28.

При указанном выше допущении (все числа – это *простые числа*) очевидно, что *сумма радикалов* всех чисел Большого отрезка ($N = 8 \cdot 10^{60}$) не превысит следующей суммы: $S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + \dots + N = N(N+1)/2 = 3,2 \cdot 10^{121}$, а *средний арифметический радикал* Большого отрезка не превысит величины $S/N = (N+1)/2$. Согласно моим исследованиям (книга «Зеркало» Вселенной», стр.15-16) сумму всех простых чисел ($\text{sum}P$) на отрезке $[1; N]$ можно оценить по формуле $\text{sum}P = (N^2)/\ln(N^2)$. Реальная сумма простых чисел будет больше, так при $N = 1.000.000$ *относительная погрешность* (ОП) указанной формулы будет около 3,85% (причем ОП с ростом N уменьшается близко к закону ОП = $0,092/N^{0,063}$). Значит, *средний арифметический радикал* в конце Большого отрезка $[1; N]$ будет никак

не меньше, чем $\sum P/N = N/\ln(N^2) = (N/\ln N)/2 = K/2$, то есть численно средний арифметический радикал Большого отрезка превосходит половину всего количества (K) простых чисел, находящихся на этом отрезке. Сумма всех простых чисел на Большом отрезке будет порядка $\sum P = 2,28 \cdot 10^{119}$, таким образом, *реальная* сумма радикалов всех целых чисел Большого отрезка будет между величинами $2,28 \cdot 10^{119}$ и $3,2 \cdot 10^{121}$. Посередине указанных значений лежит число $1,61 \cdot 10^{121}$ – именно его мы условно и примем за *сумму радикалов* Большого отрезка, при этом *радикал единицы* (напомню, что число $N = 1$ – это совершенно *особое* число) составляет $6,2 \cdot 10^{-122}$ часть от суммы радикалов Большого отрезка.

В рамках моей виртуальной космологии число порядка 10^{-122} (и именно в конце Большого отрезка) получено далеко не в первый раз. Напомню также, что это число ($2,56 \cdot 10^{-122}$ планковских длин в степени «минус» два, см. в Википедии статью «Проблема космологической постоянной») символизирует ускоренное расширение Вселенной, которое физики связывают с ненулевой *космологической константой* (с тёмной энергией, с квинтэссенцией). Однако у физиков пока нет теории, способной однозначно ответить на вопрос: почему космологическая константа так мала (почти равна нулю). Если рассматривать космологическую константу как тензор энергии-импульса вакуума, то она может интерпретироваться как суммарная энергия, которая находится в пустом пространстве. Так вот, у меня есть *ощущение*, что мир чисел может неким образом... помочь физикам в части интерпретации космологической константы.

В части радикалов представляют интерес числа N , у которых радикал впервые (в ряду натуральных чисел) равен произведению первых простых чисел, идущих подряд (без пропусков). Например, число $N = 5\ 342\ 931\ 457\ 063\ 200$ – это первое число, у которого всего 13 простых делителей и они идут подряд (без пропусков): 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, а перемножение этих делителей дает нам радикал данного числа: $\text{rad}(N) = 7\ 420\ 738\ 134\ 810$ (всего же у этого числа N насчитывается 36864 целых делителя). Приведу первые 14 выше описанных чисел (это *бесконечная* последовательность): 1, 2, 6, 60, 420, 27 720, 360 360, 12 252 240, 232 792 560, 5 354 228 880, 2 329 089 562 800, 72 201 776 446 800, 5 342 931 457 063 200, 219 060 189 739 591 000, ... На 22 сентября 2012 года этого ряда не было в «Энциклопедии целочисленных последовательностей» (англ. On-Line Encyclopedia of Integer Sequences, OEIS) – интернет-энциклопедии, содержащей (на январь 2012 года) более 200 тысяч самых разных целочисленных последовательностей. Автор и хранитель энциклопедии (сайта <http://oeis.org/?language=russian>) – Нейл Слоан (род. 1939 г., американский и английский математик). Алгоритм нахождения всех чисел N указанной выше последовательности, фактически, был описан мной ещё в 2004 году в книге «Зеркало» Вселенной», гл.10. Раньше я уже писал в своих статьях, что в рамках *виртуальной космологии* можно без особого труда описать («обнаружить») *бесконечно много* самых разных целочисленных последовательностей; «бесконечно много» – в той же мере, как *бесконечен* сам ряд натуральных чисел. И хотя практическая польза от энциклопедии Слоана не вызывает сомнений, однако, с моей точки зрения, самое важное для нас – это попытаться увидеть «физический» смысл, «зашифрованный» в наиболее интересных последовательностях *мира чисел*, который, вероятно, является неким математическим «зеркалом» реального мироустройства. Приведенный мной целочисленный ряд, как и весь материал данной статьи (в части радикалов), я расцениваю как очень интересный (весьма «радикальный») материал с точки зрения виртуальной космологии.

© А. В. Исаев, 2012

16. Виртуальная космология – это «игра в бисер»?

Мою виртуальную космологию (теорию-игру) уже не первый раз сравнивают с игрой в бисер, описанной в известном одноименном романе. В связи с этим хотелось бы высказать своё мнение, тем более, что при этом, вероятно, затрагивается целый ряд глубоких вопросов, интересующих всякого думающего человека.

«Игра в бисер» (как это описано в романе) – это игра *без точного описания* правил (наглядно представить их практически невозможно). А виртуальная космология в отношении мира чисел стремится дать точные (строгие) определения новых понятий, терминов и строгий вывод законов, формул.

Если последние мне не удастся вывести аналитически (абсолютно строго), то приводятся мои эмпирические оценки и это всегда ясно оговаривается. ВСЕ результаты моих исследований может *повторить* любой желающий (в том числе на компьютере в программе Excel).

«Игра в бисер» – это некий абстрактный синтез науки и искусства. Я же считаю, что математика сама по себе – это наивысшее искусство (игра ума, воображения, фантазии, интуиции и т.д.). При этом традиционные искусства мне представляются весьма банальными, надуманными, эфемерными и т.д. В том смысле, что интеллект человек – это, судя по всему, заурядное и весьма распространенное явление во Вселенной. И только математика (теоретическая физика) могут претендовать в качестве некой бледной тени вселенских Истин (всё остальное – почти пустое, имеющее значение только на планете Земля). Точные науки – это наивысшее достижение человеческого разума. И тот факт, что концерт Баха можно описать средствами математики – мне «очевиден» и мало интересен.

Герман Гессе (1877–1962), написавший «Игру в бисер», был писателем и художником, то есть был гуманитарием. Такие люди (пусть даже Нобелевские лауреаты), по моему мнению, в принципе не способны сгенерировать нечто, приближающее нас к постижению Истин. Эстетические наслаждения от традиционных искусств – остаются всего лишь наслаждениями, причем явно уступающими плотским наслаждениям, которые полностью объяснимы «физикой» человека. При этом «физика» («устройство») разумных существ на каждой из далеких экзопланет – уникальная (неповторимая), а вот законы математики – единые для всех уголков Вселенной.

Своей виртуальной космологией я хочу сказать вполне определенные вещи (в отличие от «игры в бисер»). Во-первых, мир чисел преисполнен гармонии (совершенства) и принцип его «организации» вполне познаваем, особенно с помощью компьютера. Во-вторых, в мире чисел каждый вправе увидеть свои «отражения» (как в «зеркале») реального (физического) мира, и конкретно мои фантазии (рефлексии) – это не более, чем попытка заинтриговать читателя миром чисел и точными науками; попытка «заразить» читателя бесконечными тайнами мира чисел. В-третьих, тот факт, что сам я верю в наличие некой (пока малопонятной) связи мира чисел и реального (физического) мира – ещё не повод смеяться надо мной. Огромное число людей слепо верят в куда более смешные вещи...

© А. В. Исаев, 2012

17. Космомикрофизика и мир чисел

К настоящему времени в физике насчитывается немало самых разнообразных гипотез о происхождении Вселенной, о первых её мгновениях, и даже о том, что этому предшествовало. Подобные гипотезы физиков-теоретиков превосходят самые изощренные сценарии писателей-фантастов, при этом пока невозможно сказать какие именно сценарии были реализованы на самом деле около 13,7 миллиардов лет назад при возникновении Вселенной. В предлагаемой статье я очередной раз пытаюсь сказать, что некий *ключ* к разгадке тайн зарождения Вселенной (пространства-времени) может подсказать... мир чисел (тот, который изучает общеизвестная *теория чисел*). Иначе говоря, мир чисел – это некое «зеркало» первооснов мироустройства с точки зрения *математики*. Здесь уместно напомнить, что современная теоретическая физика, по сути дела, сводится к различным *интерпретациям* («проговариванию») сложнейших математических уравнений. То есть реальный мир наиболее правдоподобно, полно и точно описывает именно язык математики, а вовсе не «гуманитарная» беллетристика (пусть даже нобелевских лауреатов). Эту каверзную для подавляющего числа людей особенность мироустройства давно подчеркнул знаменитый английский философ и естествоиспытатель Роджер Бэкон (1214 – 1292): «Тот, кто не знает математики, не может узнать никакой другой науки и даже не может обнаружить своего невежества.»

Данная статья, скорее всего, мало кого убедит в том, что мир чисел действительно содержит ключи к пониманию физического мира. Ведь лично моя убежденность в столь парадоксальном взгляде на мир чисел основана на материале *всех* моих книг и целого ряда статей. Однако предлагаемая статья вполне может дать неожиданный толчок собственным глубоким и продуктивным размышлениям читателя.

Итак, в мире чисел есть так называемые *простые числа* (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...) – это числа, которые *делятся* (нацело) только на единицу и на самих себя. Подобно тому, как из кирпичиков строятся самые разнообразные здания, так и простые числа формируют любое *натуральное число* ($N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$ и т.д. до бесконечности). Для примера мы построим число $N = 261360$ («внутри» которого довольно много «кирпичиков»): $261360 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot 5 \cdot (11 \cdot 11) = (2^4) \cdot (3^3) \cdot 5 \cdot (11^2)$, и никакой другой набор (произведение) простых чисел (кроме 2, 3, 5, 11) не даст нам число 261360. Таким образом, для математиков значение *простых чисел*, как неких фундаментальных кирпичиков, трудно переоценить. В *теории чисел* одна из *главнейших* теорем утверждает, что количество (K) простых чисел, не превосходящих числа N (если двигаться последовательно от 1 к числу N) *устремляется* к выражению:

$$K = N/\ln N, \quad (1)$$

которое читается так: N , деленное на логарифм натурального числа N . Термин «устремляется...» говорит о том, что чем больше число N – тем ближе параметр K будет к реальному количеству простых чисел, расположенных на *отрезке* $[1; N]$, то есть от 1 до N (включительно). Не будет большим преувеличением, если мы скажем, что закон $K = N/\ln N$ – это, некая «*квинтэссенция*» мира чисел; это некое «*динамическое поле*» мира чисел (такими терминами физики определяют таинственную *тёмную энергию*).

Моя *виртуальная космология* (теория-игра), как правило, ограничивает мир чисел рамками так называемого *Большого отрезка* – это отрезок натурального ряда, содержащий колоссальное количество целых чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ..., $(8 \cdot 10^{60})$. Именно столько *планковских времен* (миг времени порядка 10^{-44} секунды) «помещается» в возрасте Вселенной, то есть 13,7 миллиардов лет включают в себя порядка $8 \cdot 10^{60}$ планковских времен. В мире чисел Большой отрезок символизирует современную нам эпоху – эпоху существования разумных существ, «наше время», «сегодня», и т.д. Таким образом, в виртуальной космологии мир «сухих» чисел словно оживает и становится более интересным для исследователя, неискушенного в *теории чисел* (довольно сложной и «скучной»). Насколько виртуальная космология продуктивна с точки зрения реальной *космомикрофизики* – судить не мне, поскольку сам я твердо верю (это стало буквально моей религией), что мир чисел шифрует «внутри» себя некие важные «ключи» к пониманию реального мироустройства.

Вернемся к формуле (1), из которой следует, что на отрезке $[1; N]$ отношение K/N устремляется к выражению $1/\ln N$. Так, в конце Большого отрезка мы получим следующее: $K/N = 1/\ln N = 1/\ln(8 \cdot 10^{60}) = 1/140$ (округляя до целых чисел), то есть на каждое *простое число* в среднем приходится около 140 натуральных чисел. И уже здесь можно усмотреть, что число $1/140$ довольно близко к числу $1/137$ (0,007299...), которое в физике условно символизирует *постоянную тонкой структуры* (ПТС = 0,007297...) – самую таинственную фундаментальную и безразмерную *константу связи* (то есть ПТС меняется со временем, правда, в настоящее время – едва уловимо, исчезающее мало). В рамках виртуальной космологии (и именно в конце Большого отрезка) это далеко не единственная «бледная тень» ПТС – об этом много сказано в моих книгах и статьях; так и в данной статье ниже мы получим весьма точное значение ПТС. Возможно, что ПТС – это важный безразмерный *параметр* Вселенной, характерный для современной эпохи (со временем этот параметр, как и все прочие, изменится), причем этот параметр имеет множество *ипостасей* (подобно «магическому» числу 7, возникающему то тут, то там в «недрах» натурального ряда, в том числе и в конце Большого отрезка).

Глядя на «простенькую» формулу (1) уместно вспомнить древнюю латинскую поговорку: «*Simplex sigillum veri*» («Простота – это признак истинности»). Вместе с тем, формулу (1) математики смогли строго (аналитически) доказать только в 1896 году, хотя способ нахождения всех простых чисел (на отрезке любой длины) был известен не менее 2000 лет (см. *решето Эратосфена*). Обманчивая простота формулы (1), а также всё, что мы узнаем ниже про неё, позволяют нам лучше осознать слова знаменитого физика Альберта Эйнштейна (1879 – 1955): «Наш опыт убеждает нас, что природа – это сочетание самых простых математических идей». Здесь речь идет об идеях, лежащих в невидимом

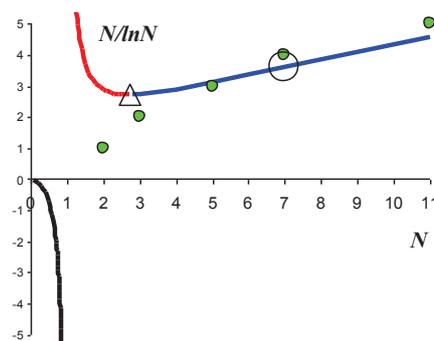


Рис. 1. График функции $K = N/\ln N$

«фундаменте» мироздания, а уже вся видимая нами «надстройка» мироздания может быть чрезвычайно сложной, поэтому разобраться в современной *теоретической физике* (а, по сути дела, в сплошной сверхсложной математике) – это доступно далеко не каждому человеку.

Далее мы рассмотрим формулу (1) в рамках моей *виртуальной космологии*, то есть так, как этого никогда не делали ни математики, ни физики, ни кто-либо ещё. Говоря языком математики, формула $K = N/\ln N$ – это функция (f) параметра K от аргумента N , то есть $K = f(N)$. На рис. 1 изображено поведение указанной функции (параметра $K = N/\ln N$, значения которого откладываем по вертикальной оси) при всех возможных значениях аргумента N (значения которого откладываем по горизонтальной оси). В мире чисел единица (число $N = 1$) – совершенно *особое число* – это хорошо понимали ещё древние математики. Так и наша функция в точке $N = 1$ претерпевает так называемый *разрыв*: когда аргумент N подходит (со стороны нуля) к единице слева – параметр K устремляется в «минус» бесконечность (никогда её не достигая, чёрная линия на рис. 1), а когда аргумент N подходит к единице справа – параметр K устремляется в «плюс» бесконечность (никогда её не достигая, красная линия на рис. 1).

В точке $N = e = 2,718\dots$ параметр K принимает наименьшее положительное значение, равное самому числу « e », поскольку: $K = e/\ln e = e = 2,718\dots$ – это, образно говоря, дно положительной «ямы» нашей функции (на рис. 1 дно «ямы» обведено треугольником). Напомню, что число « e » ($e = 2,718\dots$) – это основание натуральных логарифмов, фундаментальная математическая константа. Таким образом, с точки зрения поведения функции (1) (параметра K), положительную числовую ось можно разделить на три участка (смысл новых терминов прояснится ниже): *экзочисла* (числа N , лежащие между 0 и 1), *проточисла* (числа N , лежащие между 1 и числом « e ») и *обычные числа* (числа N , превосходящие число « e »). Все указанные числа ниже мы будем рассматривать «сквозь призму» функции $K = N/\ln N$.

Обычные числа и проточисла

Область всех значений функции $K = N/\ln N$ вправо от числа « e » (синяя линия на рис. 1) – это область, которую изучает общеизвестная *теория чисел*, поэтому такие N мы будем называть *обычными числами*. Однако между 1 и числом « e » формула (1) работает ничуть не хуже, чем в области обычных чисел, поэтому я назвал *проточислами* – все действительные (вещественные) числа, лежащие между 1 и числом « e ». Образно говоря, *проточисла* послужили отправным моментом для «зарождения» обычных чисел. Вероятно, по своему *количеству* проточисел ничуть не меньше, чем натуральных чисел, но об этом парадоксальном утверждении мы ещё поговорим ниже (в свете теорем Кантора).

С точки зрения *простых чисел* (2, 3, 5, 7, 11, ...), которые на рис.1 обозначены зелеными кружками, число « e » и его ближайшие окрестности – это, можно сказать, область *сингулярности*, в которой формула (1) ещё не начала свою работу (в контексте *теории чисел*). Это видно даже на рис. 1: зеленые кружки (простые числа) «разбросаны» относительно синей линии (начертанной законом $K = N/\ln N$), хотя при больших значениях N зеленные кружки будут всё точнее и точнее попадать на синюю линию (сливаясь с ней при бесконечно больших N).

Вплоть до числа $N = 7,389056\dots$ синяя линия *вогнутая*, а после него – *выпуклая*. То есть в указанной точке (на рис. 1 это большой кружок на синей линии) функция $K = N/\ln(N)$ меняет свою *кривизну*, и в этом проявляется очередная «*магия*» числа 7, которая совершенно очевидна в рамках виртуальной космологии (как и в нашей реальной жизни – о «магии» числа 7 достаточно много написано в моих статьях и книгах). Указанную кривизну хоть и не видно на рис. 1, но её можно обнаружить аналитически, то есть «увидеть» на формулах – именно такое видение весьма характерно и для теоретической физики. Ведь часто физик-теоретик сначала получает (выводит аналитически) формулу, а уже потом своими словами «расшифровывает», «проговаривает» сокровенный смысл данной формулы (и порой этот смысл может превзойти самую изощренную фантазию человека). Итак, добавим в наши исследования немного аналитики.

Как известно, если взять *производную* от функции $K = N/\ln N$, то мы получим *скорость* (V) изменения параметра K (с ростом аргумента N), и эта скорость будет меняться по следующему закону (производная первого порядка от нашей функции):

$$V = (\ln N - 1)/(\ln N)^2 . \tag{2}$$

На рис. 2 скорость V показана толстой линией, о поведении которой можно сказать следующее. При росте аргумента N (вправо от единицы) скорость V стремительно возрастает от «минус» бесконечности до нуля ($V = 0$ при $N = e = 2,718\dots$), а поведение самого параметра K можно трактовать как стремительное уменьшение («сжатие», «обратный взрыв», «схлопывание» и т.п., см. рис. 1). При дальнейшем росте аргумента от $N = 2,718\dots$ до $N = 7,389056\dots$ скорость V всё ещё довольно быстро возрастает от нуля до своего максимального значения $V_{max} = 0,25$. После этого скорость V начинает свой бесконечный плавный спуск (устремляясь к нулю при бесконечно большом N). В конце *Большого отрезка* (при $N = 8 \cdot 10^{60}$) по формуле (2) мы получим **скорость $V = 0,007080$, которая численно почти равна ПТС = 0,007297\dots** (относительная погрешность V около 3%).

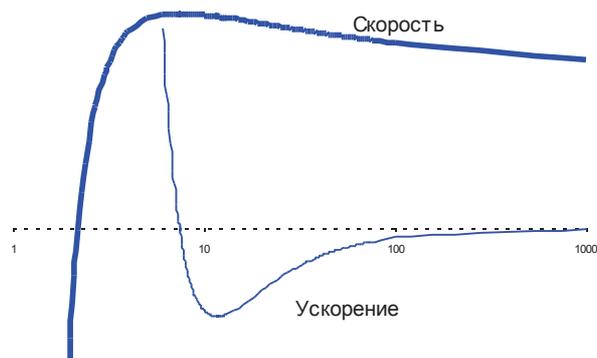


Рис. 2. Скорость и ускорение функции $K = N/\ln N$

Если взять *вторую производную* от функции $K = N/\ln N$ (то есть взять производную от первой производной – от скорости V) то мы получим **ускорение** (A) параметра K (то есть получим скорость изменения скорости V):

$$A = [2/(\ln N)^3 - 1/(\ln N)^2]/N. \quad (3)$$

На рис. 2 ускорение A показано тонкой линией, о поведении которой можно сказать следующее. При росте аргумента N (вправо от единицы) ускорение A стремительно (катастрофически) убывает от «плюс» бесконечности до нуля ($A = 0$ при $N = 7,389056\dots$), после чего ускорение навсегда становится отрицательным, проходя через свой минимум $A_{min} = -0,0026\dots$ при $N = 11,5824\dots$ («магия» числа 12 – подобную «магию» также можно усмотреть как в реальном мире, так и в мире чисел; правда, «магия» числа 12 не столь очевидная как у числа 7). При дальнейшем росте аргумента N ускорение A , оставаясь всегда отрицательным, начинает свой бесконечный плавный рост (устремляясь к нулю при бесконечно большом N). В конце *Большого отрезка* по формуле (3) мы получим **ускорение $A = -6,26 \cdot 10^{-66}$, что может символизировать ускорение расширения Вселенной** (в планковских единицах). Это ускоренное расширение Вселенной физики связывают с ненулевой *космологической константой* (с тёмной энергией, с квинтэссенцией). Однако у физиков пока нет теории, способной однозначно ответить на вопрос: почему космологическая константа так мала (почти равна нулю). Если рассматривать космологическую константу как тензор энергии-импульса вакуума, то она может интерпретироваться как суммарная энергия, которая находится в пустом пространстве (функция $K = N/\ln N$ – это также некая «суммарная энергия» в мире чисел). При этом все существующие на данный момент теоретические предсказания физиков в части *числовых значений* космологической константы называют... худшими в истории физики (значит, выше полученное числовое значение $6,26 \cdot 10^{-66}$ может оказаться... правильным?).

Для наших дальнейших рассуждений замечу следующее. В законе $K = N/\ln N$ вместо буквы N иногда удобно (более «понятно») писать другие буквы, так дальше мы будем подразумевать такую запись: $K = R/\ln R$ (где R – обычное число); $K = \Pi/\ln \Pi$ (где Π – проточисло число); $K = \mathcal{E}/\ln \mathcal{E}$ (где \mathcal{E} – экзочисло число). В рамках *виртуальной космологии* можно допустить, что параметр K символизирует собой («отражает» в некоем «зеркале» мира чисел) полную энергию струны (в контексте теории струн); а всякое обычное число R – символизирует (большой) радиус вселенной, а число « e » = 2,718... – символизирует *планковскую длину*. Тогда закон $K = R/\ln R$ говорит нам о том, что если R растёт (двигаясь вправо от числа « e » к бесконечности) или уменьшается (двигаясь влево от числа « e » к единице) – параметр K будет расти (вплоть до бесконечности). Таким образом, любому параметру K (превосходящему значение $K = e = 2,718\dots$) в мире чисел можно поставить в соответствие, как минимум, два числа: *обычное число* R (расположенное на числовой оси справа от числа « e ») и *проточисло* Π (расположенное между единицей и числом $e = 2,718\dots$). Числа R и Π , которые после их подстановки в формулу $K = N/\ln N$ выдают одинаковый параметр K , мы будем называть *равномощными числами*.

Например, обычному числу R порядка 10 в 61-й степени, будет равномощно проточисло 1,00000000...0001, у которого после запятой стоит 59 нулей. Образно говоря, между числами 1 и 2 «спрятана» неведомая нам вселенная из бесконечного количества вещественных (действительных)

проточисел, которая эквивалентна нашей Вселенной (из мира обычных чисел). И там, где останавливаются стрелки часов нашей Вселенной начинается отсчет времени (другой) вселенной (из проточисел), которая «прикреплена» к нашей. Причем аналогичное утверждение формулируется и в *теории струн* (см. чуть ниже). Из приведенного примера (с числом 1,00000000...0001) видно, насколько неудобно оперировать проточислами – мы к *такой* математике явно не привыкли (где все проточисла «намотаны» на единицу). Наша математика явно «не приспособлена» для работы в «захлопнутом» мире проточисел, хотя последний, в принципе, *ничем не хуже* (!) мира обычных чисел.

«Теория всего» – так можно назвать *теорию струн*, которая обещает нам универсальную теорию мироздания. Согласно этой теории физические свойства (любой) вселенной зависят лишь от *полной энергии* струны. В итоге физики-теоретики, фактически, приходят к удивительной гипотезе: всякой полной энергии струны можно поставить в соответствие *два* равноправных (тождественных, эквивалентных) радиуса вселенной – большой радиус (R) и некий малый радиус (в мире чисел это проточисла?). Иначе говоря, нет никакого физического различия между геометрически различными состояниями вселенной: когда мы мысленно обращаем историю вселенной вспять, то сокращение её большого радиуса (R) ниже значения *планковской длины* физически эквивалентно... увеличению малого радиуса (равного $1/R$). Если читателя интересует более точный *физический* смысл сказанного, то советую обратиться к мировому бестселлеру: Грин Брайан, «Эlegantная Вселенная. Суперструны, скрытые размерности и поиски окончательной теории» (М.: Едиториал УРСС, 2004 г.). А если ещё конкретней, то в указанной книге прочитайте главу 10 (Квантовая геометрия), в которой рассказано о возможных радиусах вселенной.

Прелесть проточисел P заключается также и в том, что мы легко отвечаем на следующий вопрос: какой числовой отрезок содержит, скажем, 99,7% всех проточисел? (На подобный вопрос ответить невозможно в мире обычных чисел R .) В мире проточисел очевидно, что отрезок длиной $(e - 1)$ содержит 100% всех проточисел P , и все они распределены *равномерно* на данном отрезке. Тогда отрезок длиной $(e - P)$ будет содержать следующую долю (D) всех проточисел: $D = (e - P)/(e - 1)$. Затем, умножая D на 100%, мы получаем для каждого проточисла P – свой процент (свою долю D). Таким образом, нетрудно найти, что искомым 99,7% отвечает проточисла $P = 1,00515$. Понятие о проточислах, вероятно, позволяет ответить и на загадочный вопрос: *почему природа отдает явное предпочтение именно малым числам?* Мой ответ на этот вопрос (помимо моего объяснения *закона Бенфорда*) так же добавляет следующее объяснение: подавляющее большинство *проточисел* (99,7%) равномошны («эквивалентны») именно *малым* обычным числам (от числа $e = 2,718$ до числа $R = 1420$), которые чаще всего фигурируют в *теоретической физике и математике*.

Экзочисла (числа, лежащие за пределами «близких», «понятных» нам чисел)

Так я назвал числа из *интервала* $(0; 1)$ (исключающего из рассмотрения сами числа 0 и 1). Кстати говоря, многие математики (особенно в Европе) относят 0 (ноль, нуль) к натуральным числам, и данная моя статья, вероятно, говорит в пользу такого допущения (ведь 0 попадает в «сферу интересов» закона $K = N/\ln N$). Ещё данная статья доказывает, что единицу ($N = 1$) вполне можно считать *простым числом*, порядковый номер (K) которого равен «плюс» бесконечности (с точки зрения проточисел) или даже «минус» бесконечности (с точки зрения экзочисел) – это хорошо «видно» на рис. 1, где чёрная линия показывает поведение функции $K = N/\ln N$ в области экзочисел N . Единица, «катастрофически вбирающая» в себя *бесконечно много* (отрицательных) экзочисел и (положительных) проточисел, возможно, символизирует таинственную *чёрную дыру* из реального мироустройства.

Итак, теперь речь пойдет именно об *интервале*, поскольку наша формула $K = N/\ln N$ теряет математический смысл при $N = 0$ и $N = 1$, хотя, условно говоря, мы можем полагать (в рамках виртуальной космологии), что при $N = 0$ параметр K , «равен» нулю со знаком «минус», а при $N = 1$ параметр K «равен» бесконечности со знаком «минус» – это также «видно» на рис. 1 Как мы видим, при росте экзочисел N от 0 до 1 наша функция буквально коллапсирует в «минус» бесконечность, претерпевая *разрыв* при $N = 1$.

Для экзочисел также продолжают работать формулы (2) и (3), при этом и скорость V , и ускорение A также всегда имеют знак «минус» (см. рис.3). При $N = 0,08634...$ ускорение достигает своего максимума $A_{max} = -3,50657565...$ (при этом $V = -0,57492...$).

Очевидно, что каждому натуральному числу N (имеющему свой параметр $K = N/\ln N$) мы также (как и для проточисел, см. выше) можем поставить в однозначное соответствие *равномошное* ему экзочисла N (превосходящее $N = 0,75695...$), у которого параметр K будет отличаться только знаком

«минус». Значит, около 76% всех экзочисел (начинающихся от нуля) не имеют аналогов (в части параметра K и без учета знака «минус») среди обычных чисел или проточисел (у которых не бывает K меньше, чем число « e », см. рис. 1), и лишь только около 24% всех экзочисел (предшествующих единице) *равномощны* натуральным числам и проточислам (которых, напоминаю, бесконечно много). При этом на «детский» вопрос: «А каких чисел больше – экзочисел, проточисел или обычных чисел?», вероятно, гораздо труднее ответить, нежели может показаться на первый взгляд. Это следует из трудов известного немецкого математика Георга Кантора (1845–1918). Вот тому пример. Пусть общее количество всех натуральных чисел равно бесконечному числу W , тогда вдумайтесь в следующие два парадоксальных утверждения, строго доказанных Кантором, но которые наше воображение, увы, «отказывается» понимать: 1). Количество *всех* целых чисел (то есть со знаком «плюс» и со знаком «минус») также равно W (а не в два раза больше W). 2). Количество всех дробных чисел (дробей) также равно W (а никак не меньше и не больше).

Известно свойство математического континуума: на единичном интервале $[0,1]$ **мера Лебега** мощности множества иррациональных чисел («толщина») равна единице, а мера мощности множества рациональных чисел – равна нулю.

Говоря об экзочислах, также нельзя не сказать о парадоксальной «внутренней» связи («исчезающе малых») экзочисел с миром («больших») обычных чисел. Примером этому может служить удивительный мемуар гениального математика Леонарда Эйлера (1707 – 1783). Суть мемуара в том, что отталкиваясь от бесконечного произведения

$$E(x) = (1 - x^1)(1 - x^2)(1 - x^3)(1 - x^4)(1 - x^5) \dots (1 - x^n) \dots,$$

где аргумент x рассматривается на интервале от 0 до 1 (то есть x – это *экзочисло*), а $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$, (до бесконечности), Эйлер в конечном итоге получает формулу, по которой можно вычислить сумму всех... целых делителей любого *обычного* числа (более подробно об этом – см. мою книгу «Леонард Эйлер и космология чисел», стр. 51). В связи с указанным произведением $E(x)$ уместно добавить, что функция распределения, имеющая вид

$$F(x) = [(1 - x^1)(1 - x^2)(1 - x^3)(1 - x^4)(1 - x^5) \dots (1 - x^n) \dots]^{-Z},$$

не только определяет число состояний струнной модели на уровне n , но также управляет расходимостью однопетлевой амплитуды в *теории струн* (см. книгу известного популяризатора теоретической физики, американского учёного Митио Каку «Введение в теорию суперструн», М.: «Мир», на стр. 614).

Для любого значения K (без учета знака), превосходящего число $e = 2,718\dots$ можно поставить в соответствие три числа: *экзочисло* \mathcal{E} , *проточисло* \mathcal{P} и *обычное число* R . Поэтому такие числа \mathcal{E} , \mathcal{P} и R выше мы назвали *равномощными числами*. Например, нетрудно убедиться, что *обычному* числу R порядка 10 в 61-й степени, будет равномощно *экзочисло* $\mathcal{E} = 0,99999999\dots999$, где после запятой стоит 60 девяток. Возможно, что гипотетические, образно говоря, *отсчеты времени* (см. выше проточисла) эквивалентны пересчету «дырок» (то есть нулей) у малых *проточисел* \mathcal{P} , и пересчету девяток (после запятой) у больших *экзочисел* \mathcal{E} . Кстати говоря, согласно *M-теории* (это дальнейшее логическое развитие *теории струн*) на масштабах, меньше планковских существует таинственная область – *нуль-брана*, в которой совершенно иные понятия о пространстве-времени (быть может, их там нет вовсе?). Также любопытна *гипотеза Венециано-Гасперини* и ей подобные, допускающие существование *доисторической Вселенной*, а в загадочном мире чисел её, возможно, отчасти «отражают» интервалы $(0; 1)$ и $(1; e)$, рассмотренные нами выше.

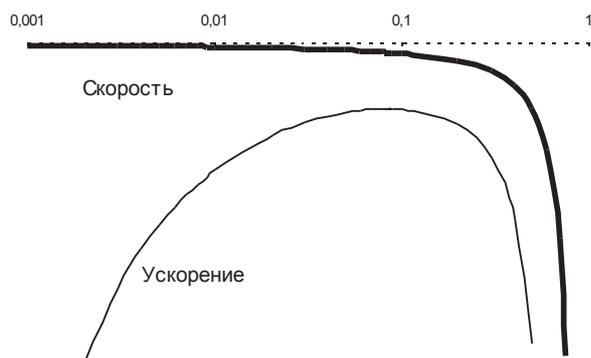


Рис. 3. Скорость и ускорение для экзочисел

18. Просто некие наброски о мире чисел

Множество натуральных чисел $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$ – бесконечно. Однако в рамках *виртуальной космологии* главным объектом рассмотрения является так называемый *Большой отрезок* $[1; N]$ который (также начинаясь с единицы) заканчивается колоссальным числом $N = 8 \cdot 10^{60}$ (читается так: 8 умножить на 10 в степени 60) – именно столько *планковских времен* содержится в возрасте Вселенной (13,75 миллиардов лет). То есть единицу (1) я отождествляю с *элементарным временным интервалом (эви)* – это второе название планковского времени (которое составляет $5 \cdot 10^{-44}$ секунды). Оба указанных названия физики в равной мере используют в своих теориях о фундаментальных основах мироздания, в том числе – в разнообразных математических моделях непрерывно расширяющегося *пространства-времени* (главного «действующего лица» во Вселенной). Таким образом, в рамках виртуальной космологии моделью реального *пространства-времени* является поток целых (дискретных) чисел, и этот поток также «расширяется» $1, 1+1, 1+1+1, 1+1+1+1, 1+1+1+1+1, \dots$. Разумеется, что предлагаемая мной (числовая) модель является предельно простой, элементарной (по сравнению, скажем, с физической *стандартной модели* или *теории струн*), однако, вероятно, и она может принести свои плоды, помогает постичь тайны реального мироздания.

Важнейшим параметром всякого натурального числа N является *количество* его целых делителей, которое мы назовем *типом* (T) данного числа. Единица ($N = 1$) – это единственное (и совершенно особое) число с типом $T = 1$. Все *простые числа* $N = 2, 3, 5, 7, 11, \dots$ (делящиеся только на единицу и на самих себя) имеют тип $T = 2$, причем именно из простых чисел строятся все прочие (*составные*) натуральные числа – об этом нам говорит *основная теорема арифметики*. Первые натуральные числа $N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots$ имеют соответственно следующие типы $T = 1, 2, 2, 3, 2, 4, 2, 4, 3, \dots$ – это легко проверить. Однако, чем больше число N , тем, *вообще говоря* (то есть бывают случаи, когда это не так), труднее найти все его делители (определить его тип T), а, точнее говоря, найти все его *малые делители*, которые меньше корня квадратного из числа N (в наших обозначения $N^{0,5}$). Ещё древние математики подметили, что каждый *большой делитель* числа N равен частному от деления N на один из малых делителей d . Например, у числа $N = 45$ есть три малых делителя (1, 3, 5) и три больших делителя: $45/5 = 9$; $45/3 = 15$; $45/1 = 45$. Таким образом, если мы нашли все *малые делители* (своеобразный паспорт) числа N , то все его большие делители легко вычисляются (это уже избыточная, «лишняя» информация о числе N).

Удобно говорить, что все числа N с одинаковым типом T образуют свой *мир* (а номер T – его имя собственное). Например, все *простые числа* образуют второй мир (где все числа имеют тип $T = 2$), но есть и третий мир (где $T = 3$), и четвертый (где $T = 4$), и пятый (где $T = 5$), и так далее до бесконечности, то есть номера (T) всевозможных миров (которые неизбежно появятся с ростом N) также образуют натуральный ряд. На колоссальном Большом отрезке по моим оценкам находится всего лишь около 807430 миров (различных типов T), то есть львиная доля всех миров – это *миры-фантомы* (потенциально возможные типы T), которые неизбежно появятся, но уже за пределами Большого отрезка (то есть «в будущем»). При этом количество всех чётных миров (687430 миров с чётными $T = 2, 4, 6, \dots$) в **5,7** раза превосходит количество всех нечётных миров (120000 миров с нечётными $T = 1, 3, 5, \dots$), и данное соотношение – это очередное проявление «*магии числа семь*» в конце Большого отрезка – его многие ключевые параметры лежат в диапазоне от 5 до 9 (то есть 7 «плюс-минус» два). Вот ещё весьма полезный пример «*магии числа семь*»: на Большом отрезке ($N = 8 \cdot 10^{60}$) сумма всех чисел, обратных *простым числам*, будет равна: $1/2 + 1/3 + 1/5 + 1/7 + \dots + 1/N = 0,261497 + \ln(\ln(N)) = 5,2048\dots$ (это вытекает из теорем Гаусса и Мертенсома); а если первым *простым числом* считать единицу (такое в математике иногда допускается), то указанная сумма будет равна $6,2048\dots$ (ещё ближе к семи). Замечу, что «*магия числа семь*» в окружающем нас реальном мире – это совершенно очевидный факт (средняя длина слова в данной статье – около 7 букв). В своих книгах и статьях я утверждаю, что объяснение «*магии числа семь*» зашифровано именно «внутри» мира чисел. Здесь же приведу и такую мою гипотезу: количество всех миров на Большом отрезке (скажем, $120000 + 687430 = 807430$ миров) может «отражать» некие фундаментальные физические параметры Вселенной. Например, общее количество всех видов (сортов)... *элементарных частиц*, существующих во Вселенной к настоящему времени (хотя теория струн говорит, что этих сортов уже бесконечно много к настоящему моменту).

Рассмотрим число $N = 6\,746\,328\,388\,800$ (читается оно так: 6 триллионов 746 миллиардов 328 миллионов 388 тысяч 800), открывающее мир с номером $T = 10080$ (вероятно, это 101-й чётный мир,

который «открывается» на Большом отрезке). То есть данное число N – это первое число, у которого насчитывается 10080 целых делителей, поэтому данное N – лидер указанного мира T . И как у всякого числа-лидера первые его малые делители (в количестве порядка $\ln N$) в точности (без пропусков) копируют натуральный ряд: $d = 1, 2, 3, 4, 5, \dots, 28$ – это так называемые *легкие* делители числа-лидера (хотя бы потому, что их легче всего найти). А последний (5040-й) малый делитель равен $d = 2595780$ – чуть меньше $N^{0,5}$ (корень квадратный из числа N), и мы назовем этот делитель *центральным*, поскольку в логарифмической шкале он находится в центре: $\ln(N^{0,5}) = 0,5 \ln N$ – это половина («центр») логарифма $\ln N$. Центральный делитель – это граница между малыми и большими делителями, а всё сказанное в данной статье справедливо для любого достаточно большого числа-лидера.

Центральный делитель находится в так называемом *центральном интервале*, границы которого от $N^{0,5}$ до $e \cdot N^{0,5}$ (где $e = 2,718\dots$ – основание натуральных логарифмов).

Если все делители числа N отобразить в логарифмической шкале, то мы получим *тильду* – кривую линию, похожую на символ «тильды» (\sim), правый край которой приподнят вверх (см. рис. 1, красная линия). На приведенном графике (рис. 1) по горизонтали отложены порядковые номера (i) всех делителей: $i = 1, 2, 3, 4, 5, \dots, 10080$, а по вертикали – логарифмы этих делителей $\ln(d)$. Жирная чёрная точка в середине графика – это последний малый делитель, у которого $i = 5040$ и $\ln(d) = 14,769$, то есть *логарифм* последнего малого делителя лежит в так называемом *центральном интервале* (ц.и.) с границами от 14 до 15 – эти границы обозначены точками, расположенными слева и справа от последнего малого делителя (он почти примыкает к правой границе ц.и.). Тонкая чёрная прямая линия на графике – это *линия тренда*, построенная для центрального интервала, то есть именно на этой прямой линии как бы «лежат» все делители (вернее, их логарифмы), попадающие в центральный интервал. Уравнение указанной прямой чёрной линии будет следующим: $\ln(d) = B \cdot i + A$. Параметр B – это тангенс угла наклона прямой чёрной линии (в данном случае $B = 0,0011$), а обратное значение ($1/B$) – это *кери* (K) числа N , то есть количество его делителей, попадающих в его центральный интервал (в данном случае $K = 912$) – всё это не сложно доказать (более подробно см. в моей книге «Зеркало» Вселенной» на стр. 48 – 52). Для параметра A , очевидно, можно записать следующее: $A = 0,5 \ln N - B \cdot T/2 = 0,5(\ln N - T/K)$. Причем мои исследования показывают, что для первых 144-х чисел-лидеров N (открывающих чётные миры T) справедливо такое эмпирическое равенство: $T/K = 1,238(\ln N)^{0,6482}$. Значит, в конце Большого отрезка вполне может быть $T/K = 29,34$ – это весьма интересная гипотеза, которую доказать аналитически (или опровергнуть) я, к сожалению, не могу. Чем эта гипотеза интересна с точки зрения виртуальной космологии – об этом рассказано ниже.

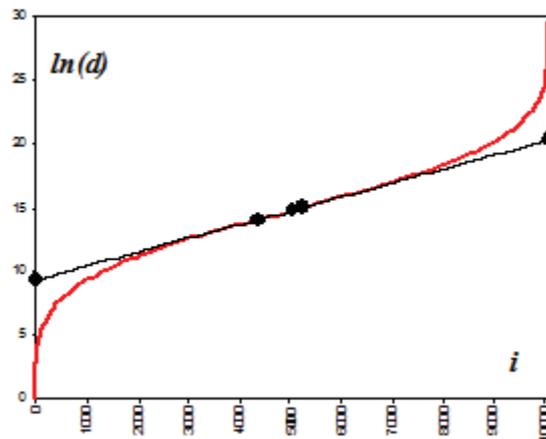


Рис. 1. Все делители числа $N = 6.746.328.388.800$

Читатель, искушенный в математике, глядя на рис. 1 (на его красную тильда-линию), сразу поймет, что логарифмы делителей числа N распределены по *нормальному закону*, а, значит, сами делители подчиняются *логнормальному распределению* – это общеизвестные понятия из теории вероятности (раздел высшей математики). Пусть событие X заключается в том, что произвольно взятое натуральное число из отрезка $[1; N]$ оказывается делителем числа-лидера N , имеющего достаточно много делителей. Тогда, вспоминая теорию вероятности, можно утверждать, что наибольшая вероятность (P_{\max}) события X будет у чисел, лежащих в *центральном интервале* числа N . Причем, эта вероятность, очевидно, будет равна $P_{\max} = K/T$ (и чем больше число N , тем точнее работает данная формула). Но, с другой стороны, из теории вероятности, имеем: $P_{\max} = 1/(2 \cdot \pi \cdot D)^{0,5}$, где D – это так называемая *дисперсия* (мера разброса данной случайной величины). Таким образом, можно вывести формулу:

$$D = 1/(2 \cdot \pi) \cdot (T/K)^2 \tag{1}$$

где $\pi = 3,14\dots$ (число «пи»); T – *тип* числа-лидера N (количество всех его целых делителей); K – *кери* числа N (количество его целых делителей, попадающих в его центральный интервал).

Нетрудно убедиться, что если $T/K = 29,34\dots$ (см. мою гипотезу выше), то формула (1) выдает нам числовое значение, обратное значению ПТС, то есть в конце Большого отрезка вполне может выполняться равенство: $D = 1/ПТС = 137$.