

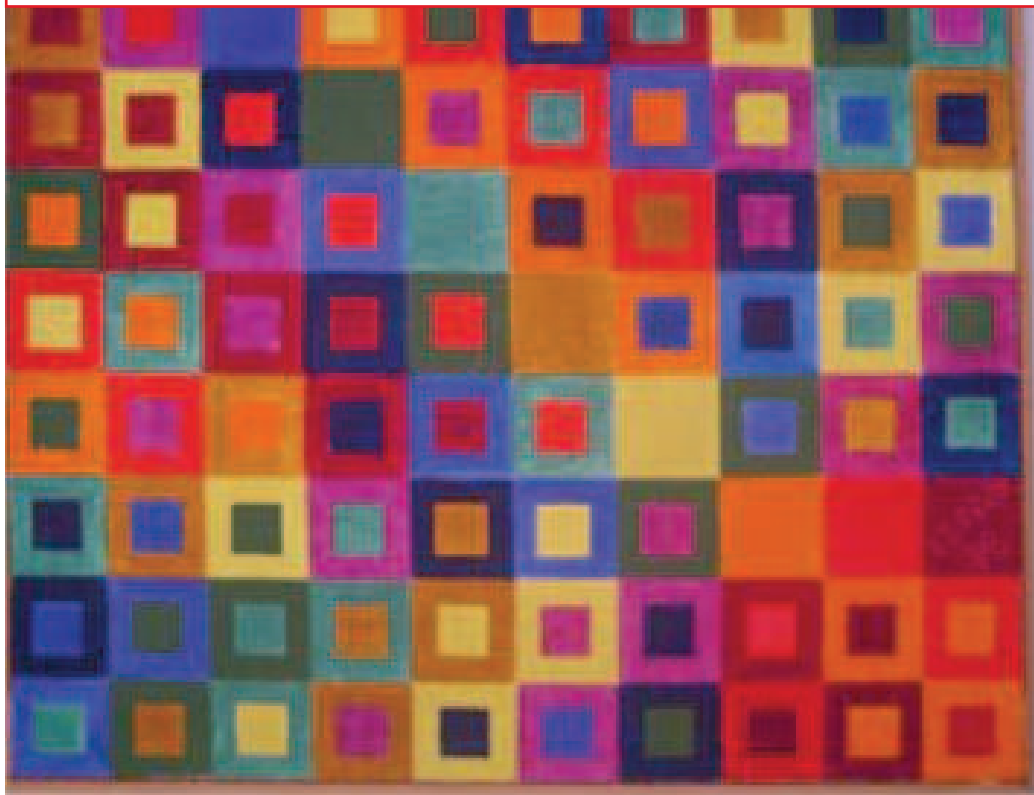
## **Числофизика: Сборник статей 2015 г (Number physics: Collected papers 2015)**

Александр Васильевич Исаев  
(Alexander Vasilievich Isaev)

### Abstract

В сборник вошли следующие статьи: Высказывания великих людей о математике; Высказывания Альберта Эйнштейна; «Теория всего» Лиси (модель E8); Ошибка гения (Леонарда Эйлера); Два вида простых чисел.

The collection includes the following articles: Statements of people about mathematics; Albert Einstein's Statements; Lisi's "Theory of Everything" (model E8); The mistake of a genius; Two kinds of primes.



# О Г Л А В Л Е Н И Е

1. Высказывания великих людей о математике .....	2
2. Высказывания Альберта Эйнштейна .....	28
3. «Теория всего» Лиси (модель E8) .....	32
4. Ошибка гения (Леонарда Эйлера) .....	40
5. Два вида простых чисел .....	44

---

## 1. Высказывания великих людей о математике

Предмет математики настолько серьезен, что полезно не упустить случая сделать его немного занимательным.

Б. Паскаль

Задача заключается не в том, чтобы учить математике, а в том, чтобы при посредстве математике дисциплинировать ум.

В. Шрадер

В каждой естественной науке заключено столько истины, сколько в ней есть математики.

И. Кант

Он стал поэтом — для математика у него не хватало фантазии.

Давид Гильберт (об одном из своих учеников)

Законы математики, имеющие какое-либо отношение к реальному миру, ненадежны; а надежные математические законы не имеют отношения к реальному миру.

А Эйнштейн

Часто говорят, что цифры управляют миром; по крайней мере нет сомнения в том, что цифры показывают, как он управляется.

И. Гете

Математика учит точности мысли, подчинению логике доказательства, понятию строго обоснованной истины, а всё это формирует личность, пожалуй, больше, чем музыка.

А. Д. Александров

В природе существует внутренне присущая ей скрытая гармония, отражающаяся в наших умах в виде простых математических законов. Именно этим объясняется, почему природные явления удаётся предсказывать с помощью комбинации наблюдений и математического анализа.

Г. Вейль

Подлинно реалистическая математика наряду с физикой должна восприниматься как часть теоретического описания единого реального мира и по отношению к гипотетическим обобщениям своих оснований занять такую же трезвую и осторожную позицию, какую занимает физика.

Г. Вейль

Едва ли кто-нибудь из нематематиков в состоянии освоится с мыслью, что цифры могут представлять собой культурную или эстетическую ценность, или иметь какое-нибудь отношение к таким понятиям, как красота, сила, вдохновение. Я решительно протестую против этого косного представления о математике.

Н. Винер

Большинство так называемых культурных людей, не связанных с математикой по роду своих занятий, считает совершенно допустимым не иметь об этой науке ни малейшего представления. Математика для них – нечто в высшей степени скучное, сухое и отвлечённое... В наиболее печальных случаях считается, что это почти то же самое, что занятие бухгалтерией.

Н. Винер

Вкусив от сладкого плода математики, мы уподобляемся лотофагам, ибо воспользовавшись ею хоть раз, мы не хотим от неё оторваться и она овладевает нами, как цветок лотоса.

Аристотель

Когда я чувствую, что не могу больше находиться в цивилизованном обществе, я спасаюсь в чистую математику.

Б. Шоу

Кто возьмёт на себя смелость сказать, что математическое и логическое рассуждения не страсть!

Б. Шоу

Умение мыслить математически – одна из благороднейших способностей человека.

Б. Шоу

...способность [фантазии] чрезвычайно ценна. Напрасно думают, что она нужна только поэту. Это глупый предрассудок! Даже в математике она нужна, даже открытие дифференциального и интегрального исчислений невозможно было бы без фантазии. Фантазия есть качество величайшей ценности...

В. И. Ленин

Предмет математики настолько серьезен, что полезно не упустить случая сделать его немного занимательным.

Б. Паскаль

В математических вопросах нельзя пренебрегать даже с самыми малыми ошибками.

И. Ньютон

Метод решения хорош, если с самого начала мы можем предвидеть - и далее подтвердить это, - что, следуя этому методу, мы достигнем цели.

Г. Лейбниц

Первое условие, которое надлежит выполнять в математике, - это быть точным, второе - быть ясным и, насколько можно, простым.

Л. Карно

Математике должно учить в школе еще с той целью, чтобы познания, здесь приобретаемые, были достаточными для обыкновенных потребностей в жизни.

Н. И. Лобачевский

Много из математики не остается в памяти, но, когда поймешь ее, тогда легко при случае вспомнить забытое.

М.В. Остроградский

Задача заключается не в том, чтобы учить математике, а в том, чтобы при посредстве математике дисциплинировать ум.

В. Шрадер

Правильному применению методов можно научиться только, применяя их на разнообразных примерах.

Г. Цейтен

...Математика - это цепь понятий: выпадет одно звеньишко - и не понятно будет дальнейшее.

Н. К. Крупская

Лучший способ изучить что-либо - это открыть самому.

Д. Пойа

Если вы хотите научиться плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи, то решайте их!

Д. Пойа

Трудность решения в какой-то мере входит в само понятие задачи: там, где нет трудности, нет и задачи.

Д. Пойа

Умственный труд на уроках математики - пробный камень мышления.

В.А. Сухомлинский

Математика уступает свои крепости лишь сильным и смелым.

А.П. Конфорович

Доказательство - это рассуждение, которое убеждает.

Ю.А. Шиханович

Как и другие науки, математика возникла из практических нужд людей: из измерения площадей земельных участков и вместимости сосудов, из счисления времени и их механики.

Ф. Энгельс

Великая книга природы написана математическими символами.

Галилей

Математика - самая надежная форма пророчества.

В. Швобель

В каждой естественной науке заключено столько истины, сколько в ней есть математики.

И. Кант

Подобно тому как все искусства тяготеют к музыке, все науки стремятся к математике.

Д. Сантаяна

Чистая математика — это такой предмет, где мы не знаем, о чем мы говорим, и не знаем, истинно ли то, что мы говорим.

Бертран Рассел

Из дома реальности легко забрести в лес математики, но лишь немногие способны вернуться обратно.

Хуго Штейнхаус

В математике нет символов для неясных мыслей.

Анри Пуанкаре

Мы не можем понять эту формулу, и мы не знаем, что она значит, но мы доказали ее и поэтому знаем, что она должна быть достоверной.

Некий профессор математики об одной из теорем Л. Эйлера

Законы математики, имеющие какое-либо отношение к реальному миру, ненадежны; а надежные математические законы не имеют отношения к реальному миру.

А Эйнштейн

Математика - это искусство называть разные вещи одним и тем же именем.

А. Пуанкаре

Часто говорят, что цифры управляют миром; по крайней мере нет сомнения в том, что цифры показывают, как он управляется.

И. Гете

Математика - единственный совершенный метод, позволяющий провести самого себя за нос.

А. Эйнштейн

Нельзя быть настоящим математиком, не будучи немного поэтом.

Т. Вейерштрасс

В математике ум исключительно занят собственными формами познания - временем и пространством, следовательно, подобен кошке, играющей собственным хвостом.

А. Шопенгауэр

Ничто не нравится, кроме красоты, в красоте – ничто, кроме форм, в формах – ничто, кроме пропорций, в пропорциях – ничто, кроме числа.

А. Августин

Число лежит в основе всякого восприятия красоты. Только в том случае, когда само ощущение удовольствия преисполнено определённых чисел, оно способно одобрять равные интервалы и отвергать беспорядочные.

Блаженный Августин в трактате "О музыке"

Красота заключается в должной пропорции: ведь ощущение наслаждается вещами, обладающими должной пропорцией, как ему подобными, поскольку и ощущение есть некое разумение, как и всякая познавательная способность вообще.

Фома Аквиант

Окружающий нас мир – это мир геометрии.

А.Д. Александров

Своеобразие геометрии, выделяющее её среди других разделов математики, да и всех наук вообще, заключается в неразрывном органическом соединении живого воображения со строгой логикой. Геометрия в своей сути и есть пространственное воображение, пронизанное и организованное строгой логикой.

А.Д. Александров

Математика полезна тем, что она трудна.

А.Д. Александров

Общеобразовательное значение курса математики, как и любого другого предмета, состоит прежде всего в тех общих понятиях, которые он даёт и которые расширяют кругозор и способы подхода чело-



века к явлениям жизни. С этой точки зрения математика важна, во-первых, своей логикой, последовательностью и точностью выводов. Во-вторых, математика полезна тем, что она трудна. Её абстрактные строгие рассуждения требуют больших и длительных умственных усилий, требуют не столько памяти, сколько понимания и соображения.

А.Д. Александров

Нигде, как в математике, ясность и точность вывода не позволяет человеку отвернуться от ответа разговорами вокруг вопроса.

А.Д. Александров

Математика учит точности мысли, подчинению логике доказательства, понятию строго обоснованной истины, а всё это формирует личность, пожалуй, больше, чем музыка.

А.Д. Александров

Значение математики сейчас непрерывно возрастает. В математике рождаются новые идеи и методы. Всё это расширяет сферу её приложения. Сейчас уже нельзя назвать такой области деятельности людей, где математика не играла бы существенной роли. Она стала незаменимым орудием во всех науках о природе, в технике, в общественном образовании. Даже юристы и историки берут на своё вооружение математические методы.

А.Д. Александров

Инженер, не владеющий математическими методами, - это не инженер, а монтер... Инженер в полном смысле этого слова немыслим без знания математики. Ничего нельзя сделать без математики: мост построить нельзя, плотину – нельзя, гидростанцию – нельзя. Сокращать объём преподавания математики – преступление! Надо изучать её как можно в большем объёме, а главное – как можно основательнее.

И. Г. Александров, строитель Днепрогэса, инженер, академик, 1932 год

Мне любо изречение древнего и славнейшего живописца Памфила, у которого молодые люди благородного звания начали обучаться

живописи. Он считал, что ни один живописец не может хорошо писать, не зная хорошо геометрии. Наши наметки, в которых изложено всё искусство живописи во всём безусловном совершенстве, будут легко поняты всяким геометром, но невежда в геометрии не поймёт ни этих, ни каких-либо иных правил живописи. Поэтому я и утверждаю, что живописцу необходимо обучаться геометрии.

А. Альберти

Вновь и вновь следует повторить изречение Пифагора: "Нет сомнений, что природа во всём остаётся себе подобной. Дело обстоит так: существуют числа, благодаря которым гармония звуков пленяет слух, эти же числа преисполняют и глаза, и дух чудесным Легче найти доказательство, приобретя сначала некоторое понятие о том, что мы ищем, чем искать такое доказательство без всякого предварительного знания.

Архимед

Геометрия показалась мне очень интересной и какой-то волшебной наукой.

И.К. Андронов

В день, когда Пифагор открыл свой чертёж знаменитый,  
Славную он за него жертву быками воздвиг.

Аполлодор

И учение о природе, и математику следует считать лишь частями мудрости.

Аристотель

Пифагорейцы были первыми, кто, занявшись математическими науками, продвинул их вперёд; воспитавшись на них, пифагорейцы стали считать их началами всех вещей.

Аристотель

Мы с наслаждением познаём математику... Она восхищает нас, как цветок лотоса.

Аристотель

... в математике ... ни в одном доказательстве не ссылаются здесь на то, что так лучше или хуже, да и вообще ничего подобного никому здесь даже на ум не приходит. Вот почему некоторые софисты, например, Аристипп, относились к математике пренебрежительно: в остальных искусствах, мол, даже в ремесленных, например в плотничьем и сапожном, всегда ссылаются на то, что так лучше или хуже, математическое же искусство совершенно не принимает во внимание хорошее и дурное.

Аристотель

Платон утверждал, что помимо чувственно воспринимаемого и эйдосов существуют как нечто промежуточные математические предметы, отличающиеся от воспринимаемых тем, что они вечны и неподвижны, а от эйдосов – тем, что имеется много одинаковых таких предметов, в то время как каждый эйдос сам по себе только один.

Аристотель

Хотя математик на свой лад и пользуется общими положениями, но начала математики должна исследовать первая философия.

Аристотель

Я желал более всего успеть в математиках и вообще в точных науках.

А.П. Барятинский

Главная сила математики состоит в том, что вместе с решением одной конкретной задачи она создаёт общие приёмы и способы, применимые во многих ситуациях, которые даже не всегда можно предвидеть.

М. Башмаков

Удовлетворение, которое мы испытываем, глядя на прекрасное произведение искусства, проистекает оттого, что в нём соблюдены правила и мера, ибо удовольствие в нас вызывают единственно лишь пропорции.

Ф. Блондель (1618-1686), зодчий

В задачах по элементарной геометрии приходится пользоваться очень остроумными, подчас тонкими приёмами, и тот, кто в своей молодости вкусил их прелесть, никогда их не забудет.

Борель Э.

В определённом смысле математика – искусство накопления знаний при помощи отыскания новых интересных отношений (связей) между объектами.

Боровкова О.А.

Чистейший трюизм, истинность которого становится очевидной при самом поверхностном взгляде, состоит в том, что математика изобретена человеком.

Бриджмен П.У.

Математика в конечном счёте представляется не более истинной, чем физика или химия.

П.У. Бриджмен

Оценка математической теории определяется не только её правильностью. Она зависит также от важности предмета и области применений. За пределами этого должно быть ещё место свободным суждениям человека.

Дж. Буль

Дайте линиям подлинную свободу.

Эмиль Бурдель

Врата и ключ этих наук – математика, которую, как я докажу, открыли безупречные мужи от начала мира, и которую предпочитали прочим наукам все безупречные и мудрые. А пренебрежение ею уже на протяжении 300 или 400 лет разрушило всякое знание у латинян. Ибо, не зная её, нельзя знать, как я покажу далее, ни прочих наук, ни мирских дел. И что ещё хуже, люди, в ней не сведущие, не ощущают

собственного невежества, а потому не ищут от него лекарства. И напротив того, знакомство с этой наукой подготавливает душу и возвышает её ко всякому прочному знанию, так что, если кто познал источники мудрости, касающиеся математики, и правильно применил их к познанию прочих наук и дел, тот сможет без ошибок и без сомнений, легко и по мере сил постичь и все последующие науки.

Роджер Бэкон

Математика – первая из всех наук и полезна, и необходима для них.

Роджер Бэкон

Практика рождается из тесного соединения физики и математики.

Ф. Бэкон

Математические дарования, подобно музыкальным, нередко врожденны, проявляются рано и органически определяют склад ума данного человека.

С. Вавилов

А вот нужны ли математические знания для того, чтобы в максимальной степени использовать возможности, предоставляемые современным компьютером? Рискну предположить, что без них не обойтись. Почему? Да потому, что компьютер подобен двуликому Янусу. С одной стороны – "железо"... . Описать наиболее важные части "железа" может лишь математика. Причём в довольно абстрактных, "непрактичных" на уровне лабаза разделах. С другой стороны – "софт. Под тончайшим слоем дружественных интерфейсов и геологическими пластами кода лежит прочнейший скелет булевой алгебры. Дисциплины, возникшей не из практических нужд, но из попыток математиков XIX века привнести некоторую упорядоченность в свою науку.

Ваннах М.

...интуиционизм рассматривает математическое мышление как процесс мысленного построения, создающий свой собственный мир,

не зависящий от наших ощущений и основывающийся на фундаментальной математической интуиции.

Ваннах М.

Математика по Брауэру синтезирует истины, а отнюдь не выводит их из логики.

Ваннах М.

Философы веками спорили – возможно ли невербальное мышление. Брауэр показал, что математика – полностью автономный, находящий основание в себе самом вид деятельности, не зависящий от языка. Идеи математики уходят в разум куда глубже, чем язык. Они не зависят от словесного восприятия и куда богаче его. Естественный язык способен, по Брауэру, создать лишь копию идей, соотносимую с ней самой, как фотография с пейзажем.

Ваннах М.

Стремление уйти от мира, замкнутая монашеская жизнь, вегетарианство и общность имущества встречались у многих сект. Но что отличало пифагорейцев от всех других – это способ, при помощи которого они считали возможным достигнуть очищения души и соединения с божеством; это делалось именно при помощи математики. Математика была одной из составных частей их религии.

Б.Л. Ван дер Варден

... между математикой и естественными науками должны быть установлены более глубокие взаимоотношения, чем те, которые имели бы место, если бы, например, физика видела в математике лишь вспомогательную дисциплину, пусть даже необходимую, а математика рассматривала вопросы, выдвигаемые физиками, только как обильное собрание примеров для своих методов.

К. Вейерштрасс

Брауэр открыл нам глаза и показал, как далеко классическая математика, питаемая верой в абсолют, превосходящий все человеческие

возможности реализации, выходит за рамки утверждений, которые могут претендовать на реальный смысл и истинность, основанную на опыте.

Г. Вейль

Симметрия...является той идеей, посредством которой человек на протяжении веков пытался постичь и создать порядок, красоту и совершенство.

Г. Вейль

Для нас, чьи плечи ноют под тяжестью наследия греческой мысли, кто идёт по стопам героев эпохи Возрождения, цивилизация немислима без математики.

Г. Вейль

Искусство орнамента содержит в неявном виде наиболее древнюю часть известной нам высшей математики.

Г. Вейль

В природе существует внутренне присущая ей скрытая гармония, отражающаяся в наших умах в виде простых математических законов. Именно этим объясняется, почему природные явления удаётся предсказывать с помощью комбинации наблюдений и математического анализа.

Г. Вейль

Подлинно реалистическая математика наряду с физикой должна восприниматься как часть теоретического описания единого реального мира и по отношению к гипотетическим обобщениям своих оснований занять такую же трезвую и осторожную позицию, какую занимает физика.

Г. Вейль

Красота тесно связана с симметрией.

Г. Вейль

Построения математического ума являются одновременно и свободными, и необходимыми. Отдельный математик свободен определять свои понятия и устанавливать свои аксиомы как ему угодно. Но вопрос: заинтересует ли он своих коллег-математиков продуктами своего воображения? Мы не можем не чувствовать, что некоторые математические структуры, развившиеся благодаря усилиям многих учёных, несут печать необходимости, которая не затрагивается случайностями их исторического появления. Каждый, кто созерцает зрелище современной алгебры, будет поражён этой взаимодополнительностью свободы и необходимости.

Г. Вейль

Ответственные решения должны приниматься не интуитивно, а на основе предварительных прикидок, математических расчётов. И не случайно именно в наше время отмечается бурный рост математических методов во всех областях практики. Вместо того чтобы "пробовать и ошибаться" на реальных объектах, люди предпочитают делать это на математических моделях. Построение таких моделей, их анализ и вывод рекомендаций – одна из важнейших задач прикладной математики.

Е.С. Вентцель

То и дело раздаются голоса, утверждающие, будто главная задача обучения математике в школе и вузе – это научить людей логически мыслить. Отсюда чрезмерная формализация математических дисциплин, изложение их в отрыве от задач практики. Слов нет, привычка к логическому мышлению – хорошее дело, но у математики есть и другие задачи: активного вмешательства в практику, разумной организации производственных и иных процессов. Жизнь непрерывно требует от математика ответа на вопрос, как поступить в том или другом случае, при тех или других сложившихся обстоятельствах. И дело его чести – не уходить от этих требований в пучину абстракций, а по мере сил удовлетворять их.

Е.С. Вентцель



Математика не только проникает в ранее чуждые для неё области, "завоёвывает" их – она при этом и сама трансформируется, становится менее формальной, менее ригористичной, меняет свои методологические черты, приближаясь к наукам гуманитарным.

Е.С. Вентцель

Чудесная загадка соответствия математического языка законам физики является удивительным даром, который мы не в состоянии понять и которого мы, возможно, недостойны. Мы должны испытывать чувство благодарности за этот дар. Следует надеяться, что он не покинет нас в будущих исследованиях и что он будет – хорошо это или плохо – развиваться к нашему большому удовлетворению, а быть может, и к нарастающему беспокойству, расширяя область познания окружающего нас мира.

Юджин Пол Вигнер

Математик не только способствует более глубокому пониманию решения, найденного естествоиспытателем, но и существенно обобщает первоначальную постановку проблемы.

Вигнер Е.

Решение трудной математической проблемы можно сравнить с взятием крепости.

Н.Я. Виленкин

Одни из них (например, виднейший французский математик А. Вейль) убеждены, что математик утоляет свою жажду непосредственно в источнике знаний, который всегда чист и обилен, а представители других наук вынуждены довольствоваться мутным потоком действительности, что целью математики является прославление человеческого духа.

Н.Я. Виленкин

Едва ли кто-нибудь из нематематиков в состоянии освоится с мыслью, что цифры могут представлять собой культурную или эстети-

ческую ценность или иметь какое-нибудь отношение к таким понятиям, как красота, сила, вдохновение. Я решительно протестую против этого косного представления о математике.

Н. Винер

Математика – наука молодых. Иначе и не может быть. Занятия математикой – это такая гимнастика ума, для которой нужны вся гибкость и вся выносливость молодости.

Н. Винер

Тот, кто хулит высшую достоверность математических наук, питается сумбуром и никогда не заставит умолкнуть возражения софистических наук – наук, которые учат лишь вечному крику.

Леонардо да Винчи

Пусть никто, не будучи математиком, не дерзает читать мои труды.

Леонардо да Винчи

Пусть не читает меня тот, кто не является математиком...

Леонардо да Винчи

Из всех заслуживающих изучения первопричин и действующих начал природы восторг зрителя вызывает главным образом Свет, а из достопримечательностей Математики разум исследователя в несравненно большей степени, чем всё остальное, возвышает непреложность её доказательств.

Леонардо да Винчи

Все проблемы Перспективы можно прояснить при помощи пяти терминов Математики: точка, линия, угол, поверхность и тело.

Леонардо да Винчи

Математика остаётся олицетворением науки, символом мудрости, царицей всех наук. Красота математики среди наук недостижима, а красота является одним из связующих звеньев науки и искусства.

Волошинов А.

...математика во все времена была и остаётся "первой красавицей" среди наук и, следовательно, эстетические принципы науки наиболее ярко проявляются в математике.

Волошинов А.

...математика несёт красоту в любую науку.

Волошинов А.

...именно математика в процессе своего развития лишилась материального предмета изучения, и это сделало её всемогущественной наукой. Сегодня любой человек, даже совершенно далёкий от математики, знает, что математика представляет собой могучую силу, сфера влияния которой практически не ограничена.

Волошинов А.

...математика является символом мудрости науки, образцом научной строгости и простоты, эталоном совершенства и красоты в науке.

Волошинов А.

...осмысленное и систематическое приложение к искусству математика нашла, конечно, в музыке, в трудах древнегреческого математика Пифагора, его многочисленных учеников и последователей.

Волошинов А.

Математику можно определить, как предмет, в котором всегда трудно понять, о чём идёт речь и является ли истиной то, что мы утверждаем.

Б. Рассел

Математика – всего лишь, игра в которую играют согласно простым правилам и пользуются при этом ничего не значащими обозначениями.

Д. Гильберт

Каждый сам знает, что он понимает под множеством.

Е. Борель

Звуки мертвив,  
Музыку я разъял, как труп. Поверил  
Я алгеброй гармонию. Тогда  
Уже дерзнул, в науке искушенный,  
Предаться неге творческой мечты.

А. С. Пушкин

У людей, усвоивших великие принципы математики, одним органом чувств больше, чем у простых смертных.

Ч. Дарвин

Изучение математики приближает к бессмертным богам.

Платон

Вера и математические доказательства – две вещи несовместимые.

Ф. Достоевский

Нет царского пути в геометрию.

Евклид

Страх смерти обратно пропорционален хорошей жизни.

Л. Толстой.

Мы хотим внести тонкость и строгость математики во все науки, поскольку это вообще возможно; мы желаем этого не потому, что считываем таким путём познавать вещи, но для того, чтобы установить этим наше человеческое отношение к вещам. Математика есть лишь средство общего и высшего человековедения.

Ф. Ницше

Умение решать задачи - такое же практическое искусство, как умение плавать или бегать на лыжах. Ему можно научиться только путём подражания или упражнения.

Д. Пойа

Математика и опыт – вот подлинные основания достоверного, естественного, разумного живого познания.

Спиноза

Математическая истина остаётся на вечные времена, а метафизические призраки проходят, как бред больных.

Вольтер

Правила для развития способности делать выводы ...занимайся математикой.

Л. Толстой

Очень бы я желал повторить математику; не знаю только, способен ли я теперь на это.

Л. Толстой

Воспитывать можно только физически. Математика есть физическое воспитание.

Л. Толстой

Геометрия является самым могущественным средством для изощрения наших умственных способностей.

Г. Галилей

...сила речи обратно пропорциональна количеству слов.

Д. Мережковский

...химия – правая рука физики, математика – её глаза.

М.В. Ломоносов

...человека, умеющего наблюдать и анализировать, обмануть просто невозможно. Его выводы будут безошибочны, как теоремы Евклида.

А. Конан Дойл

Музыка есть таинственная арифметика души; она вычисляет, сама того не подозревая.

Г. Лейбниц

...для несведущих в математике сокрыты многие тайны вещей.

Я. Коменский

Используйте закон больших чисел для изгнания беспокойства из вашей жизни. Спрашивайте себя: какова вероятность того, что это событие вообще произойдет.

Д. Карнеги

Вкусив от сладкого плода математики, мы уподобляемся лотофагам, ибо воспользовавшись ею хоть раз, мы не хотим от неё оторваться и она овладевает нами, как цветок лотоса.

Аристотель

Ни одна наука так не укрепляет веру в силу человеческого разума, как математика.

Г. Штейнгауз

В голове у Архимеда было гораздо больше воображения, чем в голове у Гомера.

Вольтер

...поэт подобен математику, который конструирует эти отношения а priori, в чистом воззрении.

А. Шопенгауэр

Математика лучше всего помогает нам в понимании разнообразных божественных истин.

Н. Кузанский

Математика и музыка находятся на крайних полюсах человеческого духа, что этими двумя антиподами ограничивается и определяется, и определяется вся творческая духовная деятельность человека и что между ними размещается всё, что человечество создало в области науки и искусства.

Г. Нейгауз

Пифагорейцы были математиками – маньяками.

А. Шопенгауэр

"Всё, что превышает геометрию, превышает нас", сказал Паскаль. И вследствие того написал свои философические мысли!

А. Пушкин

Вдохновение есть расположение души к живейшему принятию впечатлений и соображению понятий, следственно и объяснению оных. ... Вдохновение нужно в геометрии, как и в поэзии.

А. Пушкин

Наука чистой математики в её современных вариантах может быть представлена в качестве самого оригинального продукта человеческого духа.

А. Уайтхед

Силы человеческой природы рассчитываются, словно вероятности в математике.

Казанова

Математическое доказательство для разума непреложно.

Казанова

Прежде чем выступать, Линкольн с математической точностью обдумывал свои выводы. Когда ему было сорок лет, и он был уже членом конгресса, он изучал Евклида, чтобы иметь возможность выявлять софизмы и доказывать свои выводы.

Д. Карнеги

У каждого свой исходный постулат, на котором построена его геометрия жизни. Нужно только пристальнее приглядеться к человеку, определить этот исходный постулат и тогда всё станет ясно, все поступки окажутся логически обоснованными. Можно даже наперёд предсказать, как поступит тот или иной человек.

Н. Лобачевский

Большинство жизненных задач решаются как алгебраические уравнения: приведением их к самому простому виду.

Л. Толстой

Он дальше десятичных дробей вряд ли ходил.

П. Боборыкин

Высшая гармония одарённого воображением интеллекта всегда наделена преимущественно математическим характером.

Э. По

Легче сквадрировать круг, чем обойти математика

Август де Морган

Когда я понял, что сумма углов треугольника равняется двум прямым углам, я почувствовал в этом нечто своё, личное, бесконечно родное, чего уже никто у меня не отнимет. И среди многочисленных волнений жизни и мысли я нашёл в этом приют. Геометрия, если я её изучил и понял, моя - родная и близкая, всегда ласковая и всегда уютная наука.

А. Лосев



Какая будет цель моей жизни в деревне в продолжение двух лет?... изучить математику, гимназический курс.

Л. Толстой

Войска французские равномерно таяли в математически правильной прогрессии.

Л. Толстой

Математика – это то, посредством чего люди управляют природой и собой.

А. Колмогоров

Отчего, например, ни в одном из своих действий разум не возвышается до такой степени, как в математических исчислениях? Что такое исчисление? Умственное действие, механическая работа ума, в которой рассуждающей воле нет места. Откуда эта чудодейственная мощь анализа в математике? Дело в том, что ум здесь действует в полном подчинении данному правилу.

П. Чаадаев

Человек научается познавать физический закон, наблюдая явления природы, которые чередуются у него перед глазами сообразно единообразному и неизменному закону. Собирая воедино наблюдения предшествующих поколений, он создаёт систему познаний, проверяемую его собственным опытом, а великое орудие исчисления облакает её в неизменную форму математической достоверности.

П. Чаадаев

...каждая математическая теорема осуществляется где-нибудь в природе, в какой-либо комбинации молекул или элементов. Математика кажется нам отвлечённой только потому, что мы не замечаем применения её принципов в природе.

П. Чаадаев

Бог нужен для метафизики, как для математики нуль.

Пестель

Пестель... Математик глубокий; и в правоту свою верит, как в математическую истину. Везде и всегда равен себе.

Д. Мережковский

Математика выявляет порядок, симметрию и определённую, а это – важнейшие виды прекрасного.

Аристотель

Математик, который не является также немного поэтом, никогда не будет завершённым математиком.

К. Вейерштрасс

...необходимо уточнение смысла терминов, а хорошую школу этого даёт математика.

А. Тоом, математик

Математика есть прообраз красоты мира.

И. Кеплер

Я увидел тоже математически ясно.

Н. Гоголь

Математика нужна для изучения многих наук, но сама она не нуждается ни в какой науке.

П. Каптерев

Для несведущих в математике сокрыты многие тайны вещей.

Я. Коменский

У них арифметика вместо души-то.

А. Островский

Математики – вроде французов: когда говоришь с ними, они переводят твои слова на свой язык и сразу получается что-то совсем другое.

И. Гёте

Для современного физика математика всё равно, что абсолютный слух для композитора.

Ю. Нагибин

Математики похожи на влюблённых... Согласитесь с математиком в самом простом высказывании, и он выведет из него следствие, с которым вы также должны согласиться, а из этого следствия – другое

Б. Фонтенель

Математика – великое дело.

Л. Толстой

Премудрость чисел, из наук главнейшую,  
Я для людей измыслил.

Эсхил

В его возрасте (да и всегда) есть только две науки, в пользу которых можно быть твёрдо уверенным – это язык или языки, искусство выражать и понимать всякие и во всякой форме мысли, и математика. Я бы, по крайней мере, приохочивал ребёнка только к этим двум наукам.

Л. Толстой

Всякая хорошо решённая математическая задача доставляет умственное наслаждение.

Г. Гессе

Вы параллельны ко всему,  
А я, напротив, вертикален!

А. Толстой

И они пускаются на поиски неизвестного с рвением учёных – математиков.

О. Бальзак

Великий и бессмертный Спиноза ... математически доказывал существование Бога.

О. Бальзак

Кто возьмёт на себя смелость сказать, что математическое и логическое рассуждения не страсть!

Б. Шоу

Умение мыслить математически – одна из благороднейших способностей человека.

Б. Шоу

---

## 2. Высказывания Альберта Эйнштейна

Наум Зиндер перепечатал из [mail.rambler.ru](mailto:mail.rambler.ru) 28 февраля 2015

Сегодня исполняется 135 лет со дня рождения гениального физика и одного из основателей современной теоретической физики Альберта Эйнштейна. Вашему вниманию предлагается самые интересные высказывания этого замечательного человека.

Есть только две бесконечные вещи: Вселенная и глупость. Хотя насчет Вселенной я не уверен

Только дурак нуждается в порядке — гений господствует над хаосом.

Теория — это когда все известно, но ничего не работает. Практика — это когда все работает, но никто не знает почему. Мы же объединяем теорию и практику: ничего не работает... и никто не знает почему!

Есть только два способа прожить жизнь. Первый — будто чудеса не существует. Второй — будто кругом одни чудеса.

Образование — это то, что остаётся после того, как забывается всё выученное в школе.

Все мы гении.

Но если вы будете судить рыбу по её способности взбираться на дерево, она проживёт всю жизнь, считая себя дурой.

Только те, кто предпринимают абсурдные попытки, смогут достичь невозможного.

Я не знаю, каким оружием будет вестись третья мировая война, но четвёртая — палками и камнями.

Воображение важнее, чем знания. Знания ограничены, тогда как воображение охватывает целый мир, стимулируя прогресс, порождая эволюцию.

Бессмысленно продолжать делать то же самое и ждать других результатов.

Безотносительный Эйнштейн день рождения, интересно, наука, эйнштейн

Ты никогда не решишь проблему, если будешь думать так же, как те, кто ее создал.

Тот, кто хочет видеть результаты своего труда немедленно, должен идти в сапожники.

Все знают, что это невозможно. Но вот приходит невежда, которому это неизвестно — он-то и делает открытие.

Жизнь — как вождение велосипеда. Чтобы сохранить равновесие, ты должен двигаться.

Разум, однажды расширивший свои границы, никогда не вернется в прежние.

Морскую болезнь вызывают у меня люди, а не море. Но, боюсь, наука еще не нашла лекарства от этого недуга.

Человек начинает жить лишь тогда, когда ему удастся превзойти самого себя.

Стремись не к тому, чтобы добиться успеха, а к тому, чтобы твоя жизнь имела смысл.

Математика — это единственный совершенный метод водить самого себя за нос.

Чем больше моя слава, тем я больше тупею; и таково, несомненно, общее правило.

Если вы хотите вести счастливую жизнь, вы должны быть привязаны к цели, а не к людям или к вещам.

Международные законы существуют только в сборниках международных законов.

При помощи совпадений Бог сохраняет анонимность.

Единственное, что мешает мне учиться, — это полученное мной образование.

Я пережил две войны, двух жён и Гитлера.

Вопрос, который ставит меня в тупик: сумасшедший я или все вокруг меня?

Я никогда не думаю о будущем. Оно приходит само достаточно скоро.

Самое непостижимое в этом мире — это то, что он постижим.

Человек, никогда не совершавший ошибок, никогда не пробовал ничего нового.

Все люди лгут, но это не страшно, никто друга друга не слушает.

Если теория относительности подтвердится, то немцы скажут, что я немец, а французы — что я гражданин мира; но если мою теорию опровергнут, французы объявят меня немцем, а немцы — евреем.

Вы думаете, всё так просто? Да, всё просто. Но совсем не так.

Воображение — это самое главное, оно является отражением того, что мы притягиваем в свою жизнь.

Я слишком сумасшедший, чтобы не быть гением.

Чтобы пробить стену лбом, нужен или большой разбег, или много лбов.

Если вы что-то не можете объяснить шестилетнему ребёнку, вы сами этого не понимаете.

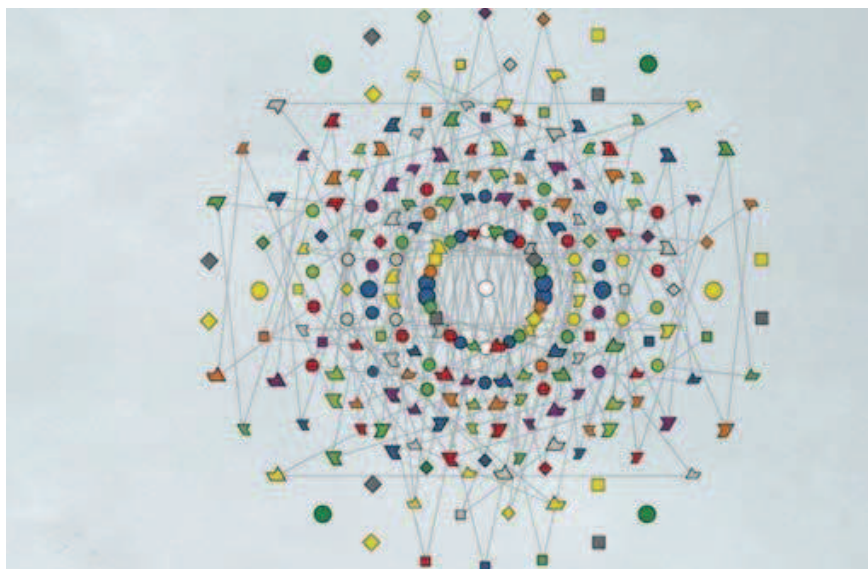
Логика может привести Вас от пункта А к пункту Б, а воображение — куда угодно...

Чтобы выигрывать, прежде всего нужно играть.

Никогда не забывайте то, что вы можете найти в книге.

Если беспорядок на столе означает беспорядок в голове, то что же тогда означает пустой стол?

### 3. «Теория всего» Лиси (модель E8)



#### 1. Трагическая судьба юного гения

Это произошло менее 200 лет назад. Рано утром 30 мая 1832 года в Париже около пруда Гласьер 20-летний *Эварист Галуа* был смертельно ранен на дуэли, якобы связанной с любовной интригой. Противники стреляли друг в друга из пистолетов на расстоянии нескольких метров. Пуля попала Галуа в живот. Несколько часов спустя один из местных жителей случайно наткнулся на раненого и отвёз его в больницу. Обстоятельства дуэли выяснить не удалось, неясно даже, с кем именно был поединок. Через сутки Галуа скончался и был похоронен на Монпарнасском кладбище...

В ночь перед дуэлью Галуа подготовил новый вариант *мемуара по математике* для парижской Академии, где предельно сжато (и, увы, малопонятно даже для математиков) изложил итоги своих исследований, и переслал его своему другу Огюсту Шевалье. Он послал последние работы Галуа известным немецким математикам (Гауссу и



Якоби), но ответа так не последовало. Только в 1843 году открытия Галуа заинтересовали французского математика Жозефа Лиувилля (1809 – 1882), который опубликовал и прокомментировал их в 1846 году. И только тогда открытия Галуа произвели огромное впечатление на современников, положив начало новому направлению в математике – современной *высшей алгебры* (теперь Галуа считается её основателем).

Галуа начал читать серьёзные математические сочинения лишь с 16 лет. В числе прочих ему попался мемуар, в котором Нильс Абель доказал, что для уравнений степени 5 и выше решение «в радикалах» невозможно. Однако юный Галуа вскоре нашёл общее решение уравнения произвольной степени, то есть выразил его корни через коэффициенты, используя только арифметические действия и радикалы. Но наиболее ценным был даже не этот результат, а те методы, с помощью которых Галуа удалось его получить. В свои 18 лет он вышел на такие фундаментальные понятия, как *группа* (Галуа первым использовал этот термин, активно изучая симметрические группы) и *поле* (конечные поля носят название *полей Галуа*). В итоге всего за 4 года жизни Галуа успел сделать открытия, ставящие его на уровень крупнейших математиков XIX века.

## 2. Теория групп – главный путь к «теории всего»?

Теория групп, у истоков которой стоял и Галуа, имеет три исторических корня: теория алгебраических уравнений, *теория чисел* и геометрия. *Группа* является центральным понятием в общей алгебре, так как многие важные алгебраические структуры (кольца, поля, векторные пространства), являются группами с расширенным набором операций и аксиом. Группы возникают во всех областях математики, и методы теории групп оказывают сильное влияние на многие разделы алгебры. В процессе развития теории групп (менее чем за 200 лет) построен мощный инструментарий, во многом определивший специфику общей алгебры в целом, сформирован собственный глоссарий, элементы которого активно заимствуются смежными разделами математики и приложениями. Наиболее развитые ветви теории групп – линей-

ные алгебраические группы и *группы Ли* – стали самостоятельными областями математики, названы в честь норвежского математика Софуса Ли (1842 – 1899).

Понимание теории групп очень важно для физики и других естественных наук. В химии группы используются для классификации кристаллических решёток и симметрий молекул. В физике группы используются для описания многочисленных симметрий, которым подчиняются физические законы. Особенно важны в физике представления групп, в частности, групп Ли, так как они часто указывают путь к «возможным» физическим теориям (например, «теориям всего»). Например, Стандартная модель физики элементарных частиц (пока лучшая физическая теория) описывает три силы (без гравитации) и подчиняющиеся им частицы как разные динамичные геометрические объекты – разные группы Ли. Таким образом, *реальная Вселенная может быть естественным образом объяснена математической структурой*, в том числе группами Ли.

### 3. Колоссальная теорема XX века

Одним из наиболее значительных математических прорывов XX века стала *полная классификация* (с точностью до изоморфизма) *простых* конечных групп. Данные группы – «элементарные кирпичики», из которых можно построить любую конечную группу, так же, как любое натуральное число можно разложить в произведение простых, с той разницей, что эти «кирпичики» не будут определять группу однозначно, так как может существовать множество неизоморфных групп с теми же композиционными рядами. Доказательство теоремы об указанной классификации – это результат совместных усилий более 100 математиков, опубликовавших около 500 отдельных работ, суммарным объемом почти 15000 печатных страниц (основной массив публикаций с 1955 по 1983 годы). Говорят, что полностью разобрался в этом доказательстве только Дэниэл Горенштейн (скончался в 1992 году).

А сама формулировка теоремы звучит так: любая простая конечная группа это либо одна из 26 *спорадических* групп, либо принадлежит одному из следующих трёх семейств:

– циклические группы  $Z_p$  простого порядка;

- знакопеременные группы  $A_n$  перестановок не менее 5 элементов;
- простые (классические и особые) группы Ли.

Простые особые (исключительные) группы Ли (G2, F4, E6, E7, E8) считаются «исключительными», потому что они не попадают в бесконечный ряд групп растущей размерности. С точки зрения каждой группы в отдельности, в них нет ничего необычного, они обладают специальной структурой и широкими связями с различными разделами математики. Эти исключительные группы были обнаружены в 1890 году в классификации простых алгебр Ли над *комплексными числами*. В течение некоторого времени было проведено исследование вопроса, чтобы найти конкретные пути, в которых они возникают, например, как группы симметрий дифференциальной системы.

Наибольшей из 26 sporadicических групп является *группа Монстр*, подгруппами или факторами подгрупп которой являются все остальные sporadicические группы, кроме шести (их иногда называют «париями»). Группа-монстр была исходно построена Грисом в 1981 году как группа автоморфизмов определённой алгебры в евклидовом пространстве размерности 196884. Затем, была обнаружена более простая конструкция, связывающая её с *решёткой Лича* и *двоичным кодом Голея*. Группа-монстр (монстр Фишера–Гриса) имеет порядок, равный следующему числу (в каноническом виде):

$$N = (2^{46}) \cdot (3^{20}) \cdot (5^9) \cdot (7^6) \cdot (11^2) \cdot (13^3) \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot \\ \cdot (37^0) \cdot 41 \cdot (43^0) \cdot 47 \cdot (53^0) \cdot 59 \cdot (61^0) \cdot (67^0) \cdot 71 \approx \\ \approx 8,08017424794513 \cdot 10^{53}.$$

Указанное число  $N$  (порядок группы-монстра) имеет 424.488.960 целых делителей, что достаточно много, однако примерно в 144 раза меньше максимально возможного количества делителей у числа (некого *типо-макса*), близкого к указанному числу  $N$ .

Наибольшая группа Ли типа E8 была открыта Вильгельмом Киллингом в 1888–1890 годах, а современное её обозначение пришло из классификации, которая выделяет четыре бесконечных семейства простых алгебр Ли, обозначаемых  $A_n$ ,  $B_n$ ,  $C_n$ ,  $D_n$ , и пять особых случаев, обозначаемых E6, E7, E8, F4 и G2. Группа Ли типа E8 имеет ранг 8 и размерность 248 (как многообразие). Векторы системы корней определены в восьми измерениях. Группа E8 связана с *октонионами* и 10-

мерным пространством Минковского, естественно вводимым в теории суперструн.

**Октоионы** – это максимально возможное обобщение чисел в рамках алгебры Кэли. Алгебра Кэли – система гиперкомплексных чисел, 8-мерная алгебра над полем вещественных чисел, впервые была рассмотрена в 1843 Грейвсом, приятелем Гамильтона, а двумя годами позже независимо Кэли. По теореме Фробениуса, алгебра Кэли является единственной 8-мерной вещественной альтернативной алгеброй без делителей нуля. Алгебра Кэли является алгеброй с однозначным делением и с единицей, альтернативной, но неассоциативной и некоммутативной. Элементы алгебры (числа Кэли) называются иногда октоионами или октавами. Число Кэли – это линейная комбинация элементов  $\{1, i, j, k, l, il, jl, kl\}$  (в алгебре Кэли часто числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 могут заменяться буквенным обозначением). Каждая октава  $x$  может быть записана в виде суммы с вещественными коэффициентами. Октоионы находят применение в физике: например, в СТО и теории струн.

#### 4. Подвиг математиков в части группы Ли E8

Весной 2007 года (начиная с конца марта?) в Интернете появились сообщения о завершении колоссальных исследований математиками группы Ли типа E8. Для примера ниже приведу статью «Ну очень большой результат» из журнала "Компьютерра" от 11 апреля 2007 года (<http://old.computerra.ru/focus/314419/>).

«...Недавно завершился титанический труд международной команды из 18 математиков, возглавляемой профессором Джеффри Адамсом (Jeffrey Adams) из Мэрилендского университета, по описанию исключительно сложного математического объекта, так называемой группы Ли E8. Четыре года напряженной работы и расчетов на специализированном компьютере в Вашингтонском университете в Сиэтле вылились в 60-гигабайтный научный результат. Авторы гордятся тем, что если их труд напечатать как обычную научную статью мелким шрифтом на бумаге, то ею можно будет накрыть весь Манхэттен. [Его площадь – 59,47 кв.км или  $5,947 \cdot 10^{11}$  кв.см, что составляет почти 954 миллионов форматов A4 (листов обычной писчей бумаги)].

У данной команды ученых два года ушло только на понимание математических аспектов проблемы. Описывая вычислительную сложность проделанной ими работы, математики сравнивают ее с проектом "Геном человека". Но если информацию о генах человека можно записать в объеме 1 Гбайт, то результаты вычислений по проекту E8 составляют 60 Гбайт. Оптимизация алгоритмов позволила сократить объем вычислений в 1 тысячу раз, и, тем не менее, для окончательного решения потребовалось 77 часов работы суперкомпьютера Sage. Ученые в итоге составили матрицу размером 453060 x 453060.]

Непрерывные группы, введенные норвежским математиком Софусом Ли еще в 1870 году и теперь носящие его имя, играют важнейшую роль в современной математике и физике. Формально это гладкие многообразия – многомерные поверхности в еще более многомерных пространствах – с определенной на них операцией "умножения" точек, которая ставит в соответствие любой паре точек поверхности третью. Эта операция удовлетворяет обычным аксиомам умножения и, кроме того, непрерывна, то есть если любую из точек-сомножителей чуть-чуть сдвинуть, точка-произведение тоже сдвинется немного. Неформально группы Ли представляют собой группы непрерывных симметрий – преобразований различных пространств или других объектов, которые оставляют их неизменными и могут быть сколь угодно малыми. В этом случае умножение элементов есть последовательное применение двух преобразований. Простейший пример группы Ли – это группа поворотов плоскости вокруг начала координат. Поворот задается единственным числом, углом поворота, поэтому группа одномерна. Многообразие этой группы – обычная окружность.

Симметрии в современной физике играют центральную роль, поскольку именно они порождают фундаментальные законы природы. Например, всем известный закон сохранения энергии – это простое следствие независимости пространства-времени от сдвигов начала отсчета по времени. Поэтому важные группы Ли носят имена знаменитых ученых – Галилея, Лоренца, Пуанкаре. Например, группа Пуанкаре насчитывает десять измерений и описывает все преобразования нашего четырехмерного пространства-времени Минковского, основного объекта специальной теории относительности Эйнштейна. А в

физике элементарных частиц, космологии и теориях великого объединения язык теории групп Ли стал фактически естественным языком, обладающим предсказательной силой. Большинство физических законов там формулируются на языке симметрий и подходящих групп Ли.

Виновица торжества, группа Ли  $E_8$ , – самая большая и сложная из так называемых исключительных (exceptional) групп Ли. Она включает в себя симметрии геометрических объектов в 57 измерениях и сама имеет размерность 248. Соответствующая ей "корневая система" насчитывает 240 векторов в восьмимерном пространстве. Тем не менее, ученым удалось составить *полный каталог объектов*, на которые может действовать эта группа, и описать, как именно она действует. Этот каталог и занял 60 гигабайт.

Пока даже *сами авторы толком не знают, кому, как и когда может понадобиться их фундаментальный результат* (несмотря на то что группа  $E_8$  тесно связана со многими математическими объектами), – слишком уж сложно в этом каталоге разобраться. Но слабая надежда на физиков-теоретиков уже есть. В одном из многочисленных вариантов теории струн (претендующей на великое объединение фундаментальных взаимодействий), который предполагает пространство и время 26-мерным, такие группы естественно возникают в процессе "свертывания" лишних размерностей.»

## 5. «Теория всего» Лиси (модель $E_8$ )

*Исключительно простая теория всего* – единая теория поля, которая объединяет *все* известные физические взаимодействия, существующие в природе, предложенная американским физиком Гарретом Лиси (Лизи) 6 ноября 2007 года (то есть спустя полгода после того, как математики досконально «разобрались» с группой Ли  $E_8$ , см. выше). Теория основана на группе Ли  $E_8$  и интересна своей элегантностью (в силу того, что вся конструкция строится на одной-единственной группе Ли). В этой теории частицы вещества и кванты-переносчики *всех* взаимодействий описываются одинаковым языком – единым геометрическим объектом (группой Ли  $E_8$ ). Геометрические объекты, сопоставленные с элементарными частицами, суть правильные фигуры,

существующие как бы в некотором абстрактном воображаемом пространстве. Разумеется, мы не можем видеть эти фигуры (они принадлежат *математическому пространству*), однако **нам дано выявить обусловленные ими эффекты уже в нашем реальном мире**. Например, в теории Лиси дано предсказание о существовании двух новых, пока неизвестных, частиц (полей), и описаны их свойства (поэтому судьбу теории Лиси сможет решить Большой адронный коллайдер в ЦЕРНе).

«Теория всего» Лиси (это шутливое название самого Лиси, строго говоря, его модели E8 ещё далеко до «настоящей» *теории всего*) позволяет свести все четыре силы в одну короткую формулу, которая имеет очень простой геометрический смысл – все взаимодействия возникают из-за кривизны *единой* исходной группы Ли E8. И эта теория обходится без дополнительных пространственных измерений и без суперсимметрии. Однако вся эта конструкция "работает" только когда пространство-время больше не существует (при сверхвысокой температуре), иначе нарушается одна из теорем физики элементарных частиц – *теорема Коулмена-Мандулы*, запрещающая объединение гравитации и остальных взаимодействий в *единой* (одной) группе Ли, если существует пространство-время. Таким образом, пока непонятно какая картина получится из теории Лиси при очень низких температурах, которые отвечают нашему обычному миру.

Вот что говорит сам Лиси о своей теории: «...реальная Вселенная может быть естественным образом объяснена математической структурой. Математическая теория объясняет нам, что такое бозоны Хиггса, как гравитация и другие взаимодействия возникают из нарушений симметрии, почему фермионы существуют именно с таким спинами и зарядами, почему частицы взаимодействуют так, а не иначе. Однако, несмотря на ее успехи, над этой теорией предстоит еще работать и работать. Надо понять, как теория E8 позиционирует себя в качестве квантовой теории, как взаимодействуют между собой все три поколения частиц, как они получают свои массы, взаимодействуя с бозонами Хиггса.

Если данная теория верна, то, вероятно, Большой адронный коллайдер сможет зарегистрировать некоторые предсказываемые ею ча-

стицы. Если же на этом ускорителе будут обнаружены частицы, которых нет в модели E8, это будет сокрушительный крах теории. В любом случае все найденные частицы найдут свое место на весовой диаграмме, ведя нас к сердцу Природы. Если структура Вселенной на мелких масштабах элементарных частиц описывается все же E8 с ее 248 наборами окружностей, наматывающихся друг на друга, вращающимися и танцующими в пространстве–времени всеми возможными способами, тогда мы достигнем полного объединения теорий и получим удовлетворение от осознания того, что мы живем в удивительно красивой Вселенной.» (<http://modcos.com/articles.php?id=53>)

---

#### 4. Ошибка гения (Леонарда Эйлера)





Перед вами *греко-латинский квадрат 10-го порядка* (точнее говоря, его «цветовой образ»). Это квадрат  $10 \times 10$  (всего 100 клеток), в каждой клетке которого стоят две цифры, каждая из которых может принимать значения: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (см. ниже зеленую матрицу с цифрами). То есть всего десять значений, и каждому из них я присвоил свой цвет (краски, оказавшиеся у меня под рукой). Эти цвета яснее всего видно на диагонали, идущей из левого верхнего угла «картины» – в её правый нижний угол: фиолетовый (цифровой «код» клетки 00); темно-синий (11); синий (22); зеленый (33); голубой (44); охра (55); желтый (66); оранжевый (77); красный (88); бордовый (99). При этом в правом нижнем углу ясно видно греко-латинский квадрат 3-го порядка (из 3-х цветов: оранжевый, красный, бордовый).

00	47	18	76	29	93	85	34	61	52
86	11	57	28	70	39	94	45	02	63
95	80	22	67	38	71	49	56	13	04
59	96	81	33	07	48	72	60	24	15
73	69	90	82	44	17	58	01	35	26
68	74	09	91	83	55	27	12	46	30
37	08	75	19	92	84	66	23	50	41
14	25	36	40	51	62	03	77	88	99
21	32	43	54	65	06	10	89	97	78
42	53	64	05	16	20	31	98	79	87

В таком квадрате цифры подчиняются двум простым условиям:

1). В каждой строке и столбце каждая цифра встречается один раз на первом месте (в паре), и один раз на втором месте (в паре).

2). Каждая цифра стоит в паре с каждой другой цифрой и с самой собой по одному разу (см. цифры зеленой матрицы).

Если язык цифр перевести на язык красок, то мы получим:

1). В каждой строке и столбце каждый цвет встречается один раз – как цвет малого квадрата в центре клетки (первая цифра из клетки зеленой матрицы), и один раз – как фон клетки (вторая цифра).

2). Каждый цвет стоит в паре с каждым другим цветом и с самим собой по одному разу (см. цветную матрицу в начале статьи).

Разумеется, если греко-латинский квадрат раскрашивать на компьютере (с помощью соответствующей программы), то получим – огромное число всевозможных красочных картин. Которые могут привести нас к ещё более поразительным «открытиям»...

Греко-латинский квадрат является разновидностью магических квадратов. Стандартный *магический квадрат* представляет собой квадратную матрицу натуральных чисел от 1 до  $N^2$ , расположенных в таком порядке, при котором сумма чисел в каждой строке, в каждом столбце и каждой диагонали равна одному и тому же числу МП (*магической постоянной*). Число  $N$  называется *порядком* магического квадрата. Нетрудно доказать, что

$$\text{МП} = (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + N^2) / N = (N^3 + N) / 2. \quad (1)$$

Таким образом, в греко-латинском квадрате 10-го порядка, как сумма первых цифр, так и сумма вторых цифр в каждой строке, в каждом столбце и каждой диагонали равна одному и тому же числу (магической постоянной):  $\text{МП} = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 9 = 45$  (в чем читатель легко убедится сам). Кстати, если цифры в каждой клетке зеленой матрицы воспринимать как число (двузначное), то средняя арифметическая сумма всех этих чисел во всех столбцах и во всех строках будет равна числу 490,5 (что бы это значило?).

Само название таких квадратов пошло от гениального и самого плодовитого (на научные труды) математика всех времен и народов – *Леонарда Эйлера* (1707–1783 гг.), который использовал вместо цифр греческие и латинские буквы (греко-латинский квадрат ещё называют *эйлеров квадрат*). Во времена Эйлера уже доказали, что греко-латинских квадратов 2-го порядка не существует, и умели строить квадраты 3-го, 4-го и 5-го порядка. Одна из задач звучит так: нужно разложить 16 карт (валеты, дамы, короли и тузы разных мастей) так, чтобы в каждом ряду и столбце было по одной карте каждой масти и значения. Эта задача была известна ещё до Эйлера. Её решением будет любой греко-римский квадрат порядка 4. Также для этой задачи есть варианты, в которых требуется, чтобы на главных диагоналях выполнялись те же требования. В другом варианте требуется, чтобы цвета мастей шли в шахматном порядке. Все эти задачи имеют решения.

Эйлер в своем обширном мемуаре о магических квадратах написал (*гипотеза Эйлера* о квадратах): «Я не сомневаюсь в том, что невозможно построить квадраты 6-го, 10-го, 14-го порядка и вообще, если порядок равен любому нечетно-четному числу» (то есть четному числу, которое не делится на 4). Эта гипотеза Эйлера в течение 177 лет считалась непроверяемой, до тех пор, пока математикам не удалось построить квадраты 10-го порядка.

Сам Эйлер поставил задачу о нахождении греко-латинского квадрата 6-го порядка так: в 6 полках есть 36 офицеров 6 различных званий. Нужно так разместить их в каре, чтобы все офицеры в каждой колонне и шеренге были разных званий и из разных полков. Как уже выше говорилось – такая задача неразрешима. В 1900 году *гипотеза Эйлера* о квадратах 6-го порядка была подтверждена математиком Гастоном Терри. Он построил все 9408 нормализованных латинских квадратов, разбил их на 17 типов и показал, что при любом их сочетании невозможно построить пару ортогональных квадратов. Таким образом, он отрицательно решил «задачу о 36 офицерах».

Однако в 1959 году указанная *гипотеза Эйлера* всё-таки была... опровергнута Э. Т. Паркером, Р. К. Боусом и С. С. Шрикхендом, обнаружившими квадрат 10-го порядка (с него и начинается данная статья). Позже были обнаружены квадраты 14, 18 и т. д. порядков. И математикам стало понятно, что гипотеза Эйлера оказалась неверна для всех порядков  $N = 4 \cdot k + 2$  (где  $k = 1, 2, 3, 4, \dots$ ), когда  $N > 6$ .

Ошибка Эйлера в части квадратов – это, разумеется, весьма любопытный и поучительный пример того, что даже *гений* может ошибаться на своём профессиональном поприще. Удивительно и то, что весьма *прозорливый* Эйлер (тому есть масса примеров) считал исследования греко-латинских квадратов... бесполезными.

А в XX веке греко-латинские квадраты оказались очень важными для планирования экспериментов в сельском хозяйстве, биологии, медицине, социологии, торговле и т. д.

Например, если есть система, на которую действуют 4 различных параметра (скажем, воздействие  $N$  различных рекламных роликов на население  $N$  различных возрастных, социальных и этнических групп), которые могут принимать по  $N$  значений, то нужно рассмотреть греко-латинский квадрат порядка  $N$ . Тогда параметры будут соответствовать

ряду, столбцу, первому и второму числу (это и есть 4 параметра). Таким образом, можно провести  $N^2$  экспериментов, вместо  $N^4$  (в случае полного перебора вариантов, если бы ученые не знали про греко-латинские квадраты).

И сейчас интерес к греко-латинским квадратам возрастает из-за их тесной связи с так называемыми «конечными проективными плоскостями» (речь идет о *топологии* – архисложном разделе высшей математики). *Латинские квадраты* находят широкое применение в алгебре, комбинаторике, статистике, криптографии, теории кодов и многих других областях.

История с греко-латинскими квадратами убеждает нас, что даже гениям свойственно ошибаться, а сами магические квадраты – не просто математические головоломки, а нечто большее, что каким-то непостижимым образом связано с реальным физическим миром.

В теории магических квадратов много сложных вопросов, над которыми продолжают трудиться не самые худшие умы человечества. И если даже такая «забава», как магические квадраты «касается» *реального* пространства-времени, то и моя *виртуальная космология* вполне может рассчитывать на некую связь с реальным миром.

28.04.2015

---

### Два вида простых чисел

Все *простые числа*  $P$  (кроме  $P = 2$ ) можно представить в виде:

$P_1 = 4n - 1$ , где  $n = (P_1 + 1)/4 = 1, 2, 3, 5, 6, 8, 11, 12, 15, 17, \dots$ ;

$P_2 = 4n + 1$ , где  $n = (P_2 - 1)/4 = 1, 3, 4, 7, 9, 10, 13, 15, 18, 22, \dots$ ;

(и где  $P_1 < P_2$  при равных аргументах  $n$ ). И если все простые числа ( $P > 2$ ) расположить по возрастанию, то тогда можно вести такие два показателя (которые легко вычислять на ПК):

$K_1$  – количество (нарастающим итогом) простых чисел вида  $P_1$ ;

$K_2$  – количество (нарастающим итогом) простых чисел вида  $P_2$ .

При этом любопытно проследить за параметром  $E = K_2/K_1$ , показывающим количественное соотношение простых чисел в части указанных двух видов простых чисел.

Пусть  $X = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$  – это порядковый номер простого числа в ряде всех простых чисел ( $P = 2, 3, 5, 7, 11, \dots$ ). Тогда при  $X = 3; 4; 5$  параметр  $E$  убывает:  $E = 1; 0,5; 0,333\dots$ ; а потом (совершая псевдослучайные колебания) параметр  $E$  начинает, вообще говоря, расти. При этом есть всего три (?) «острова», в пределах которого параметр  $E = 1$  (в точности равен единице, то есть когда  $K_2 = K_1$ ):

1-й условный «остров» – при  $X = 3, 7, 13, 89$  (при  $P = 5, 17, 41, 461$ );

2-й условный «остров» – при  $X = 2943, 2945, 2947, 2949, 2951, 2953$  (когда  $P = 26833, 26849, 26863, 26881, 26893, 26921$ );

3-й «остров» – при  $X = 50371\dots 51627$  (при  $P = 616769\dots 633877$ ) – данный «остров» содержит всего 101 простое число. А далее параметр  $E$ , вероятно, уже никогда не будет в точности равен 1.

При  $X = 2946$  (когда  $P = 26861$ ) имеем  $K_2 = 1473$  и  $K_1 = 1472$  и  $E_{\max} = 1,000679\dots$  и больше этого  $E$ , вероятно, уже никогда не будет.

При  $X = 50378\dots 51622$  (когда  $P = 616841\dots 633797$ , всего 238 простых чисел) параметр  $E$  превосходит единицу (находясь в диапазоне от  $E = 1,000038745$  до  $E = 1,000314515$ ). А далее (при больших  $X$ ) параметр  $E$  (совершая псевдослучайные колебания) изменяется по одному из двух (?) возможных сценариев:

1). Параметр  $E$ , вообще говоря, растет, устремляясь к единице снизу (возможно, даже опять «выскакивая» за единицу?).

2). Параметр  $E$ , вообще говоря, убывает, устремляясь к некоей константе, которая меньше единицы (скажем,  $E_{\infty} = 0,9927?$ ).

Эту страничку я набросал «на скорую руку» (себе для памяти) и к чему эти факты могут привести – пока не знаю. Но любопытно...

25.05.2015

---