Метачисла (или законы... Метавселенной?)
Meta Numbers (or Laws ... of the Metaverse?)

Александр Васильевич Исаев
(Alexander Vasilievich Isaev)

Abstract

Метачисло, порожденное первыми простыми числами (2, 3, 5, 7, ..., P, все они идут без пропусков),– это первое число в натуральном ряде, у которого первые делители являются КОПИЕЙ начала натурального ряда (1, 2, 3, 4, ..., P, без единого пропуска). Впервые приведен алгоритм вычисления сколь угодно большого метачисла (нахождения его канонического разложения). По сути дела, это продолжение темы, начатой автором ещё в 2004 г. (в гл. 10 его «бумажной» книжки «Зеркало» Вселенной»).

The metnumber generated by the first prime numbers (2, 3, 5, 7, ..., P, they all go without gaps) is the first number in the natural series, in which the first divisors are a COPY of the beginning of the natural series (1, 2, 3, 4, ..., P, without a single gap). For the first time, an algorithm for calculating an arbitrarily large meta number (finding its canonical decomposition) is presented. In fact, this is a continuation of the theme started by the author back in 2004 (in Chapter 10 of his "paper" book "Mirror" of the Universe ").

О Г Л А В Л Е Н И Е

1. Понятие о Метавселенной с чёрными дырами

Ещё в 1972 году индийским физиком-теоретиком Раджем Патриа и одновременно – британским математиком Ирвином Гудом была выдвинута *космологическая модель* ***«чёрная дыра»*** (см. в википедии статью «Космология чёрной дыры», а также об этой модели мы ещё поговорим ниже), согласно которой наблюдаемая Вселенная (то есть наша, поэтому пишем с большой буквы) находится внутри… ***чёрной дыры***. При этом, в свою очередь, и в нашей Вселенной много самых разных чёрных дыр, поэтому среди них могут быть другие вселенные (теперь пишем с маленькой буквы).

Более того, если наша Вселенная является чёрной дырой, то последняя, вероятно, находится в ***Метавселенной*** – так называется множество всех возможных реально существующих вселенных (включая ту, в которой мы находимся). Представления о структуре Метавселенной (мультивселенной), природе каждой вселенной, входящей в её состав, и отношениях между этими вселенными зависят от выбранной гипотезы. Вселенные, входящие в Метавселенную, называются альтернативными вселенными, альтернативными реальностями, параллельными вселенными или параллельными мирами. Здесь и далее синий текст – это информация, взятая автором из общеизвестной космологии и теоретической физики (то есть здесь нет фантазий автора).

Вероятно, наипростейшей моделью Метавселенной (точнее говоря, её *«ткани» пространства-времени*) являются бесконечные миры… натуральных чисел (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …), как бы «вложенные» друг в друга (это мы проясним ниже). Здесь и далее зеленый текст (ещё «не созревший» даже в голове автора) – это гипотезы автора, которые в совокупности (их накопилось довольно много с 1998 года) и составляют ***числофизику*** (просто удобное, короткое и довольно точное название самых разнообразных фантазий автора).

Если же далее читать только «обычный» (чёрный) текст, то перед вами раскроется мир натуральных (и не только) чисел – удивительный сам по себе (даже без оглядки на космологию, физику и прочие реалии Мироздания).

2. Пирамида делителей в мире натуральных чисел

Пирамида делителей – это главное «наглядное пособие» мира натуральных чисел, придуманное автором ещё в 1998 г. На вершине Пирамиды (см. рис. 2.1) поместим число $N = 1$, под ним (во втором вертикальном столбце слева) число $N = 2$, потом $N = 3$ и т. д., то есть здесь ряд натуральных чисел – уходит вниз до бесконечности. У каждого числа N (справа по горизонтали), будем изображать ***камни*** – белые, серые или черные квадратные клетки. Причем каждому камню припишем некую условную характеристику, скажем,

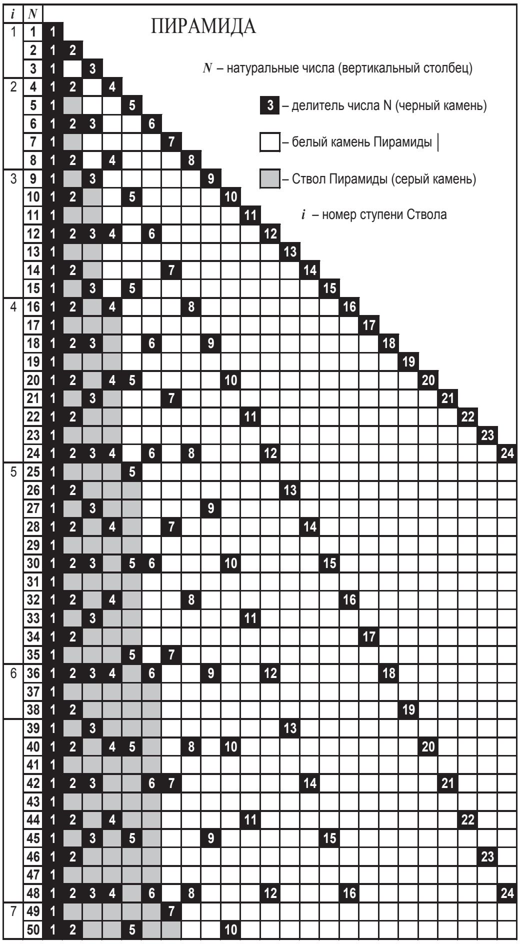

Рис. 2.1. Пирамида (фрагмент её вершины). Все делители чисел от $N = 1$ до $N = 50$

массу (чему эта характеристика эквивалентна в физики – это пока вопрос), равную порядковому номеру вертикального столбца (1, 2, 3, …, *N*). Если очередной камень в горизонтальном ряду совпадает с делителем числа *N*, то будем окрашивать камень в черный цвет и внутри него указывать массу камня («черная» масса – это делитель числа *N*). Например, у числа $N = 40$ всего 40 камней, из них восемь – это черные камни с массами 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 (это все целые делители числа 40). Массы белых и серых камней не указаны (однако их вполне можно подразумевать, что также порождает весьма интересные гипотезы, но мы сейчас не об этом…).

В каждом вертикальном столбце черные камни-делители чередуются с шагом равным самому делителю (начиная с крайних черных камней, идущих под углом 45° и образующих внешний контур Пирамиды). Так, в первом столбце черные камни идут подряд; во втором столбце – каждый 2-й камень чёрный; в третьем столбце – каждый 3-й камень чёрный (это всё делители) и т. д. Этот нехитрый (и вместе с тем – «железобетонный»!) процесс построения Пирамиды (её столбцов) равносилен *вычислению* всех делителей у числа *N*, однако *нарисовать* достаточно высокую Пирамиду просто нереально, поэтому на практике прибегают именно к вычислению делителей числа *N* (а не к рисованию Пирамиды).

Ещё древние математики открыли красивую истину: у всякого натурального числа *N* есть ***малые делители*** $\boldsymbol{d \leq \sqrt{N}}$, вычислив которые, можно найти и все *большие делители* ($D = N/d$) данного числа *N* (каждый его *большой* делитель обратно пропорционален некому *малому* его делителю). Образно говоря, все малые делители (*d*) числа *N* – это «паспорт» числа *N*, и у достаточно больших чисел *N* (для которых Пирамиду уже не нарисуешь) вычисление всех его *малых* делителей – это довольно трудоемкая задача. Которая становится чисто комбинаторной задачей, если нам известна *факторизации* числа N, то когда известно его *каноническое разложение* на *простые числа* (2, 3, 5, 7, …). Например, $N = 40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5$, и, зная это фундаментальное разложение (см. *основной закон арифметики*), можно найти и все целые делители (1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40) числа $N = 40$.

Вот почему, зная исключительную роль *малых* делителей (d), внутри Пирамиды мы выделяем ещё и так называемый ***Ствол*** (на рис. 2.1 для наглядности все его белые камни закрашены в серый цвет). Каждая i-я ***ступень*** Ствола (i = 1, 2, 3, ..., см. у Пирамиды первый столбец слева) начинается напротив числа $N = i^2$. Ступени Ствола имеют высоту в 3, 5, 7, 9, 11, ... камней, т.е. высота ступеней непрерывно растет. Легко убедиться, что *все малые делители любого числа N находятся исключительно внутри Ствола*. Таким образом, именно Ствол содержит исчерпывающую характеристику натуральных чисел, а остальная часть Пирамиды (область *больших делителей*) несет производную, «второстепенную», легко вычисляемую информацию.

Тип (T) числа N, то есть количество всех его целых делителей (включая 1 и само N), *вообще говоря, равен удвоенному количеству малых делителей числа N*. Это непосредственно вытекает из алгоритма построения Пирамиды. Если количество малых делителей (d) числа N обозначить через t, то более корректно данный закон звучит следующим образом: у натуральных чисел вида $N \neq i^2$ (таких чисел подавляющее большинство) тип равен $T = 2 \cdot t$ – это *чётные* или *частые* типы, а у чисел вида $N = i^2$ тип равен $T = 2 \cdot t - 1$ – это *нечётные* или *редкие* типы. Очевидно, что числа с нечетными типами встречаются все реже и реже (поэтому мы и назвали их *редкими* типами), т. к. высота ступеней Ствола неизменно увеличивается (см. у автора «ВКонтакте» в его группе «Числофизика» книгу «Параллельные миры II…», 2002 г.).

3. Длина копии (натурального ряда) у метачисла

Уяснив «устройство» Пирамиды, мы теперь обратим внимание на первые ***метачисла*** (новый термин автора, который вполне раскроется ниже):
N = **2**, все его делители это 1 и 2 (см. чёрные камни Пирамиды на рис. 2.1);
N = **6**, его делители 1, 2, 3 – *копируют* самое начало натурального ряда;
N = **12**, его делители 1, 2, 3, 4 – это *копия* начала натурального ряда; и т.д.

Длина копии (L) метачисла – это количество первых чисел натурального ряда (1, 2, 3, 4, …), идущих подряд (без пропусков) в ряде из всех делителей данного метачисла (все делители идут по возрастанию). В Пирамиде эти делители расположены горизонтально, то есть *перпендикулярно* вертикальному ряду чисел N (уходящих вниз до бесконечности). Поэтому, образно говоря, делители числа N находятся как бы *внутри* данного числа.

Например, метачисло N = **12** имеет длину копии $L = 4$. Причем далее (при $N > 12$) у всех метачисел исключительно *малые* делители *копируют* натуральный ряд (то есть далее все копии «зашиты» только *внутри* Ствола).

Нетрудно понять, что помимо метачисла N = **12** (с длиной копии $L = 4$) существует *бесконечно много* чисел (N = 24, 36, 48, …, см. Пирамиду на рис. 2.1), копирующих (своими малыми делителями d = 1, 2, 3, 4) именно четыре первых числа натурального ряда. Все эти числа мы назовем ***рефренами*** (повторами) метачисла (в данном случае $N = 12$). То есть говоря о *метачислах*, мы (для однозначности и краткости повествования) будем подразумевать только самое *первое* число в натуральном ряде (в данном случае N = **12**) с данной *длиной копии* ($L = 4$). Это замечание относится ко всякой длине копии (L), *имеющей место* в мире натуральных чисел (см. табл. 16.1). Поскольку в этом удивительном мире, вероятно, не существует копий с такими длинами (это копии, «запрещенные» самим Творцом?): L = 5, 9, 11, 13, 14, 17, 19, 20, 21, 23, 25, 27, 29, 32, 33, 34, 35, 37, 38, 39, … (этот ряд также бесконечен; и, как обычно, синие числа – это архиважные *простые числа*).

Автор открыл для себя метачисла ещё в 2004 г. (правда, тогда под термином «числа-ЛПД», то есть числа-*лидеры плотности делителей*: d = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, … – «плотнее» этого делители уже не расположить), о чем говорится в гл. 10 книжки «Зеркало» Вселенной» (2004 г.). Затем, у автора была ещё эл/книжка «Нуклеосинтез» (от 28.10.2016). Вопросы (только едва затронутые автором) в части *длины копий* (L) и всего прочего у метачисел, возможно, связаны с… ***магическими числами*** в ядерной физике (поэтому и появился «Нуклеосинтез» у автора). Ну а теперь вот – ***метачисла*** (о которых пишу в марте-апреле 2020 г., когда во всём мире властвует… новый коронавирус)…

Забегая немного вперед, скажу, что ряд метачисел *бесконечен* (и длина их копий также растет до *бесконечности*), а в начале 2020 года автор открыл для себя элементарный алгоритм точного вычисления *всех* метачисел (сколь угодно больших, см. гл. 16). При этом каждое *простое число* (P = 2, 3, 5, 7, …, ряд этих фундаментальных чисел *бесконечен*) порождает своё метачисло (и, вообще говоря[1], только одно метачисло), у которого данное P – это *старшее* (наибольшее) простое число в *каноническом разложении* метачисла. Например, метачисло $N = 360360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$ имеет *старшее* простое число P = 13, которым, как мы будем говорить в дальнейшем (для краткости изложения), ***порождается*** данное метачисло (с длиной копии $L = 15$).

---

[1] Некоторые простые числа P порождают и 2-ое метачисло (s-метачисло), и 3-е метачисло (t-метачисло). Однако такие P в мире чисел будет встречаться всё реже и реже (см. гл.16).

Тип (T)	Число (N)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
2	360 337	1																													
12	360 338	1	2									11											22								
8	360 339	1		3				7														21									
24	360 340	1	2		4	5					10										20										
4	360 341	1																						23							
16	360 342	1	2	3			6			9									18									27			
4	360 343	1																													
16	360 344	1	2		4				8																						
8	360 345	1		3		5										15															
12	360 346	1	2					7							14																30
8	360 347	1												13																	
12	360 348	1	2	3	4		6						12																		
16	360 349	1										11						17													
12	360 350	1	2			5					10															25					
6	360 351	1		3						9																					
12	360 352	1	2		4				8								16														
4	360 353	1						7																							
32	360 354	1	2	3			6													19										29	
8	360 355	1				5																									
6	360 356	1	2		4																										
8	360 357	1		3																											
4	360 358	1	2																												
4	360 359	1																													
192	**360 360**	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15			18		20	21	22		24		26		28		30
4	360 361	1																													
4	360 362	1	2																												
4	360 363	1		3																											
12	360 364	1	2		4																			23							
4	360 365	1				5																									
16	360 366	1	2	3			6											17													
4	360 367	1						7																							
20	360 368	1	2		4				8								16														
12	360 369	1		3						9																		27			
8	360 370	1	2			5					10																				
6	360 371	1										11																			
24	360 372	1	2	3	4		6						12																		
8	360 373	1												13						19											
8	360 374	1	2					7							14																
24	360 375	1		3		5										15										25					
16	360 376	1	2		4				8																						
4	360 377	1																													
12	360 378	1	2	3			6			9									18												
4	360 379	1																													
24	360 380	1	2		4	5					10										20										
12	360 381	1		3				7														21									30
8	360 382	1	2									11											22								
12	360 383	1																17												29	
28	360 384	1	2	3	4		6		8				12				16								24						
4	360 385	1				5																									
16	360 386	1	2											13													26				
12	360 387	1		3						9														23							
24	360 388	1	2		4			7							14														28		
4	360 389	1																													
32	360 390	1	2	3		5	6				10					15															
2	360 391	1																													

Рис. 3.1. Фрагмент Пирамиды: джет у метачисла M = 360360 (длина копии L = 15)

Длина копии (число L) всегда не меньше *старшего* простого числа (P) в каноническом разложении данного метачисла, то есть всегда выполняется такое неравенство: $P \leq L$ (равенство $P = L$ существует у метачисел, порожденных P = 7, 31, 127, …). С помощью первых трех так называемых *t-метачисел* (их найдено только пять со старшими простыми: P = 7, 23, 113, 2179, 32724, см. гл. 18) автор получил следующее эмпирическое неравенство:

$$L < P + \sqrt{P}\,, \tag{3.1}$$

то есть для достаточно больших P можно смело полагать, что $L \approx P$.

4. Джеты метачисел (или «устройство»… чёрных дыр)

Чтобы читатель воочию увидел красоту (гармонию) метачисел на рис. 3.1 приведен фрагмент Пирамиды (точнее говоря, её Ствола), на котором показаны первые *малые* делители (d = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15) у 9-го метачисла M_{13} = **360360** = $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, порожденного старшим простым числом P = 13 и имеющим копию натурального ряда длиной L = 15. Всего же у данного метачисла – 192 целых делителя, т.е. данное число M имеет *тип* T = 192, что существенно больше, чем у ближайших к нему «обычных» чисел N (их типы указаны в зеленой колонке на рис. 3.1). Ещё раз подчеркну, что на рис. 3.1 показан фрагмент исключительно Ствола Пирамиды (с *малыми* делителями – чёрными камнями), но здесь все белые камни Ствола, в отличие от рис. 2.1, автор не стал закрашивать серым цветом.

Глядя на фрагмент Ствола, нам сразу бросается в глаза горизонтальная «струя» (англ. «джет») первых 15-ти делителей метачисла M_{13} (за делителем d = 15 начинается череда «окон», коих всего будет 360360 – 192 = 360168 штук). Эта струя расположена *перпендикулярно* «материнскому» натуральному ряду из чисел N, уходящих вниз до бесконечности (желтый столбец).

Во Вселенной также можно наблюдать огромное количество релятиви́стских *струй* (*джéтов*). Однако в настоящий момент эти струи остаются недостаточно изученным явлением. Всякое метачисло можно рассматривать как (наипростейшую математическую) модель ***чёрной дыры*** (вернее, её «ткани» пространства-времени). При этом малые метачисла (в том числе и M_{13}) в лице их ***рефренов*** (*повторений*: $3 \cdot M_{13}$, $5 \cdot M_{13}$, $7 \cdot M_{13}$, $9 \cdot M_{13}$, $11 \cdot M_{13}$, …, см. гл. 13) встречаются вплоть до бесконечности – это как бы *микроскопические* чёрные дыры, коих – тьма как много в «ткани» пространства-времени нашей Вселенной (как и в мире чисел). Но есть и сколь угодно большие метачисла ($M_P \approx e^P$, см. гл. 7) – это как бы колоссальные чёрные дыры (в том числе из тех, что находятся в центре многих галактик, см. рис. 4.1).

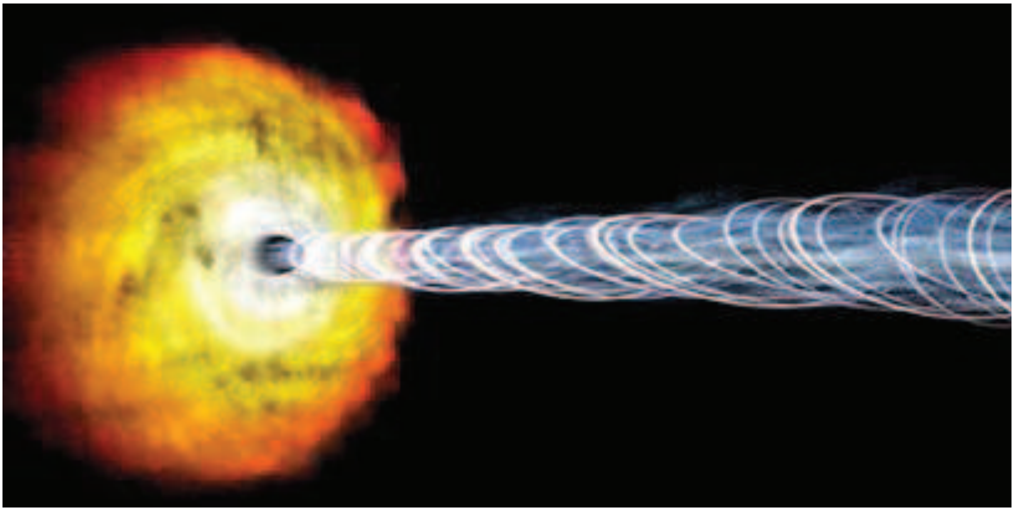

Рис. 4.1. Джет у чёрной дыры (http://360.thuvienvatly.com/images/2013/01b/quasar.jpg)

Причиной появления таких струй (джетов) во Вселенной – это, вероятно, *взаимодействие* магнитных полей с *аккреционным диском вокруг* ***чёрной дыры*** или нейтронной звезды (с *чудовищной плотностью* вещества).

У всех метачисел также «*чудовищная плотность*» (предельно возможная плотность) первых малых делителей (d = 1, 2, 3, 4, 5, …). Разумеется, можно сказать, что это якобы само метачисло M_{13} *порождает* струю-копию (натурального ряда) длиной $L = 15$. Однако надо ясно понимать, что джет всякого метачисла порождает… «устройство» всей Пирамиды, причем её «железобетонный» алгоритм укладки («взаимодействия») чёрных камней, исключает всякую «случайность» (она нам только кажется). При этом данный алгоритм иногда приводит к удивительному «раскладу» («узору») чёрных камней (например, в виде чёрной струи, как у метачисла M_{13} на рис. 3.1).

Испарение чёрной дыры (излучение Хокинга) – это квантовый процесс, который происходят и вблизи (но всё же снаружи) *горизонта событий* чёрной дыры (горизонт – это чёрные камни, расходящиеся вверх и вниз под углом 45 градусов от метачисла M_{13} = 360360, см. рис. 3.1). При этом возможно, что одна из частиц (неважно какая, например, чёрные камни d = 16, 17, 19, 23, 25, 27, 29, 30, …) падает внутрь чёрной дыры (попадая внутрь створа под углом 45 градусов), а другая улетает и доступна для наблюдения. Следует обратить внимание, что к метачислу M_{13} (с *типом* T = 192 – это количество всех его делителей) с обеих сторон примыкают числа N с очень малым типом (вплоть до T = 4), который почти достигает тип *простых чисел* (T = 2) – символов… *белых дыр* в «ткани» пространства-времени Вселенной.

5. Простые числа (или … белые дыры Вселенной)

Белая дыра – это гипотетический физический объект во Вселенной, в область которого ничто не может войти. Эту гипотезу выдвинул И. Д. Новиков в 1964 году, затем развивал Н. С. Кардашёв, а в 1976 году исследовал Стивен Хокинг. В нашей Пирамиде справа от всякого ***простого числа*** (то есть числа N с типом $T = 2$, см. рис. 2.1) находится всегда только два чёрных камня ($d = 1$ и $D = N$) и в «область» между ними (на данную горизонтальную строку Пирамиды) уже «ничто не может войти» (никакой иной делитель) – такова «игра Его Величества Случая» (хотя, повторяю, Пирамида – «железобетонно» *детерминированный* математический объект). Белая дыра является временно́й противоположностью ***чёрной дыры*** (всякому метачислу в Пирамиде) и предсказывается теми же уравнениями общей теории относительности. Большинство физиков убеждены, что белых дыр в природе в принципе быть не может. Однако в мире чисел именно ***простые* числа** («белые дыры») порождают бесконечное множество *составных* чисел (сам натуральный ряд, см. *основную теорему арифметики*). Таким образом, если верить числофизике, то именно… *белые дыры* порождают саму «ткань» пространства-времени, которая в процессе чудовищных *флуктуаций* порождает в том числе и чёрные дыры (метачисла в мире чисел) и много чего ещё.

При этом полная карта пространства-времени содержит как чёрные дыры (всевозможные ***метачисла***: 2, 6, 12, 60, 420, 840, … и их бесконечные ***рефрены***, см. гл. 16, 13), так и белые дыры (бесконечные ***просты числа***: 2, 3, 5, 7, 11, 13, …), а вот отдельного образования только «чистой» чёрной или только «чистой» белой дыры на полной карте пространства-времени не может быть в принципе. Однако в мире натуральных чисел «чисто» чёрная дыра (как и «чисто» белая дыра?) – это, возможно, … ***бесконечность*** (∞), которая, например, делится нацело на… ВСЕ натуральные числа (см. гл. 21).

6. Причина ускоренного расширения Вселенной

В пользу космологической модели «***чёрная дыра***» (см. гл. 1) говорит и важнейшее открытие науки в самом конце XX века – ***ускоренное*** расширение Вселенной (что было окончательно доказано разными независимыми методами в начале 2000-х). При этом единственное явление природы, где происходит *ускорение* – это падение вещества в поле гравитации (скажем, ускорение объектов при всякого рода взрывах в космосе – это уже нечто иное). При падении в чёрную дыру вещество проходит фазу сжатия и исчезает за горизонтом событий для внешнего наблюдателя. Но в системе отсчета, которая падает в чёрную дыру, процесс продолжается бесконечно. Пространство внутри чёрной дыры за горизонтом событий начинает расширяться и в какой-то момент плотная материя начинает пропускать излучение. И это ничем не отличается от описания *Большого взрыва* (в рамках других космологических моделей), причем нет мучительного вопроса – что было до «момента ноль».

Можно повторить сказанное иными словами: «Совершенно другой вид мира будет иметь место, если отказаться от гипотезы *Большого взрыва*, а руководствоваться космологией ***черной дыры***. Тогда ускорение будет естественным падением в бесконечно расширяющееся пространство внутри черной дыры. Реликтовое излучение появляется в какой-то момент после прохождение сферы Шварцшильда, и вообще всё, что раньше отсчитывалось от момента Большого взрыва, надо отсчитывать от этого момента. Разница принципиальная в том, что в системе отсчета, которая падает в черную дыру имеет место и история до этого момента.»

Итак, согласно версии, первоначально предложенной Патриа и Гудом и развитой далее, в частности, Никодимом Поплавски, наблюдаемая Вселенная есть не что иное, как внутренность чёрной дыры, находящейся внутри некоей ещё большей вселенной, или ***метавселенной*** (см. гл.1).

По мнению автора, наилучшая (и наипростейшая) «иллюстрация» указанного фундаментального *феномена физики* приведена на рис. 3.1 из мира… натуральных чисел. Струя (джет) первых делителей (d = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 – копия начала натурального ряда) – есть не что иное, как «внутренность *чёрной дыры*, находящейся внутри некой ещё большей вселенной», то есть находящейся как бы «внутри» метачисла M_{13} =360360.

И нет никаких сомнений, что существует струя (джет) первых делителей (d = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …, P) где старшее простое число $P \approx 8{\cdot}10^{61}$ (количество *планковских времен* в возрасте Вселенной) – есть не что иное, как «внутренность *чёрной дыры*, находящейся внутри некой ещё большей вселенной (метавселенной)», то есть метачисла $M_{\text{P}} \approx e^{\text{P}}$ (что будет доказано в гл. 7).

Полезно здесь добавить и такую информацию. Ускоренное расширение Вселенной началось 6 – 7 млрд лет назад. В настоящее время (конец 2010-х годов) Вселенная расширяется таким образом, что расстояния в ней увеличиваются в два раза за 10 млрд лет, и в доступном для прогноза будущем этот темп будет меняться мало [Валерий Рубаков. Вселенная известная и неизвестная (рус.) // Наука и жизнь. — 2019. — № 11. — С. 46—50.].

7. Большое метачисло (или… Метавселенная)

Мысленно продолжая выше указанный ряд метачисел (M_{P}, см. табл. 16.1), порождающих всё б**о**льший и б**о**льший натуральный ряд (d = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …, P), мы неизбежно придем к ***Большому отрезку*** [1; P]. Так уже лет

20 автор называет начальный отрезок натурального ряда, у которого правая граница – это число порядка $P \sim 8 \cdot 10^{60}$. Что равно количеству *планковских времен* в возрасте Вселенной (рожденной в момент так называемого *Большого взрыва*). В рамках *числофизики* ***Большой отрезок*** (это название как бы перекликается с Большим взрывом в космологии), точнее говоря, бесконечно богатое и красивое математическое «устройство» Большого отрезка отчасти моделирует математическое «устройство» … «ткани» реального пространства-времени. См., например, недавнюю эл/книжку автора «Ускоренное расширение числового пространства-времени», 2019 г.

Итак, *Большой отрезок* порождается метачислом $M \sim e^P$, у которого старшее простое число $P \approx 8 \cdot 10^{60}$, и это метачисло мы назовем ***Большим метачислом***, и оно, безусловно, далеко выходит за пределы нашего воображения. Ведь у Большого метачисла его малые делители *копируют* (т.е. воспроизводят без единого пропуска!) Большой отрезок натурального ряда 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …, P.

Большое метачисло $M \sim e^P \equiv \exp(P) \sim \exp(10^{61})$ можно встретить и у широко известных физиков-теоретиков. Например, близким к нему числом Роджер Пенроуз оценивает «***исходный*** *объем фазового пространства* [W], на который должен был нацелиться Творец, чтобы сотворить вселенную, совместимую со вторым началом термодинамики» [здесь курсив мой и квадратные скобки тоже]. Пенроуз приводит такие два значения: $W = \exp(10^{101})$ или $W = \exp(10^{88})$, «определяемое галактическими черными дырами или фоновым излучением соответственно», но потом ученый добавляет: «а, может быть, даже ещё меньшее [значение, т.е. не исключено, что это будет именно наше значение: $W = \exp(10^{61})$?] (и, на самом деле, *более вероятное*), которое могло иметь место в реальных условиях при Большом взрыве». [Пенроуз Роджер «Новый ум короля:…» М.: Едиториал УРСС, 2005. См. гл. 7].

Стоит также отметить, что «***полный*** *объем фазового пространства* [V], доступного для Творца», Пенроуз (в указанной выше гл. 7) оценивает числом $V = \exp(10^{123})$. Любопытно, что и число 10^{123} (точнее говоря, число с близким к нему порядком) имеет вполне осязаемый смысл и в виртуальном мире чисел, а именно: на *Большом отрезке* [1; P] количество всех (чёрных и белых) камней в Пирамиде равно $0{,}5 \cdot P^2$ (половина площади Пирамиды высотой $P \sim 10^{61}$), см. рис. 2.1), то есть мы получаем $3{,}2 \cdot 10^{121}$. Кроме того, сумма всех целых делителей (у всех чисел *Большого* отрезка) равна $0{,}822 \cdot P^2 \approx 5{,}3 \cdot 10^{121}$ (см. гл. 1.4 в моей книге «Параллельные миры II…», 2002 г.).

Повторю ещё раз. В рамках числофизики «наблюдаемая Вселенная» – это *Большой отрезок* [1; P] натурального ряда, который можно трактовать, как «внутренность чёрной дыры, находящейся внутри некоей ещё большей вселенной, или Метавселенной». А сама Метавселенная в мире чисел «отображается» в виде *Большого метачисла* (M_P), а, точнее говоря, в виде всех его целых делителей d = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …, P, …, M_P. Причем количество (T) всех делителей у метачисла – колоссальное ($T >> P$, см. гл. 24).

8. Когда у числа исчезает размерность

Большое метачисло (M) столь велико, что для подобных чисел вопрос об *единицах измерения* (т.е. о *размерности* таких чисел) … теряет всякий смысл. В качестве доказательства рассмотрим конкретные примеры.

Пусть *размер наблюдаемой Вселенной* (её радиус R) – это так называемое *сопутствующее расстояние* до самого удалённого наблюдаемого объекта (т.е. поверхности последнего рассеяния реликтового излучения), и это расстояние около 46 миллиардов ($R \approx 4{,}6 \cdot 10^{10} \sim 10^{11}$) световых лет (во всех направлениях)[2]. Значит, в данном случае можно полагать, что наблюдаемая Вселенная представляет собой шар диаметром около 93 миллиардов световых лет и центром в Солнечной системе (месте пребывания наблюдателя, ибо всегда *центр Вселенной там – где находится наблюдатель*). При этом очевидно, что указанный радиус R – максимально возможная единица измерения, ещё имеющая смысл в широко известной нам физике.

Пусть Большое метачисло $M \approx e^P \approx 10^{0{,}4343 \cdot P}$ (где $P \approx 8 \cdot 10^{60}$) – это некое расстояние, выраженное в *световых годах*. Попробуем выразить метачисло M в радиусах (R) Вселенной: $M/R \approx 10^{0{,}4343 \cdot P}/10^{11} = 10^X$, где показатель степени $X = 0{,}4343 \cdot (8 \cdot 10^{60}) - 11 \approx 0{,}4343 \cdot (8 \cdot 10^{60})$, ибо столь ничтожна степень 11 относительно степени P. То есть при этом Большое метачисло (M) не изменилось (вернее, изменения столь ничтожны, что запись числа – их не отражает).

Планковская длина ($l_{пл}$) – это около 10^{-35} метра (такое расстояние фотон пролетает за *планковское время*) и ничего меньше этого размера ($l_{пл}$) теоретическая физика пока не знает. Иначе говоря, известная нам физика перестает работать на размерах меньше планковской длины (там уже некая флуктуирующая «пена» пространства-времени?). Один *световой год* – это около

---

[2] Следует отметить, что свет, испущенный самыми удалёнными наблюдаемыми объектами вскоре после *Большого взрыва*, прошёл до нас лишь 13,8 млрд световых лет, что значительно меньше, чем сопутствующее расстояние 46 млрд св. лет (равное текущему собственному расстоянию) до этих объектов, ввиду *расширения* Вселенной. Кажущееся сверхсветовое расширение горизонта частиц Вселенной не противоречит теории относительности, так как эта скорость не может быть использована для сверхсветовой передачи информации и не является скоростью движения в инерциальной системе отсчёта какого-либо наблюдателя.

$9{,}454 \cdot 10^{15} \approx 10^{16}$ метров (такое расстояние фотон пролетает за 1 год) или порядка $10^{16}/10^{-35} \approx 10^{51}$ планковских длин. Значит, радиус наблюдаемой Вселенной – это $R \sim 10^{62}$ планковских длин.

Пусть Большое метачисло $M \approx e^P \approx 10^{0{,}4343 \cdot P}$ (где $P \approx 8 \cdot 10^{60}$) – это некое расстояние, выраженное в *планковских длинах*. Попробуем в этом случае выразить метачисло M в радиусах (R) Вселенной: $M/R \approx 10^{0{,}4343 \cdot P}/10^{62} = 10^X$, где $X = 0{,}4343 \cdot (8 \cdot 10^{60}) - 62 \approx 0{,}4343 \cdot (8 \cdot 10^{60})$, ибо опять столь ничтожна степень 62 относительно числа P. То есть и при этом Большое метачисло (M) не изменилось (вернее, изменения столь ничтожны, что о них нет смысла говорить).

Таким образом, если ***Большое метачисло*** (M) – это некое расстояние, то нет смысла указывать его *единицы измерения*, ибо здесь с одинаковым «успехом» можно подразумевать как планковскую длину, так и… радиус (R) видимой Вселенной (отношение которых между собой – порядка $1/10^{62}$).

9. Метачисла и… космологическая постоянная

Зная первые метачисла (M, их легко найти «в лоб», вычисляя на ПК, см. табл. 16.1), нетрудно убедиться, что они подчиняются красивому закону:

$$\boldsymbol{M \approx e^P}, \tag{9.1}$$

где P – это ***старшее*** (наибольшее) простое число в *каноническом разложении* числа M (см. *основную теорему арифметики*). ***Простые числа*** (P = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, … эти числа делятся только на 1 и на самих себя) – это бесконечный ряд *фундаментальных* чисел, из которых строится весь бесконечный натуральный ряд (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …). По сути дела, именно *простые числа* (законы их распределения в натуральном ряде и прочее) являются главным предметом изучения *теории чисел* (это один из самых «красивых» и… сложных разделов высшей математики). В части точности формулы (9.1) см. гл. 22.

Приведу пояснения в части тождественных обозначений (по-своему удобных в разных случаях): $e^P \equiv \exp(P)$ – это широко известная экспоненциальная функция (*экспонента*) от аргумента P. Полезно запомнить такие равенства (для наших исследований удивительных метачисел):

$$M \approx e^P = 10^{\ln 10 \cdot P} \approx 10^{0{,}4343 \cdot P}. \tag{9.2}$$

Эта ключевая формула свидетельствует о том, что, по мере роста старшего простого числа P, *метачисла* (математические законы их «устройства», см. гл. 16 – 25) как бы «сливаются» с *праймориалами* (см. недавнюю статью «Праймориалы»). То есть, образно говоря, по мере роста параметра P большие метачисла, вообще говоря, начинают «жить» по законам праймориалов.

Из ключевой формулы ($M \approx e^P$) следует, что всякое *метачисло* (M), то есть всякий *метаотрезок* [1; M], ***порождается*** своим простым числом (P) и этот процесс растет *экспоненциально* (т.е. весьма быстро). Метрическое ***расширение пространства*** является увеличением расстояния между двумя отдалёнными частями Вселенной с течением времени. Метрическое расширение является ключевым элементом модели *Большого Взрыва*. Эта модель [с ***экспоненциальным ростом масштабного фактора*** (a) ***от времени*** (t): $a \sim e^{H \cdot t}$] действует в современную эпоху только на больших масштабах (примерно масштабах скоплений галактик и выше). На меньших масштабах (внутри галактик, внутри планетных систем) материальные объекты связаны друг с другом силой гравитационного притяжения, и такие связанные скопления объектов не расширяются.

Иначе говоря, всякий отрезок натурального ряда вида [1; P] (где правая граница отрезка – это очередное *простое число* P) ***порождает*** своё метачисло M. Однако с таким же (?) успехом можно говорить, что всякое метачисло (M) ***порождает*** свой отрезок натурального ряда [1; P] (состоящий из *малых делителей* данного метачисла). Значит, образно говоря, кто кого ***порождает*** в мире натуральных чисел («живущим» по законам «чистейшего» *бутстрапа*) – это ещё большой вопрос (см. мою статью «БУТСТРАП»). И мы праве записать для метачисел (формулу, обратную ключевой формуле 9.1):

$$\boldsymbol{P \approx \ln M} \,. \tag{9.3}$$

Например, для метачисла $M_{139} = 2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11^2 \cdot 13 \cdot \ldots \cdot 139 \approx 3{,}33 \cdot 10^{61}$, мы получаем $P \approx \ln(3{,}33 \cdot 10^{61}) \approx 142$, хотя реальное *старшее* простое число, как мы видим, равно 139 (это 34-ое простое число). Кстати, в приведенном *каноническом разложении* наша запись «$13 \cdot \ldots \cdot 139$» означает, что перемножаются все *простые числа* (мысленно выстроенные нами по возрастанию) от простого числа 13 до простого числа 139.

Однако в данном случае (в части M_{139}) для нас интересно следующее.

Скорость (V) изменения функции $P = f(M)$ – это, очевидно, первая производная логарифмической функции (9.3), то есть мы получаем:

$$\mathrm{V} \equiv P' \equiv \frac{dP}{dM} = \frac{1}{M} \tag{9.4}$$

Ускорение (А) изменения функции $P = f(M)$ [то есть скорость изменения её скорости (V)] – это, очевидно, вторая производная логарифмической функции (9.3), то есть получаем (опять-таки просто по законам математики):

$$\mathrm{A} \equiv P'' = -\frac{1}{M^2} \,. \tag{9.5}$$

А теперь мы рассмотрим ***метаотрезок*** [1; M_{139}], то есть отрезок числовой оси с натуральными числами (начиная с единицы), у которого правая граница – метачисло $M_{139} \approx 3{,}33 \cdot 10^{61}$. Это огромное число всего лишь в 1,4 раза меньше количества *планковских длин* в радиусе *наблюдаемой* Вселенной ($R \approx 46$ млрд световых лет, см. гл. 8). По формуле (5) для модуля ускорения мы получаем:

$$|A| = (1/M_{139})^2 \approx 10^{-123}. \quad (9.6)$$

Причем в рамках числофизики (когда число M_{139} – это количество планковских длин на указанном метаотрезке) *размерность* найденного нами ускорения будет следующей: пд$^{-2}$, где пд – *планковская длина*.

Таким образом, полученный здесь (в мире натуральных чисел!) модуль *ускорения* в конце метаотрезка $[1; M_{139}]$ почти совпадает (даже в части размерности!) с оценкой физиками-теоретиками значения модуля ***космологической постоянной*** (*лямбда-члена* Λ):

$$\mathbf{|\Lambda| \le 10^{-55}\ см^{-2}} = 10^{-51}\ м^{-2} = 2{,}6\cdot 10^{-121}\ пд^{-2}. \quad (9.7)$$

И, разумеется, что всякий бо*льший метаотрезок $[1; M_P]$ (с правой границей, превосходящей метачисло M_{139}) будет иметь модуль ускорения $|A|$ и подавно удовлетворяющий неравенству из физики: $|\mathbf{\Lambda}| \le 10^{-121}$ пд$^{-2}$.

При этом колоссальные ***флуктуации*** (на 126 порядков, то есть в 10^{126} раз) реального ускорения (А) в мире простых чисел (см. у автора эл/книжку «Ускоренное расширение числового пространства-времени», 2019 г.) во многом «объясняют» так называемую в физике «***проблему космологической постоянной***» (такой проблемы в мире чисел просто не существует).

К настоящему времени (апрель 2020 года) «главное» объяснение (есть и другие варианты) такое: тёмная энергия есть *космологическая константа* [«лямбда-член» (Λ), впервые возникший ещё в уравнениях общей теории относительности Альберта Эйнштейна в 1915–1916 годах] – неизменная ***энергетическая плотность***, равномерно заполняющая пространство Вселенной (другими словами, постулируется ненулевая энергия и давление вакуума).

Ниже в данной главе идет информация, которая, по мнению автора, в рамках *числофизики* может пролить свет на самые фундаментальные понятия теоретической физики (в том числе и «энергетическую плотность»).

В натуральном ряде (где «обитают» *обычные* целые числа) рассмотрим отрезок $[3; M]$, то есть от числа 3 до числа M (сколь угодно большого). Согласно *теории чисел* на этом отрезке будет такое *количество* (K) простых чисел: $K \sim M/\ln M$ [и в рамках *числофизики* параметр K, безусловно, имеет глубочайший *фундаментальный* смысл, однако автор до сих пор так и не решил с чем же именно его отождествлять в теоретической физике (быть может, с некой *энергией… квантовых струн* пространства-времени?)].

Ещё в 2006 г. автор ввёл понятие о ***проточислах*** (Π) – вещественных числах, которые на числовой оси «обитают» между единицей (1) и числом e ≡ 2,718…, то есть проточисла удовлетворяют условию: $1 < \Pi \le e$ (и чисел Π бесконечно много!). Пусть проточисло вычисляется по такой формуле:

$$\Pi \equiv 1 + \ln M/M. \quad (9.8)$$

Например, будем брать M = 100, 1000, 10000, 100000, 1000000…, при этом по формуле (9.8) получим соответственно такие, скажем так, ***равномощные*** им проточисла (с ростом M они устремляются к единице): $П = 1,04…$; $1,006…$; $1,0009…$; $1,0001…$; $1,00001…$. То есть количество нулей у числа M почти совпадает (вообще говоря, больше на единицу) с количеством нулей после запятой у *равномощного* проточисла $П$. И, казалось бы, столь разные нули (у чисел M и $П$) приводят к… одинаковому результату в части фундаментального параметра K (что доказывается в последующем абзаце).

Из формулы (9.8) получаем $\ln П \approx \ln M/M$ (т.к. данное отношение всегда меньше 1 при $M > 1$). При этом для проточисел (по аналогии с метачислами M, см. чуть выше) также можно вычислить аналог параметра K – некий параметр $K_п \equiv П/\ln П \approx 1 + M/\ln M$, который всего лишь на 1 больше значения K. Поэтому для больших M можно смело полагать, что $K_п \approx K$. Вот почему мы назвали проточисла (9.8) – *равномощными* числам M. А само число 1 (в части параметра K) можно назвать равномощным… бесконечности?

При этом следует добавить, что формулу (9.8) можно понимать и так:

$$П \equiv 1 + Э, \qquad (9.9)$$

где $Э \equiv \ln M/M$ – ***экзочисла*** – вещественные числа, которые на числовой оси «обитают» между нулем (0) и единицей (1), то есть экзочисла удовлетворяют условию: $0 < Э < 1$ (и чисел $Э$ также бесконечно много!). Очевидно, что $Э = 1/K$, при этом $K_э \equiv Э/\ln Э \approx -1/M$ [если закрыть глаза на «минус», то мы получили *скорость* (V) изменения функции $P = f(M)$, см. выше формулу (9.4)].

Итак, бесконечные миры ***экзочисел*** и ***проточисел*** теснейшим образом связаны с миром натуральных чисел («обычных» чисел, превосходящих число e). С точки зрения *числофизики* речь идет о математической связи, скажем, *довзрывной эпохи* (их символизируют *проточисла*) и Вселенной после *Большого взрыва* (его символизирует число e). Например, переход по числовой оси от числа e в сторону единицы (1) весьма напоминает (качественно, философски) метаморфозы с пространством-временем, когда размеры квантовых струн (в струнной теории) становятся меньше *планковской длины*. Обо всём подобном автор начал писать с 2006 г. (см. эл/книжку «Виртуальная космология», 2009 г. и последующие труды автора на данную тему).

10. Метачисла – дух созидания самого Творца

Будем полагать, что в ряде натуральных чисел рост *простых чисел* (P) тождественен понятию «течение времени» (t) (что в рамках числофизики является, фактически, постулатом). Так же будем полагать, что акты рождения ***метачисел*** M (их появления в натуральном ряде) происходят независимым образом, ***случайно*** (правда, это нам только кажется). Вследствие случайности рост метачисла ΔM за промежуток времени от t до $t + \Delta t$ пропорционален самому метачислу $M(t)$ в рассматриваемый момент (t) и длительности (Δt) промежутка времени: $\Delta M = M(t)\cdot\Delta t$. Перепишем это равенство в виде

$$\frac{\Delta M}{\Delta t} = M(t)\ . \tag{10.1}$$

Переходя к пределу при $\Delta t \to 0$, мы получаем дифференциальное уравнение, известное как уравнение экспоненциального роста:

$$\frac{dM}{dt} = M(t)\ . \tag{10.2}$$

Функция $M(t) = M_0\cdot e^t$ (*экспонента*) есть решение уравнения (10.2), удовлетворяющее начальному условию $M(0) = M_0$ (при $P = 2$ мы имеем метачисло $M_2 = 2$ и здесь нет никаких вопросов, а вот при $P = 1$ мы имеем метачисло $M_1 = 1$ и вот уже здесь есть вопросы, причем самые фундаментальные, философские, но мы их опускаем). Если теперь произвести замену символов ($t \equiv P$, $M_0 \equiv 1$, что вполне можно обосновать в рамках числофизики), то получим такую экспоненту (точность которой, вообще говоря, увеличивается с ростом P):

$$\boldsymbol{M_{\mathrm{P}} \approx e^{P}}. \tag{10.3}$$

Следует отметить, что *экспоненциальный закон* (10.3) рождения метачисел является предельно простым и в то же время практически… *необъяснимым*. Ведь этот закон имеет *вероятностную* природу (мы начали вывод из предположения о *случайности*). Таким образом, данный закон можно представить в виде… *духа созидания* (самого Творца!), который в каждый данный момент (P) наугад порождает новое метачисло.

Парадокс здесь ещё и в том, что мы получили (математически строго вывели) экспоненту (10.3) из нашего главного (и совершенно ложного!) предположения о ***случайности*** появления метачисел в натуральном ряде. Ведь «устройство» Пирамиды – исключает всякую случайность в чередовании делителей (чёрных камней), это абсолютно *детерминированный* процесс (с «железобетонным» элементарным алгоритмом, см. гл. 2).

11. Где Рубикон геометрии Лобачевского?

Пока ученым неизвестно, является ли Вселенная глобально пространственно ***плоской***, то есть применимы ли законы ***евклидовой геометрии*** на самых больших масштабах (в Метавселенной). В настоящее время большинство космологов полагают, что *наблюдаемая Вселенная* (её радиус «всего лишь» около 46,6 млрд световых лет или $2{,}73\cdot10^{61}$ планковских длин) очень близка к пространственно *плоской* с локальными складками, где массивные объекты искажают пространство-время.

Чем меньше область в пространстве или на плоскости Лобачевского, тем меньше геометрические соотношения в этой области отличаются от соотношений евклидовой геометрии. Можно сказать, что в бесконечно малой области имеет место евклидова геометрия. Например, чем меньше треугольник, тем меньше сумма его углов отличается от π; чем меньше окружность, тем меньше отношение её длины к радиусу отличается от 2π и т. п.

Используя вычисленные параллаксы некоторых звёзд, можно оценить, что сумма углов треугольника со сторонами примерно равными радиусу земной орбиты отличается от 180° не более чем на 0,0000037″ (по данным А. П. Котельникова). Гениальный русский математик Лобачевский Н.И. (1792 – 1856) был уверен – подобные расчёты показывают, что евклидова геометрия достаточно точно описывает доступное нам физическое пространство (в настоящее время это – *наблюдаемая* Вселенная).

Уменьшение области в пространстве формально равносильно увеличению единицы длины, поэтому при безграничном увеличении единицы длины формулы геометрии Лобачевского переходят в формулы евклидовой геометрии. ***Евклидова геометрия есть в этом смысле «предельный» случай геометрии Лобачевского***.

И всё-таки, где находится *граница* перехода (Рубикон – «точка невозврата») от геометрии Лобачевского к евклидовой геометрии? В рамках числофизики, согласно гипотезе автора, Рубиконом служит *Большое метачисло* $M \approx e^P$, у которого старшее простое число $P \approx 8\cdot10^{60}$ (количество *планковских времен* в возрасте Вселенной).

12. Почему 29 % людей выпивают 81 % всего пива?

На рис. 12.1 представлены все 192 делителя метачисла $M = 360360$ (с длиной копии $L = 15$, см. гл. 3), которые (при *логарифмической* вертикальной оси на графике) выстраиваются в классическую ***тильду*** [синяя линия на графике похожа на общеизвестный символ тильды (~)].

Красная *прямая* линия на *логарифмическом* графике – это, разумеется, ***экспонента***. Эту экспоненту (линию тренда) строит сама программа «Excel» по центральным делителям (как я задал: с номерами от $n = 72$ до $n = 120$):

$$D \approx 24{,}141\cdot\exp(0{,}0333\cdot n). \qquad (12.1)$$

Нетрудно подсчитать, что около 80 % всех делителей (по 40 % от серединных d и D), практически, «ложатся» на указанную *экспоненту*, которая (как и везде) свидетельствует о сугубо «*случайных*» процессах, царящих в мире натуральных чисел (их делителей, которые… «железобетонно» *детерминированны* законами Пирамиды – замечательный парадокс!): логарифмы делителей подчиняются *нормальному распределению* (образуя на графике пресловутый «колокол Гаусса», постройте его сами для любого достаточно большого метачисла, скажем, для 15-го метачисла $M = 80\ 313\ 433\ 200$, имеющего $T = 3\ 840$ делителей, см. табл. 16.1).

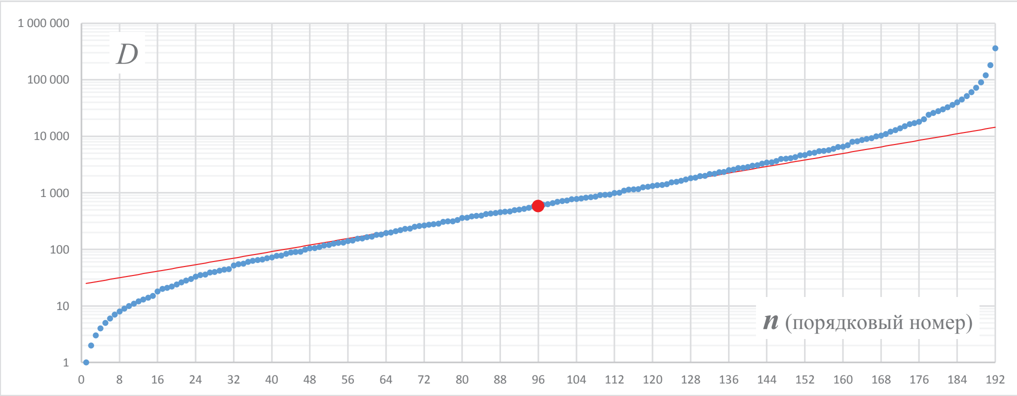

Рис. 12.1. Все 192 целых делителя метачисла $M = 360360$ (тильда его делителей)

Красная точка в центре тильды (см. рис. 12.1) – это последний *малый* делитель $d_{96} = 585$ (т.к. $\sqrt{M} \approx 600$) и далее (справа от него) идут *большие* делители (вплоть до $D_{192} = M = 360360$), при этом для $n = 1, 2, 3, 4, \dots, 96$ выполняется обратно пропорциональный закон (в чем легко убедиться):

$$D_{T-n+1} = M/d_n\ , \qquad (12.2)$$

то есть каждый малый делитель (d) *порождает* свой большой делитель (D).

Из формулы (12.2) следует, что мы всегда можем вычислить сумму (S_D) самых *больших делителей* (D), скажем, взяв их у метачисла ровно P штук: $S_D \equiv M/1 + M/2 + M/3 + M/4 + \dots + M/P$. Отсюда, используя общеизвестное понятие сумма *гармонического ряда*, мы окончательно получаем:

$$S_D \approx M{\cdot}(\ln P + \gamma + \varepsilon), \qquad (12.3)$$

где $\gamma \equiv 0{,}577\ 215\ 664\ 901\ 532\ \dots$ – постоянная Э́йлера-Маскеро́ни или постоянная Эйлера – *математическая константа*, определяемая как предел разности между частичной суммой гармонического ряда и натуральным логарифмом числа. Быстро убывающая к нулю поправка (взятая из теории чисел) $\varepsilon \equiv 1/2/P - 1/12/P^2 + 1/120/P^4 - 1/252/P^6 + \dots$ – это *числа Бернулли*.

Таким образом, у *метачисла* $M \approx e^P$ (порожденного простым числом P) сумма первых P *малых* делителей (d) – это мизерная (относительно самого метачисла M) величина: $S_d = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + P = (1 + P){\cdot}P/2 \approx P^2/2$. При этом мизерные делители (однако это… *копия* натурального ряда!) по формуле (12.2) *порождают* P самых *больших* делителей (D) сумма которых превосходит само метачисло: $S_D \approx M{\cdot}(\ln\ln M + \gamma + \varepsilon)$, поскольку у метачисла $P \approx \ln M$.

Согласно *теории чисел*, у ***типомакса*** N (в терминах автора) сумма (S) всех его целых делителей (то есть ***богатство*** числа N) оценивается, скажем, такой формулой (просто в теории чисел есть и другие оценки суммы S):

$$S \approx e^{\gamma} \cdot M \cdot \ln\ln M + \varepsilon_{М}. \qquad (12.4)$$

При этом для первых 3240 реальных ***метачисел*** (правда, без учета s-метачисел и t-метачисел) автор нашел следующую эмпирическую формулу [назовем отношение S/M – *кратностью* богатства (S) у метачисла (M)]:

$$\frac{S}{M} \approx \frac{e^{\gamma} \cdot \ln P}{1 + \frac{0{,}4983}{P^{0{,}648}}}\ , \qquad (12.5)$$

где $e^{\gamma} \equiv 1{,}781\ 072\ 417\ 990\ 197\ldots$ – известная математическая константа. Любопытно, что по мере роста простого числа P (порождающего метачисло M), отношение S/M стремится превзойти *средний тип* ($T_с$) первых P натуральных чисел (1, 2, 3, 4, …, P) в e^{γ} число раз. Среднее количество делителей у первых P чисел находится по известной *формуле Дирихле*: $T_с \approx \ln P + (2\gamma - 1) + \varepsilon_{Д}$.

Благодаря формулам (12.3) и (12.4) для всякого метачисла мы можем вычислить интересное отношение S_D/S, показывающее какую долю от богатства (S) метачисла составляет сумма (S_D) его P самых больших делителей (D):

$$\frac{S_D}{S} \approx \frac{1}{e^{\gamma}}\left(1 + \frac{\gamma + \varepsilon}{\ln P}\right)\left(1 + \frac{0{,}4983}{P^{0{,}648}}\right). \qquad (12.6)$$

В данной формуле сразу бросается в глаза удивительный факт: по мере роста простого числа P (порождающего метачисло: $M \approx e^{P}$) отношение S_D/S устремляется к… числовой константе $(S_D/S)_{\min} = 1/e^{\gamma} \approx$ **0,56146**. Это «тень» пресловутого «*золотого сечения*» (отношения двух величин в природе, близкого к 0,618). Подробней об этом см. в конце гл. 25.

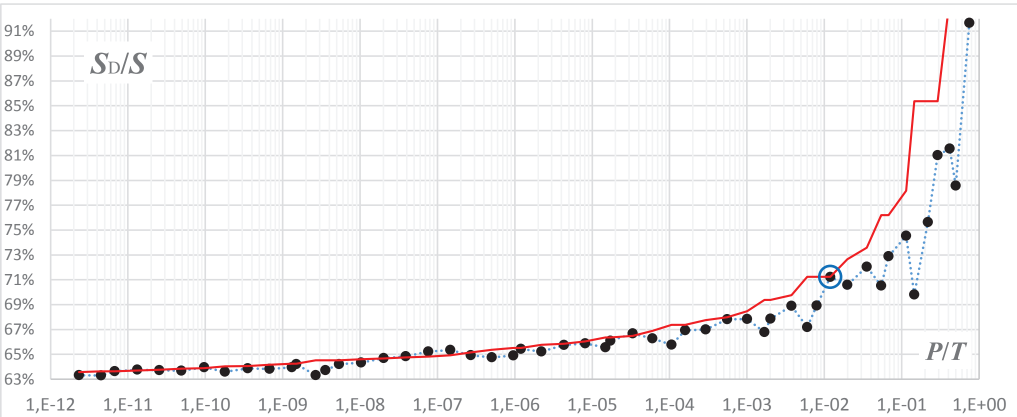

Рис. 12.2. Убывание доли S_D/S (по мере убывания параметра P/T) у первых метачисел

Итак, метачисло $M \approx e^{P}$ (своими малыми делителями) порождает копию натурального ряда: 1, 2, 3, 4, …, P (далее мы «закроем глаза» на то, что часто копия бывает даже чуть длиннее указанного ряда, однако не более чем на $\sqrt{P}$). И у нашего метачисла будет такое же количество (P) больших делителей (D), для которых мы уже научились вычислять важное отношение S_D/S. Значит, последнему мы можем поставить в соответствие *долю* (P/T) больших делителей, приводящих нас к отношению S_D/S (где T – это количество всех делителей у данного метачисла M).

На графике рис. 12.2 показано как по мере (всё более и более стремительного) убывания указанной доли (P/T) вначале (скажем, до $P/T = 10^{-2}$, то есть до доли равной 1 %) быстро убывает и отношение S_D/S (до значения 71 %, обведенного синим кружком на графике). Согласно отчёту «Global Wealth Report 2015» швейцарского банка Credit Suisse, более половины всех мировых богатств (наш график «уточняет» – 71 % всех мировых богатств) сосредоточено у всего 1 % населения Земли. Другой пример: в 2016 г. на планете было 2043 долларовых миллиардера, что составляло мизерную долю ($P/T = 3\cdot10^{-7}$) от количества всех людей на планете. И столь мизерная доля людей (миллиардеров) суммарно владела капиталом порядка $7{,}67\cdot10^{12}$ $, что, согласно нашему графику, составляет 65 % общего капитала планеты ($11{,}8\cdot10^{12}$ $?).

Однако при дальнейшем убывании параметра P/T – отношение S_D/S заметно «затормаживается» (см. график на рис. 12.2). Красная (чисто теоретическая) линия на графике построена с помощью формулы (12.6). А вот и самый «крайний» реальный пример от автора: при $P = 29927$ (это 3241-ое простое число) при $P/T \approx 4\cdot10^{-18}$ реальное отношение $S_D/S = 0{,}593\,288\ldots$, что всего лишь в 1,057 раза больше предельного значения $(S_D/S)_{\min} \approx 0{,}561$ (при $P \to \infty$).

Закон Парето (или Принцип Парето, или принцип 20/80) – ***эмпирическое*** правило, введённое итальянским инженером, экономистом и социологом Вильфредо Парето (1848 – 1923), в наиболее общем виде формулируется так: «20% усилий дают 80% результата» (в шутливой форме: 20 % людей выпивают 80 % всего пива). Однако, мир натуральных чисел (наш график на рис. 12.2) говорит о том, что только при $P/T = 7/24 \approx 29$ % реальное отношение S_D/S = 81 %. Эти (чисто *теоретические*) цифры – предельно оптимальные (по сравнению с *эмпирическим* законом Парето), поскольку их выдает нам мир натуральных чисел (созданный Творцом, а мы ЕГО мир только… *исследуем*), моделирующий фундаментальную структуру «ткани» пространства-времени.

13. Рефрены (повторения) метачисла

Метачисло (точнее говоря, это *s-метачисло*, см. гл. 17) $M_{s3} = 2^2\cdot3 = \mathbf{12}$ – это *первое* число в ряде натуральных чисел (см. Пирамиду на рис. 2.1), у которого *длина копии* $L = 4$, то есть его первые делители копируют четыре числа (1, 2, 3, 4, а далее идет «окно» – нет делителя $D = 5$). Если мы будем умножать данное метачисло **12** на все натуральные числа, начиная с двойки

(2, 3, 4, 5, 6, 7, …), то среди получаемых чисел N будут находится, скажем так, его ***рефрены*** (от франц. «повторять»), то есть числа, *повторяющие* главное свойство нашего метачисла **12**, а именно: у всех этих *рефренов* (N = 24, 36, 48, 72, 84, 96, 108, 132, … – их бесконечно много) длина копий будет $L = 4$.

Следующее соседнее метачисло $M_5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 =$ **60** – имеет копию длиной $L = 6$ (напомню, что копии $L = 5$ – не существует в мире чисел). При этом отношение указанной пары (*соседних*) метачисел $M_5/M_{s3} = 5$ и это, как легко понять, – старшее простое число у б***о***льшего метачисла (M_5). Причем между указанными метачислами («внутри» пары) находятся 3, скажем так, *производящих* рефрена меньшего метачисла **12** (N = 24, 36, 48 – они «производят» б***о***льшее метачисло **60** = 48 + 12), то есть количество *производящих* рефренов – это длина копии метачисла **12**, уменьшенная на единицу: $L - 1 = 4 - 1 = 3$ (однако это правило не работает для s-метачисел и t-метачисел, см. гл. 17).

Если внимательно рассмотреть *реальные* отношения $M_{к+1}/M_к$ у первых 54-х метачисел (где есть 11-ть s-метачисел и три t-метачисла, см. табл. 16.1), то станет совершенно очевидным, что реальное отношение $M_{к+1}/M_к$:

● равно $P_{к+1}$, то есть *старшему* простому числу у б***о***льшего метачисла ($M_{к+1}$), и это встречается всё чаще и чаще (в ряде всех «нормальных» метачисел);

● равно куда м***е***ньшему (чем $P_{к+1}$) простому числу [2, 3, 5, 7, 11, …, вплоть до $(P_{к+1})^{0,5}$], и это происходит всё реже и реже в ряде всех метачисел (у «особых» метачисел – у всякого s-метачисла или t-метачисла, местоположение которых в ряде всех метачисил – нетрудно вычислить, см. гл. 16).

Таким образом, всякое метачисло (M) может превосходить предыдущее (соседнее) метачисло, как минимум в 2 раза, а как максимум – в P раз (где P – это *старшее* простое число у метачисла M) и это («как максимум…») – наиболее вероятная ситуация в мире метачисел.

Рассмотрим пару (соседних) «нормальных» метачисел:

$M_{137} = 2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11^2 \cdot 13 \cdot \ldots \cdot 137 \approx 2{,}40 \cdot 10^{59}$, с длиной копии $L = 138$;

$M_{139} = 2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11^2 \cdot 13 \cdot \ldots \cdot 137 \cdot 139 \approx 3{,}33 \cdot 10^{61}$, с длиной копии $L = 148$.

Их отношение $M_{139}/M_{137} = 139$ – это старшее простое число у б***о***льшего метачисла. И между этими метачислами находятся **137** производящих *рефренов* (повторений) меньшего метачисла (M_{137}). То есть умножая M_{137} на 2, 3, 4, 5, 6, 7, …, 95 (е-*рефрен*, см. ниже), …, 138, 139 мы получим 137 чисел, также имеющих длину копии $L = 138$. Число 137 в природе во многом уникально, загадочно. Вот тому пример из физики. ***Постоянная тонкой структуры*** (почти равная 1/**137**), являясь *безразмерной* величиной, которая никак не соотносится ни с какой из известных математических констант, всегда являлась объектом восхищения для физиков. Ричард Фейнман, один из основателей квантовой электродинамики, называл её «***одной из величайших проклятых***

тайн физики: магическое число, которое приходит к нам без какого-либо понимания его человеком».

Меньшее метачисло $M_{137} \approx 2{,}40 \cdot 10^{59}$, если его понимать, как количество *планковских длин*, можно смело принимать за «самый большой объект в видимой Вселенной». При этом видимая Вселенная имеет радиус R = 46,6 млрд световых лет или $2{,}73 \cdot 10^{61}$ *планковских длин* (что очень близко к большему метачислу $M_{139} \approx 3{,}33 \cdot 10^{61}$). Об этом говорит следующая информации из космологии. «Благодаря быстрому развитию технологий, астрономы совершают все более интересные и невероятные открытия во Вселенной. Например, звание «самого большого объекта во Вселенной» переходит от одних находок к другим практически ежегодно. Некоторые открытые объекты настолько огромны, что ставят в тупик своим фактом существования даже лучших ученых нашей планеты. …

Относительно недавно ученые обнаружили самое большое холодное пятно во Вселенной. Оно расположено в южной части созвездия Эридан. Своей *протяженностью в 1,8 миллиарда световых лет* (возраст Вселенной около 13,75 млрд лет) это пятно поставило ученых в тупик. Они не подозревали, что объекты такого размера могут существовать.

Несмотря на наличие слова «войд» в названии (с английского «void» означает «пустота») пространство здесь не совсем пустое. В этом регионе космоса расположено примерно на 30 процентов меньше скоплений галактик, чем в окружающем его пространстве. По мнению ученых, войды составляют до 50 процентов объема Вселенной, и этот процент, по их же мнению, будет продолжать расти благодаря сверхсильной гравитации, которая притягивает к себе всю окружающую их материю.»

Среди **137** производящих *рефренов* (т.е. *повторений* копий длиной L = 137) меньшего метачисла ($M_{137} \approx 2{,}40 \cdot 10^{59}$, порожденного простым числом P_{33} = 137) можно выделить так называемый ***е-рефрен***, на который указывает особая формула, содержащая число $e \equiv 2{,}718$ (см. следующую главу):

$$M_{139}/M_{137} \approx e \cdot P_{33}/[\ln(P_{33}) - 1] \approx 2{,}718 \cdot 137/(\ln 137 - 1) \approx 95. \qquad (13.1)$$

Таким образом, е-рефрен – это такое число: $N \approx 95 \cdot M_{137} \approx 2{,}28 \cdot 10^{61}$. И это число «всего лишь» в 2,85 раза больше возраста Вселенной (13,75 млрд лет), выраженного в *планковских временах* ($8 \cdot 10^{60}$). Планковское время – это время за которое фотон пролетает (со скоростью света с = 299 792 458 м/сек) *планковскую длину* ($1{,}6162 \cdot 10^{-35}$ м). При этом самый дальний объект, который разглядели астрономы, находится на расстоянии 13,1 млрд световых лет от нас, т.е. данный объект излучал свет 13,1 миллиарда лет назад. По мере ***расширения*** Вселенной, источник света, удаленный от нас на 13,1 миллиарда световых лет, за то время, которое свет преодолевал расстояние до нас, мог улететь от нас очень и очень далеко. Однако из-за ограничений, накладываемых скоростью света, мы не можем видеть текущую ситуацию напрямую. Ученые, используя разнообразные по-настоящему ***крутые методики***, вычислили, что радиус наблюдаемой Вселенной составляет около 46,6 миллиарда световых лет (или $2{,}73\cdot10^{61}$ *планковских длин*).

Так вот, в рамках числофизики, образно говоря, мир натуральных чисел, используя свои не менее «***крутые методики***» (точнее говоря, своё «крутое устройство», воплощенное здесь в формуле 13.1), исходя из возраста Вселенной (близкого к е-рефрену $N \approx 95\cdot M_{137}$), вычисляет радиус наблюдаемой Вселенной (который всего лишь в 1,2 раза меньше метачисла $M_{139} \approx 3{,}33\cdot10^{61}$).

Метачисло $\boldsymbol{M_1 \equiv 1}$ – это *первое* число, имеющее делитель $d = 1$, но не имеющее делитель $d = 2$. Очевидно, что подобными числами (то есть рефренами числа M_1) являются все *нечетные* числа $N = 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, \ldots$. Количество (K_1) таких чисел бесконечно и все они описываются так:

$$N = 2\cdot k - 1, \tag{13.2}$$

где $k = 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$ – порядковый номер чисел вида M_1. То есть

$$K_1 = k = (N + 1)/2. \tag{13.3}$$

Таким образом, зная число N (рефрен M_1), мы можем вычислить *вероятность* (B_1) появления таких чисел (*нечетных*, т.е. рефренов M_1) на отрезке $[1; N]$:

$$B_1 \equiv K_1/N = 0{,}5\cdot(1 + 1/N). \tag{13.4}$$

Очевидно, что с ростом указанных N вероятность встречи с нечётным числом устремляется к 0,5, а именно (с точностью до 3-й цифры после запятой): B_1 = 1,000; 0,667; 0,600; 0,571; 0,556; 0,545; 0,538; … .

Метачисло $\boldsymbol{M_2 \equiv 2}$ – это *первое* число, имеющее делители $d = 1, 2$ но не имеющее делитель $d = 3$. Очевидно, что подобными числами (то есть рефренами метачисла M_2) являются последующие *четные* числа (но не все из них, см. Пирамиду на рис. 2.1): $N = 4, 8, 10, 14, 16, 20, 22, 26, \ldots$. Количество таких чисел бесконечно.

14. Количество вселенных, подобных нашей Вселенной

Напомню, что так называемое *Большое метачисло* (M) в качестве *старшего* – имеет простое число $P \approx 8\cdot10^{60}$ (т.е. имеет длину копии $L \geq P$):

$$M = 2^{202}\cdot3^{127}\cdot5^{87}\cdot7^{72}\cdot11^{58}\cdot\ldots\ldots\cdot\sqrt{P}\cdot\ldots\ldots\cdot P \approx e^{P}, \tag{14.1}$$

где $\sqrt{P} \approx 2{,}82845\cdot10^{30}$ – это примерное значение *простого числа* с порядковым номером (в ряде всех простых чисел) порядка $K \approx P/(\ln P - 1) \approx 5{,}74570\cdot10^{58}$. Начиная с этого простого числа (чуть больше корня квадратного из числа P) в *каноническом разложении* нашего метачисла M все последующие (б***о***льшие) простые числа имеют степень, равную 1.

Большое метачисло (M) впервые в натуральном ряде *порождает* (своими первыми делителями $d = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots, P$) так называемый *Большой отрезок*. Имеющий столько же натуральных чисел, сколько *планковских времен* «помещается» в возрасте Вселенной. То есть в рамках числофизики Большое метачисло – это (наипростейшая математическая) модель наименьшей (по своим размерам) Метавселенной, в которой возможно зарождение нашей Вселенной (её моделирует Большой отрезок).

Согласно выше установленному нами (см. гл. 13) *Большое метачисло* (M) может превосходить предыдущее (соседнее) метачисло, как минимум в 2 раза (что маловероятно), а как максимум – в $P \approx 8{\cdot}10^{60}$ раз (и это наиболее вероятная ситуация в мире метачисел). То есть в настоящее время в Метавселенной с разной степенью вероятности (пока нам неизвестной) может находиться 2, 3, 4, 5, 6, 7, …, P, самых разных вселенных, в том числе близким (по своим размерам и свойствам) к нашей Вселенной.

Попробуем найти «*наиболее вероятное*»[3] количество ***рефренов*** метачисла, исходя из ключевых законов *теории чисел*. То есть будем искать ответ на такой вопрос: сколько *рефренов* данного метачисла ($M_к$), по «мнению» теории чисел, мы насчитаем на числовой оси до следующего метачисла ($M_{к+1}$)? Здесь K – это порядковый номер (в ряде всех простых чисел) старшего *простого числа* $P_к$, порождающего метачисло: $M_к \approx e^{P_к} \equiv \exp(P_к)$.

Из *теории чисел* нам известно, что $K \sim P_к/(\ln P_к - 1) \sim P_к/\ln P_к$, откуда легко получить и обратную формулу $P_к \sim K{\cdot}\ln K$. В терминологии автора это формула для *идеальных* простых чисел, т.е. растущих (с ростом номера K) именно по такому (*идеальному*) закону. Значит, так называемый у автора *средний* ***масштабный фактор*** (разность между соседними идеальными простыми числами) растет по логарифмическому закону (что легко доказать):

$$P_{к+1} - P_к \sim 1 + 1/K + \ln K. \qquad (14.2)$$

Тогда для отношения соседних метачисел можно записать:

$$M_{к+1}/M_к \approx \exp(P_{к+1} - P_к) \sim \exp(1 + \ln K) \sim e{\cdot}K, \qquad (14.3)$$

а с учетом $K \sim P_к/(\ln P_к - 1)$ окончательно получаем формулу **е-*рефрена***:

$$M_{к+1}/M_к \sim e{\cdot}P_к/(\ln P_к - 1). \qquad (14.4)$$

При $K > 14$ (т.е. при $P_к > 43$) отношение $M_{к+1}/M_к$, вычисляемое по формуле (14.4), будет всегда меньше реального простого числа $P_к$ (*старшего* простого числа у меньшего метачисла $M_к$).

В конце Большого отрезка *масштабный фактор* будет таким: $P_{к+1} - P_к \sim 1 + \ln K \approx 136$ – это *наиболее вероятное* расстояние (по числовой оси) между соседними простыми числами. Для справок: наименьшее возможное расстоя-

[3] Данный термин, надо полагать, не совсем правильно отражает суть, описанного ниже.

ние всегда (вплоть до есконечности!) будет равно 2 (для *простых чисел-близнецов*, появление которых –маловероятное событие), а вот наибольшее расстояние между соседними простыми числами будет около $0{,}7574\cdot(\ln P_к)^2 \approx 14895$ (что также происходит крайне редко). То есть в конце Большого отрезка *масштабный фактор сильно флуктуирует*. И, в силу малости масштабного фактора ($P_{к+1} - P_к \sim 136$), мы полагаем $P_к \approx P_{к+1} \approx 8\cdot10^{60}$, а по формуле (14.4) получаем $M_{к+1}/M_к \sim 1{,}56\cdot10^{59}$.

Как мы установили в предыдущей главе, на числовой оси между соседними метачислами (между $M_к$ и $M_{к+1}$) максимально может находиться вплоть до $(M_{к+1}/M_к)_{max} = P_{к+1} \approx 8\cdot10^{60}$ ***рефренов*** меньшего метачисла $M_к$ (т.е. натуральных чисел N, делители которых также копируют *Большой отрезок*). Однако формула (14.4), словно «учитывая» сильнейшую флуктуацию *масштабного фактора* (то есть невероятный «хаос»[4] в мире *простых чисел*), нам «указывает» на некий **е-*рефрен*** меньшего метачисла $M_к$ «всего лишь» с порядковым номером $M_{к+1}/M_к \sim 1{,}56\cdot10^{59}$ (из $8\cdot10^{60}$ всех возможных номеров). Образно говоря, формула (14.4) нам «показывает» только $Z \approx 1{,}95$ % «наиболее вероятных» рефренов $M_к$, и этот процент мы вычисляем по такой формуле:

$$Z \equiv \frac{Mк_{+1}/Mк}{(Mк_{+1}/Mк)max} \sim \frac{e}{\ln(P_к) - 1} \quad . \qquad (14.5)$$

На рис. 14.1 показана структура Вселенной, из которой следует, что на *звезды* (в том числе на их планетные системы, астероиды, кометы и т.д.) и *нейтрино* может приходиться до 0,87 % состава Вселенной (по другим источникам – до 3,5 %). Или, может быть, около 1,95 %, которые мы получили в мире натуральных чисел по формуле (14.5)?

В качестве пояснения приведу такой текст: «По наиболее смелым оценкам, все то, что мы наблюдаем и учитываем во Вселенной (звезды, газово-пылевые комплексы, галактики и т. д.), составляет лишь 5 процентов от массы, которая "должна была бы быть" по расчетам, основанным на законах гравитации. Эти 5 процентов включают весь известный нам мегамир от пылинок и распространенных в космосе атомов водорода до сверхскоплений галактик. Некоторые астрофизики относят сюда даже всепроникающие нейтрино, считая, что, несмотря на их небольшую массу покоя, нейтрино своим бессчетным количеством вносят определенный вклад все в те же 5 процентов.» [Подробнее см.: https://www.nkj.ru/archive/articles/4824/ (журнал «Наука и жизнь» № 10, 2002 г., ВИДИМ ЛИ МЫ ВСЕЛЕННУЮ?)]

---

[4] «Хаос» («случайность») распределения *простых чисел* в ряде натуральных чисел – это всего лишь… иллюзия. Посмотрите на Пирамиду (рис. 2.1), расставляющую все *делители* (чёрные камни) всякого числа N в «железобетонную» конструкцию (по наипростейшему, но совершенно «железному» алгоритму). Пирамида (а по сути дела, мир *простых чисел*) – это абсолютно *детерминированная* конструкции (однако имитирующая свойства… «хаоса»).

Рис. 14.1. Структура Вселенной («Атомная энергия 2.0», новости от 6 марта 2020 г.)

Одно можно сказать точно: количество ***рефренов*** *Большого метачисла* – великое множество. А, значит (согласно *числофизике*) и количество вселенных подобных нашей Вселенной – также великое множество. Еще в 2005 году физики-теоретики предположили, что "горячие" и "холодные" *пятна микроволнового фона* в далеком космосе возникли из-за того, что на нашу Вселенную оказывают влияние другие вселенные, расположенные рядом. Аналогичным образом на потолке вашей квартиры возникают пятна от "протекших" соседей, которые дали о себе знать такими вот наглядными аномалиями "штукатурного фона".

15. Про «вложения» метачисел (подобно матрешке)

Итак, *Большое метачисло* [$M \sim e^P \equiv \exp(P)$, у которого $P = 8 \cdot 10^{60}$] порождает натуральный ряд 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …, P (называемый *Большим отрезком*). И когда в наших рассуждениях мы уходим «вверх», то, количество гипотетических, скажем так, ***вложений*** (подобно матрешке) – растет до бесконечности. Ведь «наш» отрезок [1; M] (это модель «нашей» Метавселенной?), в свою очередь, порожден ещё б***о***льшим метачислом $M_1 \approx \exp(M) \approx \exp(\exp(P))$; а отрезок [1; M_1], в свою очередь, порожден ещё б***о***льшим метачислом $M_2 \approx \exp(M_1) \approx \exp(\exp(\exp(P)))$; и так далее до бесконечности (в математике подобные построения – это вообще обычное дело).

Однако, когда в наших рассуждениях мы уходим «вниз» (от Большого отрезка), то, количество гипотетических ***вложений*** – мгновенно угасает («на счет раз-два»). Ниже в данной главе автор пытается показать (обосновать), что «внутри» *Большого отрезка* как бы «***вложены***» ещё два отрезка натурального ряда. То есть *Большое метачисло* – это три отрезка («Бог любит троицу»), когда мы уходим «вниз».

Итак, *правая граница* ($P \approx 8 \cdot 10^{60}$) Большого отрезка [1; P], близка к метачислу $M = 2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11^2 \cdot 13 \cdot \ldots \cdot 139 \approx 3{,}33 \cdot 10^{61}$, порождающему копию натурального ряда длиной L = 148 (что легко проверить на ПК): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …, 139, …, 148. Кстати, здесь отношение L/P = 148/139 ≈ 1,0647 близко к максимально возможному значению: $L/P < 1 + P^{-1/2}$.

Среди ученых есть точка зрения, что 118-й элемент станет последним в таблице Менделеева. То есть именно седьмой период (11-й ряд и 118-й элемент) должен завершать таблицу Менделеева. И этому есть много причин. Например, построение следующего восьмого периода потребует, как минимум, ещё 50 элементов. Что явно (118 + 50 = 168) выводит нас за границу, «разрешенную» миром натуральных чисел (см. чуть выше длину копии L = 148; также см. эл/книжку автора «Нуклеосинтез» от 28.10.2016). Возможно, именно… 148-й элемент станет последним в таблице Менделеева?

В свою очередь простое число P = 139 (далее следуют рассуждения с явной «натяжкой», но и это может быть интересным?) соседствует с числом N = **6**·23 = 138 (это 22-й *рефрен* метачисла **6**), малые делители которого d = 1, 2, 3, 6 (т.е. мы видим копию натурального ряда длиной L = 3).

Именно из 3-х кварков состоят *протоны* и *нейтроны*. Протоны принимают участие в термоядерных реакциях, которые являются основным источником энергии, генерируемой звёздами. В отношении кварков остаются вопросы, на которые пока нет ответа: почему у кварков ровно 3 цвета?; почему ровно 3 поколения кварков?; случайно ли совпадение у кварков числа цветов и числа поколений?; случайно ли совпадение этого числа (3) с размерностью пространства в нашем мире?

Итак, можно предположить, что «сакральные» отрезки натурального ряда (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …), то есть отрезки, имеющие сакральный смысл в раках *числофизики*, порождаются *метачислами* (M). Образно говоря, в Пирамиде у всякого метачисла M = 2, 6, 12, 60, 420, 840, 2520, 27720, 360360, … (как бы «перпендикулярно» вертикальному натуральному ряду исходных чисел N) «вырастает», «отпочковывается» вторичный (горизонтальный, см. Пирамиду на рис. 2.1) натуральный ряд (длиной около ln$M$), состоящий из *малых* делителей (d) метачисла (что верно для M > 12). В некотором смысле «вторичный» натуральный ряд (из малых делителей метачисла M) как бы «вложен» в исходный натуральный ряд чисел N.

16. Алгоритм вычисления (нормальных) метачисел

Рассмотрим в Пирамиде (см. рис. 2.1) ***метачисла*** (данный термин впервые придуман автором в начале 2020 г., и этот термин указывает на некую «аналогию» метачисел с… метавселенными в космологии).

Метачисло (с индексом P) – это такое натуральное число (M_P), целые делители ($d = 1, 2, 3, 4, \ldots, P, \ldots$) которого, вообще говоря, ***впервые***[5] *копируют* (без единого пропуска) начало натурального ряда в количестве не менее P его первых чисел. Где P – это *старшее* (наибольшее) *простое число* в каноническом разложении данного метачисла (см. табл. 16.1). Перечислим первые метачисла (делители которых «порождают» начало натурального ряда):

M_1 = 1 – первое *нечётное* число (все эти числа не имеют делитель $d = 2$);
M_2 = 2 – первое число, имеющее делители $d = 1, 2$ (но не имеющие $d = 3$);
M_3 = 6 – первое число с делителями $d = 1, 2, 3$ (но без делителя $d = 4$);
M_{3s} = 12 – первое число с делителями $d = 1, 2, 3, 4$ (но без делителя $d = 5$);
M_5 = 60 – первое число с делителями $d = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ (но без $d = 7$);
M_7 = 420 – первое число с делителями $d = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ (но без $d = 8$);
M_{7s} = 840 – первое число с делителями $d = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ (но без $d = 9$);
M_{7t} = 2520 – первое число с $d = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ (но без $d = 11$).

Ряд метачисел – бесконечен, как и ряд простых чисел, формирующих метачисла по ***мета-алгоритму*** (назовем его так). Его работу поясним на конкретном примере. Пусть мы находим метачисло (M_P), у которого $P = 7$. То есть у данного метачисла (в его каноническом виде) нам надо найти *показатели степени* (A_i) у первых простых чисел $P_i = 2, 3, 5$ (все простые, меньшие взятого нами числа: $P_i < P$). Для каждого P_i вычисляем максимально возможный показатель степени (A_i) из неравенства $P > (P_i)^{Ai}$, откуда, прологарифмировав, получаем нужное нам выражение: $\ln P/\ln(P_i) > A_i$:

$\ln 7/\ln \mathbf{2}$ = 2,807…, это число округляем «вниз» и получаем степень A_2 = 2;
$\ln 7/\ln \mathbf{3}$ = 1,771…, это число округляем «вниз» и получаем степень A_3 = 1;
$\ln 7/\ln \mathbf{5}$ = 1,209…, это число округляем «вниз» и получаем степень A_5 = 1.

Значит, искомое метачисло имеет такое каноническое разложение:

$$M_7 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \cdot 7^1 = 420.$$

Мета-алгоритм можно записать в виде такой условной формулы:

$$A_{P;\,Pi} = \text{ОКРУГЛВНИЗ}(\ln \boldsymbol{P}/\ln \boldsymbol{P_i};0), \qquad (16.1)$$

---

[5] Выражение «*вообще говоря*» в математике означает, что бывают случаи, когда это не так. Если данное метачисло (M_P) умножить на любое натуральное число (2, 3, 4, 5, 6, 7, …), то, вообще говоря, получим так называемый ***рефрен*** (повторение) метачисла (см. гл. 13). Рефрен будет повторять главное свойство делителей метачисла (M_P) – будет иметь (в лице своих делителей) копию натурального ряда такой же длины (L).

Первые 54 метачисла и главные их параметры Таблица 16.1

№ п/п мета-числа $K_М$	№ п/п простого числа P K	Старшее простое число P	Длина копии у метачисла L	**Метачисло** M	Кратность богатства (S) метачисла S/M	Количество всех целых делителей у метачисла (**тип** метачисла) T	Первые **простые числа** и их показатель степени в каноническом разложен. 2	3	5	7	11	13	17
1	1	**2**	2	**2**	1,50000	2	1	0	0	0	0	0	0
2	2	**3**	3	**6**	2,00000	4	1	1	0	0	0	0	0
3	2	**3**	4	**12**	2,33333	6	2	1	0	0	0	0	0
4	3	**5**	6	**60**	2,80000	12	2	1	1	0	0	0	0
5	4	**7**	7	**420**	3,20000	24	2	1	1	1	0	0	0
6	4	**7**	8	**840**	3,42857	32	3	1	1	1	0	0	0
7	4	**7**	10	**2 520**	3,71429	48	3	2	1	1	0	0	0
8	5	**11**	12	**27 720**	4,05195	96	3	2	1	1	1	0	0
9	6	**13**	15	**360 360**	4,36364	192	3	2	1	1	1	1	0
10	6	**13**	16	**720 720**	4,50909	240	4	2	1	1	1	1	0
11	7	**17**	18	**12 252 240**	4,77433	480	4	2	1	1	1	1	1
12	8	**19**	22	**2,32793E+08**	5,02561	960	4	2	1	1	1	1	1
13	9	**23**	24	**5,35423E+09**	5,24412	1 920	4	2	1	1	1	1	1
14	9	**23**	26	**2,67711E+10**	5,41892	2 880	4	2	2	1	1	1	1
15	9	**23**	28	**8,03134E+10**	5,55787	3 840	4	3	2	1	1	1	1
16	10	**29**	30	**2,32909E+12**	5,74952	7 680	4	3	2	1	1	1	1
17	11	**31**	31	**7,22018E+13**	5,93499	15 360	4	3	2	1	1	1	1
18	11	**31**	36	**1,44404E+14**	6,03071	18 432	5	3	2	1	1	1	1
19	12	**37**	40	**5,34293E+15**	6,19370	36 864	5	3	2	1	1	1	1
20	13	**41**	42	**2,19060E+17**	6,34477	73 728	5	3	2	1	1	1	1
21	14	**43**	46	**9,41959E+18**	6,49232	147 456	5	3	2	1	1	1	1
22	15	**47**	48	**4,42721E+20**	6,63046	294 912	5	3	2	1	1	1	1
23	15	**47**	52	**3,09904E+21**	6,74886	442 368	5	3	2	2	1	1	1
24	16	**53**	58	**1,64249E+23**	6,87620	884 736	5	3	2	2	1	1	1
25	17	**59**	60	**9,69071E+24**	6,99274	1 769 472	5	3	2	2	1	1	1
26	18	**61**	63	**5,91133E+26**	7,10738	3 538 944	5	3	2	2	1	1	1
27	18	**61**	66	**1,18227E+27**	7,16378	4 128 768	6	3	2	2	1	1	1
28	19	**67**	70	**7,92119E+28**	7,27071	8 257 536	6	3	2	2	1	1	1
29	20	**71**	72	**5,62404E+30**	7,37311	16 515 072	6	3	2	2	1	1	1
30	21	**73**	78	**4,10555E+32**	7,47411	33 030 144	6	3	2	2	1	1	1
31	22	**79**	80	**3,24339E+34**	7,56872	66 060 288	6	3	2	2	1	1	1
32	22	**79**	82	**9,73016E+34**	7,63179	82 575 360	6	4	2	2	1	1	1
33	23	**83**	88	**8,07603E+36**	7,72374	165 150 720	6	4	2	2	1	1	1
34	24	**89**	96	**7,18767E+38**	7,81053	330 301 440	6	4	2	2	1	1	1
35	25	**97**	100	**6,97204E+40**	7,89105	660 602 880	6	4	2	2	1	1	1
36	26	**101**	102	**7,04176E+42**	7,96918	1 321 205 760	6	4	2	2	1	1	1
37	27	**103**	106	**7,25301E+44**	8,04655	2 642 411 520	6	4	2	2	1	1	1
38	28	**107**	108	**7,76072E+46**	8,12175	5 284 823 040	6	4	2	2	1	1	1
39	29	**109**	112	**8,45919E+48**	8,19626	10 569 646 080	6	4	2	2	1	1	1
40	30	**113**	120	**9,55888E+50**	8,26879	21 139 292 160	6	4	2	2	1	1	1
41	30	**113**	124	**1,05148E+52**	8,33144	31 708 938 240	6	4	2	2	2	1	1
42	30	**113**	126	**5,25738E+52**	8,38519	42 278 584 320	6	4	3	2	2	1	1
43	31	**127**	127	**6,67688E+54**	8,45121	84 557 168 640	6	4	3	2	2	1	1
44	31	**127**	130	**1,33538E+55**	8,48448	96 636 764 160	7	4	3	2	2	1	1
45	32	**131**	136	**1,74934E+57**	8,54925	193 273 528 320	7	4	3	2	2	1	1
46	33	**137**	138	**2,39660E+59**	8,61166	386 547 056 640	7	4	3	2	2	1	1
47	34	**139**	148	**3,33127E+61**	8,67361	773 094 113 280	7	4	3	2	2	1	1
48	35	**149**	150	**4,96360E+63**	8,73182	1 546 188 226 560	7	4	3	2	2	1	1
49	36	**151**	156	**7,49503E+65**	8,78965	3 092 376 453 120	7	4	3	2	2	1	1
50	37	**157**	162	**1,17672E+68**	8,84563	6 184 752 906 240	7	4	3	2	2	1	1
51	38	**163**	166	**1,91805E+70**	8,89990	12 369 505 812 480	7	4	3	2	2	1	1
52	39	**167**	168	**3,20315E+72**	8,95319	24 739 011 624 960	7	4	3	2	2	1	1
53	39	**167**	172	**4,16409E+73**	9,00239	37 108 517 437 440	7	4	3	2	2	2	1
54	40	**173**	178	**7,20388E+75**	9,05442	74 217 034 874 880	7	4	3	2	2	2	1

где $A_{P;\,P_i}$ – это *показатель степени* у простого числа $P_i = 2, 3, 5, \ldots, P$ в каноническом разложении метачисла (M_P). По сути дела, именно формулу (16.1) автор «зашивал» в клетки электронной таблице «Excel», чтобы найти *канонические разложения* 3241-го метачисла (порождаемых 3241-им простым числом: P = 2, 3, 5, 7, …, 29927). Поскольку автор ограничился матрицей всего лишь с 40-ка столбцами (P = 2, 3, 5, 7, …, 173 – это 40-ое простое число). В табл. 16.1 представлены первые 7 столбцов указанной матрицы с показателями степени ($A_{P;\,Pi}$), вычисленными по формуле (16.1).

17. Будьте внимательны: s-метачисла и t-метачисла

Однако *мета-алгоритм* «не видит» («пропускает») весьма интересные так называемые (в терминологии автора) ***s-метачисла*** и ***t-метачисла***. Этот феномен мира чисел мы рассмотрим на конкретном числовом примере.

Следующее за метачислом M_7 идет метачисло M_{11}, которое (в силу нашего определения) обязано «порождать», как минимум, такие целые делители d = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. Но делитель d = 8 можно получить только единственным образом: $2^3 = 8$ (возводим 2 в третью степень), поэтому за метачислом M_7 мы обязаны вставить, скажем так, ***s-метачисло*** M_{7s} (от анг. «second», то есть ***второе*** метачисло всё с тем же индексом «7», то есть при том же старшем простом числе $P = 7$):

$$M_{7s} = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \cdot 7^1 = 840,$$

дабы в копии натурального ряда, порождаемого метачислами (в том числе теперь и s-метачислами), не было «дыры» на месте делителя $d = 8$ (равного 3-й степени простого числа 2).

В табл. 16.1 все ***s-метачисла*** выделены бирюзовым фоном (бирюзовой строкой), а розовым фоном выделено некое простое число в некой степени (которое «требует» копия натурального ряда во избежание «окна»).

Более того, поскольку $3^2 = 9$ (и иначе число 9 нам никак не получить), то за s-метачислом M_{7s} мы обязаны вставить ***t-метачисло*** M_{7s} (от «third», то есть это уже ***третье*** метачисло всё с тем же индексом «7», т.е. при $P = 7$):

$$M_{7t} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \cdot 7^1 = 2520,$$

дабы в копии натурального ряда, порождаемого метачислами (в том числе теперь и s-метачислами, и t-метачислами), не было «дыры» на месте делителя d = 9 (равного 2-й степени простого числа 3).

В табл. 16.1 все ***t-метачисла*** выделены зеленым фоном (зеленой строкой), а розовым фоном выделено некое простое число в некой степени (которое «требует» копия натурального ряда во избежание «окна»).

А вот *четвертого* метачисла с любым другим индексом (в том числе и с индексом «7») – в мире чисел, вероятно (это гипотеза автора), не существует, то есть s-метачисла и t-метачисла исчерпывают все возможные ситуации в части метачисел. Это вытекает из исследований автора на ПК. Возможно, данный эмпирический факт можно доказать и *аналитически* [скажем, к этому может иметь (?) отношение *тернарная гипотеза Гольдбаха* (доказанная в 2013 г.): каждое нечётное число, большее 5, можно представить в виде суммы трёх простых чисел]. Однако автору, инженеру-механику по образованию, здесь (в части *третьего* метачисла) ничего не остаётся, кроме как вспомнить широко известную истину: «Бог любит троицу» ...

Итак, чтобы натуральный ряд (в лице первых делителей метачисел) не имел «дыр» (пропусков некоторых делителей), помимо «продуктов» ***мета-алгоритма*** надо обязательно учитывать ***s-метачисла*** и ***t-метачисла***, порождаемые *бесконечными* целыми степенями всех простых чисел:

$\mathbf{2}^2 = 4$; $\mathbf{2}^3 = 8$; $\mathbf{2}^4 = 16$; $\mathbf{2}^5 = 32$; $\mathbf{2}^6 = 64$; $\mathbf{2}^7 = 128$; …;
$\mathbf{3}^2 = 9$; $\mathbf{3}^3 = 27$; $\mathbf{3}^4 = 81$; $\mathbf{3}^5 = 243$; $\mathbf{3}^6 = 729$; $\mathbf{3}^7 = 2187$; …;
$\mathbf{5}^2 = 25$; $\mathbf{5}^3 = 125$; $\mathbf{5}^4 = 625$; $\mathbf{5}^5 = 3125$; $\mathbf{5}^6 = 15625$; $\mathbf{5}^7 = 78125$; …;
$\mathbf{7}^2 = 49$; $\mathbf{7}^3 = 343$; $\mathbf{7}^4 = 2401$; $\mathbf{7}^5 = 16807$; $\mathbf{7}^6 = 117649$; $\mathbf{7}^7 = 823543$; …;
$\mathbf{11}^2 = 121$; $\mathbf{11}^3 = 1331$; $\mathbf{11}^4 = 14641$; $\mathbf{11}^5 = 161051$; $\mathbf{11}^6 = 1771561$; …;
$\mathbf{13}^2 = 169$; $\mathbf{13}^3 = 2197$; $\mathbf{13}^4 = 28561$; $\mathbf{13}^5 = 371293$; $\mathbf{13}^6 = 4826809$; …; и т.д.

Из сказанного должно быть ясно, что s-*метачисла* будут появляться всё реже и реже. Так, среди первых 54-х метачисел (вплоть до $M_{173} \approx 7{,}2 \cdot 10^{75}$) набирается только 14-ть s-метачисел (см. табл. 16.1).

18. Количество t-метачисел и… первые 5 чисел Ферма

Исследуя первые 120 000 простых чисел (от $P = 2$ до $P = 1\,583\,539$) автор насчитал 274 ***s-метачисел*** (M_{3s}, M_{7s}, M_{13s}, M_{23s}, …, $M_{1559989s}$) и только пять ***t-метачисел*** (M_{7t}, M_{23t}, M_{113t}, M_{2179t}, M_{32724t}) которые «связаны» с пятью, скажем так, *t-простыми* числами: P_t = 7, 23, 113, 2179, 32724. Как все эти метачисла были найдены автором – это должно быть ясно из предыдущей главы. Здесь же рассмотрим только сами *t-простые* числа (P_t). Для которых напрашивается гипотеза о том, что других (кроме пяти указанных) t-метачисел не существует. Поскольку здесь вспоминаются пять знаменитых ***чисел Ферма***

$$F_n \equiv 2^{2^n} + 1, \tag{18.1}$$

которые при n = 0, 1, 2, 3, 4 – это суть *простые числа*: F_n = 3, 5, 17, 257, 65537. А вот при n = 5, 6, 7, …, 32 формула (18.1) выдает уже исключительно *составные* числа, разложение которых (на простые числа) уже найдены, начиная с 1732 года (Леонард Эйлер, для случая n = 5) и вплоть до 2020 года. При этом для 306 ещё бóльших чисел Ферма доказано, что они также *составные*, хотя их разложения на простые числа пока неизвестны (и несколько новых разложений чисел Ферма на простые числа – математики находят каждый год).

Числа Ферма растут стремительно: $F_5 =$ 4 294 967 297 $\approx 4{,}29 \cdot 10^9$; $F_6 \approx 1{,}84 \cdot 10^{19}$; $F_7 \approx 3{,}40 \cdot 10^{38}$; $F_8 \approx 1{,}16 \cdot 10^{77}$; $F_9 \approx 1{,}34 \cdot 10^{154}$; … . При этом *разность* (R_n) первых пяти t-простых и чисел Ферма будет следующей: $R_0 \equiv 7 - 3 = 4$; $R_1 \equiv 23 - 5 = 18$; $R_2 \equiv 113 - 17 = 96$; $R_3 \equiv 2179 - 257 = 1922$; $R_4 \equiv 32724 - 65537 = -32788$ (теперь уже со знаком «минус»). Причем для *модуля* $|R_n|$ указанной разности с помощью программы «Excel» строится довольно точная *линия тренда* (парабола):

$$\ln|R_n| \approx 0{,}2849 \cdot n^2 + 1{,}1299 \cdot n + 1{,}391. \qquad (18.2)$$

Эта формула выдает значения $|R_n|$, которые на много порядков меньше старших чисел Ферма (F_n при $n \geq 5$), поэтому можно предположить, что старшие t-простые (превосходящие $P_t = 32724$) по своему порядку близки к соответствующими старшими числами Ферма (но уже меньше них?). При этом формула (18.2) приводит нас к такой оценки 6-го t-простого числа: $P_t \sim$ 4 293 551 789 (разумеется, если 6-ое t-метачисло вообще существует).

Вместе с тем, не менее «убедительно» выглядит и самая радикальная гипотеза, по сути дела, говорящая о некой возможной *корреляции* пяти первых t-метачисел (их t-простых чисел) с пятью первыми числами Ферма (простыми числами), а именно: кроме выше указанных пяти t-метачисел (M_{7t}, M_{23t}, M_{113t}, M_{2179t}, M_{32724t}) – иных t-метачисел в мире чисел не существует (как и б***о***льших *простых* чисел Ферма). И если это действительно так, то мы получаем очередной красивый пример пресловутой «*магии числа 7*» (точнее говоря, числа 5 ± 2) в мире натуральных чисел (см. многочисленные статьи автора про ***магию числа*** *7*).

19. Поиск первых s-метачисел (их количество)

Посмотрите на канонические разложения первых метачисел (см. табл. 16.1), а, точнее говоря, обратите внимание на *сумму* ($K_м$) *показателей степени*, которые стоят в каждой строке таблицы (под «шапкой» из первых простых чисел: 2, 3, 5, 7, 11, …, 173). Нетрудно убедиться, что у каждого последующего метачисла указанная сумма увеличивается на единицу, то есть $K_м = 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$ – это *порядковый номер* метачисла M_p (в бесконечном ряде всех метачисел). Поэтому *количество* (K_s) s-метачисел (вместе с t-метачислами, коих всего только 5 штук?) будет равно такой разности:

$$K_s = K_м - K, \qquad (19.1)$$

где K – это порядковый номер *простого числа* P (в ряде всех простых чисел: 2, 3, 5, 7, 11, …). Согласно общеизвестной *теории чисел* для достаточно большого простого числа P наипростейшая формула (есть и более сложные, но более точные формулы) будет иметь лаконичный вид (формула Чебышева):

$$\boldsymbol{K} \sim \frac{\boldsymbol{P}}{\ln \boldsymbol{P} - 1}\,. \qquad (19.2)$$

Например, для $P = 173$ по формуле (19.2) мы получаем $K = 41{,}65\ldots$, однако реальное значение $K = 40$ и, согласно табл. 16.1, $K_м = 54$, поэтому $K_s = 54 - 40 = 14$ – это и есть количество s-метачисел (и t-метачисел) для $P = 173$.

Даже с помощью общедоступной программы «Excel» на ПК нетрудно найти, скажем, все 279 первых s-метачисел (в том числе и пять t-метачисел) вплоть до s-метачисла, у которого $K_s = 279$ и $P = 1\,559\,989$ (в ряде всех простых его порядковый номер $K = 118\,376$). Для этого достаточно рассмотреть совместно два массива чисел (объединив их, а затем отсортировав по возрастанию): все первые 120 000 *простых чисел* ($P = 2, 3, 5, \ldots, 1\,583\,539$), а также все целые степени (2, 3, 4, …, см. массив чисел в конце гл. 17) всех простых чисел вплоть до числа $P^2 = 1\,249^2 = 1\,560\,001$ (поскольку в степени 3 мы уже выходим за пределы 120 000 первых простых – убедитесь в этом сами).

При этом на отрезке $K_s = 16 \div 279$ с высокой *величиной достоверности аппроксимации* (равной 0,9999 – аж «четыре девятки»!) программа «Excel» строит такую *линию тренда* [$f(\ln K)$ – параболу, как функцию аргумента $\ln K$]:

$$-\ln\frac{K_S}{K} \equiv f(K) \approx -0{,}0013\cdot(\ln K)^2 + 0{,}6578\cdot\ln K - 1{,}4488, \qquad (19.3)$$

откуда получаем формулу для оценки *количества* (K_s) всех s-метачисел:

$$K_S \sim \frac{K}{e^{f(K)}}\,. \qquad (19.4)$$

Анализ данной формулы (а по сути дела, анализ параболы, построенной самим ПК) показывает следующее. При росте $K = 2, 4, 6, 9, 11, \ldots, 118376, \ldots, 10^{109}$ (порядковые номера простых чисел P, строящих s-метачисла) количество всех s-метачисел монотонно растет вплоть до значения $K_s \sim 10^{74}$, при этом $K_s/K \sim 10^{-36}$. При $K = 8\cdot10^{60}$ мы получаем $K_s \sim 3{,}7\cdot10^{32}$ и $K_s/K \sim 4{,}7\cdot10^{-29}$. То есть доля s-метачисел (*вероятность* их появления) в ряде всех метачисел уменьшается до ничтожно малой величины (что вполне ожидаемо). Однако при $K > 10^{109}$ соотношение K_s/K начинает … расти, чего быть явно не может, то есть наша парабола (19.3) просто перестает работать (скорее всего, это происходит и при ещё м*е*ньших значениях K).

20. Гипотезы о количестве s-метачисел

Имея на ПК массив всех первых 120 000 *простых чисел* ($P_i = 2, 3, 5, \ldots, 1\,583\,539$) мы можем узнать канонические разложения [то есть можем вычислить все *показатели степени* ($A_{P;\,Pi}$)] вплоть до метачисла (M_P), у которого $P = 2\,507\,472\,250\,013$ ($K \approx 91\,014\,347\,854$) и такая факторизация:

$$M_P = 2^{41}\cdot3^{25}\cdot5^{17}\cdot7^{14}\cdot11^{11}\cdot13^{11}\cdot\ldots\cdot1583497^2\cdot1583509^1\cdot\ldots\cdot2507472250013^1.$$

То есть можно узнать *показатели степени* ($A_{P;\,Pi}$) у всех первых метачисел (их количество будет примерно таким $K \approx 91\,014\,347\,854$). Правда, среди этих

K метачисел не будет s-метачисел и t-метачисел, (суммарное *количество* которых будет таким: K_s = 122 001 при указанном P), но их канонические разложения (их факторизацию) при желании легко достроить, зная все целые степени (2, 3, 4, …) всех простых чисел (о чём говорилось выше, см. гл. 17).

Всё это следует из сказанного выше (в гл. 16) про ***мета-алгоритм***, суть которого, повторяю, можно записать в виде такой условной формулы:

$$\mathrm{A}_{P;\,P_i} = \text{ОКРУГЛВНИЗ}(\ln \boldsymbol{P}/\ln \boldsymbol{P_i}\,;\,0), \quad (20.1)$$

где $\mathrm{A}_{P;\,P_i}$ – это *показатель степени* у простого числа P_i = 2, 3, 5, …, P в каноническом разложении метачисла (M_P). Работу формулы (20.1) мы здесь рассмотрим (и уже не первый раз), но теперь для случая P = 149:

ln149/ln**2** = 7,21…, это число округляем «вниз» и получаем степень A_2 = 7;
ln149/ln**3** = 4,55…, это число округляем «вниз» и получаем степень A_3 = 4;
ln149/ln**5** = 3,10…, это число округляем «вниз» и получаем степень A_5 = 3;
ln149/ln**7** = 2,57…, это число округляем «вниз» и получаем степень A_7 = 2;
ln149/ln**11** = 2,08…, это число округляем «вниз» и получаем A_{11} = 2;
ln149/ln**13** = 1,95…, это число округляем «вниз» и получаем A_{13} = 1; и т.д.

Значит, искомое метачисло имеет такое каноническое разложение:

$$\mathrm{M}_{149} = 2^7\cdot 3^4\cdot 5^3\cdot 7^2\cdot 11^2\cdot 13^1\cdot\ldots\cdot 149^1 \approx 4{,}964\cdot 10^{63}. \quad (20.2)$$

В данном примере у 30-ти простых чисел P_i = 13, 17, 19, …, 149 показатели степени ($\mathrm{A}_{P;\,P_i}$) будут равны единице. И это можно было предсказать заранее, что вытекает из следующего очевидного неравенства:

$$\frac{\ln P}{\ln P_i} < 2,\ \text{откуда получаем}\ \sqrt{P} < P_i, \quad (20.3)$$

то есть «единичные» (равные единице) показатели степени ($\mathrm{A}_{P;\,P_i}$) будут у всех простых ($\sqrt{P} < P_i \le P$), превосходящих корень квадратный из числа P.

В связи с этим важно (в чём мы убедимся ниже) знать порядковый номер (K_c), скажем так, ***степенного*** простого числа ($P_i \equiv P_c$) , у которого, согласно нашему определению, показатель степени всё ещё равен 2 (а вот далее – все показатели степени будут равны 1). В нашем примере K_c = 5, поскольку у метачисла M_{149} (в его каноническом разложении) *степенное* простое P_c = 11 – это 5-ое простое число (в ряде всех простых чисел).

Для больших *степенных* простых (P_c >> 2) с учетом неравенства (20.3) можно полагать $P_c \sim \sqrt{P}$ и тогда по формуле Чебышева получаем:

$$K_c \sim \frac{\sqrt{P}}{\ln\sqrt{P} - 1}\,. \quad (20.4)$$

Модуль относительной погрешности (ОП) формулы (20.4) вплоть до $P \sim 2{,}5\cdot 10^{12}$ можно оценить таким неравенством: $|\text{ОП}| < e^5/\sqrt{P} \approx 148/\sqrt{P}$.

Формула (20.4) приводит нас к весьма важному отношению:

$$\frac{K_c}{K} \sim \frac{2}{\sqrt{P}}\,. \quad (20.5)$$

где отношение K_c/K – это *доля* первых простых (вплоть до *степенного* P_c) среди количества (K) всех простых чисел в каноническом разложении данного метачисла (см. метачисло в самом начале данной главы, у которого $K_c/K \approx 119283/91014347854 \approx 0{,}0000013$). Таким образом, по мере роста метачисла (его параметра P) указанная доля устремляется к нулю. Иначе говоря, в каноническом разложении метачисла M_p подавляющее количество простых чисел ($P_i > P_c$) стремится иметь показатель степени равный единице.

Например, при $P = 1{,}15 \cdot 10^{63}$ имеем $K = 8 \cdot 10^{60}$ и по формуле (20.5) получаем $K_c/K \sim 5{,}9 \cdot 10^{-32}$. Причем выше (в гл. 19) для данного K в первом приближении мы получили $K_s/K \sim 4{,}7 \cdot 10^{-29}$, что позволяет предположить об устремлении параметра K_s к параметру K_c (по мере роста K, т.е. по мере роста параметра P). Ниже мы убедимся в справедливости данного предположения.

В предыдущей главе говорилось, что *сумма* ($K_м$) *показателей степени* в каноническом разложении метачисла – это *порядковый номер* метачисла M_p (в бесконечном ряде всех метачисел, в том числе s-метачисел и t-метачисел). В нашем примере получаем $K_м = 7 + 4 + 3 + 2 + 2 + 1 \cdot 30 = 48$, то есть M_{149} – это 48-ое метачисло. Поскольку простое число $P = 149$ (строящее данное метачисло) имеет порядковый номер $K = 35$ (в ряде всех простых чисел), то среди первых 48-ми метачисел будет такое *количество* (K_s) s-метачисел (вместе с t-метачислами): $\boldsymbol{K_s = K_м – K}$ = 48 – 35 = **13**. При этом очевидно, что здесь вычитание K равносильно уменьшению каждого *показателя степени* на 1 (в каноническом разложении данного метачисла), то есть после вычитания 1 только у первых простых чисел канонического разложения (их количество равно K_c, см. выше) показатель степени будет больше нуля. В нашем примере это всё выглядит так: $K_s = (7 – 1) + (4 – 1) + (3 – 1) + (2 – 1) + (2 – 1) + (1 – 1) \cdot 30 = 6 + 3 + 2 + 1 + 1 =$ **13**.

21. Тип метачисел, их «окна» и… бесконечность

Тип (T) натурального числа N – это количество всех его целых делителей (включая 1 и само N). Данный термин (тип) автор придумал ещё в 1998 г. и уже к 2002 г. нашел с помощью ПК немало так называемых ***типомаксов*** – чисел N с максимально возможными типами (T_{max}) на отрезке [1; N]. И тогда уже автор спрогнозировал, что на *Большом отрезке* (т.е. от 1 до типомакса $N \approx 8 \cdot 10^{60}$ с типом $T_{max} \approx 7{,}2 \cdot 10^{11}$) будет около 748 типомаксов (см. гл. 1.30 в моей книжке «Параллельные миры II …», 2002 г.). Мои крайние исследования описаны в эл./книжке «Типомаксы», 2016 г. (на Большом отрезке было найдено 669 типомаксов: у числа $N_{669} \approx 8{,}63 \cdot 10^{60}$ такой тип $T_{max} \approx 6{,}76 \cdot 10^{11}$).

И только в 2019 г. я прочитал в Википедии про ***сверхсоставные*** числа – так, оказывается, назвал «мои» типомаксы ещё в 1915 году гениальный индийский математик *Рамануджан* (но сколько он их нашел?). Причем Жан-Пьер Кахане рассматривал эти числа (но сколько именно?) ещё раньше, и, возможно, они были известны уже Платону, который описал число 5040 (это у меня 18-й типомакс) как идеальное количество граждан города, так как 5040 имеет больше делителей, чем любое меньшее число.

Достаточно большое *метачисло* ($M \approx e^P$) «отсекает» (в качестве правой границы) на числовой оси отрезок [1; M], на котором количество ($K_т$) *типомаксов* можно оценить из таких (довольно грубых) неравенств:

$$P^{1,13862} < K_т < P^{1,44} \quad . \tag{21.1}$$

Неравенства, близкие по смыслу к указанным неравенствам (21.1), были доказаны Палом Эрдешем в 1944 году (левая часть неравенства) и Жан-Луи Николас в 1988 году. Из неравенств (21.1) следует, что на отрезке [1; M] количество ($K_т$) *типомаксов* будет на несколько порядков больше количества (K) *метачисел*, которое, в свою очередь, будет никак не меньше порядкового номера $K \sim P/(\ln P - 1)$ у простого числа P, порождающего старшее метачисло отрезка. Например, для *Большого метачисла*, порожденного простым числом $P \approx 8 \cdot 10^{60}$ (это простое число с порядковым номером $K \approx 5{,}746 \cdot 10^{58}$) получаем такую оценку количества всех типомаксов: $10^{69} < K_т < 10^{88}$. Здесь последнее число (10^{88}) равно *полной энтропии фонового излучения* во Вселенной, которая намного превосходит энтропию всех других обычных процессов. Однако, по меркам *чёрных дыр*, энтропия фонового излучения – это «писк комара». Полная энтропии для конечного коллапса Вселенной – порядка 10^{123} [Пенроуз Роджер «Новый ум короля:…» М.: Едиториал УРСС, 2005. См. гл. 7].

Итак, все метачисла – это довольно редкие целые числа (M), имеющие на отрезке [1; M] числовой оси почти максимально возможное *количество делителей* (*тип T*). И только у *типомаксов* (N) будет больше делителей, то есть если типомакс окажется чуть меньше соседнего метачисла, то у такого типомакса делителей будет чуть больше, чем у метачисла (хотя $N < M$). При этом, например, на Большом отрезке всего лишь 47 метачисел, а вот типомаксов – около 670 штук (что согласуется с довольно грубым неравенством 21.1).

Для нас *Большое метачисло* ($M \approx e^P \approx 10^{0,4343 \cdot P}$, где $P \approx 8 \cdot 10^{60} \sim 10^{61}$) – это, практически, *бесконечность*. И тот факт, что не менее $P \sim 10^{61}$ первых малых делителей числа M – это *копия* натурального ряда (так называемого *Большого отрезка*: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …, P), позволяет нам отчасти поверить (правда, не без усилий нашего воображения) в одно из самых парадоксальных утверждений математики: ***бесконечность (∞) делится на все натуральные числа***[6] (коих бесконечно много).

Однако надо ясно понимать, что первые P малых делителей числа M – это лишь исчезающе малая часть всех его целых делителей. Например, метачисло $M = 2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11^2 \cdot 13 \cdot \ldots \cdot 139 \approx 3{,}33 \cdot 10^{61}$, порождает копию натурального ряда длиной $L = 148$ (что можно проверить на ПК, путем *факторизации* чисел – кандидатов в делители нашего числа M): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …, 139, …, 148. Однако следующее число 149 является *простым числом* и поэтому уже не делит наше M нацело (не является его делителем), то есть мы обнаружили первое «***окно***» (пробел) в ряде всех делителей метачисла M. Затем все последующие числа (150, 151, 152, …, 168) вплоть до 168 также являются делителями нашего метачисла, а вот число $169 = 13^2$ уже его не делит нацело наше M – так мы обнаружили второе «окно». И подобных «окон» у числа M (в ряде его делителей) будет огромное множество, ведь количество (T) всех его делителей – «всего лишь» 773 094 113 280 штук (а старший делитель – это само колоссальное число M, для полной записи которого нам потребуется 61 цифра).

В самом общем случае, согласно *теории чисел* всего у метачисла $M \approx e^P \approx 10^{0{,}4343 \cdot P}$, колоссальное количество (T) целых делителей, а именно: $T \approx 2^K \approx e^{K \cdot \ln 2}$, где $K \sim P/(\ln P - 1)$, то есть K – это порядковый номер *простого числа* $P \sim 10^{61}$ в ряде всех простых чисел. Поэтому несложно получить такую оценку (верную для достаточно больших простых чисел: $P >> 1$):

$$T \approx e^{\frac{P \cdot \ln 2}{\ln P - 1}}, \tag{21.2}$$

Эта формула при $P \sim 8 \cdot 10^{60}$ нам дает для Большого метачисла ($M \approx e^P$) такое количество всех его целых делителей: $T \approx e^{0{,}005 \cdot P}$. Однако, повторяю, что «всего лишь» первые $P \sim 8 \cdot 10^{60}$ делителей являются копией натурального ряда. То есть в ряде всех целых делителей Большого метачисла (M) за его малым делителем $d \sim P$ (за делителем порядка P, то есть при $d > P$) начинаются многочисленные, образно говоря, «***окна***» в натуральном ряде.

[6]Этим (трудно вообразимым) свойством *бесконечность* (∞) совпадает с… нулем (0), который также делится на все натуральные числа (и с этим мы легко соглашаемся). Следует заметить, что на самой макушке Пирамиды (выше числа $N = 1$, см. рис. 2.1) стоит число $N = 0$ (ноль, нуль), которое мы просто не показали (следуя традиции российских математиков), хотя *ноль* теперь также относят к ряду *натуральных чисел* [см. международные стандарты ISO 31-11 (1992 год) и ISO 80000-2 (2009 год)]. И если в самом низу нашей воображаемой Пирамиды находится *бесконечность* (правда, надо помнить, что это… *не число*), то спрашивается, а что же находится на самой макушке Пирамиды? Мой ответ такой: справа от (воображаемого) натурального числа $N = 0$ находится также… *бесконечность*. Только это будет бесконечность ***белой Пирамиды*** (на рис. 2.1 там белое поле), перевернутой вверх своим основанием (и ноль белой Пирамиды как бы «замыкает» бесконечность нашей Пирамиды).

Если каждое отсутствующее натуральное число (в ряде всех делителей числа M) – это одно «окно», то количество всех «окон» в ряде всех делителей числа M будет равно разности $M - T \approx e^{P} - e^{0{,}005\cdot P} \sim e^{P}$ (то есть разность имеет почти такой же порядок, что и само число M).

Таким образом, наличие колоссального количества (порядка M) указанных «окон» в натуральном ряде (при $d > P$) – это главный признак того, что мы имеем дело с натуральным рядом, *порожденным* метачислом ($M \approx e^{P}$), то есть *связанным* с данным метачислом (самой «конструкцией» Пирамиды).

Но можно сказать ещё «проще»: ***произвольный отрезок* [1; N] *натурального ряда, вообще говоря, можно трактовать как… первые малые делители некого метачисла***. Во всяком случае, можно попытаться найти ближайшее подходящее метачисло (или *рефрен* некого метачисла, см. гл. 13), порождающее похожий отрезок натурального ряда.

22. Погрешность главной формулы метачисел ($M \approx e^{P}$)

Итак, для *метачисла* (M) верна такая приближенная формула:

$$\boldsymbol{M} \approx e^{\boldsymbol{P}} \approx 10^{0{,}4343\cdot P}\,, \qquad (22.1)$$

где P – это *простое число*, порождающее (как именно – здесь не суть важно) данное метачисло. Для P = 2, 3, 5, 7, 11, …, 197 (это 45-ое простое число) формула (22.1) выдает значение, которое будет отличаться от реального метачисла (M), вообще говоря (кроме s-метачисел и t-метачисел, см. гл. 17), не более, чем на два порядка: $0{,}01 < e^{P}/M < 100$ (см. график на рис. 22.1).

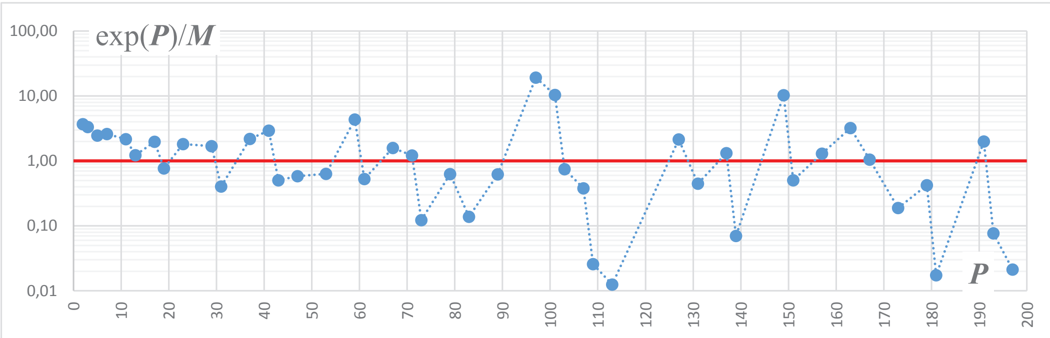

Рис. 22.1. График, отражающий погрешность формулы $M \approx e^{P} \equiv \exp(P)$ для $P < 200$.

Для 101 < P < 30 011 (это 3246-ое простое число) формула (22.1) выдает значение (e^{P}), для которого автор нашел такое эмпирическое неравенство:

$$-\,0{,}7\cdot\sqrt{P} < \ln(e^{P}/M) < +\,0{,}7\cdot\sqrt{P}\,. \qquad (22.2)$$

Графический образ этого неравенства представлен на рис. 22.2. Например, при $P \approx 8{\cdot}10^{60} \approx 10^{61}$ мы получим: $|e^P/M| < \exp(0{,}7{\cdot}\sqrt{P}) \approx \exp(10^{30})$, то есть можно полагать, что наше приближение e^P, практически, равно реальному метачислу M, поскольку: $\exp(10^{61}){\cdot}\exp(10^{30}) = \exp(10^{61} + 10^{30}) \approx \exp(10^{61})$.

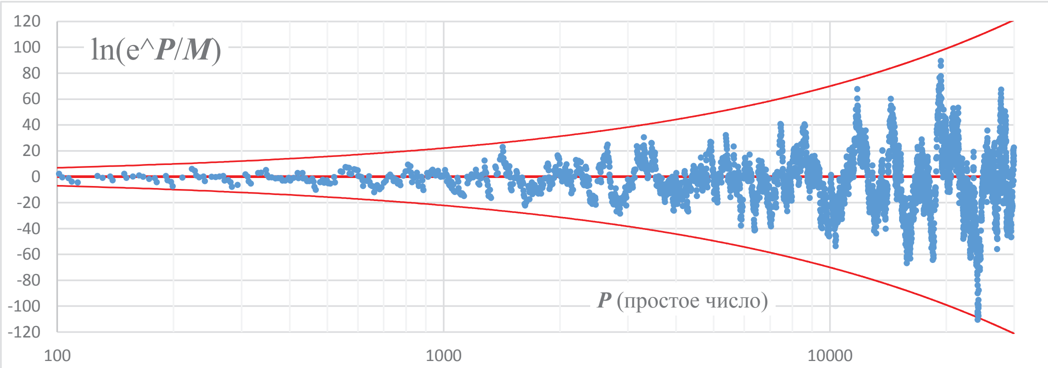

Рис. 22.2. График, отражающий погрешность формулы $M \approx e^P$ для $P > 100$.

23. Малые s-метачисла и… линия времени Вселенной

В предыдущей главе мы установили следующее. Чтобы найти *количество* (K_s) всех s-метачисел (вместе с t-метачислами), не превосходящих данное метачисло (M_p), надо найти его каноническое разложение (все показатели степени), а затем применить, скажем так, ***s-правило***: *количество* (K_s) *равно сумме всех показателей степени, уменьшенных на единицу*. При этом очевидно, что количество ненулевых слагаемых (отличных от нуля) будет равно параметру K_c – это количество первых простых чисел (в каноническом разложении данного метачисла), у которых показатель степени больше 1. Иначе говоря, в каноническом разложении данного метачисла (M_p) параметр K_c – это порядковый номер так называемого (автором) *степенного* простого числа (P_c), то есть наибольшего простого числа, у которого показатель степени всё ещё превосходит 1. Выше мы установили, что $P_c \sim \sqrt{P}$, то есть по мере роста P (строящего метачисло) большинство показателей степени будет равно 1.

В связи со сказанным при исследовании метачисел (особенно, скажем, их первой тысячи штук) вызывает особый интерес *соотношение* $\boldsymbol{K_s/K_c}$, которое можно трактовать, например, как ***удельное количество*** всех появившихся s-метачисел (и t-метачисел), приходящееся на каждое простое число вплоть до степенного простого P_c (в каноническом разложении данного метачисла).

На графике рис. 23.1 показана динамика («поведение») соотношения K_s/K_c по мере роста простого числа P (строящего метачисла M_p). При этом сами s-метачисла (и, тем более, t-метачисла) исключались из рассмотрения (поскольку у них параметр P оставался неизменным, не увеличивался), а также брались реальные значения K_c [вплоть до $P = 1\,583\,591$, а далее брались реальные P_c и вычислялся параметр $K_c = P_c/(\ln P_c - 1)$].

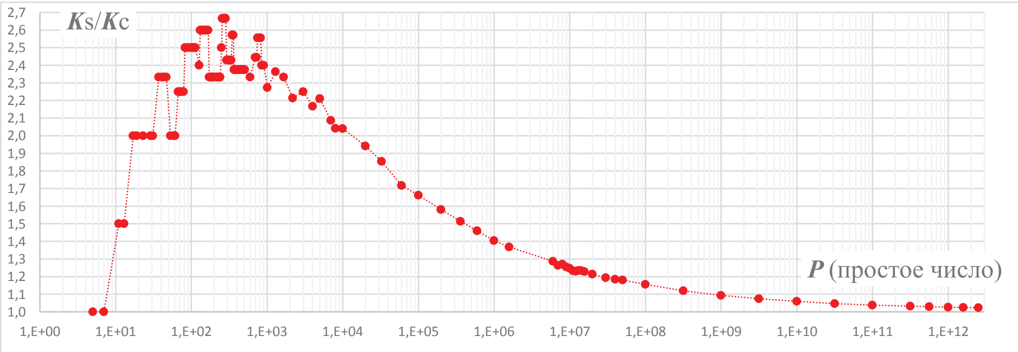

Рис. 23.1. Динамика соотношения K_s/K_c по мере роста метачисла (строящего его P)

Хорошо видно, что сначала параметр K_s/K_c, вообще говоря (то есть совершая локальные колебания), растет, образуя «***горку***» и достигая своего абсолютного максимума $(K_s/K_c)_{max} = 16/6 \approx 2{,}667$ – ***верхнее «плато»*** на графике при $P = 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283$ (семь простых чисел, идущих подряд).

На графике рис. 23.2 верхнее «плато» показано крупным планом (причем для $P = 5, 7, 11, \ldots, 509$ соотношения K_s/K_c показаны все, то есть они идут без пропусков). На *верхнем «плато»* метачисла растут в диапазоне $M_p \approx 4{,}29 \cdot 10^{111} \div 1{,}81 \cdot 10^{126}$.

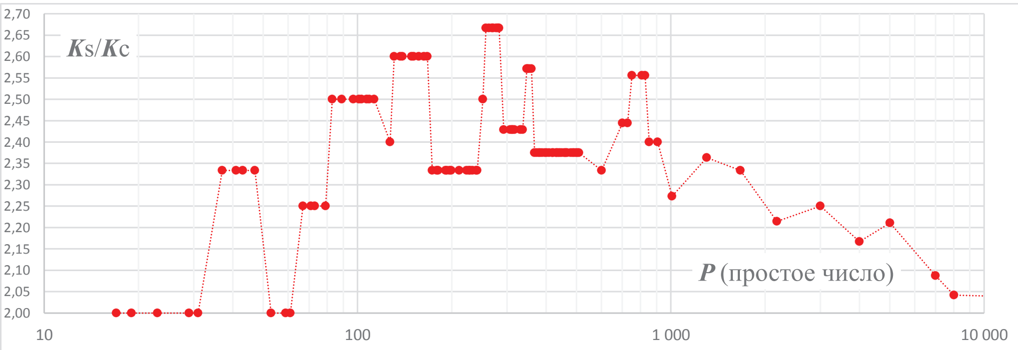

Рис. 23.2. Динамика соотношения K_s/K_c, показанная крупным планом (вершина «горки»)

Согласно известному прогнозу ученых, можно указать такие прогнозируемые события на «*линии времени Вселенной*»: 10^{90} – распад всех протонов во Вселенной и преобладание черных дыр; 10^{150} – распад всех чёрных дыр во

Вселенной; 10^{200} – фотонный век: достижение Вселенной состояния предельно низкой энтропии? (последнее событие на её «линии времени»).

Если указанные выше метачисла (M_p) принять за количество *планковских времен*, «истекших» от момента Большого взрыва (то есть от рождения Вселенной), то можно попытаться связать метачисла с… *линией времени Вселенной*. Короче говоря, «горка» (с несколькими «плато» на её склонах) на указанных двух графиках автора, возможно, неким образом коррелирует с… основными вехами в истории Вселенной [см. таблицу на стр. 184 в книге Мэй Б. и др. «Большой взрыв: полная история Вселенной» М.:Издательство «Ниола-Пресс», 2007]. Указанный здесь феномен (корреляции) мира чисел, пожалуй, наиболее ярко говорит о том, что сама эпоха существования Вселенной (и существования ***разума*** во Вселенной) соответствует некому *оптимуму* в мире метачисел (скажем, в виде одного из «плато» для K_s/K_c).

После верхнего «плато» параметр K_s/K_c, вообще говоря (с затухающими колебаниями), убывает, устремляясь к единице (то есть K_s устремляется к K_c, как мы и предполагали в предыдущей главе). Так, при P = 2 507 472 250 013 ($K \approx$ 91 014 347 854) мы имеем: K_s/K_c = 122001/119283 ≈ 1,0228. Исследуемый отрезок простых чисел ($10007 \le P \le 10^{12}$) в первом приближении позволяет получить такую эмпирическую оценку:

$$\frac{K_s}{K_c} \approx 1 + \frac{6{,}5331}{P^{0{,}202}} \quad . \qquad (23.1)$$

24. Тип метачисла (количество всех его делителей)

Основная теорема арифметики утверждает: каждое *составное* натуральное число, начиная с $N = 4 = 2{\cdot}2 \equiv 2^2$, можно представить в виде произведения *простых чисел*, причём такое представление *единственно* с точностью до порядка следования сомножителей. То есть порядок следования простых чисел (при их перемножении) может быть любым, а вот сам конкретный *набор* (*состав* простых чисел) – уникальный и неповторимый для каждого натурального числа N. Как следствие, каждое натуральное число $N \ge 2$ единственным образом представимо в так называемом ***каноническом*** виде:

$$N = P_1^{A_1} \cdot P_2^{A_2} \cdot P_3^{A_3} \cdot P_4^{A_4} \cdot \ldots \cdot P_K^{A_K} , \qquad (24.1)$$

где $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, \ldots$ – это *простые числа* (здесь для «красоты» они записаны по возрастанию, как идут и в натуральном ряде: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, …); $A_1, A_2, A_3, A_4, \ldots$ – *показатели степени* (натуральные числа), которые показывают сколько раз надо перемножить (само на себя) данное простое число. Если показатель степени равен нулю, то (в силу самого определения понятия «целая степень») получаем единицу (для любого простого числа): $P_K^{\,0} \equiv 1$, и эта единица ничего не меняет в формуле (24.1), поэтому обычно запись $P_к{}^0$ опускают в канонических разложениях (при *факторизации* числа N).

Тип (T) натурального числа N – это *количество* всех его целых делителей (включая 1 и само число N). Термина «тип» пока нет в общепринятой *теории чисел* (обширный раздел высшей математики), то есть это сугубо «изобретение» автора (ещё от 1998 года), которое, как минимум, весьма удобно при разговоре о мире чисел. Где, насколько известно автору, существуют все мыслимые типы, образующие в свою очередь всё тот же бесконечный натуральный ряд: T = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, … (без единого пропуска). При этом тип $T = 1$ имеет всего лишь одно, но *совершенно особое* число $N = 1$ (единица). *Простые числа*, которых бесконечно много (что доказано ещё в «Началах» Евклида) имеют тип $T = 2$. Все прочие типы T, вероятно, также имеют бесконечное количество своих представителей (натуральных чисел N).

Исходя из *комбинаторных* соображений, якобы даже школьник[7] сможет доказать, что *каноническое разложение* числа N (формула 24.1) приводит к тому, что тип (T) числа N будет вычисляться по красивой формуле:

$$T = (A_1 + 1)(A_2 + 1)(A_3 + 1)(A_4 + 1)\cdot \ldots \cdot(A_к + 1), \qquad (24.2)$$

то есть именно такое *количество* (T) *целых делителей* будет у натурального числа N (имеющего показатели степени A_1, A_2, A_3, A_4, …, $A_к$).

Праймориал ($П$) – это натуральное число, которое является произведением первых K простых чисел: $N = 2\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot \ldots \cdot P_к$. В этой канонической записи праймориала все показатели степени A_1, A_2, A_3, A_4, …, $A_к$ равны единице, поэтому, согласно формуле (24.2), тип K-го праймориала будет таким:

$$T = 2^K, \qquad (24.3)$$

где K – это *порядковый номер* (в ряде всех простых чисел) *старшего* простого числа ($P_к$) данного праймориала $П$ (у которого находим его тип T).

Учитывая всё вышесказанное про метачисла (M), можно сразу предположить, что *тип* достаточно большого ***метачисла*** можно записать так:

$$T = 2^X, \qquad (24.4)$$

где показатель степени X будет устремляться к параметру K – порядковому номеру *старшего* простого числа P у метачисла (при $K \geq 3$ всегда $X > K$). Автор нашёл следующую эмпирическую формулу для показателя степени X:

$$X \approx \frac{K}{1 - \frac{1}{\sqrt{K}}}\ . \qquad (24.5)$$

Относительная погрешность (ОП) этой формулы при $K \approx 100 \div 3000$ убывает по степенному закону: ОП $\approx 0{,}1164/K^{0{,}333}$.

---

[7] См. замечательную «Энциклопедию для детей», Том 11. Математика. М: Аванта+, 1999 (на стр. 156 читайте главу «Сколько делителей у числа n?»). Глядя на указанную энциклопедию, автор смеет утверждать, что его собственные (научно-популярные) книжки и статьи, вообще говоря, доступны даже *школьникам* (правда, неравнодушным к математике).

Таким образом, по мере роста *старшего* простого числа (P) тип (T) *метачисла* (M) устремляется к типу соответствующего *праймориала* (с таким же старшим простым числом P). Да и само метачисло (M) устремляется к соответствующему праймориалу (Π), поскольку для $P \gg 1$ можно записать следующее: $\Pi \equiv e^{W_{п}} \approx e^{P}$ и $M \equiv e^{W_{м}}$, а потом с помощью ПК нетрудно убедиться в таком эмпирическом равенстве (это линия тренда при $100 < P < 30000$):

$$W_{м} \approx W_{п} \cdot \left(1 + \frac{1{,}5631}{P^{0{,}526}}\right) \quad . \tag{24.6}$$

25. Богатство метачисла (кратность богатства)

Богатство (S) натурального числа N – это сумма всех его целых делителей числа (включая 1 и само N). Термин «богатство» (применительно к числам) автор предложил ещё в 1998 г. (в своей первой книжке «Закон распределения богатства»). Используя красивую формулу английского математика Джона Валлиса (1616 – 1703) на ПК несложно вычислить («в лоб») богатство любого натурального числа (в том числе и любого *метачисла*), если нам известно его *каноническое разложение*. Однако мы начнем с вычисления богатства любого так называемого ***праймориала***, то есть числа, равного произведению первых простых чисел: $\Pi \equiv 2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot\ldots\cdot P$. Для всякого праймориала *формула Валлиса* запишется в таком виде:

$$S_{п} = \frac{2^2-1}{2-1}\cdot\frac{3^2-1}{3-1}\cdot\frac{5^2-1}{5-1}\cdot\frac{7^2-1}{7-1}\cdot\ldots\cdot\frac{P^2-1}{P-1}\cdot \tag{25.1}$$

Учитывая, что $(P_i^2 - 1) = (P_i - 1)(P_i + 1)$, формула (25.1) заметно упрощается:

$$S_{п} = (2 + 1)(3 + 1)(5 + 1)(7 +1)\cdot\ldots\cdot(P + 1). \tag{25.2}$$

Если «раскрыть» это выражение, то есть если начать перемножать между собой суммы в круглых скобках, то мы получим следующее (на примере, когда $P = 7$). Сумма $S_{п}$ будет складываться из таких величин (частных сумм):

$1 + 2 + 3 + 5 + 7$ (1 + сумма всех простых праймориала $\Pi \equiv 2\cdot3\cdot5\cdot7 = 210$);

$2\cdot3 + 2\cdot5 + 2\cdot7 + 3\cdot5 + 3\cdot7 + 5\cdot7$ (сумма *сочетаний* из 4-х *простых* по 2 числа);

$2\cdot3\cdot5 + 2\cdot3\cdot7 + 2\cdot5\cdot7 + 3\cdot5\cdot7$ (сумма всех *сочетаний* из 4-х *простых* по 3 числа);

$2\cdot3\cdot5\cdot7$ (произведение всех 4-х простых чисел праймориала $\Pi = 210$).

Любопытно, что формула (25.2), повторяет «конструкцию» формулы для вычисления *типа* (T) всякого натурального числа (см. гл. 24):

$$T = (A_1 + 1)(A_2 + 1)(A_3 + 1)(A_4 + 1)\cdot \ldots\cdot(A_к + 1).$$

Если в формуле (25.2) принять, что $\ln(P_i + 1) = \ln[P_i\cdot(1 + 1/P_i)] \approx \ln P_i + 1/P_i$, то мы приходим к приближенному выражению для логарифма богатства: $\ln S \approx (\ln2 + \ln3 + \ln5 + \ln7 +\ldots+ \ln P) + (1/2 + 1/3 + 1/5 + 1/7 +\ldots+ 1/P) \approx \ln\Pi + \ln\ln P + M$, откуда для праймориала ($\Pi \sim e^{P}$) получаем полезную формулу:

$$S_{п} \approx \Pi\cdot e^{M}\cdot\ln P, \tag{25.3}$$

где $M = 0{,}261497212847642\ldots$ – константа Майсселя–Мертенса,

$e^{M} = 1{,}298873321\ldots$ – математическая константа.

Кратность богатства праймориала ($S_п/П$) говорит о том во сколько раз богатство (S) праймориала превосходит данный праймориал ($П$):

$$S_п/П \approx e^{M}\cdot\ln P \approx 1{,}3\cdot\ln P. \qquad (25.4)$$

Например, при $P = 8\cdot10^{60}$ (количество *планковских времен* в возрасте Вселенной) мы имеем более чем колоссальный праймориал ($П \sim e^{P}$), а по формуле (25.4) мы получаем «всего лишь» $S_п/П \approx 182 \approx e^{5,2}$. Это говорит о том, что богатство столь колоссального праймориала численно почти «сливается» с самим праймориалом: $S_п \approx e^{5,2}\cdot e^{P} \approx e^{5,2+P} \approx П$, поскольку $5{,}2 + 8\cdot10^{60} = 8\cdot10^{60}$, и при суммировании подобных величин (со столь разными порядками) ничего более разумного – написать нельзя. Однако при этом есть смысл говорить именно о *кратности* богатства сколь угодно большого праймориала.

Зная *старшее* простое число (P) у некого метачисла (M), мы можем найти *каноническое разложение* данного метачисла (что, в принципе, нетрудно сделать, см. гл. 16), что позволяет нам точно вычислить само метачисло (порожденное данным простым P). Ещё мы можем вычислить ***тип*** (T) метачисла (количество всех его делителей), а также ***богатство метачисла*** ($S_м$) по формуле Валлиса:

$$S_м = \frac{2^{A1+1}-1}{2-1}\cdot\frac{3^{A2+1}-1}{3-1}\cdot\frac{5^{A3+1}-1}{5-1}\cdot\frac{7^{A4+1}-1}{7-1}\cdot\ldots\cdot\frac{P^{A+1}-1}{P-1}. \qquad (25.5)$$

После этого легко найти *кратность богатсва* метачисла: $S_м/M$. Исследуя их у первых 3240-ка метачисел, автор обнаружил красивый закон:

$$\frac{S_м/M}{S_п/П} \sim \sqrt{e}\ , \qquad (25.6)$$

позволяющий нам записать и такую *эмпирическую* формулу:

$$S_м/M \approx \frac{\sqrt{e}}{\left(1+\frac{1}{P\sqrt{e}-1}\right)}\cdot1{,}3\cdot\ln P, \qquad (25.7)$$

где $\sqrt{e} \approx$ **1,648**… – математическая константа (почти «золотое сечение»).

Автор в своих книгах и статьях уже лет 20 утверждает, что в части объяснения феномена пресловутого «***золотого сечения***» (отношения двух величин в природе, близкого к **1,618**) – люди «слышат звон, да не знают, где он». При этом истинная причина заключается в том, что в математической структуре «ткани» пространства-времени (которую отчасти моделирует мир натуральных чисел), образно говоря, «зашит» целый ряд *фундаментальных отношений* (по типу отношения 25.6), близких к «золотому сечению». Последнему всего лишь просто… *повезло* оказаться *похожим* на фундаментальные константы ***мира натуральных чисел***. Который скрывает наивысшую математическую гармонию глубоко в недрах ряда (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …), проще которого, казалось бы, уже ничего не придумать! Например, выше рассмотренное отношение кратностей богатства (25.6) с числом $\sqrt{e} \approx 1{,}65$, – это и есть проявление наивысшей *гармонии* в мире натуральных чисел [ещё один пример см. выше в гл. 12]. И подобная гармония (в виртуальном мире чисел), безусловно, играет фундаментальную роль и «отражается» в окружающем нас реальном мире (в природе, в науке и технике и даже на бытовом уровне).

23.04.2020, Санкт-Петербург