

# Distribution of prime numbers and Riemann hypothesis.

Dante Servi

## Abstract

The prime numbers have a distribution that is only apparently random, with this article I will demonstrate that the distribution derives from the combination of the sequences of the various prime numbers, giving a demonstration that I define as graphic. I trust that this demonstration will prove the validity or otherwise of Riemann's hypothesis (I believe in validity).

This is the third revision of the article, and is marked in vixra.org with [v4].

With this revision I add "summary" and update the "conclusion" both at the end of "Appendix 1".

Below by "sequence of a prime number" I mean the prime number followed by its multiples.

In mid-June I learned of the "Millennium Prize" announced by the Clay Mathematics Institute, in particular for the Riemann hypothesis.

I am not a mathematician even if I like geometry too, lately I have dedicated myself with passion to polygonal spirals.

The sum up for grabs invited me to check the topic in question, I love the simplicity and at least the apparent one of the "Riemann zeta function" I liked.

Searching the internet for articles that could help me, I found approaches that are not within my current reach, we are talking about complex numbers that I don't know how to manage.

The declared connection between Riemann's hypothesis and the distribution of prime numbers showed me the way I could go.

Now I am in a position to demonstrate what I said in the abstract.

I will demonstrate how prime numbers are distributed; even if the demonstration concerns only the initial part, I believe there can be no doubts about the validity for the total of prime numbers.

It will be the global mathematical community that determines whether or not this demonstration is proof of the validity of the Riemann hypothesis.

Having found the key to the problem, the solution may seem trivial, but getting there is never easy.

In order to define the graphic demonstration that I propose, I had to travel several other routes first, in addition to Riemann's zeta function, also had to enter the Sieve of Eratosthenes, the functions of Euler, and to make the subject even more exciting knowing how many others great mathematicians have dealt with it.

What I will illustrate resembles and seems to be derived from the Sieve of Eratosthenes which as I said was in my thoughts, but my goal was never to limit myself to finding prime numbers but to find out what their distribution was.

I think an application I made was also useful, which in addition to finding the prime numbers takes into account how the other numbers are discarded.

For example, testing the numbers from 2 to 800,000 we find:  
63,951 prime numbers and 154 divisors (which are then the first 154)

The divisors (2), (3), (5), ... we distribute the numbers to be discarded in the following way:  
(2) 399.999, (3) 133.332, (5) 53.332, (7) 30.475, (11) 16.623, (13) 12.786, (17) 9.024, ... the last one is (887) which is the divisor of 1 number (786.769 its square).

It can also be noted that alone (2) and (3) discard 2/3 of all numbers.

I believe that precisely these results led me to develop the sequences of some prime numbers graphically starting from (2), opening the way to their subsequent combination.

The demonstration of how they are distributed is precisely based on the combination of their sequences in succession.

At first I developed the sequences of the first "prime numbers", then I wanted to see how they interact with each other.

Being important that vertical alignment was respected, I found the right editor in the "Notepad" of Windows.

I define the sequences as graphs because I have decided not to use the increasing values of the numbers but to replace them with graphical symbols (X) and (-) which mark the difference well and have the advantage of always occupying only one box.

In order to have the possibility if necessary to read the value of any box (or however you prefer to call it), I have put a few lines of progressive numbers on the sequences (for: units, tens, hundreds and thousands), which indicate the value of the boxes vertically.

I chose (X) for the occupied boxes and (-) for the free boxes.

To clarify the content of each line, I put some identifiers in the head:

For the infinite sequence of a single prime number, for example the (2) I write:

[S2] X- ...

For the infinite sequence resulting from the combination of two or more sequences of prime numbers, for example up to (3) I write:

[Sc<=3] XXX-X- ...

For all the combined sequences I only indicate the prime number with the highest value and are to be considered obtained by combining all the sequences starting from [S2] and up to the indicated prime number.

Basically, starting from [S2] which discards all even numbers and leaves all odd numbers available, at each sequence that I combine with the previous one I go to occupy a certain number of free squares and then I go to discard the odd numbers of value correspondent, but what matters I am going to show in an increasingly defined way the distribution of prime numbers.

The result of the combinations is a new sequence that respects a precise order, has a basis of calculable length and until a new sequence of higher value is added (combined), it repeats endlessly.

[S2] has a basic sequence of length  $L = 2$ , [S3] has a basic sequence of length  $L = 3$ , [S5] has a basic sequence of length  $L = 5$ , ...

It is noted that for single basic sequences the length is equal to the value of the prime number that generates it.

The combined base sequences in turn have a length that can be calculated as follows:  
 $L = \text{Length of the previous base sequence} * \text{Prime number of the added sequence}$

[Sc<=3] resulting from the combination of [S2] and [S3] has a base sequence of length:

$$L = 2 * 3 = 6$$

[Sc<=5] resulting from the combination of [Sc<=3] and [S5] has a base sequence of length:

$$L = 6 * 5 = 30$$

[Sc<=7] resulting from the combination of [Sc<=5] and [S7] has a base sequence of length:

$$L = 30 * 7 = 210$$

[Sc<=11] resulting from the combination of [Sc<=7] and [S11] has a base sequence of length:

$$L = 210 * 11 = 2.310$$

[Sc<=13] resulting from the combination of [Sc<=11] and [S13] has a base sequence of length:

$$L = 2.310 * 13 = 30.030$$

[Sc<=17] resulting from the combination of [Sc<=13] and [S17] has a base sequence of length:

$$L = 30.030 * 17 = 510.510$$

[Sc<=19] resulting from the combination of [Sc<=17] and [S19] has a base sequence of length:

$$L = 510.510 * 19 = 9.699.690$$

[Sc<=23] resulting from the combination of [Sc<=19] and [S23] has a base sequence of length:

$$L = 9.699.690 * 23 = 223.092.870$$

[Sc<=29] resulting from the combination of [Sc<=23] and [S29] has a base sequence of length:

$$L = 223.092.870 * 29 = 6.469.693.230$$

...

Continuing with the following prime numbers, the basic sequence is inexorably destined to lengthen, I take the liberty of assuring that the indicated rules do not change even if, as we shall see, I limited myself to checking up to [Sc<= 11].

The fact remains that starting from [S2] each new sequence modifies the previous one according to its precise cycle, each added sequence goes to occupy the free squares of its competence creating the new sequence, but only this can do.

On the contrary, the non-prime numbers do not bring any changes since they do not find any free boxes, although not highlighted I believe that this also results from the demonstration.

I therefore affirm that although the following graphic demonstration is limited to the first sequences, there can be no doubt that any subsequent added sequence may generate a different behavior.

In the combined sequences it will be noted that the prime number of the added sequence immediately finds its free box and therefore occupies it, but will no longer find a free box (therefore it will not be influential) until the box corresponding to the value of its square.

I have assigned a separate numbering to the sheets dedicated to the graphic demonstration (Tab. ... / ...), and they begin by presenting the sequences from [Sc<= 3] to [Sc<= 11], then I continue showing how these sequences were obtained.

At the end for further confirmation, I show the result of a sequence made this time with numbers and limited to 131.

Although changing the orientation of the sheet from vertical to horizontal, only the first sequences (obviously limited to a qualifying part) can occupy a single line, so I split them over several lines. Not being able to continue indefinitely, when I think I have passed the qualifying part I interrupt them, for example for the first group where the longest sequence is [Sc<= 7] L = 210 I interrupt at 300, consequently [Sc<= 7] will be whole only up to 211 (210 + 1 due to the start from 2), the part to reach 300 will be only the first part of its repetition.

To provide as far as possible a less fragmented presentation of the sequences, I added a last sheet that I called "Billboard A1" which is precisely in A1 format and has smaller characters.

In PDF format it is readable as the previous ones, in order to be readable the print must take into account the format.

Dante Servi  
Bressana Bottarone (PV) – Italy  
[dante.servi@gmail.com](mailto:dante.servi@gmail.com)

Before the graphic demonstration I propose the original text in my language, Italian.  
The English translation was made with the help of the translator provided by Google.

# Distribuzione dei numeri primi ed ipotesi di Riemann.

Dante Servi

## Abstract

I numeri primi hanno una distribuzione solo in apparenza casuale, con questo articolo dimostrerò che la distribuzione deriva dalla combinazione delle sequenze dei vari numeri primi, dandone una dimostrazione che definisco grafica. Confido che questa dimostrazione dia la prova della validità o meno dell'ipotesi di Riemann (io credo nella validità).

Questa è la terza revisione dell'articolo, ed è contraddistinta in vixra.org con [v4].  
Con questa revisione aggiungo "riepilogo" ed aggiorno la "conclusione" entrambi alla fine di "Appendice 1".  
Di seguito per "sequenza di un numero primo" intendo il numero primo seguito dai suoi multipli.

Verso la metà di giugno sono venuto a conoscenza del "Premio del Millennio" bandito dal Clay Mathematics Institute, in particolare per l'ipotesi di Riemann.

Io non sono un matematico anche se mi piace come anche la geometria, ultimamente mi sono dedicato con passione alle spirali poligonali.

La somma messa in palio mi ha invitato a verificare l'argomento in oggetto, io amo la semplicità e quella almeno apparente della "funzione zeta di Riemann" mi è piaciuta.

Cercando su internet articoli che mi potessero aiutare, ho trovato approcci non alla mia attuale portata, si parla di numeri complessi che non so come gestire.

Il collegamento dichiarato tra l'ipotesi di Riemann e la distribuzione dei numeri primi mi ha indicato la strada che potevo percorrere.

Ora mi ritengo nella condizione di dimostrare quanto ho affermato nell'abstract.

Dimostrerò come sono distribuiti i numeri primi; anche se la dimostrazione riguarda solo la parte iniziale ritengo non ci possano essere dubbi sulla validità per il totale dei numeri primi.

Sarà la comunità matematica globale a stabilire se questa dimostrazione rappresenta o meno una prova di validità dell'ipotesi di Riemann.

Trovata la chiave del problema, la soluzione può sembrare banale ma arrivarcì non è mai facile.

Per definire la dimostrazione grafica che propongo ho dovuto prima percorrere diverse altre strade, nella mia testa erano entrati oltre alla funzione zeta di Riemann anche il Crivello di Eratostene, le funzioni di Eulero, ed a rendere ancora più appassionante l'argomento il sapere quanti altri grandi matematici se ne sono occupati.

Quello che illustrerò assomiglia e sembra essere derivato dal Crivello di Eratostene che come ho detto era nei miei pensieri, ma il mio obiettivo non è mai stato di limitarmi a trovare i numeri primi ma scoprire quale fosse la loro distribuzione.

Credo mi sia stata anche utile una applicazione che ho realizzato, la quale oltre a trovare i numeri primi tiene conto di come vengono scartati gli altri numeri.

Ad esempio testando i numeri da 2 a 800.000 si trovano:  
63.951 numeri primi e 154 divisori (che poi sono i primi 154)

I divisori (2), (3), (5), ... si distribuiscono i numeri da scartare nel seguente modo:  
(2) 399.999, (3) 133.332, (5) 53.332, (7) 30.475, (11) 16.623, (13) 12.786, (17) 9.024, ... l'ultimo è (887) che risulta il divisore di 1 numero (786.769 il suo quadrato).

Si può anche notare che da soli il (2) ed il (3) scartano 2/3 di tutti i numeri.

Credo che proprio questi risultati mi hanno portato a sviluppare graficamente le sequenze di alcuni numeri primi a partire dal (2), aprendo la strada alla successiva loro combinazione.

La dimostrazione di come sono distribuiti è proprio basata sulla combinazione in successione delle loro sequenze.

In un primo momento ho sviluppato le sequenze dei primi “numeri primi”, poi ho voluto vedere in che modo interagiscono tra di loro.

Essendo importante che fosse rispettato l'allineamento verticale, ho trovato in “Notepad” di Windows l'editor adatto.

Le sequenze le definisco grafiche in quanto ho ritenuto di non utilizzare i valori crescenti dei numeri ma di sostituirli con dei simboli grafici (X) e (-) che marcano bene la differenza ed hanno il vantaggio di occupare sempre una sola casella.

Per avere comunque la possibilità di leggere se necessario il valore di una qualsiasi casella (o comunque si preferisca chiamarla), ho messo sopra le sequenze alcune righe di numeri progressivi (per: unità, decine, centinaia e migliaia), che indicano in verticale il valore delle caselle.

Ho scelto (X) per le caselle occupate e (-) per quelle libere.

Per chiarire il contenuto di ogni riga, in testa ho messo degli identificativi:

Per la sequenza infinita di un solo numero primo, ad esempio il (2) scrivo:

[S2] X- ...

Per la sequenza infinita risultante dalla combinazione di due o più sequenze di numeri primi, ad esempio fino a (3) scrivo:

[Sc<=3] XXX-X- ...

Per tutte le sequenze combinate indico solo il numero primo di valore più alto e sono da intendersi ottenute combinando in successione tutte le sequenze a partire da [S2] e fino al numero primo indicato.

In sostanza, partendo da [S2] che scarta tutti i numeri pari e lascia a disposizione tutti i numeri dispari, ad ogni sequenza che combino con la precedente vado ad occupare un certo numero di caselle libere e quindi vado a scartare i numeri dispari di valore corrispondente, ma quello che conta vado a mostrare in modo sempre più definito la distribuzione dei numeri primi.

Il risultato delle combinazioni è una nuova sequenza che rispetta un preciso ordine, ha una base di lunghezza calcolabile e finché non viene aggiunta (combinata) una nuova sequenza di valore superiore, si ripete all'infinito.

[S2] ha una sequenza base di lunghezza L=2, [S3] ha una sequenza base di lunghezza L=3, [S5] ha una sequenza base di lunghezza L=5, ...

Si nota che per le sequenze base singole la lunghezza è uguale al valore del numero primo che la genera. Le sequenze base combinate hanno a loro volta una lunghezza calcolabile nel seguente modo:

L= Lunghezza della sequenza base precedente \* Numero primo della sequenza aggiunta

[Sc<=3] risultante dalla combinazione di [S2] ed [S3] ha una sequenza base di lunghezza:

$$L = 2 * 3 = 6$$

[Sc<=5] risultante dalla combinazione di [Sc<=3] ed [S5] ha una sequenza base di lunghezza:

$$L = 6 * 5 = 30$$

[Sc<=7] risultante dalla combinazione di [Sc<=5] ed [S7] ha una sequenza base di lunghezza:

$$L = 30 * 7 = 210$$

[Sc<=11] risultante dalla combinazione di [Sc<=7] ed [S11] ha una sequenza base di lunghezza:

$$L = 210 * 11 = 2.310$$

[Sc<=13] risultante dalla combinazione di [Sc<=11] ed [S13] ha una sequenza base di lunghezza:

$$L = 2.310 * 13 = 30.030$$

[Sc<=17] risultante dalla combinazione di [Sc<=13] ed [S17] ha una sequenza base di lunghezza:

$$L = 30.030 * 17 = 510.510$$

[Sc<=19] risultante dalla combinazione di [Sc<=17] ed [S19] ha una sequenza base di lunghezza:

$$L = 510.510 * 19 = 9.699.690$$

[Sc<=23] risultante dalla combinazione di [Sc<=19] ed [S23] ha una sequenza base di lunghezza:

$$L = 9.699.690 * 23 = 223.092.870$$

[Sc<=29] risultante dalla combinazione di [Sc<=23] ed [S29] ha una sequenza base di lunghezza:

$$L = 223.092.870 * 29 = 6.469.693.230$$

...

Proseguendo con i successivi numeri primi la sequenza base è destinata inesorabilmente ad allungarsi, mi permetto di dare per certo che la regole indicate non cambiano anche se come vedremo mi sono limitato a verificare fino ad [Sc<=11].

Rimane il fatto che partendo da [S2] ogni nuova sequenza modifica la precedente secondo il suo preciso ciclo, ogni sequenza aggiunta va ad occupare le caselle libere di sua competenza creando la nuova sequenza, ma solo questo può fare.

Al contrario i numeri non primi non portano alcuna modifica non trovando nessuna casella libera, pur non evidenziato ritengo che anche questo risulti dalla dimostrazione.

Affermo dunque che pur essendo la seguente dimostrazione grafica limitata alle prime sequenze, non ci possa essere il dubbio che una qualsiasi successiva sequenza aggiunta possa generare un comportamento diverso.

Nelle sequenze combinate si potrà notare che il numero primo della sequenza aggiunta trova subito la sua casella libera e quindi la occupa, ma non troverà più una casella libera (quindi risulterà non influente) fino alla casella corrispondente al valore del suo quadrato.

Ai fogli dedicati alla dimostrazione grafica ho assegnato una numerazione a parte (Tab. .../...), ed iniziano presentando le sequenze da [Sc<=3] a [Sc<=11], poi proseguo mostrando come queste sequenze sono state ottenute.

Alla fine per ulteriore conferma, mostro il risultato di una sequenza realizzata questa volta con i numeri e limitata a 131.

Pur cambiando orientamento del foglio da verticale ad orizzontale, solo le prime sequenze (ovviamente limitate ad una parte qualificante) possono occupare una sola riga, quindi le ho divise su più righe. Non potendo continuare all'infinito, quando ritengo di aver superato la parte qualificante le interrompo, ad esempio per il primo gruppo dove la sequenza più lunga è [Sc<=7] L = 210 interrompo a 300, di conseguenza [Sc<=7] sarà intera solo fino a 211 (210 + 1 dovuto alla partenza da 2), la parte per arrivare a 300 sarà solo la prima parte della sua ripetizione.

Per fornire per quanto possibile, una presentazione meno frammentata delle sequenze, ho aggiunto un ultimo foglio che ho chiamato "Billboard A1" il quale è appunto in formato A1 ed ha caratteri più piccoli. In formato PDF è leggibile come i precedenti, la stampa per essere leggibile dovrà tenere conto del formato.

Dante Servi  
Bressana Bottarone (PV)  
[dante.servi@gmail.com](mailto:dante.servi@gmail.com)

Here are the combined sequences, [Sc<=7] and [Sc<=11] I had to break them into lines of 100.

[ Sc<=3 ] XXX-X- (L=2\*3=6)

[ Sc<=5 ]    XXXXX-XXX-X-XXX-X-XXX-XXXXX-X- (L=6\*5=30)

[ Sc<=7 ] XXXXXXXXXXX-X-XXX-X-XXX-XXXXX-X-XXXXX-XXX-X-XXX-XXXXX-XXXX-X-XXXXX-XXX-X-XXXXX-XXXX-X-XXXXX-XXXX-X-XXXXX-X-XXX-X-XXX-X-XXXXXX-XXXXX-XXX-XXXXX-X-XXX-X-XXXXX-X-XXXXX-X-XXX-X-XXXXX-X-XXXXX-X-XXX-X-XXXXX-X- (L=30\*7=210)

And here's how have been obtained.



5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		0
12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890											

[Sc<=7] XX-XXXXX-XXXXXXX-XXX-X-XXX-X-XXX-XXXXXXX-XXXX-X-XXX-XXXX-X-XXX-XXXX-X-XXX-XXXX-X-XXX-X-XXX-XXXX-X  
 [S11] -----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----  
 [Sc<=11] XX-XXXXX-XXXXXXXXXX-X-XXX-X-XXX-XXXXXX-XXXX-X-XXX-XXXX-X-XXX-XXXX-X-XXX-XXXX-XXXXXX-X-XXX-XXXX-X

6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	7
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		0
12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890											

[Sc<=7] -XXXXX-XXX-X-XXX-X-XXXXXXXXX-X-XXXXXXX-X-XXX-X-XXX-XXXX-X-XXX-X-XXX-XXXX-X-XXX-X-XXXX-X-XXXX-X  
 [S11] -----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----  
 [Sc<=11] -XXXXX-XXX-X-XXX-X-XXXXXXXXX-X-XXXXXXX-X-XXX-XXXX-X-XXX-XXXX-X-XXX-XXXX-X-XXX-XXXX-X-XXXX-X

7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	8
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		0
12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890											

[Sc<=7] -X-XXXX-XXX-XXXX-XXXXXX-XXX-X-XXX-X-XXX-XXXX-X-XXX-X-XXX-X-XXX-X-XXXX-X-XXX-X-XXXX-X-XXX-X-X  
 [S11] -----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----  
 [Sc<=11] -X-XXXX-XXX-XXXX-XXXXXX-XXX-X-XXXX-X-XXX-XXXX-X-XXX-XXXX-X-XXX-X-XXXX-X-XXX-XXXX-X-XXXX-X-X

8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		0
12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890											

[Sc<=7] XX-XXXX-X-XXXX-XXX-X-XXX-X-XXXXXXX-X-XXXXXXX-X-XXX-X-XXX-XXXX-X-XXX-X-XXX-XXXX-X-XXX-X  
 [S11] -----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----  
 [Sc<=11] XXXXXXX-X-XXXX-XXX-X-XXX-X-XXXXXXX-X-XXXXXXX-X-XXX-X-XXX-XXXX-X-XXX-X-XXXX-X-XXX-X

9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	1
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		0
12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890											

[Sc<=7] -XXXX-X-XXXX-XXX-XXXX-XXXX-X-XXX-X-XXX-XXXX-X-XXX-X-XXX-XXXX-X-XXX-X-XXXX-X-XXX-X  
 [S11] -----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----  
 [Sc<=11] -XXXX-X-XXX-XXXXXX-XXX-XXXX-XXXXXX-X-XXX-X-XXX-X-XXXX-X-XXX-X-XXXX-X-XXX-X-XXXX-X

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9			0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3

```
[ Sc<=7 ] XX-XXX-X-XXX-XXXXXX-X-XXXXXX-XXX-X-XXX-X-XXXXXXXXXX-X-XXXXXXXXXX-X-XXX-X-XXX-XXXXX-X-XXXXX-X-XXX-X-XXX-X
[ S11 ] X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X
[ Sc<=11 ] XX-XXX-X-XXX-XXXXXX-X-XXXXXX-XXX-X-XXX-X-XXXXXXXXXX-X-XXXXXXXXXX-X-XXXXXX-X-XXX-XXXXX-X-XXXXX-X-XXX-X-XXX-X
```

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9			0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3

```
[Sc<=7] XX-XXXXX-X-XXXXX-XXX-X-XXXXX-XXX-XXXXXX-XXXX-X-XXX-X-XXX-XXXXXX-XXXX-X-XXX-XXXX-X-XXX-XXXX-X
[S11] -----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-
[Sc<=11] XX-XXXXX-XXXXXX-XXX-X-XXXXX-XXXXXXX-XXXXXX-XXX-X-XXX-X-XXX-XXXXXX-XXXXXX-XXXX-X-XXX-XXXXXX
```

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2

```
[ Sc<=7 ] -XXXXX-XXXXX-XXX-X-XXX-XXXXX-X-XXXXX-XXX-X-XXX-X-XXXXXXXXX-X-XXXXXXXXX-X-XXX-X-XXX-XXXXX-X-XXXXX-X
[ S11 ] -----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----
[ Sc<=11 ] -XXXXX-XXXXX-XXX-X-XXX-XXXXX-X-XXXXX-XXX-XXXXX-X-XXXXXXXXX-X-XXXXXXXXX-X-XXX-X-XXX-XXXXX-X-XXXXX-X
```

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		0	0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3

```
[ Sc<=7 ] -X-XXX-XXXXX-XXXXXX-X-XXXXXX-XXX-X-XXXXXX-XXX-XXXXXX-XXXXXXX-XXX-X-XXX-X-XXX-XXXXXX-XXXX-XXX-XXXXXX-X-X
[ S11 ] -----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----
[ Sc<=11 ] -X-XXX-XXXXX-XXXXXX-X-XXXXXX-XXXXXX-XXXXXX-XXX-XXXXXX-XXXXXXX-XXX-X-XXX-X-XXX-XXXXXX-XXXX-XXX-XXXXXX-X-
```





2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9			0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3

[ Sc<=11 ] -X-XXXX-X-XXXX-XXXXXX-XXXXX-XXXX-XXXXX-X-XXXX-XXXXX-X-XXXX-XXXXX-X-XXXX-XXXXX-X-XXXX-XXXXX-X-XXXX-XXXX

2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0		0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3

Finish --><-- Start again

Example with numbers; using the sequence [Sc<=3] starting from 5 which immediately occupies its place.

Starting from 5 [Sc<=3] it changes to: -x-xxx without actually changing.

The sequence [Sc<=3] is made here by adding to the previous number, regardless of whether it is discarded or not, alternately and succeeding infinitely the numbers 2 and 4.

This only wants to be a further confirmation showing how the sequence [Sc<=3] (which by itself discards 2/3 of the numbers) continues on its way even when other sequences intervene to give it a hand.

Obviously the numbers not discarded are all prime numbers.

## Italian.

Esempio con i numeri: utilizzando la sequenza [Sc<=3] a partire da 5 il quale occupa subito il suo posto.

Partendo da 5 [SC<=3] si modifica in: -X-XXX senza in realtà cambiare.

La sequenza  $[Sc \leq 3]$  viene qui realizzata sommando al numero precedente, indipendentemente che sia scartato o meno, alternativamente e (riuscendo) fino all'infinito i numeri 2 e 4.

Questo vuole solo essere una ulteriore conferma mostrando come la sequenza [Sc<=3] (che comunque da sola scatta 2/3 dei numeri) continua per la sua strada anche quando intervengono altre sequenze a darle una mano.

Evidentemente i numeri non scartati sono tutti numeri primi.

```

2
3
5
-----
+2=7
+4=11
+2=13
+4=17
+2=19
+4=23
+6=29 (6 <-- +2 =25 +4) -- 25 is discarded from the sequence [S5].
+2=31
+6=37 (6 <-- +4 =35 +2) -- 35 is discarded from the sequence [S5].
+4=41
+2=43
+4=47
+6=53 (6 <-- +2 =49 +4) -- 49 is discarded from the sequence [S7].
+6=59 (6 <-- +2 =55 +4) -- 55 is discarded from the sequence [S5].
+2=61
+6=67 (6 <-- +4 =65 +2) -- 65 is discarded from the sequence [S5].
+4=71
+2=73
+6=79 (6 <-- +4 =77 +2) -- 77 is discarded from the sequence [S7].
+4=83
+6=89 (6 <-- +2 =85 +4) -- 85 is discarded from the sequence [S5].
+8=97 (8 <-- +2 =91 +4 =95 +2) -- 91 and 95 discarded from the sequences [S7] e [S5].
+4=101
+2=103
+4=107
+2=109
+4=113
+14=127 (14 <-- +2 =115 +4 =119 +2 =121 +4 =125 +2) -- 115, 119, 121, and 125 discarded from the sequences
+4=131 [S5], [S7], [S11] and [S5].

```



## Appendix 1

As a further confirmation of what has already been explained, I thought of showing the cyclical cadence, and therefore ordered, with which the prime numbers are "divided" the numbers.

By definition all composed numbers are multiples of some prime number that precedes them, and multiples are by definition evenly distributed.

However, many composed numbers are divisible by more than one prime number and this makes the link between composed numbers and primes seem messy.

As I have already shown by combining the sequences of prime numbers, the free cells will belong to the first number that occupies them, be it a prime number or a multiple of it in this case "the first of the divisors".

The multiples of the successive prime numbers will have to find the empty cells of their competence, I will show that this also happens in an orderly way.

We have already seen that each combined sequence of prime numbers becomes part of the next combined sequence giving the impression, not true, of dissolving.

The cyclical cadence with which a prime number binds to some composed numbers is in no way modified by that of subsequent prime numbers, but helps to determine it.

The "division" of composed numbers derives directly from the "combined sequences of prime numbers", of which I have already explained how they are formed; it is the multiples of the prime numbers that find the due composed numbers.

I remember that by "sequence of a prime number" I mean the prime number and its multiples, by "combined sequence" I mean the result of combining the sequence of a prime number with the sequence of the previous prime number or with the combined sequence of prime numbers previous.

From the way in which the "division" of the composed numbers occurs, I obtain the distribution of the multiples of the prime numbers that are effectively divisors and the quantity of composed numbers attributable to each prime number.

How do I proceed

To begin, since, except for the number 2, not all multiples identify a composed number that is not linked to a previous prime number, I introduce the concept of "efficacious multiple".

I will call "efficacious multiples" the multiples of the prime number corresponding to the composed number of which the prime number is the first of the divisors (excluding the number 1).

I have already talked about the cyclical cadence of divisors, now I specify that I am referring to the "efficacious multiples" of the prime number.

To highlight that the cadence is cyclical, that is the continuous repetition of the sequence that I define as ordered, I identify with (1) the "efficacious multiples" and with (0) the other multiples.

It will be possible to verify that the ordered sequence of a cycle of the "efficacious multiples" of a prime number corresponds exactly to the base of the compound sequence comprising the basic sequence of the previous prime number.

For number 3 the preceding sequence is not composed but is that of number 2; in any case, having decided on a different identifier to obtain the sequence of the "efficacious multiples", all I have to do is replace "X" with "(0)" and "-" with "(1)".

The confirmation is obtained with the verification that can be done starting from the prime number in question.

To verify if it is true that the sequence repeats itself continuously in a cyclic way, it is necessary to identify with certainty the starting point of any subsequent cycle, I used this method:

To find the starting point of a cycle of the "efficacious multiples" of a given prime number, the known length of the cycle must be multiplied by an integer (corresponding to the number of repetitions of the cycle), the value of the prime number must be added to the result obtained.

As the first cycle starts from the prime number, subsequent cycles will start from an efficacious multiple.

Remember that the length of the cycle is the same as the basic sequence (combined if the prime number in object is  $\geq 5$ ) preceding the prime number in object.

I consider the verification valid if I find the correspondence with the expected cadence for at least two cycles.

In the following statement I indicate the cadences corresponding to a cycle for each prime number, I have verified up to 1,000,000,000 that the cycles always repeated the same.

For the prime numbers 11 and 13 I checked two cycles but only in some significant points.

Since we are dealing with multiples of a number, the length of the cycle is equal to the number of identifiers of the sequence (set of (0) and (1)) multiplied by the value of the prime number.

## Result

For the number 2 its multiples are all “efficacious multiples”.

This determines that the number 2 is the divisor of 1/2 of the whole numbers under consideration and tends to become the divisor of 1/2 of all composed numbers.

For the number 3, in a cycle its “efficacious multiples” are 1 out of 2.

The cadence of the “efficacious multiples” is:

(0), (1).

The length of the loop is  $3 \times 2 = 6$ .

This determines that the number 3 is the divisor of  $1/6$  of the whole numbers taken into consideration and tends to become the divisor of  $1/6$  of all composed numbers.

For number 5, in a cycle its "efficacious multiples" are 2 out of 6.

The cadence of "efficacious multiples" is:

$$(0), (0), (0), (1), (0), (1).$$

The length of the loop is  $5 \times 6 = 30$ .

This determines that the number 5 is the divisor of  $2/30 = 1/15$  of the whole numbers taken into consideration and tends to become the divisor of  $1/15$  of all composed numbers.

For the number 7, in a cycle its "efficacious multiples" are 8 out of 30.

The cadence of the "efficacious multiples" is:

The length of the loop is  $7 * 30 = 210$ .

This determines that the number 7 is the divisor of  $8/210 = 4/105$  of the whole numbers taken into consideration and tends to become the divisor of  $4/105$  of all composed numbers.

For the number 11, in a cycle its “efficacious multiples” are 48 out of 210.

The cadence of the "efficacious multiples" is:

The length of the cycle is  $11 \times 210 = 2310$ .

This determines that the number 11 is the divisor of  $48/2310 = 8/385$  of the whole numbers taken into consideration and tends to become the divisor of  $8/385$  of all composed numbers.

For the number 13, in a cycle its “efficacious multiples” are 480 out of 2310.

The cadence of the “efficacious multiples” is:

The length of the cycle is  $13 \times 2310 = 30030$ .

This determines that the number 13 is the divisor of  $480/30030 = 16/1001$  of the whole numbers taken into consideration and tends to become the divisor of  $16/1001$  of all composited numbers.

## - - - - - Summary - - - - -

The declared intention of this article is to demonstrate that prime numbers are not randomly distributed.

I tried using a graphical method very similar to the Eratosthenes sieve, and with this I analyzed how multiples of prime numbers combine.

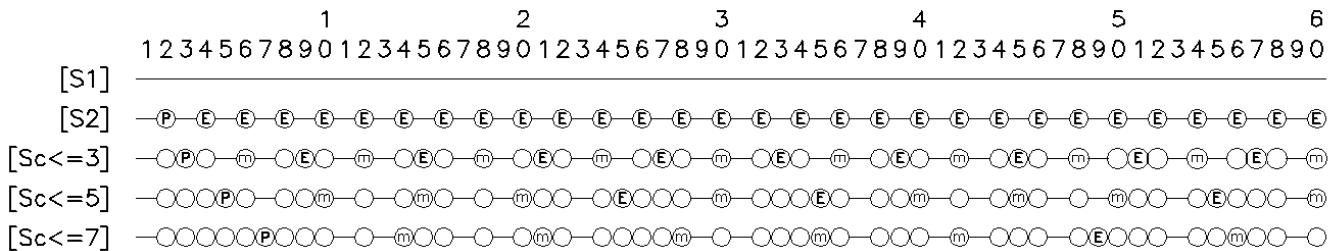
- The Eratosthenes sieve is designed to find prime numbers, using only the necessary trait of the multiples of the previous ones; I didn't limit myself to analyzing the useful part of multiples, I wanted to understand more.

Obviously the multiples of the prime numbers create the composed numbers, leaving at the same time some free numbers that if they are not intercepted by the multiples of the following prime numbers automatically become prime numbers.

- I called combined sequences the result of overlapping, from multiples of a prime number to multiples of previous primes, each sequence shows the result of the combination.
- I have identified these sequences with  $[Sc \leq p]$  where  $(p)$  is the prime number that refers to the last series of multiples used.
- I have shown that these sequences have a calculable length and that they always repeat the same; their length is the product of all prime numbers, from 2 to the last used.
- In the first sequence, which I called the "base sequence", the initial occupied cells (up to the prime number that refers to the sequence) represent both the already consolidated prime numbers and the composed numbers; subsequent repetitions of the same sequence will have the same initial stroke which however will represent only composed numbers.

Each sequence of multiples added modifies and lengthens the previous sequence, not all the multiples added will however produce a modification to the previous distribution of the dialed numbers.

- I have called effective multiples those multiples which, finding still free numbers (free spaces) modify the previous distribution of the composed numbers and free spaces.
- I have shown how the distribution of free spaces, represented in a combined sequence, shows exactly how the effective multiples of the next prime number will be distributed.



In this image I have indicated with (P) the prime numbers, with (m) the ineffective multiples and with (E) the effective multiples, the traits line represent free spaces. (The first of these after the prime will certainly be the next prime.) While 1 is not considered prime by convention, it is useful here for two reasons.

All multiples of 1 leave free spaces as they do not create any composed numbers.

The space reserved for 1 will always remain free, this indicates that the next sequence always begins by finding the free space corresponding to the value of its prime number.

Starting from 2, all the prime numbers will then find their proper box free, their multiples can only become effective, after the number of repetitions indicated by the number of consecutive occupied spaces starting from 2, present in the previous combined sequence.

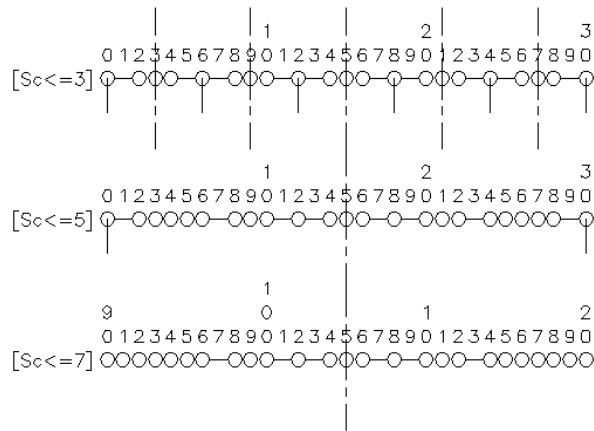
The subsequent multiples will be effective or not always as indicated by the previous sequence.

What has been described agrees perfectly with the lengthening of the combined sequence referring to the next prime number, and with the fact that multiples of a prime number become effective starting from the square of the same prime number.

- I have just noticed that the combined sequences and their infinite repetitions are perfectly symmetrical if one accepts to have them start from 0 (as occupied space) and if the last number of a sequence is considered in common with the subsequent repetition; it is a bit like saying that the 0 and the last element of a combined sequence are half-occupied spaces.

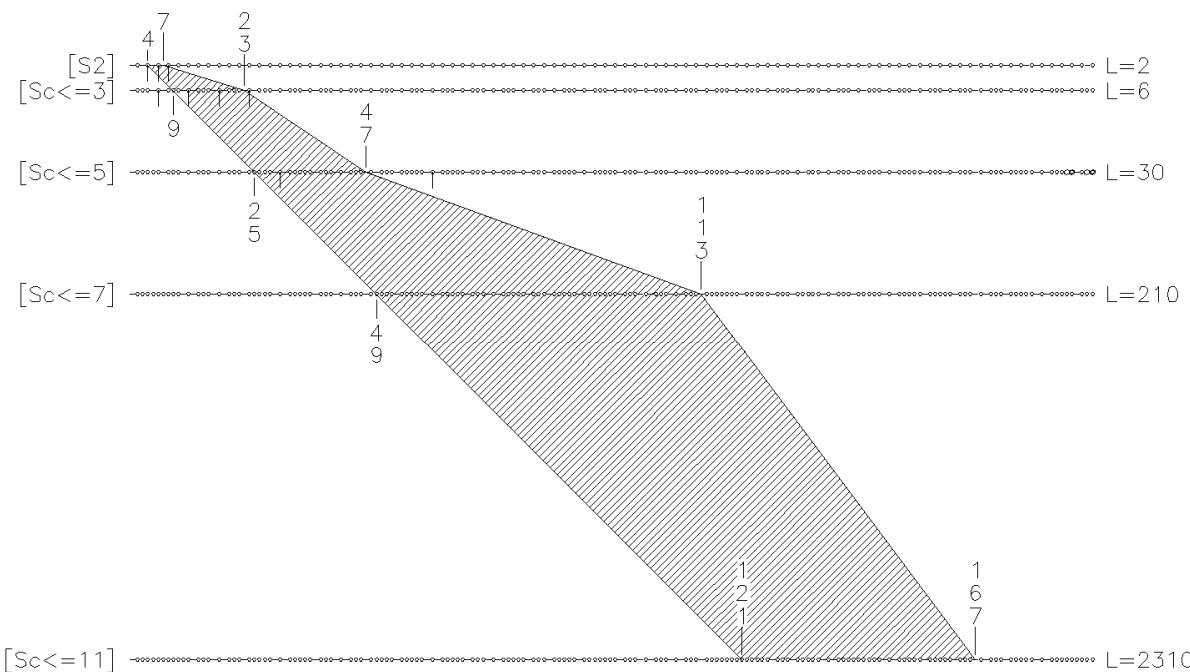
In my opinion, not by chance, but to confirm the symmetry with the initial part of the combined sequence, the last element (which is a composed number) is separated from the previous ones by a free space.

Demonstration, with some graphic examples, of the symmetry of the combined sequences, for  $[Sc \leq 7]$  which is 210 long I report only a central stroke.



At the moment I don't know if the symmetry just shown will be useful, but it seems interesting to me.

- I conclude this summary by introducing the element that up to now I have deliberately neglected; with the exception of the first (up to  $[Sc \leq 5]$ ) each combined sequence is effectively active in defining the distribution of prime numbers only for a part of its development, as indicated by the dashed area of the following image.

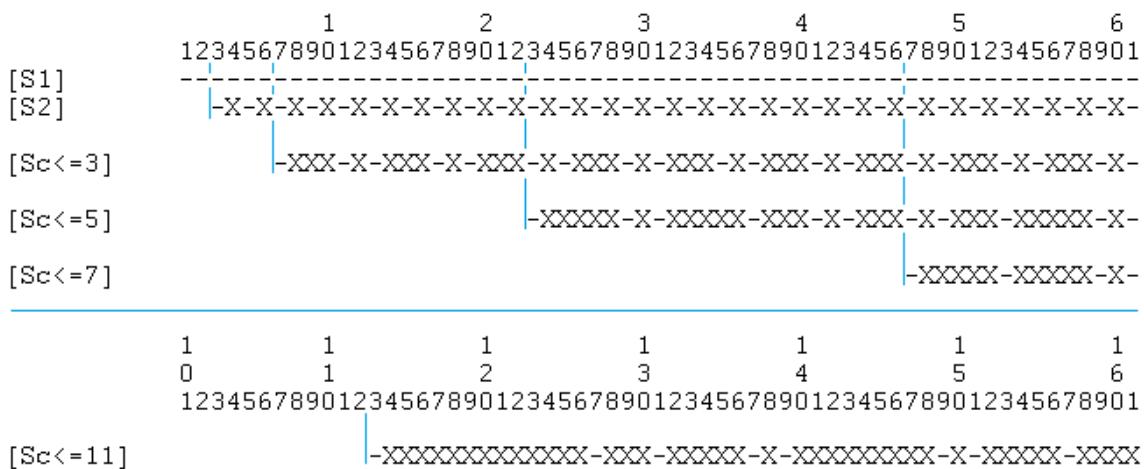


This could mean that all the regularities related to the combined sequences that I have found, do not count for anything if their useful part is positioned so differently from an all other, however, I remember that it is the same combined sequences that show that the effective multiples come into play starting from a very precise value and that they continue with a non-random distribution.

### - - - - Conclusion - - - -

The form graphics that I used for this study, seems to me to be right as it offers a different view of the distribution of primes and composited ones, compared to the observation of lists of primes, in all of them length the combined sequences.

Now I want to translate into numbers the graphic representation of the contribution offered by the useful feature of the combined sequences, to the final definition of prime numbers; from the useful traits of the combined sequences I have extracted the values of the lengths of the various groups of composited numbers.



Reconstruction of the distribution of prime numbers based on the useful part of the combined sequences.

```

1
+1=2
+1=3
(+1=4 the sequence intervenes [S2] → +2)
+2=5
+2=7
(+2=9 the sequence intervenes [Sc<=3] → +4+2)
+4=11
+2=13
+4=17
+2=19
+4=23
(+2=25 the sequence intervenes [Sc<=5] → +6+2+6+4+2+4+2+...)
+6=29
+2=31
+6=37
+4=41
+2=43
+4=47
(+2=49 the sequence intervenes [Sc<=7] → +6+6+2+6+4+2+6+4+6+8+4+2+4+2+4+8+...)

```

+6=53  
 +6=59  
 +2=61  
 +6=67  
 +4=71  
 +2=73  
 +6=79  
 +4=83  
 +6=89  
 +8=97  
 +4=101  
 +2=103  
 +4=107  
 +2=109  
 +4=113  
 (+8=121 the sequence intervenes [Sc<=11] → +14+4+...)  
 +14=127  
 +4=131

I am not able to demonstrate that between the squares of the prime numbers that identify two consecutive combined sequences there is always at least one prime number, but I have verified some cases relating to twin primes and I have found an increasing trend; in this verification I included the search for the twin primes and found an increase for them too.

[Sc<=3] Useful trait from 9 to 23 → 5 primes including 2 pairs of twin primes  
 [Sc<=5] Useful trait from 25 to 47 → 6 primes including 2 pairs of twin primes  
 [Sc<=11] Useful trait from 121 to 167 → 9 primes including 2 pairs of twin primes  
 [Sc<=17] Useful trait from 289 to 359 → 11 primes including 2 pairs of twin primes  
 [Sc<=29] Useful trait from 841 to 953 → 16 primes including 2 pairs of twin primes  
 [Sc<=41] Useful trait from 1681 to 1847 → 20 primes including 3 pairs of twin primes  
 [Sc<=59] Useful trait from 3481 to 3719 → 32 primes including 5 pairs of twin primes  
 [Sc<=71] Useful trait from 5041 to 5323 → 30 primes including 3 pairs of twin primes  
 [Sc<=101] Useful trait from 10201 to 10607 → 42 primes including 7 pairs of twin primes  
 [Sc<=107] Useful trait from 11449 to 11867 → 42 primes including 6 pairs of twin primes  
 [Sc<=137] Useful trait from 18769 to 19319 → 49 primes including 6 pairs of twin primes  
 [Sc<=1319] Useful trait from 1739761 to 1745039 → 356 primes including 30 pairs of twin primes

The prime numbers appear on average more and more rarefied, but if we refer to the useful features of the combined sequences it seems to me that the opposite is true, even if I have only verified this for few sequences.

I think that those mathematicians starting from Euclid who have affirmed that in addition to being infinite prime numbers, are also infinite the twin primes; it seems to me that someone has considered valid this hypothesis also prime numbers with a distance greater than 2.

I think it could not be true that prime numbers are infinite if these statements were not true, the same in my opinion is also valid for the presence of at least one number prime between two squares of successive prime numbers.

The distribution of prime numbers is derived from the distribution of composed numbers, in turn composed numbers are generated from prime numbers.

This is possible because starting from 1 the first non-composed number can only be a prime number; it is no coincidence that the first number dialed is 4 which is the first effective multiple of 2.

It is a self-construction mechanism where what happens first dictates the rules for what will happen.

Regarding what I have just stated, it is not possible to identify with certainty the first non-composed number if we do not consider the effective multiples of the previous prime numbers (if they exist), if we want to find the method simpler and safer to identify prime numbers, in my opinion you cannot ignore the sieve of Eratosthenes.

Now I want to briefly tell you how a simple application was created that allowed me to automate the creation of strokes or even entire combined sequences.

This application offers the result in graphic form and is absolutely based on the sieve of Eratosthenes.

I had the idea of making it so that it could start, both from 0 and from any number of those possible, depending on the list of prime numbers that I make available.

Given a starting point, he draws circles with a diameter of 1mm with the cadence of the multiples of all the prime numbers from 2 to the last necessary, this he does for the stroke I have indicated.

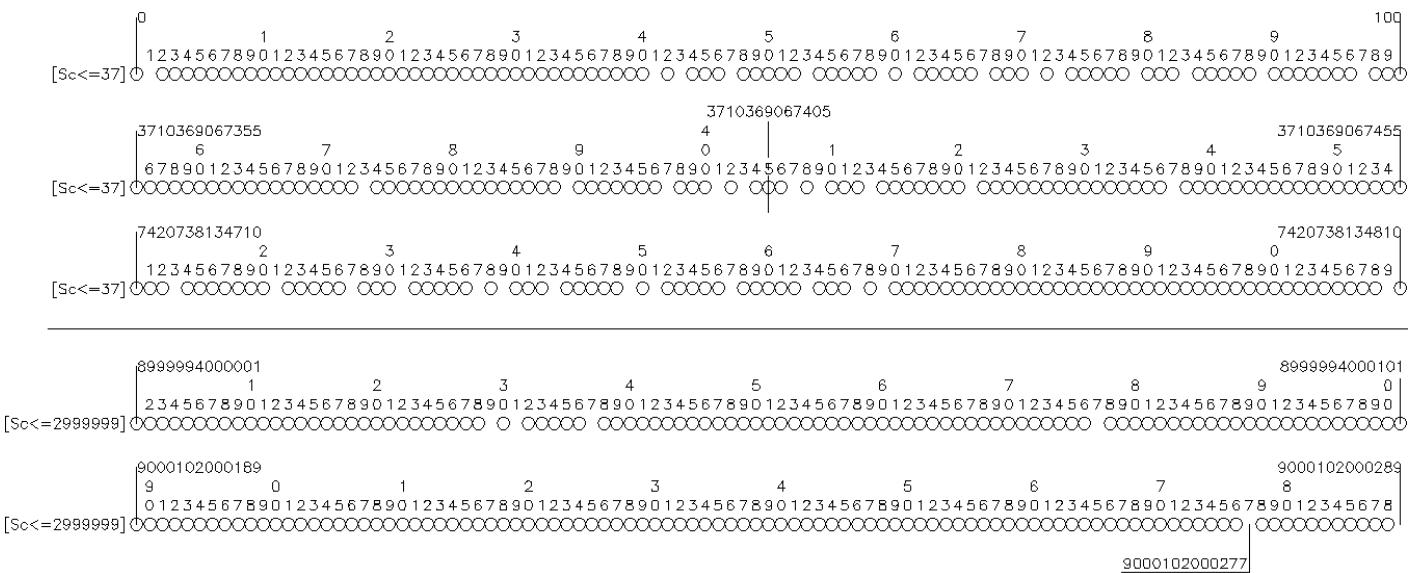
At the end there is a sequence of consecutive circles or interspersed with spaces, as for the sequences I created manually, it adds the information and references necessary to make the result readable.

Currently he has a list of prime numbers up to 3 million and with this he can make longer or shorter sections of any combined sequence up to [Sc<= 2999999] as long as I don't lose myself in calculating their length.

If, on the other hand, I want to obtain a more or less long section of a sequence of prime numbers, I can always use the sequence [SC <= 2999999] which is certainly valid up to the last prime number preceding  $(3,000,017)^2$ , namely before 9,000,102,000,289.

Here are three sections (initial, central and final) of the sequence [Sc <= 37] (not to exaggerate), and to follow two sections the first initial and the second final taken from the useful area of [SC <= 2999999] identifying with certainty the prime numbers present.

For the first three it took a few seconds for the last two it took just over a minute each, times that can be improved.



The application is able to calculate by itself the combined sequence to be used, according to the start number and the length of the stretch to represent, this mode shows how the prime numbers are distributed in the field of indicated numbers.

I can choose which combined sequence to use in case I want to analyze a certain sequence without looking for prime numbers; this does not prevent me from indicating in any case which combined sequence to use.

Whatever the combined sequence I tell him to use, if the stretch to be examined starts for example from 8 trillion, he does not calculate the multiples of the prime numbers starting from 0 but from their multiple just below the starting number indicated.

- - - - -

I do not know which method is currently considered the most effective for finding prime numbers, not excluding the possibility of finding other reasons for saying that prime numbers are not randomly distributed, I will also try to create one that is no longer graphical but using numbers.

Dante Servi  
Bressana Bottarone (PV) – Italy  
[dante.servi@gmail.com](mailto:dante.servi@gmail.com)

Now I propose the original text in my language, Italian.  
The English translation was made with the help of the translator provided by Google.

## Appendice 1

Ad ulteriore conferma di quanto già esposto ho pensato di mostrare la cadenza ciclica, e quindi ordinata, con la quale i numeri primi si “spartiscono” i numeri composti.

Per definizione tutti i numeri composti sono multipli di un qualche numero primo che li precede, ed i multipli sono per definizione distribuiti in modo regolare.

Molti numeri composti sono però divisibili per più di un numero primo e questo fa sembrare disordinato il legame tra i numeri composti ed i numeri primi.

Come ho già mostrato combinando le sequenze dei numeri primi, le caselle libere apparterranno al primo numero che le occupa, sia esso un numero primo che un suo multiplo in questo caso “il primo dei divisori”.

I multipli dei numeri primi successivi dovranno trovare le caselle vuote di loro competenza, io mostrerò che anche questo avviene in modo ordinato.

Abbiamo già visto che ogni sequenza combinata dei numeri primi entra a far parte della sequenza combinata successiva dando l'impressione, non vera, di dissolversi.

La cadenza ciclica con cui un numero primo si lega ad alcuni numeri composti non viene in alcun modo modificata da quella dei numeri primi successivi, ma contribuisce a determinarla.

La “spartizione” dei numeri composti deriva direttamente dalle “sequenze combinate dei numeri primi”, delle quali ho già spiegato come si formano; sono i multipli dei numeri primi a trovare i numeri composti spettanti.

Ricordo che per "sequenza di un numero primo" intendo il numero primo ed i suoi multipli, per "sequenza combinata" intendo il risultato della combinazione della sequenza di un numero primo con la sequenza del numero primo precedente o con la sequenza combinata dei numeri primi precedenti.

Dal modo in cui avviene la “spartizione” dei numeri composti ottengo la distribuzione dei multipli dei numeri primi che sono effettivamente divisori e la quantità di numeri composti attribuibili ad ogni numero primo.

### Come procedo

Per cominciare siccome, tranne che per il numero 2, non tutti i multipli individuano un numero composto che non sia legato ad un numero primo precedente, introduco il concetto di “multiplo efficace”.

Chiamerò “multipli efficaci” i multipli del numero primo corrispondenti al numero composto di cui il numero primo è il primo dei divisori (escludendo il numero 1).

Ho già parlato di cadenza ciclica dei divisori, ora preciso che mi riferisco ai “multipli efficaci” del numero primo.

Per evidenziare che la cadenza è ciclica, ossia la ripetizione continua della sequenza che definisco ordinata, identifico con (1) i “multipli efficaci” e con (0) gli altri multipli.

Si potrà verificare che la sequenza ordinata di un ciclo dei “multipli efficaci” di un numero primo, corrisponde esattamente alla base della sequenza composta comprendente la sequenza base del numero primo precedente.

Per il numero 3 la sequenza precedente non è composta ma è quella del numero 2; in ogni caso avendo deciso un diverso identificatore per ottenere la sequenza dei “multipli efficaci” non devo far altro che sostituire “X” con “(0)” e “-“ con “(1)”.

La conferma si ottiene con la verifica che si può fare partendo dal numero primo in oggetto.

Per verificare se è vero che la sequenza si ripete continuamente in modo ciclico occorre individuare con certezza il punto di inizio di un qualsiasi ciclo successivo, lo ho utilizzato questo metodo:

Per trovare il punto di inizio di un ciclo dei "multipli efficaci" di un determinato numero primo, occorre moltiplicare la lunghezza nota del ciclo per un numero intero (corrispondente al numero di ripetizioni del ciclo), al risultato ottenuto occorre aggiungere il valore del numero primo.

Come il primo ciclo inizia dal numero primo, i cicli successivi inizieranno da un multiplo efficace.

Ricordo che la lunghezza del ciclo è la stessa della sequenza base (combinata se il numero primo in oggetto è  $\geq 5$ ) che precede il numero primo in oggetto.

Io ritengo valida la verifica se trovo la corrispondenza con la cadenza prevista per almeno due cicli.

Nel seguente elenco indico per ogni numero primo le cadenze corrispondenti ad un ciclo, io ho verificato fino a 1.000.000.000 che i cicli si ripetono sempre uguali.

Per i numeri primi 11 e 13 ho verificato due cicli ma solo in alcuni punti significativi.

Trattandosi di multipli di un numero, la lunghezza del ciclo è uguale al numero degli identificativi della sequenza (insieme di (0) e di (1)) moltiplicato per il valore del numero primo.

## Risultato

Per il numero 2 i suoi multipli sono tutti “multipli efficaci”.

Questo determina che il numero 2 sia il divisore di  $1/2$  dei numeri interi presi in considerazione e tende a diventare il divisore di  $1/2$  di tutti i numeri composti.

Per il numero 3, in un ciclo i suoi “multipli efficaci” sono 1 su 2.

La cadenza dei "multipli efficaci" è:

(0), (1).

La lunghezza del ciclo è  $3^*2=6$ .

Questo determina che il numero 3 sia il divisore di  $1/6$  dei numeri interi presi in considerazione e tende a diventare il divisore di  $1/6$  di tutti i numeri composti.

Per il numero 5, in un ciclo i suoi “multipli efficaci” sono 2 su 6.

La cadenza dei "multipli efficaci" è:

$(0), (0), (0), (1), (0), (1)$ .

La lunghezza del ciclo è  $5 \cdot 6 = 30$ .

Questo determina che il numero 5 sia il divisore di  $2/30=1/15$  dei numeri interi presi in considerazione e tende a diventare il divisore di  $1/15$  di tutti i numeri composti.

Per il numero 7, in un ciclo i suoi “multipli efficaci” sono 8 su 30.

La cadenza dei "multipli efficaci" è:

La lunghezza del ciclo è  $7^*30=210$ .

Questo determina che il numero 7 sia il divisore di  $8/210=4/105$  dei numeri interi presi in considerazione e tende a diventare il divisore di  $4/105$  di tutti i numeri composti.

Per il numero 11, in un ciclo i suoi “multipli efficaci” sono 48 su 210.

La cadenza dei “multipli efficaci” è:

La lunghezza del ciclo è  $11 \cdot 210 = 2310$ .

Questo determina che il numero 11 sia il divisore di  $48/2310=8/385$  dei numeri interi presi in considerazione e tende a diventare il divisore di  $8/385$  di tutti i numeri composti.

Per il numero 13, in un ciclo i suoi "multipli efficaci" sono 480 su 2310.

La cadenza dei "multipli efficaci" è:

La lunghezza del ciclo è  $13 \cdot 2310 = 30030$ .

Questo determina che il numero 13 sia il divisore di  $480/30030=16/1001$  dei numeri interi presi in considerazione e tende a diventare il divisore di  $16/1001$  di tutti i numeri composti.

## - - - - - Riepilogo - - - - -

L'intenzione dichiarata di questo articolo è quella di dimostrare che i numeri primi non sono distribuiti in modo casuale.

Ci ho provato utilizzando un metodo grafico molto simile al crivello di Eratostene, e con questo ho analizzato come si combinano i multipli dei numeri primi.

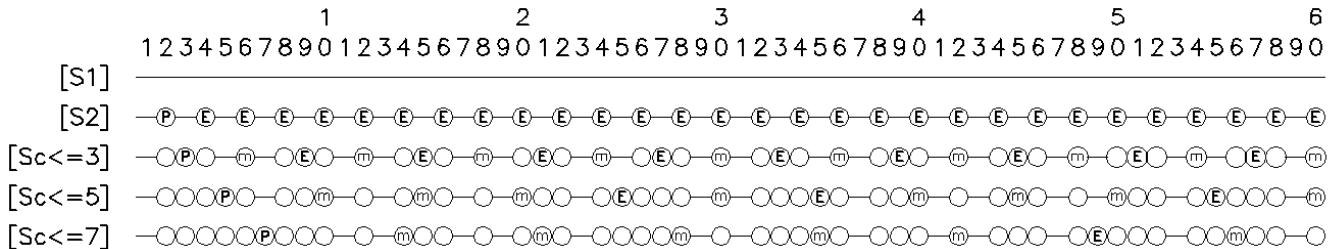
- Il crivello di Eratostene è pensato per trovare i numeri primi, utilizzando solo il tratto necessario dei multipli dei precedenti; io non mi sono limitato ad analizzare la parte utile dei multipli, ho voluto capirne di più.

Evidentemente i multipli dei numeri primi creano i numeri composti, lasciando allo stesso tempo dei numeri liberi che se non sono intercettati dai multipli dei numeri primi successivi diventano automaticamente numeri primi.

- Ho chiamato sequenze combinate il risultato della sovrapposizione, dei multipli di un numero primo ai multipli dei numeri primi precedenti, ogni sequenza mostra il risultato della combinazione.
- Ho identificato queste sequenze con  $[Sc \leq p]$  dove  $(p)$  è il numero primo che fa capo all'ultima serie di multipli utilizzata.
- Ho mostrato che queste sequenze hanno una lunghezza calcolabile e che si ripetono sempre uguali; la loro lunghezza risulta dal prodotto di tutti i numeri primi, dal 2 fino all'ultimo utilizzato.
- Nella prima sequenza, che ho chiamato "sequenza base" le caselle occupate iniziali (fino al numero primo che fa capo alla sequenza) rappresentano sia i numeri primi già consolidati che i numeri composti; le ripetizioni successive della stessa sequenza avranno lo stesso tratto iniziale che però rappresenterà solo numeri composti.

Ogni sequenza di multipli aggiunta modifica ed allunga la sequenza precedente, non tutti i multipli aggiunti produrranno però una modifica alla precedente distribuzione dei numeri composti.

- Ho chiamato multipli efficaci quei multipli che trovando dei numeri ancora liberi (spazi liberi) modificano la distribuzione precedente dei numeri composti e degli spazi liberi.
- Ho mostrato come la distribuzione degli spazi liberi, rappresentata in una sequenza combinata, mostra esattamente come saranno distribuiti i multipli efficaci del numero primo successivo.



In questa immagine ho indicato con (P) i numeri primi, con (m) i multipli non efficaci e con (E) i multipli efficaci, i tratti di linea rappresentano gli spazi liberi. (Il primo di questi dopo il numero primo sarà certamente il numero primo successivo.) Anche se 1 non è considerato primo per convenzione, in questo caso è utile per due motivi.

Tutti i multipli di 1 lasciano spazi liberi in quanto non creano nessun numero composto.

Lo spazio riservato ad 1 rimarrà sempre libero, questo indica che la sequenza successiva inizia sempre trovando lo spazio libero in corrispondenza del valore del suo numero primo.

A cominciare dal 2 tutti i numeri primi troveranno quindi libera la casella che gli spetta, i loro multipli potranno diventare efficaci solo, dopo il numero di ripetizioni indicato dal numero degli spazi occupati consecutivi a partire da 2, presenti nella sequenza combinata precedente.

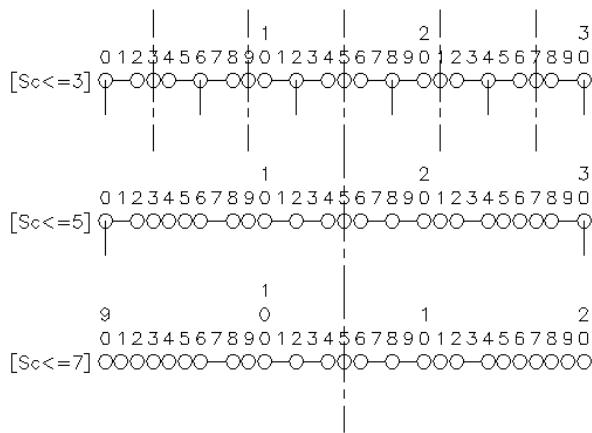
I multipli successivi saranno efficaci o meno sempre come indicato dalla sequenza precedente.

Quanto descritto concorda perfettamente con l'allungamento della sequenza combinata facente capo al numero primo successivo, e con il fatto che i multipli di un numero primo diventano efficaci a partire dal quadrato dello stesso numero primo.

- Ho appena notato che le sequenze combinate e le loro infinite ripetizioni sono perfettamente simmetriche se si accetta di farle iniziare da 0 (come spazio occupato) e se l'ultimo numero di una sequenza si considera in comune con la successiva ripetizione; è un po' come dire che lo 0 è l'ultimo elemento di una sequenza combinata sono spazi occupati a metà.

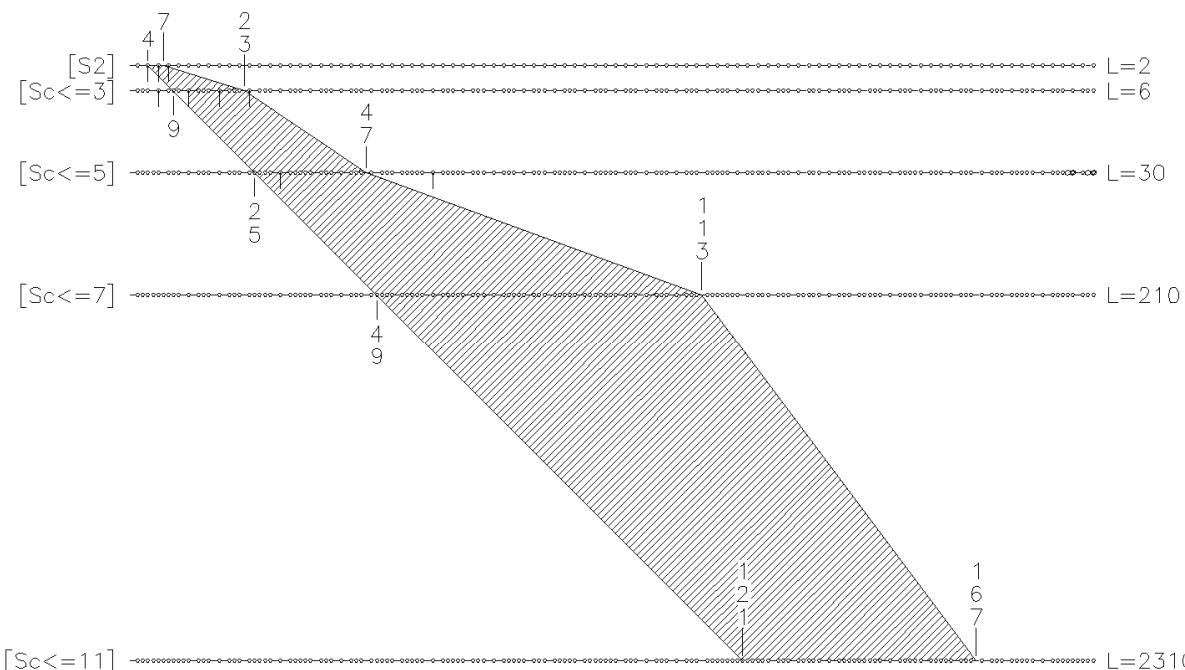
Secondo me non a caso, ma per confermare la simmetria con la parte iniziale della sequenza combinata, l'ultimo elemento (che è un numero composto) è separato dai precedenti da uno spazio libero.

Dimostrazione, con alcuni esempi grafici, della simmetria delle sequenze combinate, per  $[Sc \leq 7]$  che è lunga 210 riporto solo un tratto centrale.



Al momento non so se la simmetria appena mostrata potrà risultare utile, però mi pare interessante.

- Concludo questo riepilogo introducendo l'elemento che fino ad ora ho volutamente trascurato; ad eccezione delle prime (fino ad  $[Sc \leq 5]$ ) ogni sequenza combinata è effettivamente attiva nel definire la distribuzione dei numeri primi solo per un tratto del suo sviluppo, come indicato dalla zona tratteggiata dell'immagine seguente.

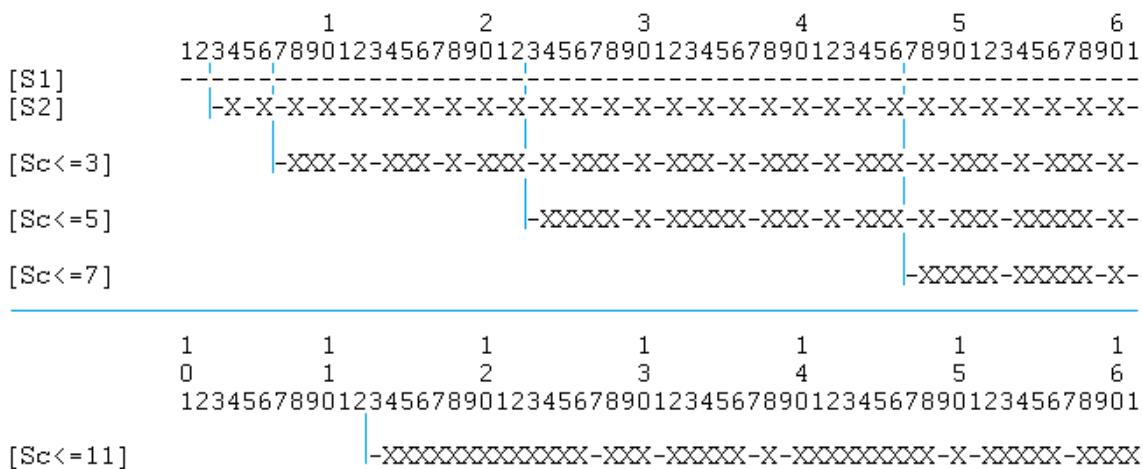


Questo potrebbe significare che tutte le regolarità relative alle sequenze combinate che ho trovato, non contano nulla se la loro parte utile è posizionata in modo così diverso da una all'altra, ricordo però che sono le stesse sequenze combinate a mostrare che i multipli efficaci entrano in gioco a partire da un ben preciso valore e che proseguono con una distribuzione non casuale.

### ----- Conclusion -----

La forma grafica che ho utilizzato per questo studio, mi sembra avere ragione di essere in quanto offre una diversa visione della distribuzione dei numeri primi e di quelli composti, rispetto all'osservazione delle liste di numeri primi. Ritengo anche di aver avuto una buona idea nello studiare in tutta la loro lunghezza le sequenze combinate.

Voglio ora tradurre in numeri la rappresentazione grafica del contributo offerto dal tratto utile delle sequenze combinate, alla definizione finale dei numeri primi; dai tratti utili delle sequenze combinate ho estratto i valori delle lunghezze dei vari gruppi di numeri composti.



Ricostruzione della distribuzione dei numeri primi basata sulla parte utile delle sequenze combinate.

```

1
+1=2
+1=3
(+1=4 interviene la sequenza [S2] → +2)
+2=5
+2=7
(+2=9 interviene la sequenza [Sc<=3] → +4+2)
+4=11
+2=13
+4=17
+2=19
+4=23
(+2=25 interviene la sequenza [Sc<=5] → +6+2+6+4+2+4+2+...)
+6=29
+2=31
+6=37
+4=41
+2=43
+4=47
(+2=49 interviene la sequenza [Sc<=7] → +6+6+2+6+4+2+6+4+6+8+4+2+4+2+4+8+...)

```

+6=53  
+6=59  
+2=61  
+6=67  
+4=71  
+2=73  
+6=79  
+4=83  
+6=89  
+8=97  
+4=101  
+2=103  
+4=107  
+2=109  
+4=113

(+8=121 interviene la sequenza [Sc<=11] → +14+4+...)

+14=127  
+4=131

Non sono in grado di dimostrare che tra i quadrati dei numeri primi che identificano due sequenze combinate consecutive sia sempre presente almeno un numero primo, ho però verificato alcuni casi relativi a primi gemelli ed ho riscontrato una tendenza all'aumento; in questa verifica ho incluso la ricerca dei primi gemelli trovando anche per loro un aumento.

[Sc<=3] Tratto utile da 9 a 23 → 5 primi tra cui 2 coppie di primi gemelli  
[Sc<=5] Tratto utile da 25 a 47 → 6 primi di cui 2 coppie di primi gemelli  
[Sc<=11] Tratto utile da 121 a 167 → 9 primi di cui 2 coppie di primi gemelli  
[Sc<=17] Tratto utile da 289 a 359 → 11 primi di cui 2 coppie di primi gemelli  
[Sc<=29] Tratto utile da 841 a 953 → 16 primi di cui 2 coppie di primi gemelli  
[Sc<=41] Tratto utile da 1681 a 1847 → 20 primi di cui 3 coppie di primi gemelli  
[Sc<=59] Tratto utile da 3481 a 3719 → 32 primi di cui 5 coppie di primi gemelli  
[Sc<=71] Tratto utile da 5041 a 5323 → 30 primi di cui 3 coppie di primi gemelli  
[Sc<=101] Tratto utile da 10201 a 10607 → 42 primi di cui 7 coppie di primi gemelli  
[Sc<=107] Tratto utile da 11449 a 11867 → 42 primi di cui 6 coppie di primi gemelli  
[Sc<=137] Tratto utile da 18769 a 19319 → 49 primi di cui 6 coppie di primi gemelli  
[Sc<=1319] Tratto utile da 1739761 a 1745039 → 356 primi di cui 30 coppie di primi gemelli

I numeri primi appaiono mediamente sempre più rarefatti, se però ci si riferisce ai tratti utili delle sequenze combinate mi sembra che sia vero il contrario, anche se questo l'ho verificato solo per poche sequenze.

Penso che abbiano ragione quei matematici a partire da Euclide i quali hanno affermato che oltre ad essere infiniti i numeri primi, sono infiniti anche i primi gemelli; mi pare che qualcuno abbia considerata valida questa ipotesi anche numeri primi di distanza superiore a 2.

Penso che non potrebbe essere vero che i numeri primi sono infiniti se queste affermazioni non fossero vere, lo stesso secondo me vale anche per la presenza di almeno un numero primo tra due quadrati di numeri primi successivi.

La distribuzione dei numeri primi deriva dalla distribuzione dei numeri composti, a loro volta i numeri composti sono generati dai numeri primi.

Questo è possibile in quanto a partire da 1 il primo numero non composto non può essere che un numero primo; non a caso il primo numero composto è il 4 che è il primo multiplo efficace di 2.

Si tratta di un meccanismo di autocostruzione dove quello che avviene prima detta le regole per quello che avverrà.

A proposito di quanto ho appena affermato, non è possibile individuare con certezza il primo numero non composto se non si considerano i multipli efficaci dei numeri primi precedenti (se esistono), volendo trovare il metodo più semplice e sicuro per individuare i numeri primi, secondo me non si può prescindere dal crivello di Eratostene.

Ora voglio brevemente raccontare di come ho realizzato una semplice applicazione che mi ha consentito di automatizzare la creazione di tratti od anche intere sequenze combinate.

Questa applicazione offre il risultato in forma grafica ed è assolutamente basata sul crivello di Eratostene.

Ho avuto l'idea di fare in modo che potesse partire, sia da 0 che da un qualsiasi numero tra quelli possibili, in funzione della lista di numeri primi che le metto a disposizione.

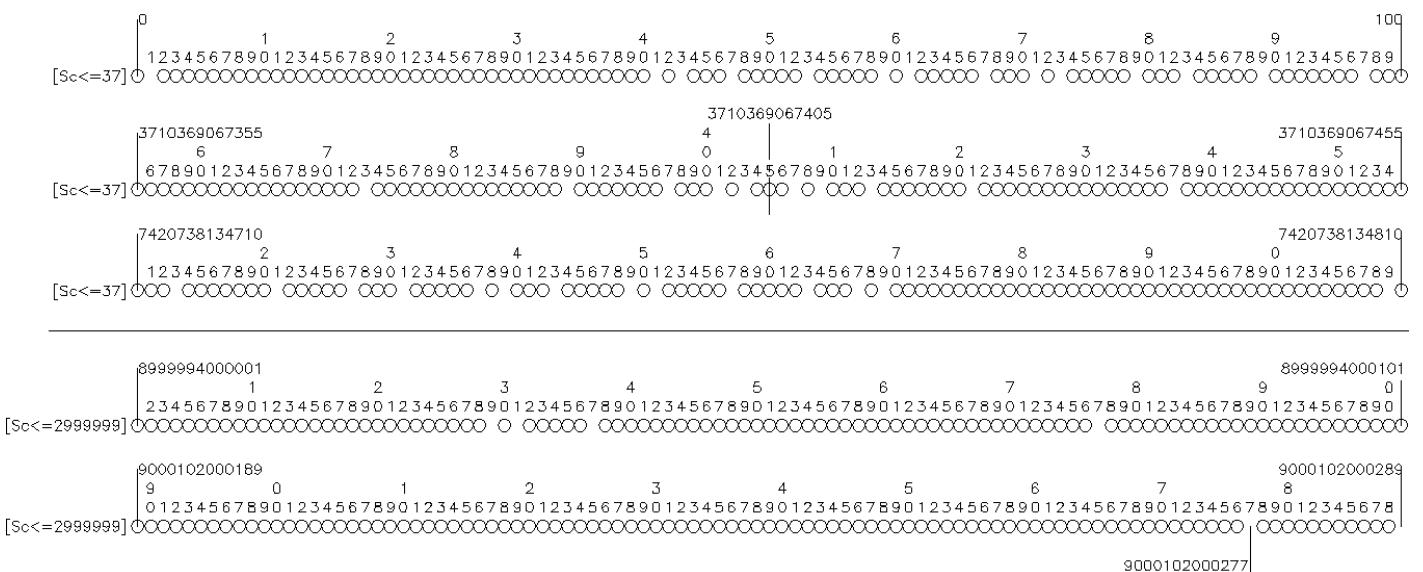
Dato un punto di partenza, disegna dei cerchi di diametro 1mm con la cadenza dei multipli di tutti i numeri primi da 2 fino all'ultimo necessario, questo lo fa per il tratto che gli ho indicato.

Alla fine risulta una sequenza di cerchi consecutivi od intervallati da spazi, come per le sequenze che ho realizzato manualmente aggiunge le informazioni ed i riferimenti necessari a rendere leggibile il risultato.

Attualmente ha a disposizione una lista di numeri primi fino a 3 milioni e con questa può realizzare tratti più o meno lunghi di una qualsiasi sequenza combinata fino a [Sc<=2999999] a patto che io non mi perda nel calcolarne la lunghezza.

Se invece voglio ottenere un tratto più o meno lungo di sequenza di numeri primi posso utilizzare sempre la sequenza [SC<=2999999] che sicuramente è valida fino all'ultimo numero primo precedente a  $(3.000.017)^2$  ossia precedente a 9.000.102.000.289.

Ecco tre tratti (iniziale, centrale e finale) della sequenza [Sc<=37] (per non esagerare), ed a seguire due tratti il primo iniziale ed il secondo finale presi dalla zona utile di [SC<=2999999] individuanti con certezza i numeri primi presenti. Per i primi tre ha impiegato pochi secondi per gli ultimi due ha impiegato poco più di un minuto ognuno, tempi migliorabili.



L'applicazione è in grado di calcolare da sola la sequenza combinata da utilizzare, in funzione di numero di partenza e lunghezza del tratto da rappresentare, questa modalità mostra come sono distribuiti i numeri primi nel campo dei numeri indicati.

Posso scegliere quale sequenza combinata utilizzare nel caso in cui voglio analizzare una determinata sequenza senza voler cercare i numeri primi; questo non mi impedisce di indicare in ogni caso quale sequenza combinata utilizzare. Qualsiasi sia la sequenza combinata che gli dico di utilizzare, se il tratto da esaminare inizia ad esempio da 8 mila miliardi non calcola i multipli dei numeri primi a partire da 0 ma dal loro multiplo appena inferiore al numero di partenza indicato.

- - - - -

Non so quale sia il metodo attualmente considerato più efficace per trovare i numeri primi, non escludendo di poter trovare altri motivi per affermare che i numeri primi non sono distribuiti casualmente, proverò anch'io a realizzarne uno non più grafico ma utilizzando i numeri.

Dante Servi  
Bressana Bottarone (PV)  
[dante.servi@gmail.com](mailto:dante.servi@gmail.com)