

# Моделирование эволюции скопления гравитирующих тел с учётом абсолютно неупругих столкновений

Кирьян Д. Г., Кирьян Г. В.

*Институт Проблем Машинovedения РАН  
В.О., Большой проспект 61, Санкт-Петербург, Россия, 199178  
эл.адрес: diki.ipme@gmail.com*

В рамках классической механики проведено численное моделирование эволюции скопления конечного числа материальных тел, взаимодействующих между собой только посредством присущей им гравитации. Цель исследования, это выявить основные, характерные фазы пространственного распределения материальных тел, образующих скопление. В ходе решения была учтена возможность столкновения тел, при этом удар считался абсолютно неупругим. Внешние, по отношению к рассматриваемому скоплению тел, силовые воздействия были исключены. Из всех внутренних силовых факторов, действующих в скоплении, учтено только гравитационное взаимодействие. Совокупная масса всех гравитирующих тел скопления остаётся неизменной на протяжении всей эволюции. Рассматривалась задача Коши с естественными начальными условиями. В качестве контроля за ходом решения использовалась, так называемая, кривая вращения, которая показывает текущее радиальное распределение орбитальных скоростей тел скопления. Численный анализ показал, как видоизменяется кривая вращения модельного скопления во времени и то, что горизонтальный участок на кривой вращения, это только «мгновение» эволюции скопления гравитирующих тел. Полученные результаты показывают, что, оставаясь в рамках классической механики, мы получаем все вариации кривых вращения наблюдаемых галактик без привлечения гипотезы о инструментально ненаблюдаемой, гравитирующей «тёмной материи».

**Ключевые слова:** кривая вращения галактики, задача  $n$ -тел, эволюция гравитирующих масс, эволюционное число, «тёмная материя»

## 1. Предмет исследования

Предмет исследования — это кривая вращения галактики, которая представляет собой распределение орбитальных скоростей звёзд в зависимости их удаления от текущего центра массы галактики. У некоторых галактик на кривой вращения присутствует плато — участок на котором наблюдается постоянство орбитальных скоростей звёзд<sup>1</sup>. На рис. 1 приведены кривые вращения некоторых из наблюдаемых галактик с характерным плато.

---

<sup>1</sup>Вера Рубин (Rubin, V.C.) по результатам систематических наблюдений (измерение доплеровского смещения спектральных линий звёзд) за 21-ой спиральной галактикой [1], получает характерное радиальное распределение орбитальной скорости с участком в виде плато.

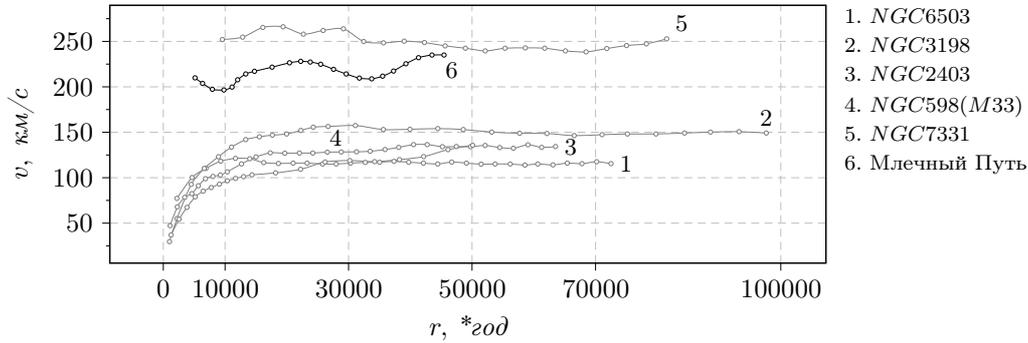


Рис. 1. Примеры кривых вращения галактик из работ [2, 3].  $v$  — лучевая скорость;  $r$  — расстояние, выраженное в единицах времени

Именно трудности с физической интерпретацией наличия плато, на кривых вращения некоторых галактик, послужили причиной появления такой гипотетической невидимой гравитирующей сущности, как «тёмная материя», призванной объяснить наблюдаемое постоянство лучевых скоростей.

## 2. Постановка задачи

Наша задача состоит в том, чтобы численным экспериментом, оставаясь в рамках классической механики, показать, что характерный вид кривой вращения скопления, гравитирующих тел, реализуется без привлечения дополнительной гравитирующей материи в любом её проявлении. Эволюция скоплений гравитирующих тел обусловлена множеством факторов различной физической природы [4]. Это процесс непрерывного гравитационного взаимодействия между всеми материальными компонентами скопления, сопровождающийся пространственным перераспределением гравитирующих тел и изменением их числа. При этом, вследствие сопутствующих аккреционных процессов, происходит концентрация масс, уплотнение материи вокруг мгновенного центра масс скопления.

Рассмотрим динамику замкнутой системы, состоящей из  $n$  тел (однородных сфер) с массами  $m_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  с учётом абсолютно неупругих столкновений. Кинематические ограничения на элементы скопления не рассматриваем. Исключаем все внешние, по отношению к системе, силовые факторы. Внутренние силовые взаимодействия тел ограничиваем только гравитационным взаимодействием, иные факторы, не гравитационной природы, игнорируем. Принимаем, что при столкновении тел

реализуется абсолютно неупругое соударение.

Рассмотрим неподвижную декартову систему координат  $Oxyz$  (рис. 2) в которой пространственное положение и скорость каждого  $i$ -ого тела

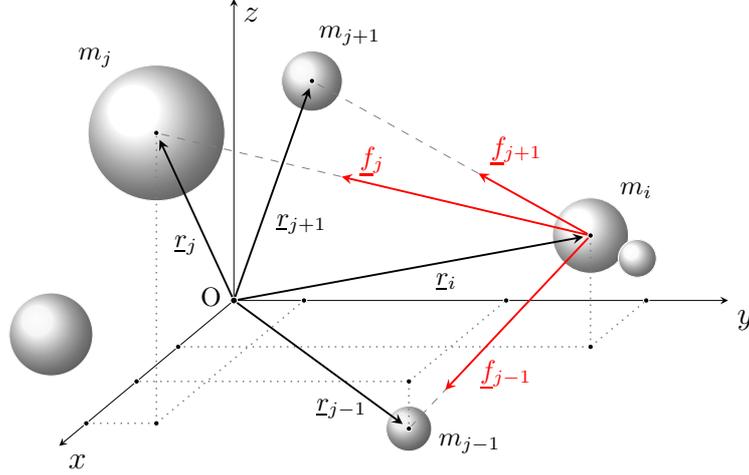


Рис. 2. Схема гравитационного воздействия на тело скопления с массой  $m_i$ , со стороны тел с массами  $m_{j-1}$ ,  $m_j$  и  $m_{j+1}$

скопления определяется векторами  $\underline{r}_i$  и  $\underline{v}_i$  соответственно. Каждое тело гравитационно взаимодействует с каждым. Гравитационное поле каждого материального тела характеризуется вектором напряжённости  $\underline{E}$ .

$$\underline{E}_{ji} = \mathbf{G} \frac{m_j}{|\underline{r}_j - \underline{r}_i|^3} (\underline{r}_j - \underline{r}_i), \quad (1)$$

где  $\underline{E}_{ji}$  — вектор напряжённости гравитационного поля  $j$ -ого тела на расстоянии  $\underline{r}_j - \underline{r}_i$ , а  $\mathbf{G} = 6,67384(80) \times 10^{-11} \text{ м}^3 / (\text{кг} \cdot \text{с}^2)$  — согласующий масштабно-размерный множитель<sup>2</sup>. Свойство аддитивности позволяет нам суммировать гравитационные воздействия на тело с массой  $m_i$  со стороны всех остальных тел скопления. Система дифференциальных уравнений второго порядка, описывающая динамику гравитационного взаимодействия  $n$  тел, выглядит следующим образом:

$$m_i \frac{d^2 \underline{r}_i}{dt^2} = \sum_{j=1, j \neq i}^n \overbrace{\underline{E}_{ji} m_i}^{\underline{f}_j} + \cancel{f^*(t, \underline{r}_i, \dot{\underline{r}}_i)}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2)$$

<sup>2</sup>Следует заметить, что, анализируя данные международной организации *Committee on Data for Science and Technology* (CODATA) можно говорить о достоверности только двух знаков после запятой в системе СИ. Обоснование этого утверждения приведено в работах [5, 6].

Здесь через  $\underline{f}^*$  обозначена совокупность всех сил, иной, негравитационной природы, действующих на движущееся тело  $m_i$ , со стороны окружающей его, материальной среды. Это сделано для формальной полноты записи, но в рамках нашей задачи эти силы исключены из рассмотрения.

Наша задача не просто просчитать динамику тел модельного скопления с учётом гравитационной аккреции, но и, в ходе численного эксперимента, для каждого момента времени, построить кривую вращения.

Механизм аккреции, в рассматриваемом скоплении, реализуется через абсолютно неупругое столкновение тел скопления. Под абсолютно неупругим столкновением мы понимаем следующее: после касания двух тел, вновь образованное тело продолжает своё движение в гравитационном поле скопления со скоростью определяемой законом сохранения импульса. Например, столкнулись два тела с массами  $m_1$  и  $m_2$  со скоростями  $\underline{v}_1$  и  $\underline{v}_2$  соответственно, тогда, согласно закону сохранения импульса, скорость «слипнувшихся» тел определяется следующим образом:

$$\underline{v} = \frac{m_1 \underline{v}_1 + m_2 \underline{v}_2}{m_1 + m_2} . \quad (3)$$

Далее, для решения системы дифференциальных уравнений второго порядка (2), необходимо определиться с естественными начальными условиями.

### 3. Естественные начальные условия

Теперь о начальных условиях. Если мы хотим смоделировать реальные, наблюдаемые фазы эволюции гравитирующих тел, образующих скопление, например, галактику, то начальные условия должны соответствовать реальному состоянию галактики в выбранный момент времени. Это мы и называем естественными начальными условиями.

Если не вдаваться в детали, то эволюцию скопления тел, с учётом гравитационной аккреции, можно условно разделить на три этапа:

- 1) Начальный: объёмное распределение гравитирующей материи с вкраплениями материи с повышенной плотностью вещества, как результат первичной аккреции различной природы.
- 2) Пограничный: чётко выраженное упорядоченное вращение тел скопления вокруг его мгновенного центра массы с явно выраженным плато на кривой вращения скопления.

- 3) Заключительный: практически вся материя максимально сконцентрирована около центра вращения, проявление гравитационной аккреции — минимально.

Исходя из всего выше изложенного, в качестве начальных условий, для решения поставленной задачи (2), берутся координаты и скорости тел скопления в момент времени, когда кривая вращения скопления ещё не имеет выраженного плато, то есть на начальном этапе эволюции.

Полагаем, что изначально все тела в скоплении находятся на круговых орбитах. Но, как должны быть расположены орбиты тел по отношению друг к другу? Какие задать линейные скорости? Для ответа на эти вопросы нам необходимо определить естественные начальные условия, которые будут соответствовать этапу эволюции до возникновения пограничного состояния, чтобы в ходе численного эксперимента перейти через пограничное состояние скопления к заключительной фазе эволюции.

Основываясь на работах [2, 3], путём пробных расчётов, было установлено, что начальное распределение радиусов орбит тел скопления может быть задано следующей формулой:

$$r_i = r^* \left( \sqrt[3]{i} \right)^\alpha, \quad i = 1, \dots, n, \quad (4)$$

где  $r_i$  — радиус круговой орбиты  $i$ -ого тела системы (модуль радиус-вектора  $\underline{r}_i$ );  $r^*$  — минимальный радиус круговой орбиты;  $\alpha$  — параметр, определяющий характер начального распределения круговых орбит тел в скоплении;

Для того, чтобы  $i$ -ое тело могло находиться на круговой орбите с радиусом  $r_i$  оно должно двигаться с соответствующей орбитальной скоростью  $v_i^s$ , которую находим из выражения:

$$v_i^s = \sqrt{\mathbf{G} \frac{m_i^s}{r_i}}, \quad m_i^s = m^* + \sum_{j=1}^{i-1} m_j, \quad i = 1, \dots, n, \quad (5)$$

где  $v_i^s$  — орбитальная скорость  $i$ -ого тела массой  $m_i$ ;  $m_i^s$  — это сумма масс всех тел находящихся в объёме *Сферы* с радиусом  $r_i$ ;  $m^*$  — масса, вокруг которой по круговой орбите с радиусом  $r_1$  вращается тело с массой  $m_1$ .

На рис. 3 показано распределение орбит тел скопления, рассчитанных по формулам (4) и (5), при различных значениях  $\alpha$ .

Выберем, руководствуясь рис. 3, такое значение  $\alpha$  при котором гравитирующие тела, образующие скопление, будут находиться в состоянии предшествующему пограничному, когда на кривой вращения при-

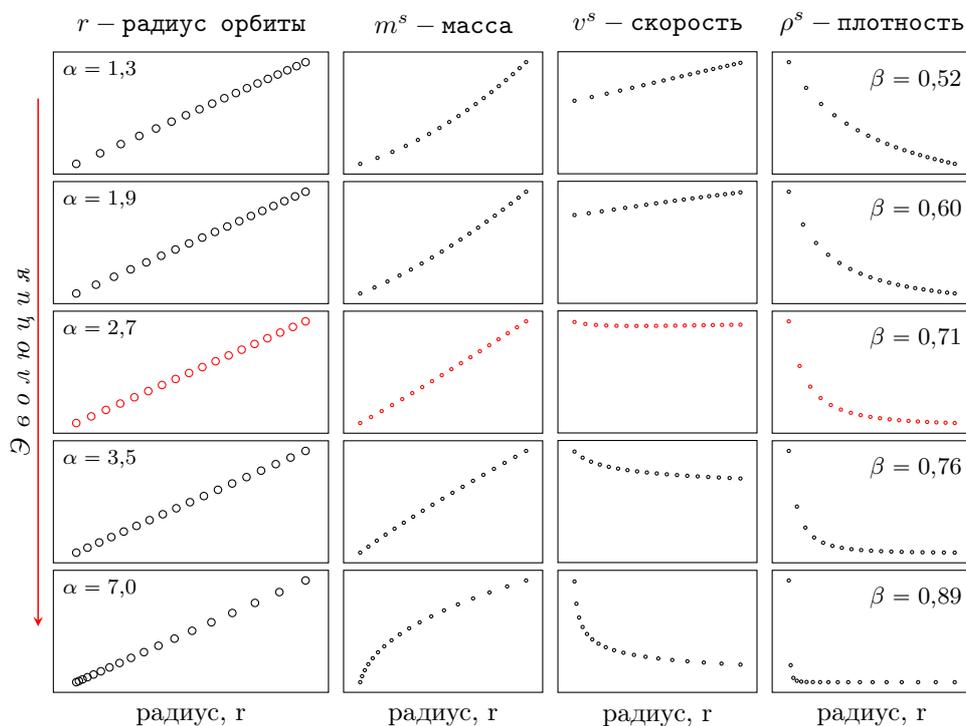


Рис. 3. Варианты естественных начальных условий для радиусов орбит тел для различных моментов эволюции скопления.  $\beta$  – эволюционное число [2, 3]

существует плато, то есть  $\alpha < 2,7$ . Таким образом, мы определились с естественными начальными условиями для дальнейшего решения поставленной задачи (2). Выбор направления вращения тел скопления вокруг его мгновенного центра массы не принципиален, на механизм эволюции это не влияет, можно выбрать любое.

#### 4. Численная оценка текущего этапа эволюции

Как количественно оценить состояние процесса, который включает в себя непрерывное изменение пространственного положения всех гравитирующих тел, их количества и массы?

Воспользуемся методом вложенных *Сфер*, суть которого подробно изложена в работах [2, 3]. Этот метод позволяет вычислить эволюционное число  $\beta$ , которое характеризует текущее радиальное распределение гравитирующих тел, образующих скопление. Эволюционное число  $\beta$  принимает значения в пределах от 0 (начальная фаза эволюции) до 1 (заключительная фаза эволюции) и обладает свойством инвариантности по отношению к размерам скопления и массам его образующих тел.

Для текущих (расчётных или наблюдаемых) координат тел, формируем упорядоченную (от меньшего к большему) последовательность вложенных *Сфер*, радиусы которых соответствуют удалению гравитирующих тел от мгновенного центра массы скопления.

Эволюционное число  $\beta$ , это коэффициент степенной функции:

$$\rho(r) = \rho_{min} \left( \frac{r}{r_{max}} \right)^{-3\beta}, \quad \rho_{min} > 0, \quad 0 < \beta < 1. \quad (6)$$

Здесь:  $r$  — радиусы *Сфер*;  $\rho$  — плотность *Сфер*;  $\beta$  — безразмерный коэффициент (эволюционное число);  $r_{max}$  — радиус орбиты наиболее удалённого тела (звезды) рассматриваемого скопления;  $\rho_{min}$  — плотность *Сферы* с радиусом  $r_{max}$ .

Для определения эволюционного числа  $\beta$ , используя формулы (4) и (5), формируем последовательность усреднённых плотностей *Сфер*

$$\rho_i^s = m_i^s / \left( \frac{4}{3} \pi r_i^3 \right), \quad i = 1, \dots, n, \quad (7)$$

где  $\rho_i^s$  — усреднённая плотность  $i$ -ой *Сферы*.

Эволюционное число  $\beta$ , есть результат аппроксимации полученного распределения плотности (7), степенной функцией (6). Аппроксимация иными аналитическими функциями даёт значимо худший результат. Качество аппроксимации оценивалось через коэффициент корреляции  $\mathcal{R}$ .

## 5. Численное моделирование

Расчётная модель скопления гравитирующих тел представляет собой  $n$  однородных сфер равной массы  $m^*$  и плотности  $\rho^*$ .

$$m_i = m^* = 100 \text{ кг}, \quad \rho_i = \rho^* = 2500 \text{ кг/м}^3, \quad i = 1, \dots, n = 100. \quad (8)$$

Решаем задачу (2) в двумерной постановке, то есть все траектории тел лежат в плоскости  $xOy$ . Координаты  $i$ -ого тела заданы радиусом  $r_i$  и углом  $\lambda_i$ . Угол откладывается от оси  $Ox$  против часовой стрелки. Для каждого тела угловая координата  $\lambda_i$  выбирается случайным образом в диапазоне от 0 до  $2\pi$ . Начальное распределение радиусов орбит находим по формуле (4), задав значения параметров  $\alpha = 0,97$  и  $r^* = 500 \text{ м}$ . По формуле (5) вычисляем начальные круговые скорости  $v_i^s$  для каждого из тел образующих скопление.

Теперь, определившись с начальными условиями для системы уравнений второго порядка (2), численно решаем задачу Коши с постоянным

контролем дистанции между телами, для определения момента времени выполнения условия столкновения. Два тела (сферы) считаются столкнувшимися если расстояние между их центрами масс будет меньше или равно полусумме их диаметров. Так как мы рассматриваем абсолютно неупругое столкновение, то после контакта эти два тела, уже как одно целое, продолжают движение с одной скоростью и в одном направлении. На рис. 4 показаны расчётные траектории тел до и после абсолютно

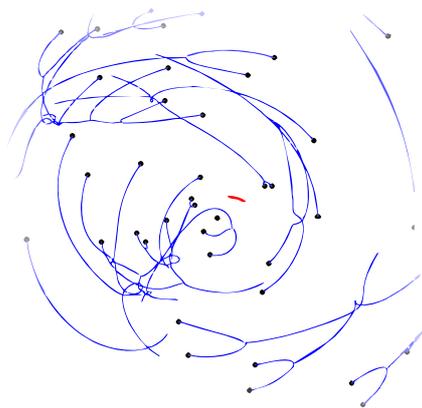


Рис. 4. Расчётные траектории тел до и после абсолютно неупругого соударения.  
Общее вращение тел происходит против часовой стрелки

но неупругого соударения, а на рис. 5 фрагменты более общей картины траекторий гравитирующих тел модельного скопления.

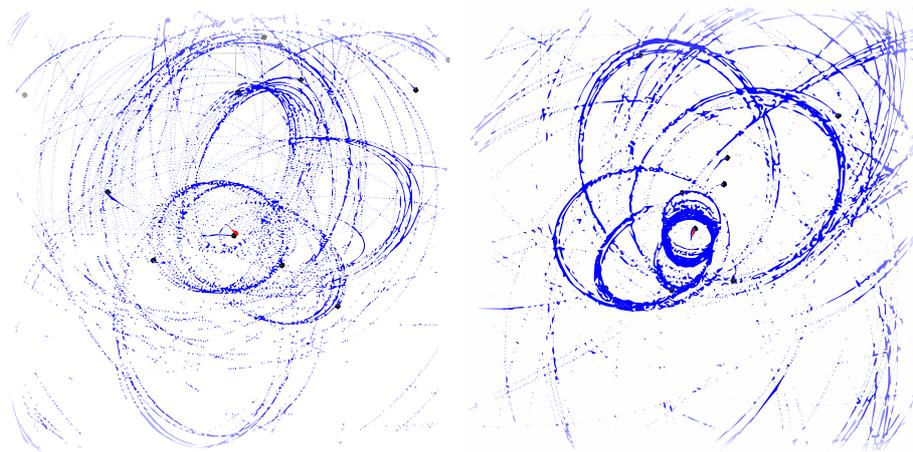


Рис. 5. Примеры расчётных траекторий гравитирующих тел скопления

Результат моделирования динамики тел скопления, в ходе эволюции с разной временной длительностью  $T = \{1200; 1500; 2500; 3000; 5000\}$  сут.,

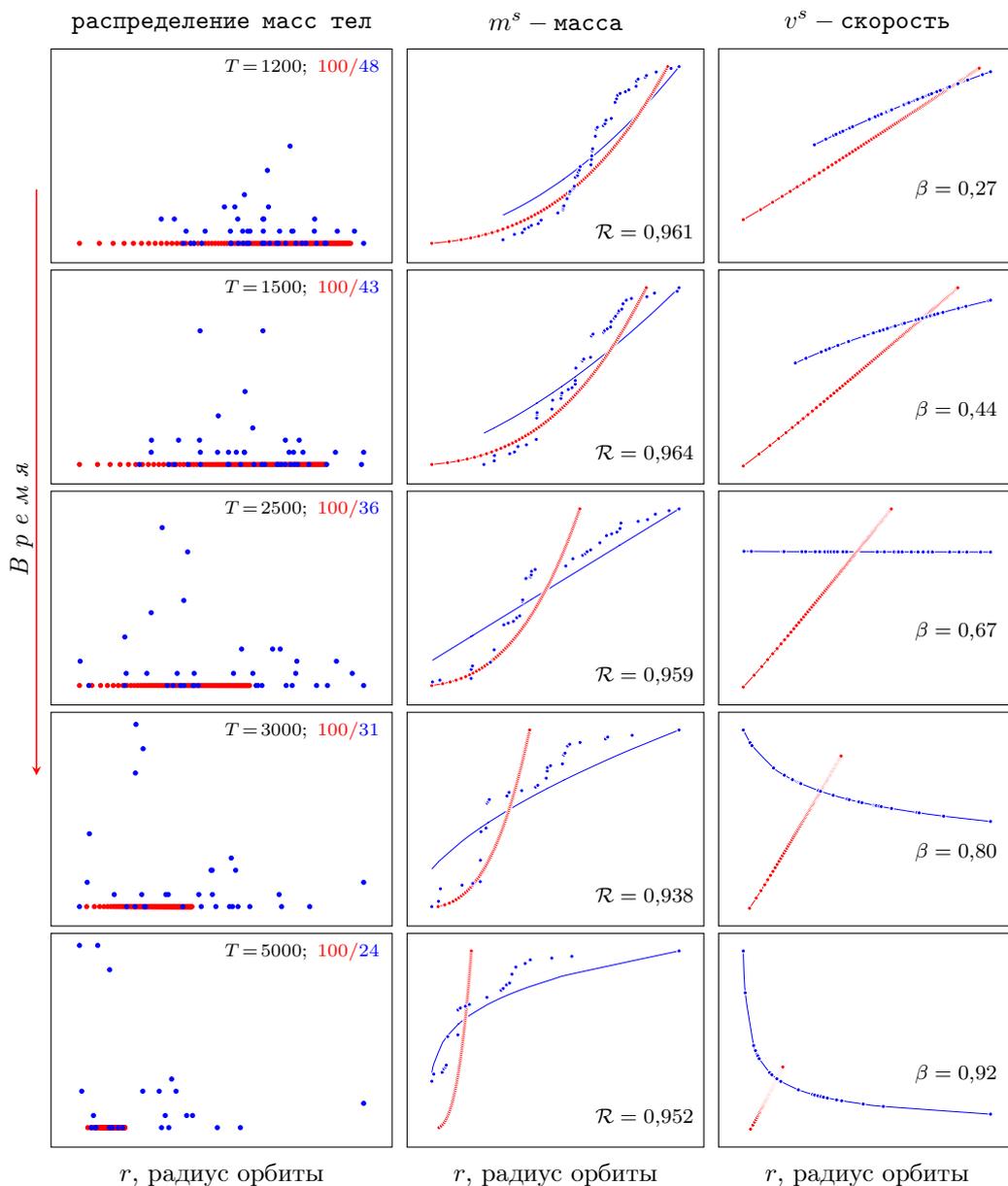


Рис. 6. Характеристики скопления гравитирующих тел при различной длительности эволюции. Красным цветом отмечено исходное состояние тел скопления, синим — текущее.  $T$  — длительность эволюции в сутках;  $\mathcal{R}$  — коэффициент корреляции;  $\beta$  — эволюционное число. 100/48 — это соотношение исходного количества тел к оставшемуся

представлен на рис. 6. На графиках красным цветом отражено исходное состояние тел скопления и их характеристик, а синим — состояние по прошествии времени  $T$ .

- Первый столбец, сверху вниз, отражает изменение распределения радиусов орбит тел и их массы по мере увеличения длительности эволюции скопления. Цифры в правом верхнем углу графиков первого столбца показывают соотношение исходного количества тел и текущего.

- Второй столбец показывает, как меняется последовательность масс вложенных *Сфер*. Синими точками отмечено расчётное распределение масс вложенных *Сфер*, а сплошная синяя линия, это её аппроксимация степенной функцией. Качество аппроксимации последовательности  $m^s$  характеризует коэффициент корреляции  $\mathcal{R}$ . Масса скопления остаётся неизменной на всём протяжении эволюции.

- Третий столбец, показывает, как изменяется вид кривой вращения и эволюционное число  $\beta$  в ходе эволюции скопления.

## 6. Выводы

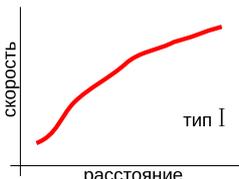
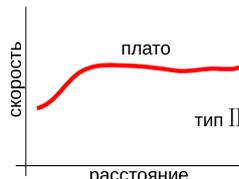
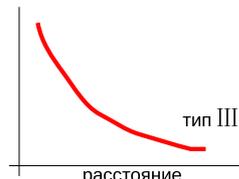
Проведённое численное моделирование эволюции скопления гравитирующих тел с учётом гравитационной аккреции показало, что горизонтальный участок на кривой вращения скопления определяется текущим пространственным перераспределением тел, совокупная масса которых остаётся неизменной на протяжении всей эволюции. На основании этого можно сделать вывод о том, что природа «загадочного» плато на графиках кривых вращения галактик (рис. 1) полностью определена законами классической механики без привлечения дополнительной гравитирующей массы.

Численный эксперимент показал, что эволюционное число  $\beta$ , модельного скопления, соразмерно эволюционным числам реальных галактик с плато на кривой вращения (таб. 1).

Соразмерность эволюционных чисел, приведённых в таб. 1, даёт основание считать, что эволюционное число инвариантно по отношению к размерам и массам скоплений, что в свою очередь, позволяет использовать его в качестве критерия классификации галактик по их эволюционному статусу.

**Несколько слов о «тёмной материи».** В силу разных обстоятельств, непреодолимой силы, научным сообществом для объяснения физической природы плато на кривой вращения галактик была привнесена сущность — «тёмная материя», это особая гравитирующая материя, которая не видима в электромагнитном диапазоне, механически всепроникающая, способна «укутывать» галактики и влиять на их динамику. В дальнейшем, отказ от физической интерпретации плато на кривой вращения

Таб. 1. Классификация галактик по количественному признаку — эволюционному числу  $\beta$ . Сопоставление эволюционного числа  $\beta$  трём характерным типам кривых вращения галактик (рис. 1)

Начальный этап		Пограничный этап		Заключительный этап	
 <p>тип I</p>		 <p>плато тип II</p>		 <p>тип III</p>	
Скопление	$\beta$	Скопление	$\beta$	Скопление	$\beta$
<i>NGC598(M33)</i>	0,496	<i>NGC6503</i>	0,660	Солнечная система	0,998
<i>NGC4010</i>	0,406	<i>NGC3198</i>	0,604	<i>NGC4138</i>	0,728
		<i>NGC2403</i>	0,548		
		<i>NGC7331</i>	0,675		
		<i>NGC4217</i>	0,642		
		<i>UGC6917</i>	0,513		
		Млечный путь	0,678		
		Расчётная модель	0,678		

с позиции материализма, привёл к множеству метафизических гипотез.

Этой сущностью постарались восполнить, якобы недостающую, гравитирующую массу галактики, что бы теоретическая кривая вращения соответствовала инструментально наблюдаемой кривой вращения галактики, что продемонстрировано на рис. 7. Пунктиром обозначена ожида-

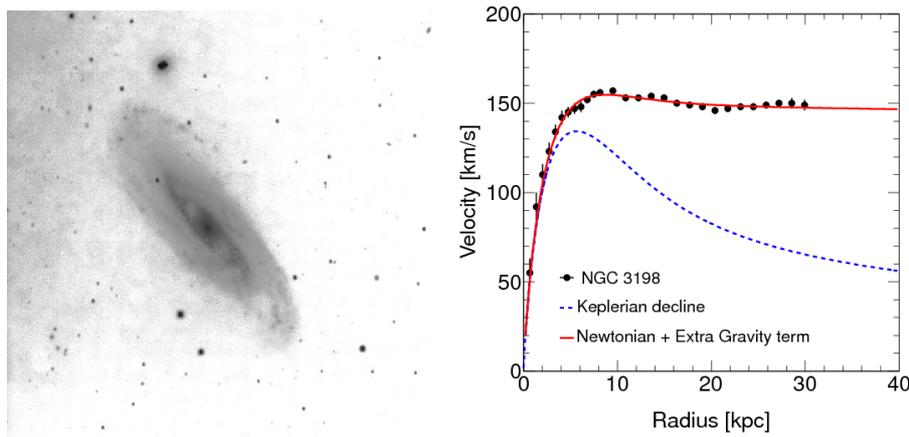


Рис. 7. Распределение наблюдаемых и вычисленных линейных скоростей звёзд, галактики NGC3198 [7], по мере их удаления от центра вращения.

емая, теоретическая кривая вращения галактики рассчитанная в рам-

ках законов классической механики. Масса галактики оценивается по доплеровским измерениям лучевой скорости наиболее удалённой от центра вращения звезды. Теория (пунктир) показала неудовлетворительный результат и из этого был сделан вывод, что в галактике значительно не хватает гравитирующей массы и, как следствие, появилась сущность — «тёмная материя», то есть источник дополнительной, не наблюдаемой, гравитирующей материи.

На наш взгляд, причина несоответствия кривых вращения (рис. 7) определяется двумя обстоятельствами, а именно бесконечным доверием к эмпирической зависимости *масса-светимость*<sup>3</sup>, а так же ограниченными возможностями наблюдательной техники по регистрации слабо светящихся объектов.

Предположим, что в, приведённом выше, численном эксперименте материальные тела (сферы) были окрашены в белый и чёрный цвета. Условимся считать, что сферы, окрашенные в чёрный цвет не видимы в электромагнитном диапазоне, в отличие от белых. На ход решения, это никак не сказывается. В ходе моделирования эволюции скопления получено плато на кривой вращения модельного скопления. Теперь, если опираться только на визуальные наблюдения, то мы регистрируем исключительно белые сферы (оценивая массу каждой по её светимости) и их суммарной массы явно не достаточно, так как чёрные сферы для наблюдения недоступны, их как бы нет. Нужна дополнительная масса. И здесь у нас два пути: повышать чувствительность регистрирующей аппаратуры для обнаружения чёрных сфер или ввести некую дополнительную метафизическую гравитирующую массу. Окраска сфер показала, что наличие плато на кривой вращения определяется только классической материей и классической трактовкой гравитационного взаимодействия материальных тел, а визуальное отсутствие тёмных сфер, это следствие недостаточной чувствительности аппаратуры.

Всё вышеизложенное подводит нас к следующему утверждению — плато на кривой вращения галактики, это отражение динамики всей гравитирующей материи, которая образует галактику. Дополнительная гравитирующая масса, в любой трактовке, не нужна.

## Список литературы

- [1] *Rubin, V. C.* Rotational properties of 21 SC galaxies with a large range of luminosities and radii, from NGC 4605 /R=4kpc/ to UGC 2885

---

<sup>3</sup>Связь между массой звезды и её светимостью была установлена А.С. Эддингтоном (A.S. Eddington, 1921).

- /R=122 кpc/ / V. C. Rubin, W. K. J. Ford, N. . Thonnard // *The Astrophysical Journal*. — 1980. — Jun. — Vol. 238. — Pp. 471–487.
- [2] *Кирьян, Д. Г.* Эволюция системы гравитирующих тел / Д. Г. Кирьян, Г. В. Кирьян // *e-prints viXra:1607.0390v3*. — 2016. — С. 20. — <http://vixra.org/abs/1607.0390>.
- [3] *Kiryman, D. G.* The Evolution of the System of Gravitating Bodies / D. G. Kiryan, G. V. Kiryan // *International Journal of Applied and Fundamental Research*. — 2017. — Dec. — Vol. 4. — P. 19. — <http://www.science-sd.com/472-25367>.
- [4] *Альвен, Х.* Эволюция Солнечной системы / Х. Альвен, Г. Аррениус. — МИР, 1979.
- [5] *Кирьян, Д. Г.* Поразрядный анализ значения гравитационной постоянной на примере крутильных весов / Д. Г. Кирьян, Г. В. Кирьян // *e-prints viXra:1708.0245 v2*. — 2017. — С. 12. — <http://vixra.org/abs/1708.0245>.
- [6] *Kiryman, D. G.* Decimal-by-Decimal Analysis of the Gravitational Constant Value as Exemplified by Torsion Balance / D. G. Kiryan, G. V. Kiryan // *International Journal of Applied and Fundamental Research*. — 2018. — Nov. — Vol. 4. — P. 12. — <http://www.science-sd.com/476-25395>.
- [7] *Yang, Y.* A new approach to the yang-mills gauge theory of gravity and its applications / Y. Yang, W. B. Yeung // *ArXiv e-prints*. — 2013.