

ВА Касимов

Пространство
Время
Движение



Касимов ВА

Пространство, время, движение

СИБПРИНТ
Новосибирск
2013

ББК 22.61+22.313+87.21

УДК 114/116:530.12

К 28

Касимов В.А.
К 28 **Пространство, время, движение.** Новосибирск: ООО агентство "СИБПРИНТ", 2013

Анализируются свойства пространственно-временных отношений на трёх уровнях организации материи: микро-, макро- и мега-; возможность объединения их координатных характеристик на основе единого упорядочивающего фактора при различении динамического и эволюционного времён. Формулируется тезис о вторичности пространственно-временных отношений и их концептуального возникновения, как параметров процедур усреднения при макронаблюдении за микропроцессами. Книга является результатом физико-философского осмысления проблемы пространственно-временных отношений - темы, которая в настоящее время весьма актуальна.

ISBN 978-5-94301-490-1

© Касимов В.А., 2011

Оглавление

Введение	5
Философские аспекты	5
О терминологии	8
Общие понятия	12
ТМК-топология	17
Арифметизация	19
Аффинная модель	19
Метрическая модель	26
Преобразование координат	35
Модели пространственно-временных отношений	41
Галилеевы и лоренцевы инерциальные системы отсчёта и 4-системы координат	42
Микро-	66
Время	66
Пространство	73
Движение. Динамика. Концепция частицы	75
О механизме формирования пространственно-временных отношений	84
Макро-	89
Время	89
Пространство	96
Движение	102
Обобщения классической динамики	108
Мега-	121
Основное противоречие ньютоновой концепции пространства и времени	121
Пространство и время в ОТО	125
Системы отсчёта и 4-системы координат в ОТО	129
Арифметизация пространственно-временных отношений в ОТО.	129
Координатные и метрические соотношения	129
Интегральные пространственно-временные характеристики	136
Движение	139
Эволюционное время	142
Заключение	150
Приложение1. <i>Метрика Шварцшильда</i>	160
Приложение2. <i>Операторные меры</i>	167
Приложение3. <i>Возникновение пространственно-временной определённости</i>	177
Общие соображения (<i>необходимость постановки вопроса</i>)	177
Феномен трёхмерия (<i>пространственная "3-конденсация"</i>)	186
Пространственно-временная локализация. Нерелятивистский случай.	190
О топологических фазах материи	193
Приложение4. <i>Некоторые топологические парадоксы СТО</i>	200
1. Парадокс Эйнштейна-Подольского-Розена	200
2. Тень улыбки "Чеширского кота"	222
ЭПР	225
Анализ результатов решения задач про лампочки	229
О релятивистской задаче про карандаш и пенал	231
Выводы о некоторых других утверждениях и парадоксах	236
Литература	239

Введение

Философские аспекты



Известная философская формула: *пространство и время - всеобщие формы существования материи*, заставляет нас ввести несколько уровней представления наших знаний о пространственно-временных отношениях, которые мы будем условно называть уровнями онтологизации нашего понимания этих отношений. Эти уровни можно рассматривать как онтологические срезы в процессе познания сущности пространственно-временных отношений и становления их понятийной определённости.

Нулевой уровень онтологизации представляет уровень отражения *всеобъемлющего бытия и сущностей*, его наполняющих. На нулевом уровне онтологизации *Мир* как целостная сущность (*универсум*), не имеет ни начала, ни конца, ни возраста, и существует во вне пространственно-временном аспекте, поскольку это первичное понятие, введённое до последующей факторизации.

Концептуальная определённость всеобъемлющего бытия начинается с его факторизации на *существование* (предтечи причинного или временного упорядочения состояний сущности в становлении под влиянием других сущностей) и *сосуществование* (предтечи пространственных отношений, то есть независимого присутствия сущности в мировом существовании без взаимного влияния друг на друга), что даёт возможность говорить о *первом уровне онтологизации*. На этом уровне определённости существования в изменении и сосуществования без взаимного влияния можно уже говорить и о физическом *возникновении* сущностей (миров), об их независимом сосуществовании, о *началах* и *концах* пребывания их в бытии.

Отделимость и различимость объектов в их индивидуальном существовании и сосуществовании (например, мыслей в голове индивида; квантовых объектов, каждый из которых описывается единой волновой

6.

функцией; бран в пространстве большей размерности и т. д.) позволяют внести большую определённую в описании пространственно-временных отношений, что зафиксируем как *второй уровень онтологизации*. Хотя различимость и отделимость сущностей здесь и фиксируются, тем не менее, степень близости или топология и геометрия отношений объектов не формализуется.

Трудно сомневаться в реальности существования мыслей в голове человека. Сама же мысль представляет собой некий нейрохимический процесс, который имеет начало, эволюционирует и заканчивается неким оформлением результата размышления в виде определённого вывода готового для принятия некоего решения. Несколько мыслей в голове могут и сосуществовать, хотя их локализация эфемерна и призрачна. Однако можно точно сказать, что мысли разных людей локализованы в разных черепных коробках. На этом частном примере мы иллюстрируем возможность существования отделимых и различимых сущностей в существовании и сосуществовании, но не совсем в пространственно-временном аспекте.

Современное состояние физики различает три ипостаси физического бытия для отделимой сущности второго уровня: *микро-*, *макро-* и *мега-*. Они представляют на сегодняшний день основные известные "*иерархические*" уровни организации материи¹⁾. Такое понимание физической реальности мы будем связывать с *третьим уровнем онтологизации*.

С самых древних времён считалось и считается, что физика – это наука о том, что мы видим, наблюдаем, то есть то, что в известном смысле является предметом *макро-*. А смысл рационального познания Природы состоит в том, чтобы говорить, объяснять и прогнозировать "*видимые*" явления в соответствии с опытом. Очевидно, что в этом случае концепции *микро-* и *мега-* должны быть обязательно "*спроецированы*" *на макро-*. В этом и состоит суть *практического и целевого* познания Природы Человеком.

Далее, в представления физическими знаниями необходимо также обратить внимание на ряд аспектов.

¹⁾ Слово "*иерархические*" мы намеренно взяли в кавычки, поскольку об условности его использования свидетельствуют известные факты: результаты экспериментов А. Аспека обнаруживают возможность непосредственной связи микроуровня с мегауровнем. Таким образом, отношения микро- и мега- могут иметь и непосредственный характер, нарушая истинную иерархию входимости или подчинённости.

Первый. С точки зрения философской *концепции деятельности* физическое отражение реальности является проецированием *микро-* и *мега-* на *макро-*.

Второй. На каждом иерархическом уровне для причинно обусловленных фрагментов характерны свои закономерности, описываемые своим языком с учётом уровня онтологизации и в рамках своего понятийного аппарата.

Намёк. С помощью терминов "два" и "полтора" можно весьма компактно выразить понятие "три", а именно: *"три" - это есть "полтора", взятое два раза*. Обозначим этот словарный запас как *язык 1*. Однако обратно, с помощью термина "три" нам не удастся конечным и законченным образом дать определение понятию "два", ибо бесконечную дробь 0.66666 ... нельзя воспроизвести словами. Обозначим этот словарный запас как *язык 2*. Мы видим, что для выражения понятия "два" в *язык 2* требуется ввести какие-то новые термины. Однако гарантии того, что не появятся новые нюансы в связи с появлением этих терминов отсутствуют. Таким образом, *выразимость или выводимость понятий на одном языке вполне может быть несопоставимой с выразимостью или выводимостью этих же понятий на другом языке*. Аналогичные постановки задач *выводимости* есть и в строгой математике: в формальных логических системах они представлены, например, *теоремами выводимости* Тарского, Гёделя.

Таким образом, становится понятным, что говорить на макроязыке, например, о возрасте Вселенной, как характеристике мегаобъекта, придётся "долго, неопределённо и, скорее всего, непродуктивно".

Аналогичная ситуация возникает и с языками описания на всех трёх иерархических уровнях. С известной степенью вольности можно сказать, что некоторые "истины" одного иерархического уровня "невыводимы" или "непонимаемы" на другом уровне. Ярким примером этому является и вопрос о возрасте Вселенной: на языке макрофизики мы задаём вопрос к объекту, который ещё не идентифицирован в причинной упорядоченности существования. Аналогичный вопрос по осмысленности его понимания для микрофизики: *Какова размерность пространства?* Это именно те вопросы, наряду и с другими, которые имеют вполне определённый смысл только для макрофизики.

Третий. Необходимость использования некоего метаязыка, общего для всех иерархических уровней, и средств конвертации или трансляции языков

описания с одного иерархического уровня на другой. Разумеется, выразительность метаязыка будет по конкретике намного беднее языка отдельного иерархического уровня. Однако онтологизация физических понятий каждого уровня и вывод их на метауровень понимания - это необходимость в преодолении сегодняшнего кризиса в физике. Такой язык уже есть: это язык философии, язык представления общих знаний.

Ключевое слово "существует". Под термином *существует* следует понимать результат онтологизации отношения *сознания* к всеобъемлющему бытию. Само же это отношение возникает как отражение фрагмента материального бытия в сознании. Отношение же бытия к сознанию или сознания к бытию — предмет основного вопроса философии, который в материалистической физике решается однозначно: *материя — первична, сознание — вторично*.

Факт существования фиксируется сознанием либо непосредственно через наши органы чувств, либо косвенно через специальный инструментарий, предназначенный для этого. Посредником между фиксацией факта существования фрагмента бытия и отражением его в сознании выступают соответствующие теории.

Доказать факт существования можно только эмпирическим путём. В соответствии с индуктивной логикой, обратное — неверно: доказать факт несуществования невозможно. Отсюда следует важный методологический вывод: *говорить можно только о существующих вещах*, ибо разговор о несуществующем — это, как использование нуля в арифметике: чтобы мы не умножали на нуль, результат всегда будет один - нуль.

О терминологии

Как уже отмечалось, на третьем уровне онтологизации пространственно-временных отношений современное физическое мировоззрение различает три ипостаси существования единого физического Мира: *микро-*, *макро-* и *мега-*.

Конкретные проявления пространственно-временных отношений в этих трёх ипостасях существования имеют свои отличительные особенности.

Поскольку пока не существует общепринятой терминологии по поводу затронутой темы, уточним смысл применяемых здесь понятий.

В отличие от ньютоновой концепции, утверждающей *субстанциальность* как пространства, так времени, и рассматривающей их как вместители событий, здесь будет делаться акцент на отношения в смысле лейбницевой концепции. Говоря о *физическом пространстве-времени*, мы более всего будем подразумевать *пространственно-временные отношения между реальными физическими телами*.

Мы будем использовать понятия *топологического*, *аффинного* и *метрического* пространств. Хотя концептуально эти понятия и хорошо известны в математике, тем не менее, их физическое рассмотрение требует уточнений.

Под *аффинным* пространством понимается такое многообразие, в котором определена упорядоченность его элементов.

Под *топологическим* пространством понимается такое многообразие, в котором определено понятие близости его элементов .

Мера Жордана — один из способов формализации понятия длины, площади и объёма в n -мерном евклидовом пространстве. Для одномерного "непрерывного" множества мера Жордана определяется как разность чисел, определяющих правую и левую границы множества. "Калибровка" меры Жордана с помощью физических эталонов приводит к физически измеримым пространственным длинам, промежуткам времени и 4-интервалам четырёхмерного пространства теории относительности. Когда мы будем говорить о мере Жордана, мы будем подразумевать отсутствие калибровки по физическим эталонам множества пространственно-временных значений.

Под *физически метризуемым* пространством понимается такое аффинное пространство с классической топологией, в котором упорядочение элементов

осуществляется с помощью физически реализуемых процедур с использованием объективных эталонов.

Мы будем различать динамическое, собственное и эволюционное времена.

Динамическое время определяется исходя из процедур упорядочения движения бесструктурной материальной точки не имеющей размеров.

Собственное время измеряется точечными неподвижными часами, то есть собственное время является точечно-локальной характеристикой.

Эволюционное время определяется исходя из факторизации и упорядочивания изменений сложной системы. Поскольку точечная локальность системы здесь не предполагается, то и точечная локальность эволюционного времени также не подразумевается. Однако, эволюционное время бесструктурной точечной системы может быть отождествлено с собственным временем, то есть *собственное время следует рассматривать как частный случай эволюционного времени для точечной системы.*

Синхронизацией называется процедура установления соответствия между динамическим и собственным временами.

Время может обладать свойствами аффинности и метричности.

Аффинность времени или обладание свойством аффинности означает возможность установления причинного порядка следования в последовательности становления событий.

Метричность времени означает такую упорядоченность (аффинность), при которой возможно физически корректное количественное измерение интервалов времени с помощью физических процессов по объективно существующим эталонам.

Метрические или аффинные свойства время получает в результате процедуры *арифметизации* пространственно-временных отношений, рассматриваемой как наделение их геометрическими атрибутами. При этом *временной упорядочивающий фактор* будет называться в дальнейшем *координатным* временем в геометрическом смысле.

Типы *микро-*, *макро-*, *мегасистем* или объектов – разные. Соответственно этому и изменения систем разного иерархического уровня организации материи должны описываться разными динамическими уравнениями и своими способами упорядочения становления событий. В этом случае и упорядочивающие пространственно-временные характеристики будут отличаться по свойствам, а отдельное рассмотрение проблем пространственно-временных отношений на разных иерархических уровнях организации материи является, очевидно, необходимым для обобщения свойств динамических и эволюционных времён и сведения их к единому упорядочивающему фактору, если это возможно.

Здесь мы хотели бы обратить внимание в первую очередь на следующие моменты.

Время, как фактор, упорядочивающий изменения, традиционно рассматривается в основном в связи с изменениями положения физического объекта по отношению к другим объектам. При этом описываются особенности пространственно-временного существования бесструктурной материальной точки в трёх ипостасях: *микро-*, *макро-* и *мега-*. *Упорядочивающий фактор по отношению к изменениям пространственного положения мы будем называть динамическим или кинематическим временем.* Обобщение же способа упорядочения изменения положения бесструктурных материальных точек на все уровни организации материи возможно при введении *координатного* времени, которое, однако, может сохранять лишь свойство аффинности, теряя при этом свойство универсальной физической измеримости.

Возможность упорядочения изменений сложных систем с помощью кинематического упорядочивающего фактора необходимо рассматривать, строго говоря, как предположение или гипотезу. Здесь мы попытаемся более чётко определить понятие эволюционного времени.

Общие понятия

Предварим обсуждение проблем пространственно-временных отношений в физике решением простой задачи, результаты решения которой оказываются парадоксальными.

Задача 1.1. Пусть инерциальная система отсчёта Σ' движется вдоль общей оси X со скоростью V относительно неподвижной лабораторной системы Σ . Вдоль всей *положительной* оси X' размещены лампочки. В момент времени $t' = 0$ вспыхивают все лампочки. Как будет выглядеть картина с лампочками в системе Σ на оси X ? Рассмотреть продолжение сценария: лампочки вспыхивают и сразу же гаснут.

Примечание: в момент времени $t = t' = 0$ начала координат систем Σ и Σ' совпадали: $x = x' = 0$.

Решение

Часть 1. Рассмотрим две лампочки в системе Σ' . Координаты событий, связанных со вспышками этих лампочек, обозначим через (x'_1, t'_1) , (x'_2, t'_2) . По условию задачи $t'_1 = t'_2 = 0$. Пусть $x'_1 < x'_2$.

Согласно преобразованиям Лоренца координаты вспышек первой и второй лампочек в системе Σ вычисляются по формулам:

$$x_1 = \frac{x'_1}{\sqrt{1-V^2}}, \quad t_1 = \frac{Vx'_1}{\sqrt{1-V^2}}; \quad x_2 = \frac{x'_2}{\sqrt{1-V^2}}, \quad t_2 = \frac{Vx'_2}{\sqrt{1-V^2}}.$$

Так как $x'_1 < x'_2$, то $t_1 < t_2$. То есть в системе Σ упорядоченность вспышек лампочек будет совпадать с упорядоченностью их расположения на оси X' . Поскольку наше множество лампочек содержит минимальный (первый) элемент, в точке $x' = x = 0$ в момент времени $t' = t = 0$ возникнет “бегающий зайчик” вспыхивающих лампочек вдоль оси X .

Скорость движения этого зайчика определяется формулой

$$U = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{1}{V}$$

или в метрической системе единиц

$$U = c \frac{c}{V}, \text{ здесь } c - \text{ скорость света}$$

Эта скорость будет тем больше, чем меньше скорость V движения системы Σ' относительно Σ . В пределе $V=0$ эта скорость обратится в ∞ .

Зайчик левого конца этой цепочки, обусловленный распространением фронта волны от лампочки начала цепочки (лампочек на отрицательной полуоси нет) будет двигаться со скоростью света в противоположном направлении.

Часть 2. Лампочки вспыхивают и гаснут в момент времени t' . Как будет выглядеть картина с лампочками в системе Σ на оси X ?

Пусть в продолжение ситуации части первой задачи в момент времени τ' в системе Σ' выключились одновременно все лампочки.

Точечному событию в системе Σ' выключения первой лампочки ($x' = 0, \tau'$) соответствуют координаты в системе Σ :

$$\left(x = \frac{V\tau'}{\sqrt{1-V^2}}, \tau = \frac{\tau'}{\sqrt{1-V^2}} \right).$$

По тем же самым причинам, описанным в первой части решения, в момент времени τ возникнет “бегущий зайчик” выключений лампочек вдоль оси X . Скорость движения “бегущего зайчика” выключений лампочек будет также равна U . Фронт же светлого зайчика, возникшего в системе Σ в момент включения лампочек, к моменту времени τ удалится на расстояние R :

$$R = \tau U = \frac{\tau'}{\sqrt{1-V^2}} \frac{1}{V}$$

и будет продолжать своё движение с прежней скоростью U .

Таким образом, после одновременного выключения в системе Σ' всех лампочек, наблюдатель системы Σ зафиксирует появление распространяющегося *вправо* вдоль оси X со скоростью U цуга светящихся лампочек длиной l : лампочки правого фронта последовательно вспыхивают, а лампочки левого фронта этого цуга последовательно гаснут.

Обобщая, можем сказать: с точки зрения наблюдателя системы Σ , в момент времени $t = 0$ начинает формироваться цуг светящихся лампочек, правый фронт которого распространяется со скоростью U вдоль оси X ; в момент времени τ формирование цуга заканчивается и цуг светящихся лампочек, как целое, начинает движение вдоль оси X . Длина этого цуга l определяется по формуле

$$l = R - x = \frac{\tau'}{\sqrt{1-V^2}} \left(\frac{1}{V} - V \right) \approx \frac{\tau'}{\sqrt{1-V^2}} \frac{1}{V}.$$

Последнее равенство подразумевает выполнимость условия $V \ll 1$.

Условия применимости приближения непрерывного распределения лампочек можно записать в виде

$$\Delta' \ll l', \text{ где } \Delta' - \text{расстояние между лампочками.}$$

Если рассматривать свойство “светит - не светит” распределённой цепочки лампочек, как характеристику или параметр физической системы, принимающий два значения - *да* и *нет*, то при рассмотрении процесса формирования значения этого параметра концепция точечного распространения сигнала приводит к противоречивым выводам с точки зрения принципа относительности.

Сопоставляя картины событий в обеих системах отсчёта, можно видеть, что системы отсчёта Σ и Σ' оказываются неравноправными: в системе Σ' лампочки положительной полуоси зажигаются все и сразу, а в системе Σ они никогда не зажгутся все, поскольку у распространяющегося зайчика конечная скорость, а длина оси бесконечна. То есть с точки зрения наблюдателя системы Σ , происходит некий внутренний процесс эволюции системы, которая представляется целостной цепочкой лампочек, а формирование параметра "светит - не светит" цепочки лампочек с его точки зрения необходимо рассматривать как внутренний механизм эволюции самой системы.

Для того, чтобы разобраться в этом и других сходных парадоксах необходимо вернуться к истокам возникновения пространственно-временных понятий. В описании пространственно-временных отношений основными понятиями являются: длина или расстояние, интервал времени и скорость. Для измерения скорости прямолинейного и равномерного движения физического тела из точки А в точку В (см. рис. 1) необходимо измерить расстояние $s = \Delta x$ между этими точками, измерить время Δt , затраченное на преодоление этого расстояния. Вычисленное отношение $v = \Delta x / \Delta t$ будет представлять собой численное значение скорости.

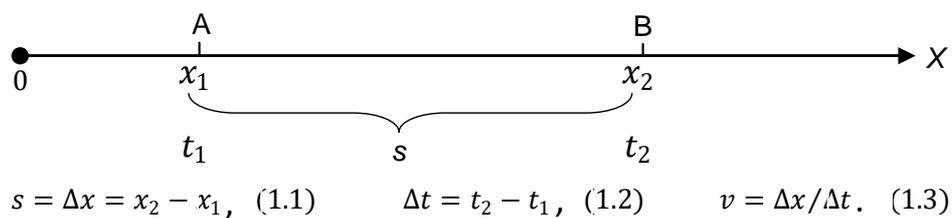


Рис. 1

При измерении интервала времени Δt по показаниям разноместных часов, находящихся в точках А и В, необходимо обеспечить их предварительную синхронизацию. Как это сделать – будет обсуждаться позже, а в настоящий момент нашей целью является - представить понятийные составляющие определения и процедуры измерения скорости. Вот они: *время, измерение*

времени, синхронизация часов; расстояние, измерение расстояния; использование формулы (1.3). Перед обсуждением этих вопросов опишем математическую сторону постановки задачи.

Необходимо остановиться на некоторых терминологических нюансах в определениях. Мы будем различать метрические и метризованные пространства.

Абстрактным метрическим пространством в математике называется пара (X, ρ) , состоящая из некоторого множества (пространства-носителя) X элементов и *расстояния*, то есть однозначной, неотрицательной функции $\rho(x_1, x_2)$, определённой для любых x_1 и x_2 из X и подчинённой следующим трём аксиомам:

- 1) (аксиома безразмерности первичных объектов): $\rho(x_1, x_2) = 0$ тогда и только тогда, когда $x_1 = x_2$;
- 2) (аксиома симметрии): $\rho(x_1, x_2) = \rho(x_2, x_1)$;
- 3) (аксиома треугольника): $\rho(x_1, x_3) \leq \rho(x_1, x_2) + \rho(x_2, x_3)$.

Определяющим элементом метрического пространства является расстояние между парами элементов.

Метризация пространства в физике подразумевает существование реализуемых процедур арифметизации с использованием физических эталонов, а *физически метризованное пространство* является результатом проведения этих процедур в реальном пространстве.

Арифметизация представляет собой процедуру перехода от концептуальной модели пространства к описанию реального пространства-времени. С точки зрения субстанциональной ньютоновой концепции суть этой процедуры - "накинуть координатную сетку" на все точки 4-пространства-времени. Однако, придерживаясь лейбницевой концепции пространственно-временных отношений, под арифметизацией этих отношений мы должны понимать существование алгоритмической возможности определить четвёрку координат (x, y, z, t) для любого физического события.

Абстрактным топологическим пространством в математике называется пара (X, τ) , состоящая из некоторого множества (пространства-носителя) X элементов и топологии τ , то есть любой системы его подмножеств G подчинённой следующим двум аксиомам:

- 1) само множество X и пустое множество \emptyset принадлежат τ ;
- 2) сумма $\cup G_\alpha$ любого (конечного или бесконечного) и пересечение $\cap G_\alpha$ любого конечного числа множеств из τ принадлежит τ .

Множества, принадлежащие системе τ , называются *открытыми*.

Определяющим элементом топологического пространства является близость элементов.

Из определений метрического и топологического абстрактных пространств следует, что *первичными элементами*, на которые “натягиваются” пространственные отношения, являются “точки”, а множества этих “точек” являются геометрическими образами реальных физических объектов. Следует иметь в виду, что здесь термином “точка” обозначается некая элементарная сущность, рассматриваемая в геометрии (метрической или топологической) как изначальная и не подлежащая определению.

Если топология пространства задаётся с помощью какой-либо метрики, то это топологическое пространство называется метризуемым. В общем же случае топологические пространства позволяют ввести понятия близости элементов, непрерывности пространственных отношений и сходимости, не используя понятия “расстояние” метрических пространств.

В точечно-метрической классической топологии (*ТМК-топологии*) точки представляются *нуль-мерными* объектами. В физике же точками чаще всего представляют физические тела, размерами которых можно пренебречь и которые могут быть бесконечно близкими. Этим самым подчеркивается, что точечное представление физических тел является на самом деле аппроксимацией.

ТМК-топология²⁾

При математическом описании физических явлений используется в основном точечно-метрическая классическая топология (*ТМК-топология*), воплощённая в методах математического анализа. Необходимо отметить важные особенности применения *ТМК-топологии* к решению задач пространственно-временных отношений, что даст нам недвусмысленный намёк на ограниченность её применимости. Чтобы понять, в чём причина этой ограниченности, необходимо вернуться к истокам возникновения концепции непрерывности точечно-метрической классической топологии.

Носителями концептуальных пространственных отношений в *ТМК-топологии* являются безразмерные точки. Соответственно этому, необходимо подтвердить возможность существования физических объектов, не имеющих размеров, представимых точками. В физике носителями пространственно-временных отношений являются точечные *события*. Разберём предметно несколько теорем математического анализа и выясним — как соотносятся точки концептуального пространства с точечными событиями пространственно-временных отношений в физике.

Важным свойством концептуального пространства является его *полнота*: *пространство R называется полным, если там сходится любая фундаментальна последовательность Коши*. Понятие полноты пространства — базовое для математического анализа и гарантирует применимость мощного аппарата математического анализа. Свойство полноты пространства позволяет ввести понятия близости точечных элементов, *генетической тождественности точек* при движении, четко определять предельные свойства множеств, сходимости, предела и других логически сопутствующих моментов и элементов дифференциального и интегрального исчислений. Сама же сходимость последовательностей, предельные переходы, то есть

²⁾ Чтобы избежать понятийной путаницы, здесь под термином *пространство* подразумевается концептуальное пространство, с которым работает математика. В физическом же контексте мы будем говорить о пространственно-временных отношениях. Необходимость различения этих понятий очевидна.

топологические свойства пространства формализуются введением метрики пространства для регламентации близости элементов.

В качестве базовых критериев полноты метрического пространства можно привести следующие теоремы математического анализа:

1. *Для того чтобы метрическое пространство R было полным, необходимо и достаточно, чтобы в нём всякая последовательность вложенных друг в друга замкнутых шаров, радиусы которых стремятся к нулю, имела непустое пересечение.* Это утверждение, известное как теорема о вложенных шарах, другими словами позволяет говорить так: уменьшая размеры шара (используя свойство метричности пространства), можно бесконечно близко подойти к центру шара (топология близости). Точка центра шара существует в силу полноты пространства. С физической точки зрения при этом весьма понятными представляются понятия расстояний, их измерений и близости точечных элементов пространства.
2. *Каждое метрическое пространство R имеет пополнение, и это пополнение единственно с точностью до изометрии, оставляющей неподвижными точки из R .* Эта теорема говорит о возможности пополнения метрического пространства, однако, с возможным возникновением посторонних (фиктивных) событий, обусловленным пополнением пространства. Априорное наделение реальных пространственно-временных отношений свойством полноты приводит нас к ньютоновой концепции непрерывного пространства-времени.
3. *Полное метрическое пространство R не может быть представлено в виде объединения счетного числа нигде неплотных множеств.* Это утверждение (теорема Бэра) соотносит наши концептуальные рассуждения с возможностью сопоставления их с опытом и утверждает невозможность с помощью ограниченного числа измерений (и даже их бесконечно-счётного числа) представить плотное пространство.

Таким образом, основными особенностями применения ТМК-топологии к решению пространственно-временных задач являются следующие:

- ☞ Возникновение фиктивных событий — в силу 2°, и невозможность опытным путём подтвердить полноту пространственно-временных отношений физических событий — в силу 3°
- ☞ Кроме того, в микромире отсутствуют объекты, которым можно сопоставить точки концептуального пространства.

- ☞ При рассмотрении задач, в которых размеры физических объектов много меньше характерных размеров рассматриваемых систем, *ТМК-топология* является приемлемым приближением. Однако и здесь возникают проблемы, связанные с "рождением" фиктивных событий при пополнении пространства (например, в СТО при рассмотрении парадокса близнецов).

Арифметизация

Аффинная модель

Для *формализованного описания* взаиморасположения физических объектов необходимо выбрать для них математическое представление как первичных элементов геометрии. Например, для описания и отображения местоположения домов в городе используются *названия* улиц и номера домов. Сам способ упорядоченного представления взаиморасположения бесструктурных элементов называется *адресацией*³⁾. В данном случае метод адресации использует представление объектов в так называемых *номинальных шкалах* идентификации — это названия улиц и домов. Хотя для названий домов и используются числа, однако при появлении новых домов в уже упорядоченной системе адресации могут появляться номера с дробями или буквами, что и свидетельствует о природе используемой шкалы. Так что использование чисел для нумерации домов обусловлено чисто практическими причинами: это типизирует процедуру образования имён. Для удобства обозначения домов вдоль улицы всё же используется последовательная нумерация с помощью чисел натурального ряда. Такой переход, к так называемой *порядковой шкале* идентификации, даёт дополнительные преимущества в описании последовательности домов: так разность последнего и первого номеров некоторой последовательности за вычетом единицы даёт число домов, находящихся между граничными; кроме того, информация об

³⁾ Однако можно говорить и об упорядочении объектов с внутренней структурой и нетривиальной топологией, когда близость элементов может задаваться не застывшей геометрией, а внутренним содержанием объектов, то есть представляться управляемыми параметрами. Подобные идеи используются в информатике.

упорядоченности номеров по возрастанию или убыванию облегчает поиск требуемого объекта.

Для арифметизации пространственно-временных отношений в классической физике используется концептуальная модель *ТМК-топологии*, где в качестве первичных конструкций выступают нуль-мерные точки, координаты которых представляются *действительными числами*.

Следует отметить, что такой выбор представления первичных конструкций — вопрос совсем неоднозначный. Например, в квантовой механике при описании наблюдаемых величин, в том числе и расстояний, в качестве первичных конструкций и их "изображений" выступают самосопряжённые эрмитовские операторы.

Здесь же при построении моделей пространственно-временных отношений, сохранив классическую парадигму, в качестве бесструктурных первичных элементов с геометрической и топологической точек зрения, выбираются точки, которые и представляться действительными числами. Такую конструкцию мы будем называть геометрической точечной моделью, подразумевая, тем не менее, её двойственность. Именно на эти точечные объекты, изображаемые действительными числами, и будут "натягиваться" свойства пространственно-временных отношений.

Таким образом, первичные элементы геометрии в физике изображаются точками и представляются действительными числами; сами точки представляют собой объекты, не имеющие каких-либо геометрических и топологических характеристик⁴⁾.

На основе понятия точки определяется геометрическая и топологическая модель пространства, которое можно представлять заполненным этими точками. В классической физике для геометрических точек существуют прообразы. Ими являются тела, размерами которых можно пренебречь.

Рассмотрим два способа арифметизации пространства точек.

⁴⁾ Хотя точка, как физический объект, может обладать и не топологическими свойствами такими, например, как заряд, масса, цвет и другими.

Первый и самый простой способ арифметизации, например, одномерного пространства заключается в задании для выбранной точки случайного числа, полученного, например, с помощью генератора случайных чисел методом Монте-Карло. Хотя об упорядоченности результатов при такой арифметизации можно говорить очень и очень условно, тем не менее, каждая точка пространства получает свой собственный признак или случайный “адрес”, по которому её можно идентифицировать. Характерной особенностью этого метода является то обстоятельство, что из процедуры генерации выпадают бесконечные дроби и иррациональные числа (а то и отрезки при генерации только целых чисел). Вследствие этого необходимо будет вынужденно использовать модель с “выколотыми” точками (а то и с “вырезанными” отрезками) для описания пространства. Более того, в силу случайного характера процедуры арифметизации говорить о топологии⁵⁾ в представлении классической непрерывности пространства не придётся. Этот способ арифметизации достаточно хорошо ассоциируется с описанием природы поведения микрообъектов и даёт пример недостаточности такой процедуры арифметизации для наделения пространства классической топологией.

При втором способе арифметизации используются концептуальные свойства специальным образом выбранных множеств точек как удобных геометрических построений. К ним относятся в первую очередь линейно упорядоченные множества, которые можно изображать в виде числовой оси для визуальной иллюстрации свойств линейно упорядоченных множеств. Конечно, возможность графической визуализации упорядоченности уже предполагает наличие такого пространственного свойства в реальности, но это всё же не будет явным отождествлением. При таком подходе не должно появляться искушения автоматически переносить концептуальные свойства множества на свойства реального пространства, вследствие чего могут возникать иллюзии самоочевидности проблемных свойств: просто при оценке корректности концептуальной модели и её отдельных фрагментов при сравнениях со

⁵⁾ В смысле понятия “близости” точек.

свойствами реальных пространственных отношений могут возникать понятийные "ножницы".

Известно, что множество всех действительных чисел представляет собой *упорядоченное* множество, а представляют это множество традиционно с помощью числовой оси. Свойство упорядоченности предполагает, что для любых двух нетождественных элементов упорядоченного множества всегда один из них предшествует другому. Предшествующий элемент можно назвать *левым* элементом по отношению к последующему, а последующий элемент *правым* по отношению к предшествующему. Можно также говорить, что из двух нетождественных элементов левый элемент *меньше* правого, а правый *больше* левого. Учитывая возможность такой интерпретации упорядоченности, множество действительных чисел допускает своё представление в виде точек на числовой оси.

Числовая ось X с началом в точке O (см. рис. 2) будет представлять собой бесконечное линейно упорядоченное множество точек. Здесь каждой точке числовой оси единственным образом ставится в соответствие число из

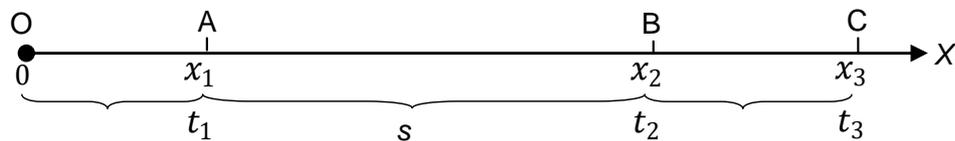


Рис. 2

множества действительных чисел.

На числовой оси можно выделить линейные подмножества (подмножества смежных точек) в виде *интервалов*, например $[x_1, x_2]$, для AB .

Отметим основные свойства интервалов как линейных подмножеств числовой оси.

Интервалы содержат в себе бесконечное множество точек, которые нельзя пересчитать. Однако для каждого интервала $[x_1, x_2]$ можно определить меру, выражаемую формулой

$$M(x_1, x_2) = x_2 - x_1. \quad (1.4)$$

Мера множества, определяемая этим соотношением, называется *мерой Жордана* и обладает свойством *счётной аддитивности*:

$$M(x_1, x_3) = M(x_1, x_2) + M(x_2, x_3). \quad (1.5)$$

Характерная особенность отрезков числовой оси: исходя из определения меры множества (1.4) и выражения (1.5) мы не можем сказать – какое из множеств $[x_1, x_3]$, $[x_1, x_2]$, $[x_2, x_3]$ “больше”, хотя первое множество $[x_1, x_3]$ является объединением (“суммой”) двух других: $[x_1, x_3] = [x_1, x_2] \cup [x_2, x_3]$. Дело в том, что между всеми тремя множествами можно установить взаимно однозначное соответствие как множествами одинаковой мощности (*континуум*). Поэтому можно сказать, что все множества содержат в себе “одинаковое число” точек. В силу этого можно заметить, что представление множеств на рис. 2, инвариантно относительно сжатий и растяжений числовой оси: упорядочение точек не меняется – левые точки остаются левыми по отношению к выбранной точке, правые – правыми. Ситуация аналогична той, которая характерна для адресации домов в городе: как бы мы не удлиняли улицу, как бы мы не искривляли её, например виртуальными методами с помощью ПК – представление упорядоченности взаиморасположения домов вдоль улицы будет оставаться неизменным.

Описанная конструкция с числовой осью представляет собой по существу модель одномерного пространства. Обобщение одномерной модели на трёхмерие осуществляется с помощью формальной процедуры декартова произведения $X \otimes Y \otimes Z$ множеств, представленных тремя числовыми осями X, Y, Z , в результате чего точка в 3-модели будет характеризоваться уже тройкой вещественных чисел – x, y, z . Жорданова мера множества точек (x, y, z) , удовлетворяющих условиям $x \in [x_1, x_2]$, $y \in [y_1, y_2]$, $z \in [z_1, z_2]$, определяется произведением

$$M[(x_1, x_2); (y_1, y_2); (z_1, z_2)] = (x_2 - x_1)(y_2 - y_1)(z_2 - z_1). \quad (1.6)$$

Физическим телам, располагающимся вдоль произвольного направления реального пространства, также присущи характерные свойства левого и

правого расположения по отношению к другим телам. Это означает возможность линейного упорядочения множества физических тел. Применение представленной одномерной модели вдоль пути движения физического тела даёт нам возможность описывать одномерное подпространство реального пространственного многообразия на уровне рассмотрения его аффинных свойств, то есть свойств упорядоченности. Как уже отмечалось, при таком описании модель не наделяется метрическими свойствами, то есть здесь нет ни длин, ни геометрических форм. Единственной характеристикой упорядоченных линейных множеств точек является мера Жордана, определяемая согласно (1.4).

Точечное представление физических тел и распространение понятия упорядоченности с помощью операции декартова произведения позволяет описывать упорядоченность расположения физических тел и в трёхмерном пространстве. Представленную трёхмерную математическую модель будем называть *аффинной моделью пространства*; числовые оси X, Y, Z называются *координатными осями*, а тройка чисел x, y, z – *координатами точки*.

В этой модели первичным базовым элементом, то есть точкам, сопоставляются тройки чисел трёх действительных осей. На основе понятия точки возможно определение топологии, поскольку с введением понятия точки как объекта, и меры Жордана как характеристики линейно упорядоченных множеств, определяются как окрестности точек, так и непрерывность в аффинном пространстве в классическом смысле: $\forall \varepsilon > 0 \exists \Delta > 0$. Следует ещё раз отметить, что в данной модели отсутствуют понятия форм как геометрических образов и их количественных характеристик - расстояний, длин, углов, площадей и объёмов, а из осей X, Y, Z в аффинной модели нельзя построить декартову систему координат, поскольку подобные геометрические образы и их количественные характеристики могут возникнуть только при введении в модель *метрики*. Аффинная модель трёхмерного пространства – это модель всего лишь упорядоченного расположения точек.

При наступлении и смене реальных событий можно говорить о “причинной” связи между любыми двумя событиями, то есть говорить о том,

какое событие произошло раньше, а какое позже. Как и в случае одномерного подпространства, применение одномерной модели действительной оси к событиям, происходящих *в одной точке* даёт возможность описывать эволюцию точечных процессов на уровне их аффинных свойств.

Аффинная модель времени будет представляться осью упорядоченного множества действительных чисел t , которая будет называться *эволюционным временем* в данной точке. Первичным базовым элементом модели, то есть действительным числам оси, также сопоставляется бесструктурный топологический образ, который называется *моментом* времени. Момент времени, как и точка в модели пространства, представляет собой объект, не имеющий каких-либо характеристик. Как и в одномерной модели аффинного пространства, интервалы аффинного времени не сопоставимы по величине, однако “измеримы” по мере Жордана, благодаря чему становится возможным ввести понятия непрерывности по времени.

Аффинная модель времени – это модель упорядоченного расположения событий некоего точечного эволюционного процесса. Множество событий представляет собой линейно упорядоченное множество. Как уже упоминалось, в этом частном случае эволюционное время совпадает с собственным временем точечной системы.

В соответствии с эмпирическими фактами, позволяющими ввести понятия “левого” и “правого”, “раньше” или “позже”, можно говорить о присущей реальным пространственно-временным отношениям изначально аффинной природы. Это означает, что представленная математическая модель применима к описанию реальных пространственно-временных отношений. Топология этого описания основывается на возможности представления точек реальными физическими объектами, размерами которых можно пренебречь, моментов - реальными физическими событиями, длительностью которых также можно пренебречь, и описания понятия близости точек и моментов на основе меры Жордана.

Метрическая модель

Арифметизацию необходимо рассматривать как физическую процедуру надления реальных точечных событий пространства-времени четвёркой чисел: x, y, z, t – то есть пространственными и временной координатами. Аффинная модель – это образ пространства-времени, описываемый на более общем понятийном уровне, чем это принято в классической физике. Но как реально проявится и конкретизируется этот образ в действительности могут показать только анализ физически реализуемых процедур арифметизации и результаты надления любой и каждой точки пространства тройкой координат (x, y, z) и каждого события моментом времени t .

Отталкиваясь от аффинной модели, мы рассмотрим два способа физической метризации пространства – *классической метризации* и *релятивистской*. В основе обоих способов лежит общий принцип – использование эталонов для оценки и измерения интервалов упорядоченных множеств, для которых определена мера Жордана. В понятие эталона включается требование его неизменности по определению: изменение эталона не может быть наблюдаемым, поскольку требует наличия другого эталона, а это противоречит исходному определению эталона как первичного средства измерения.

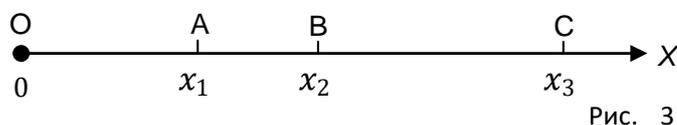
Классическая метризация пространства основывается на использовании эмпирического понятия *длины*, которая в классической физике имеет совершенно определённое физическое содержание. Длина обладает свойством счётной аддитивности. Свойство аддитивности на языке длин попросту означает: если к одной длине прибавим другую длину, получим суммарную длину, и обратно - любую длину всегда можно разделить на несколько длин ⁶⁾. Этим же свойством обладает и мера Жордана для отрезков действительной оси. На этом основании можно связать длины с мерами Жордана отрезков

⁶⁾ Это, казалось бы, тривиально. Однако, если будем рассматривать множество возможных температур тела, то заметим, что одно значение температуры плюс другое значение вовсе не даст реальной результирующей температуры.

действительной оси. Для этого надо в качестве единицы на оси действительных чисел выбрать *длину эталона*. По сути же, эта процедура является *процедурой калибровки координатной оси с помощью протяжённого материального тела*⁷⁾, то есть эталона. Теперь задавая длину, например 3.14 метра, мы заранее знаем, о чём идёт речь: речь идёт о длине равной 3 эталонным длинам (метрам), одной десятой эталонной длины (одному дециметру) и четырём сотым длины эталона (четырёх сантиметрам).

Измерение произвольной длины с помощью эталона производится следующим образом. Размножив эталон длины в достаточном количестве, предварительно проградуировав с необходимой точностью до требуемых долей и последовательно укладывая новые экземпляры вдоль определяемой длины, мы можем получить требуемый результат. Делением эталона на меньшие длины получают единицы измерения, отличные, от основной, например эталонного метра (*м*) на известные нам - *дм, см, мм* и другие. В этом случае произвольные длины становятся возможным измерять с любой точностью с заранее заданной градуировкой. Можно заметить, что предел деления эталона будет определяться физическими свойствами самого вещества и вряд ли достигнет характерных масштабов квантовой механики. То есть точность измерения длин и расстояний с помощью этого способа концептуально ограничена физическими причинами.

Теперь числовая ось (рис. 3), откалиброванная с помощью метрического



эталона длины будет представлять метрическую координатную ось X одномерного подпространства. Здесь координата x_1 точки A будет представлять собой длину отрезка $|OA|$, отложенного от начала координатной оси до точки A ;

⁷⁾ следует иметь в виду, что калибровка не предполагает тождества в малом: множество действительных чисел в интервале $[0, 1]$ может оказаться гораздо “больше” частей реального эталона.

аналогично, координата x_2 точки **B** – длину отрезка $|OB|$; координата x_3 точки **C** – длину отрезка $|OC|$. Благодаря свойству счётной аддитивности длины можно сказать, что результаты измерений длин **OA**, **AB**, **BC** и **OC** будут удовлетворять соотношению

$$|OC| = |OA| + |AB| + |BC|. \quad (1.7)$$

Расстоянием от точки **A** до точки **B**, лежащих на метризованной оси X , будет называться величина $x_2 - x_1$ длины отрезка **AB**, совпадающая с мерой Жордана $M(x_1, x_2) = x_2 - x_1$ линейного упорядоченного множества (интервала) $[x_1, x_2]$.

Таким образом, именно счётная аддитивность длины как эмпирический факт, характерный для пространства, и гарантирует физический способ измерения расстояний. Этот метод измерения расстояний будем условно называть *галилеевым*.

Обобщение полученных результатов на трёхмерие осуществляется, опять-таки, с помощью операции декартова произведения трёх одномерных подпространств, образованных откалиброванными на единицу измерения длины осями X, Y, Z . Уже в этом метризованном трёхмерном пространстве строится вся геометрия Евклида. Наряду с понятием длины вводятся понятия площади, объёмы, формулируется понятие ортогональности, теорема Пифагора, вводится декартова система координат. В аффинном пространстве всего этого богатства понятий и теорем нет.

В трёхмерном евклидовом пространстве расстояние от точки **A** с координатами (x_1, y_1, z_1) до точки **B** с координатами (x_2, y_2, z_2) вычисляется согласно теореме Пифагора по формуле

$$M[(x_1, y_1, z_1); (x_2, y_2, z_2)] = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}. \quad (1.8)$$

Очевидно, что это расстояние будет совпадать с мерой Жордана отрезка **AB**, рассматриваемого как линейное упорядоченное подмножество оси, содержащей этот отрезок.

Соотношение (1.8) выражает собой основное метрическое свойство евклидова пространства. Это свойство имеет эмпирический характер, что подтверждено многочисленными экспериментами со времён зарождения геометрии как науки⁸⁾.

Мы описали принципы классической метризации пространства, то есть принципиально выполнимые операции надления любой и всех точек пространства тройкой метрических координат (x, y, z) . На практике существуют разные варианты измерения расстояний. Однако в основе любого из этих решений лежит описанная идеология. Так или иначе, в результате проведения операции метризации каждая и любая точка пространства может получить свою тройку метрических координат, а классическое пространство можно рассматривать как множество точек с численными значениями координат (x, y, z) на этикетках. Расстояние между двумя точками с координатами (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2) в метризованном евклидовом пространстве вычисляется согласно теореме Пифагора по формуле (1.8).

Классическая метризация времени осуществляется на основе использования второго эталона – *эталонных часов*. Аналогично, как и для координатной оси X , калибровка временной координатной оси с помощью эталонных часов приводит нас к метризации *эволюционного* времени. Важное замечание: *возможность независимой арифметизации времени в точке означает, что каждой пространственной точке сопоставляется своя временная ось*. При точечной метризации времени бесструктурной системы эволюционное время будет совпадать с собственным временем в этой точке.

Движение – это изменение положения материальной точки по отношению к другим точкам. Поскольку в аффинной модели пространство непрерывно, то и модель движения, рассматриваемого как последовательное перемещение по всем точкам траектории, должна обладать свойством непрерывности. Аффинный временной фактор, упорядочивающий

⁸⁾ Однако как оказалось, теорема Пифагора справедлива только в локальных областях, то есть в “ближнем” пространстве.

последовательные состояния положения точки в пространстве также должен быть непрерывным.

Здесь необходимо отметить особенность, на которую обычно не обращается внимания.

В псевдоевклидовом четырёхмерном пространстве-времени ось времени, как одномерное подпространство, ортогональна 3-гиперповерхности, описывающей реальное трёхмерное пространство. Эта ось проходит только через одну точку пространства. Поэтому в каждой точке пространства есть своя ось и свои часы, отсчитывающие время для этой точки. Этот упорядочивающий временной фактор естественно назвать “ортогональным” временным фактором, совпадающим по существу с *собственным* временем для точечной системы, отображающим, например изменение заряда, массы или цвета точечной системы.

Фактор, упорядочивающий состояния точки в движении, упорядочивает точки траектории, лежащей в тангенциальном по отношению к оси времени реальном 3-пространстве. Поэтому временной фактор упорядочивающий положение точки в движении естественно назвать “тангенциальным” временным фактором или *динамическим* временем.

Установление связи между “тангенциальным” и “ортогональным” упорядочивающими факторами является по существу оценкой одного изменяющегося процесса с помощью другого. Самым существенным здесь является то, что причины и природа изменений стояний в этих двух процессах (эволюционном в точке и динамическим в движении) различны, поэтому отождествлять априори эволюционное и динамическое времена неправомерно, поскольку возможно проявление эффектов, описанных ниже при сопоставлениях эталонного временного процесса и измеряемого [см. (3.5) и (3.6)]. Это же обстоятельство является и причиной возникновения “парадокса близнецов”.

В силу непрерывности движения и пространственно-временных отношений, между бесконечно малыми изменениями динамического времени dt и координаты dx вдоль оси X должно существовать соотношение

$$dt = \alpha \cdot dx, \quad (1.9)$$

которое обычно записывают в виде

$$dx = v_x dt \quad \text{или} \quad v_x = \frac{dx}{dt}, \quad (1.10)$$

где v_x определяет координатную скорость движущейся точки вдоль оси X .

Аналогично определяются и координатные скорости вдоль осей Y и Z :

$$v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}. \quad (1.11)$$

В общем соотношении $d|\vec{r}| = |\vec{v}|dt$, объединяющем (1.10) и (1.11), параметр $v = |\vec{v}|$ играет роль топологического параметра, связывающего в *ТМК-топологии* непрерывное трёхмерное пространство и непрерывную одномерную временную ось.

Соотношение (1.10) позволяет описать формальную процедуру синхронизации разноместных часов, то есть установить связь между тангенциальным и ортогональным временными упорядочивающими факторами на уровне аффинных свойств с использованием меры Жордана.

Рассмотрим бесконечно малый элемент движения физического точечного объекта из точки с координатой x в момент t в точку $x + dx$ в момент $t + dt$. Используя формулу (1.10), можно вычислить меру отрезка $[x, x + dx]$ пройденного пути по оси X по мере затраченного времени $[t, t + dt]$ через коэффициент пропорциональности v_x .

Если в момент достижения двигающегося тела точки $x + dx$ часы в этой точке установить на время $t + dt$, то эту процедуру естественно назвать процедурой *синхронизации* разноместных часов. Компонента скорости v_x здесь играет важную роль параметра топологической связи осей X и t как двух множеств мощности континуум.

Определим процедуру синхронизации часов, находящихся на конечном удалении друг от друга в точках А и В (см. рис. 4).

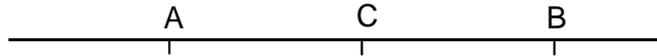


Рис. 4

Пусть точка C находится "посередине" между A и B . В аффинном случае это означает равенство мер Жордана $M(AC) = M(CB)$ отрезков AC и CB . Из точки C посылается в обе стороны сигнал. В моменты прибытия сигналов в точки A и B часы устанавливаются на одно и то же время. Синхронизированные часы в разных точках пространства и известное "расстояние" между ними позволяют определить скорость c распространения используемого сигнала и осуществлять дальнейшую синхронизацию любых часов с часами, находящимися в какой-либо выбранной точке.

Пусть теперь необходимо синхронизировать часы, находящиеся на "расстоянии" l от выбранной точки. Если запустить сигнал из этой точки в момент времени t_0 в сторону, где находятся вторые часы, то очевидно сигнал достигнет цели в момент времени $t = t_0 + l/c$. Установив вторые часы на это время в момент прихода сигнала, мы тем самым синхронизируем их показания с показаниями часов, находящимися в заранее выбранной точке.

Аналогичным образом синхронизируются и часы метризованного пространства. В этом случае AC и CB представляют собой метрические расстояния между смежными точками A , C , B . Очевидно, что результаты синхронизации в аффинном пространстве и метризованном в последующем могут не совпадать.

Таким образом, процедура синхронизации пространственно разнесённых часов представляет собой процедуру приведения эволюционного времени ("ортогонального") в соответствии с динамическим ("тангенциальным") временем.

Система отсчёта. Представив себе пространство с некоторой системой координат, в каждой точке которого размещены свои часы и что все часы при этом синхронизированы, мы получим *систему отсчёта*. В таких системах

отсчёта любое точечное *физическое событие* будет характеризоваться четвёркой координат пространства-времени (t, x, y, z) .

Вернёмся к определению скорости движения тела вдоль оси X от точки A до точки B (рис.1). “Расстояние” Δx между двумя точками A и B с координатами x_1 и x_2 вычисляется как разность координат $\Delta x = x_2 - x_1$. Для определения скорости движения тела необходимо знать время, затраченное на преодоление этого расстояния. Это время рассчитывается как разность временных координат $\Delta t = t_2 - t_1$ показаний синхронизованных часов t_2 и t_1 . Обе разности могут быть представлены как аффинные характеристики пространства, так и метрические. Скорость, например, вдоль оси X , в этой системе отсчёта определяется по формуле $v_x = \Delta x / \Delta t$. В первом случае скорость будет называться координатной, во втором – метрической.

Релятивистская метризация. Когда возникает необходимость измерять очень малые и достаточно большие расстояния, “метод часов и линеек” для определения расстояний, характерных для *мега-* и *микроуровневой* организаций природы, явно не подходит.

Метод измерения больших расстояний основывается на использовании совершенно новой концепции – концепции распространения стандартного сигнала. Этот метод измерения будет условно называться *лоренцевым* способом определения расстояния. Топология же пространственно-временных отношений микромира вообще не позволяет ввести логически замкнутого понятия метрического расстояния.

Рассмотрим эти вопросы подробнее. Зафиксируем некоторый стандартный процесс распространения сигнала. Сразу необходимо отметить, что процесс распространения света и скорость его распространения нами не фетишизируется, поскольку сам свет не играет определяющей роли. Здесь важен тот факт, что скорость распространения стандартного сигнала играет роль эталона. Единственное требование к стандартному процессу – надёжность воспроизведения для широкого диапазона условий. Именно этими качествами

и обладает световой сигнал. Скорость распространения стандартного сигнала будет нашим новым эталоном измерений как расстояний, так и временных характеристик, а также ключевым понятием в описании реальности пространственно-временных отношений. Свойства же любого эталона - его неизменяемость и инвариантность по определению. Поскольку распространение выбранного нами сигнала воспроизводит стандартную скорость, примем её значение равным единице. Перейдём теперь к описанию *реальной процедуры метризации пространственно-временных отношений*.

Обозначим выбранную точку начала системы координат через O (рис. 5). Откладываем от начала координат вдоль оси X произвольную точку A . Длину отрезка $|OA|$ фиксируем как единицу измерения длины, а величину $x_1 = 1$ как метрическую x -координату точки A . Следующей задачей является последовательная калибровка всей оси выбранной единицей измерения $|OA| = 1$, то есть построение точек $B, C \dots$ с координатами $x_2 = 2, x_3 = 3 \dots$, отстоящих друг от друга (последующей от предыдущей) на равных расстояниях. Рассмотрим, как это делается для очередной точки B .

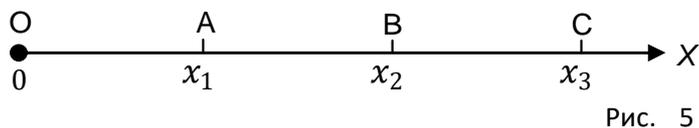


Рис. 5

Фиксируем начальное положение вдоль оси X точки B . В точках O и B размещаем зеркала. Из точки A в обоих направлениях запускаем стандартный сигнал и ждём обратного прихода. Сигналы при равных расстояниях $|OA|$ и $|OB|$ должны вернуться одновременно. Если это не выполняется, корректируем положение точки B . Процедура запуска сигнала и корректировки положения точки B повторяется до тех пор, пока не будет достигнуто синхронное возвращение сигналов. Результатом выполнения этой процедуры является построение точки B отстоящей от A на том же расстоянии, что и A от точки O ; при этом координата x_2 точки B , получает значение 2. Дальнейшие действия повторяют только что описанные, однако в качестве исходной точки для

сигнала выбирается точка B , а целевой точкой становится точка C . Таким образом, в результате последовательного выполнения этой процедуры метризуется вся ось X с помощью выбранного эталона длины $|OA| = 1$. Поскольку в качестве единицы измерения расстояния $|OA|$ может быть выбрана сколь угодно малая длина или расстояние, калибровка оси может быть произведена со сколь угодно требуемой точностью.

В евклидовом пространстве можно построить ортогональную систему 3-координат. Распространение единицы длины $|OA|$ на оси Y и Z производится аналогично тому, как это было сделано на первом шаге метризации оси X с учётом того, что первый сигнал из точки O будет направлен по разным осям. Однако продолжение метризации сначала по оси Y , затем по оси Z будет повторением распространения метризации вдоль оси X .

Процедура синхронизации часов, расположенных в точках уже метризованного пространства оказывается очень простой. Учитывая определение скорости $c = v = l/t$, и замечая, что для скорости стандартного сигнала $c = 1$, получаем $t = l/c = l$. Для синхронизации часов запускаем эталонный сигнал из начала координат по всем направлениям. Синхронизация всех часов заключается в установке каждого часа в момент достижения запущенного сигнала на время, равное расстоянию этой точки от начала координат.

Процесс метризации пространственно-временных отношений завершается, в конечном счёте, построением системы отсчёта. Нетрудно понять, что результаты классической и релятивистской метризации будут совпадать в пределах одной и той же системы отсчёта, если используется одна система единиц измерения.

Преобразование координат

На рис. 6 представлены две системы отсчёта – Σ и Σ' . Система Σ представляет неподвижную (лабораторную) систему отсчёта, Σ' - движущуюся

с постоянной скоростью V вдоль оси X , совпадающей с X' . Часы обеих систем отсчёта были установлены наблюдателями этих систем на 0 в момент совпадения их начал координат. Пусть после этого оба наблюдателя произвели независимо метризацию реального пространства-времени в своих системах отсчёта, в результате чего координаты x, t и x', t' приобрели метрические свойства. Поставим следующую задачу.

Задача о встрече. Пусть наблюдатель системы отсчёта Σ решил встретиться с наблюдателем системы Σ' . Встреча должна произойти в заранее заданной точке с координатой x в момент времени t . Какие координаты x' и t' должен выбрать наблюдатель системы отсчёта Σ' , и с какими скоростями они должны двигаться к заданной точке, чтобы встретиться?

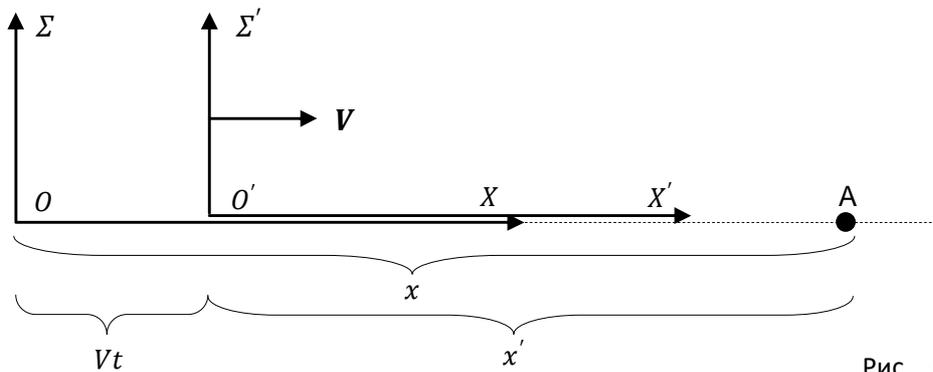


Рис. 6

Для решения поставленной задачи нам необходимо найти формулы преобразования координат $\Sigma \leftrightarrow \Sigma'$:

$$\begin{cases} x' = f_1(x, t), & x = f_1^{-1}(x', t'), \\ t' = f_2(x, t); & t = f_1^{-1}(x', t'). \end{cases} \quad (1.12)$$

Здесь первый столбец представляет прямые преобразования координат, второй – обратные.

Важным моментом при выводе формул преобразования (1.12) является выбор эталонов измерения пространственно-временных отношений, то есть инвариантов преобразований. Классические средства измерения – эталоны длины и времени и их независимое использование как инвариантов преобразования (1.12) приводят нас к классическим *преобразованиям Галилея*. Использование единого стандарта скорости для измерения расстояний и

времени приводят к релятивистским формулам преобразования – преобразованиям Лоренца. Рассмотрим это подробнее.

Зафиксировав в системе Σ' неподвижную точку A , обозначим её x -координату через x' ; в системе Σ x -координату этой точки в момент t обозначим через x . Согласно классическому подходу, связь между координатами x и x' вычисляется по известной формуле преобразований Галилея

$$x = x' + Vt. \quad (1.13)$$

В любой момент времени для наблюдателя Σ эта формула имеет "очевидный" метрический смысл:

$$|OA| = |O'A| + |OO'|.$$

Однако так ли безупречна эта формула? С использованием аффинных свойств пространства формуле (1.13) можно дать подходящую интерпретацию через упорядоченность и непрерывность: мы ввели понятие точки, определили возможность описания изменения её положения и скорости этого изменения в арифметизированном аффинном пространстве; непрерывность движения и упорядоченность поведения точки A вполне адекватно описываются как наблюдателем системы Σ , так и наблюдателем системы Σ' . Однако, при переходе к метрической интерпретации этой картинке возникает особенность, которая лишает нас возможности наделять соотношение (1.13) свойством метричности согласно эталонам длины и стандартных часов. Представим соотношение (1.13) в аффинном виде через меры Жордана. В заданный момент времени для наблюдателей обеих систем отсчёта выполняется соотношение

$$M(OA) = M(O'A) + M(OO'). \quad (1.14)$$

Здесь вместо длин используются меры линейных упорядоченных множеств:

$M(OA)$ – мера линейного множества точек отрезка OA ;

$M(OO')$ – мера линейного множества точек отрезка OO' ;

$M(O'A)$ – мера линейного множества точек отрезка $O'A$.

Очевидная недоговорённость между наблюдателями систем отсчёта Σ и Σ' возникает при метрической интерпретации длины отрезка $O'A$. Это и есть та

самая особенность, которая препятствует метрической трактовке соотношения (1.13). Дело в следующем.

Метризация реального пространства, обладающего аффинными свойствами, калибровка оси действительных чисел эталоном длины позволили нам ввести понятия длины для неподвижных отрезков. Метризация же движущихся отрезков (движущегося множеств точек) нами не рассматривалась, поскольку она неосуществима галилеевским способом без противоречивого толкования её наблюдателями систем отсчёта Σ и Σ' .

Действительно. Длиной движущегося отрезка $O'A$ с точки зрения наблюдателя системы отсчёта Σ естественно назвать разность метрических координат концов этого отрезка, зафиксированных в один и тот же момент времени, то есть одновременно. Однако эта одновременность будет подвергнута сомнению наблюдателем системы отсчёта Σ' , поскольку и сама процедура синхронизации часов, производимая в системе Σ с помощью симметричной отсылки сигнала в равноудалённые точки “туда” и “обратно” (см. рис. 4) будет осуществлена с нарушением симметрии с точки зрения наблюдателя Σ' вследствие движения системы Σ относительно Σ' . Поэтому в определении (1.13) координаты x , в которой присутствует неметризованный в системе Σ объект $O'A$, мы не можем говорить о метрических свойствах отрезка OA . Мы можем констатировать только аффинный статус этого соотношения, а произвол в метрической трактовке (1.13) заставит нас говорить об эффектах пространственного “расползания”, “расплывания” реальных тел и именно о тех эффектах, которые *принципиально не наблюдаемы в аффинной геометрии*. Таким образом, мы вынуждены отказаться от метрической трактовки связи координат x и x' с помощью преобразования (1.13).

Учитывая сказанное выше относительно трактовки наблюдателем системы отсчёта Σ' процедуры синхронизации часов в системе Σ , аналогичное утверждение можно сказать и относительно интерпретации второй формулы преобразований Галилея

$$t = t', \quad (1.15)$$

то есть утверждение (1.15) обладает только аффинным статусом, а сами преобразования Галилея (1.13), (1.15) носят не метрический, а аффинный характер.

Аффинными преобразованиями называются такие преобразования, которые не меняют линейной упорядоченности осей координат – пространственных и временной.

Для рассмотрения вопроса о преобразовании координат (1.12) обратимся ко второму методу метризации, вернее, к идее использования скорости распространения стандартного сигнала как нового эталона.

Пусть наблюдатель неподвижной системы отсчёта Σ отправляет сигнал вдоль оси X из точки A с координатой x_1 в момент времени t_1 ; сигнал приходит в точку B с координатой x_2 в момент времени t_2 . Эти же события зафиксирует и наблюдатель движущейся системы отсчёта Σ' , однако со своими координатами: испускание сигнала в точке A с координатой x'_1 в момент времени t'_1 и приход сигнала в точку B с координатой x'_2 в момент времени t'_2 .

При распространении стандартного сигнала из точки A в точку B , скорость которого выбирается в качестве нового эталона метризации и полагается равной 1, выполняется равенство

$$(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 = (\Delta t')^2 - (\Delta x')^2 = 0. \quad (1.16)$$

Здесь: $\Delta x = x_2 - x_1$, $\Delta t = t_2 - t_1$; $\Delta x' = x'_2 - x'_1$, $\Delta t' = t'_2 - t'_1$. Смысл этого равенства заключается в утверждении того, что скорость распространения стандартного сигнала как эталона, одинакова для систем Σ и Σ' : $\Delta x / \Delta t = \Delta x' / \Delta t' = 1$.

Пара чисел (x, t) – пространственное x и временное t представляют собой координаты события или точки в пространственно-временном многообразии – в данном случае двухмерном. Величина

$$(\Delta s)^2 = (\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 \quad (1.17)$$

называется *интервалом* между событиями (x_1, t_1) и (x_2, t_2) ⁹⁾. Интервал играет роль “расстояния” между событиями, а само выражение – аналог теоремы Пифагора для псевдоевклидова пространства. Интервал между событиями, связанными стандартным сигналом, равен нулю во всех инерциальных системах отсчёта, что является другой формой утверждения об инвариантности эталонной скорости распространения стандартного сигнала. Формулы преобразования координат при переходах между инерциальными системами должны обеспечить инвариантность этой скорости.

Оказывается, интервал (1.17) должен оставаться инвариантным при преобразованиях координат (1.12) и для произвольной пары событий, что можно записать в виде

$$(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 = (\Delta t')^2 - (\Delta x')^2. \quad (1.18)$$

Непосредственно из равенства (1.18) следуют следующие формулы преобразования координат, устанавливающие связь между координатами систем Σ и Σ' для одного и того же события:

$$\begin{cases} x' = \frac{x - V t}{\sqrt{1 - V^2}}, & x = \frac{x' + V t'}{\sqrt{1 - V^2}}, \\ t' = \frac{t - V x}{\sqrt{1 - V^2}}; & t = \frac{t' + V x'}{\sqrt{1 - V^2}}. \end{cases} \quad (1.19)$$

Доказательство (1.18) и вывод (1.19) приведены в [2] и [4]. Суть доказательства состоит в следующем. Величина Δs представляет собой “расстояние” между двумя точками (x_1, t_1) и (x_2, t_2) , выражение для которого даётся соотношением (1.17). В евклидовой геометрии подобное выражение представляет собой теорему Пифагора. Однако выражение (1.18) отличается знаком перед вторым членом от соответствующего выражения для евклидовых расстояний. Именно поэтому пространственно-временное многообразие

⁹⁾ Интервалом между двумя событиями (точками) четырёхмерного пространства-времени (t_1, x_1, y_1, z_1) и (t_2, x_2, y_2, z_2) называется величина $(\Delta s)^2 = (\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$; мы рассматриваем движение вдоль оси X , поэтому $\Delta y = \Delta z = 0$.

описываемое соотношением (1.18) и называется псевдоевклидовым. Это обстоятельство не меняет сути доказательства: преобразования координат должны быть такими, что бы в результате их применения не менялась квадратичная форма, выражающая расстояние. В евклидовом случае это известные преобразования вращения; именно эти преобразования не меняют длин и расстояний. Преобразования вращения выражаются через тригонометрические функции. Изменение же знака перед пространственными координатами в выражении для квадрата интервала (1.18) приведёт только к замене тригонометрических функций на гиперболических, по сути не меняя в доказательстве "других слов". Формулы (1.19) называются *преобразованиями Лоренца*.

Таким образом, первая часть задачи о встрече, сформулированной в начале раздела, решается с помощью преобразований (1.19). Кинематическое решение второй части задачи также не должно составить труда.

Хотя движения со скоростями, превышающими значения эталонной скорости, в рамках релятивистской динамики не рассматриваются, однако из общих свойств симметрии пространственно-временных отношений следует существование предельной скорости для распространения любого сигнала. Из этого нетривиального вывода о существовании максимальной скорости распространения следует и единственность её значения (максимальных значений не может быть много). Выбирая в качестве стандартного процесса для метризации процесс распространения именно этого сигнала, а в качестве инвариантного эталона - значение скорости его распространения, релятивистская динамика гарантировано не будет рассматривать подобные случаи. На сегодняшний же день эксперименты показывают, что значение максимальной скорости совпадает со скоростью распространения светового сигнала.

Модели пространственно-временных отношений

Результаты предыдущего рассмотрения позволяют представить следующие точечные модели пространственно-временных отношений:

Таблица 1.1

<i>Точечно-аффинная топология</i>			
1. Аффинная	2. Метрическая (<i>ТМК-топология</i>)		
	2.1. <i>Классическая</i>	2.2. <i>Релятивистская</i>	
		<i>СТО</i>	<i>ОТО</i>

Конструктами этих моделей являются безразмерные точки, а близость элементов устанавливается мерой Жордана — для аффинных моделей, расстоянием или интервалом — для метрических моделей; при этом классической модели соответствует евклидова метрика, СТО — псевдоевклидова, а ОТО — псевдориманова.

Галилеевы и лоренцевы инерциальные системы отсчёта и 4-системы координат

Существует значительный произвол в выборе систем 4-координат для описания пространственно-временных отношений. Однако не любая система 4-координат при этом может быть реализована физически. В связи с этим возникает естественный вопрос: сможем ли мы обеспечить реализацию выбранной системы координат физическими процедурами?

Ответы на подобные вопросы позволят отличать системы отсчёта от систем координат. *Системами отсчёта мы будем называть такие системы 4-координат, которые допускают своё представление с помощью физически реализуемых процедур арифметизации.* Определить систему отсчёта — это значит задать алгоритмы и процедуры присвоения точкам пространства трёх чисел, а моментам времени — определённую последовательность событий, то есть задать способ определения для точечных событий четвёрки чисел (t, x, y, z) с помощью физически реализуемых процедур. В общем случае эта процедура и называется *физической арифметизацией* пространственно-временных отношений и реализацией 4-системы системы отсчёта.

Таким образом, использование какой-либо системы отсчёта подразумевает принципиальную возможность задать координаты точкам пространства, а так же моменты времени сменяющимся событиям, используя физически реальные процедуры. Предполагается возможность синхронизации часов в этих точках пространства. Если система отсчёта физична, то для синхронизации должны существовать соответствующие физические процедуры¹⁰⁾.

Остановимся на особенностях установления *координатных и метрических соотношений*. Для этого с помощью преобразований 4-координат построим три инерциальные системы отсчёта и разберём вопросы о метрической измеримости в них пространственно-временных отношений.

Первая. Пусть Σ – лабораторная (неподвижная) инерциальная система отсчёта, представленная *метризованной* пространственной 3-декартовой системой координат и синхронизированными часами во всех точках пространства. В инерциальных системах отсчёта тела, неподверженные действию внешних сил, сохраняют состояние прямолинейного и равномерного движения; однажды проведённая синхронизация неподвижных часов в инерциальной системе отсчёта также сохраняется. Координаты в этих системах отсчёта обладают свойствами метрической измеримости согласно эталонам измерения. Результаты классической и релятивистской процедур метризации будут совпадать. Интервал в инерциальной системе отсчёта с декартовой системой координат имеет вид обобщённой теоремы Пифагора

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (1.20)$$

Диагональный и единичный вид метрического тензора g_{ik} с сигнатурой¹¹⁾ (+, -, -, -) отражает псевдоевклидовость четырёхмерного пространства-времени в отсутствии гравитации.

Фрагмент метрического тензора g_{ik} для компонент (t, x) представляется матрицей

$$g_{ik} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}. \quad (1.21)$$

¹⁰⁾ Но таких процедур может и не существовать

¹¹⁾ Сигнатура - распределение знаков в соотношении (1.20).

Неподвижную и исходную систему отсчёта Σ в описанном контексте будем называть *лабораторной* системой отсчёта.

Вторая. Введём новую 4-систему отсчёта Σ' согласно преобразованиям координат по формулам:

$$\begin{array}{ll}
 \text{(обратные)} & \text{(прямые)} \\
 x' = x - V t, & x = x' + V t', \\
 y' = y, & y = y', \\
 z' = z, & z = z', \\
 t' = t; & t = t'.
 \end{array} \tag{1.22}$$

“Переарифметизация” с помощью (1.22) позволяет описывать пространственно-временные события и их связи того же пространства-времени, но с точки зрения наблюдателя, находящегося уже в другой системе отсчёта, Σ' , связанной с Σ 4-координатными преобразованиями (1.22), то есть осуществить переход $\Sigma \leftrightarrow \Sigma'$. Рассмотрим это подробнее.

Из соотношения $x = x' + V t$ можно увидеть, что при $x' = 0$ $x = V \cdot t$. Это означает, что для наблюдателя системы Σ начало системы координат Σ' удаляется со скоростью V от начала системы Σ . В момент времени $t = t' = 0$ начала систем координат совпадали: $x = x' = 0$.

Преобразования (1.22) формально совпадают с преобразованиями Галилея. Но это не просто совпадение с преобразованиями классической механики. Здесь преобразования координат (1.22) соответствуют переходу к новой арифметизации, а по сути – к переходу в новую инерциальную систему отсчёта Σ' . То что 4-система координат Σ' может быть названа системой отсчёта, свидетельствуют формулы преобразования и операциональная возможность арифметизации событий в координатах этой системы. Нетрудно убедиться в том, что координатные скорости, вычисленные согласно (1.22), преобразуются по формуле классической механики $v_x = v'_x + V$, где v_x и v'_x – скорости движения тела вдоль общей оси X относительно систем Σ и Σ' , соответственно, а V – скорость системы Σ' относительно Σ .

В силу $t = t'$ в (1.22), изначальная синхронизация часов сохраняется.

При этом заметим, что выражение для фрагмента 4-интервала (1.20) после подстановки (1.22) принимает вид

$$ds^2 = (1 - V^2)dt'^2 - dx'^2 - 2Vdx'dt', \quad (1.23)$$

а фрагмент метрического тензора g'_{ik} для компонент (t', x') системы отсчёта Σ' представляется как

$$g'_{ik} = \left\| \begin{array}{cc} 1 - V^2 & -V \\ -V & -1 \end{array} \right\|. \quad (1.24)$$

Систему отсчёта Σ' , полученную из лабораторной Σ с помощью преобразований координат (1.22), будем называть *галилеевой* системой отсчёта.

Из классических свойств пространственно-временных отношений таких, как непрерывность, однородность, изотропность, следуют лоренцевы формулы преобразований координат, которые описывают переход в инерциальную систему отсчёта, движущуюся также вдоль оси X . Обозначим эту систему отсчёта через Σ'' . Формулы прямых и обратных преобразований $\Sigma \leftrightarrow \Sigma''$ имеют вид (см. 1.19):

$$\left\{ \begin{array}{l} x'' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - V^2}}, \\ y'' = y, \\ z'' = z, \\ t'' = \frac{t - Vx}{\sqrt{1 - V^2}}; \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{x'' + Vt''}{\sqrt{1 - V^2}}, \\ y = y'', \\ z = z'', \\ t = \frac{t'' + Vx''}{\sqrt{1 - V^2}}. \end{array} \right. \quad (1.25)$$

Нетрудно убедиться, что при координатных преобразованиях (1.25) x -компоненты скоростей преобразуются согласно формулам:

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1 - Vv_x}, \quad v_x = \frac{v'_x + V}{1 + Vv'_x}. \quad (1.26)$$

В предельном случае при выполнении условия $V, v_x \ll 1$ формулы (1.26) упрощаются:

$$v'_x = v_x - V, \quad v_x = v'_x + V. \quad (1.27)$$

Формулы (1.26) выражают собой *релятивистский* закон сложения скоростей, а (1.27) – *классический* закон сложения.

В связи с координатными преобразованиями (1.25), **третью** систему координат Σ'' и новую “перерифметизацию” пространства-времени

произведём согласно формулам (1.25). Символическое обозначение перехода из одной системы отсчёта Σ в другую Σ'' : $\Sigma \leftrightarrow \Sigma''$

Из соотношений (1.25) можно увидеть, что при $x'' = 0$ $x/t = V$. Это означает, что, как и в предыдущем случае, для наблюдателя системы Σ начало системы координат Σ'' удаляется со скоростью V от начала системы Σ . В момент времени $t = t'' = 0$ начала систем координат совпадали: $x = x'' = 0$.

Система координат Σ'' , полученная из лабораторной Σ с помощью преобразований координат (1.25), как и в предыдущем случае, может считаться инерциальной системой отсчёта, которую будем называть *лоренцевой* системой отсчёта. В силу (1.25) (последняя строка), связывающих пространственную и временную координаты, при переходах $\Sigma \leftrightarrow \Sigma''$ нарушается синхронизация часов той системы, в которую происходит переход. Например, для одновременных ($\Delta t = 0$) и разноместных ($\Delta x \neq 0$) событий в лабораторной системе отсчёта Σ в системе Σ'' эти события перестают быть одновременными с $\Delta t' = V \cdot \Delta x / \sqrt{1 - V^2}$.

Выражения для интервала и фрагмента метрического тензора после подстановки (1.25) в (1.20) сохраняют свои формы:

$$ds''^2 = dt''^2 - dx''^2 - dy''^2 - dz''^2, \quad (1.28)$$

$$g''_{ik} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}. \quad (1.29)$$

Таким образом, если в лабораторной системе отсчёта Σ произведена арифметизация пространства-времени, то каждое точечное событие в этой системе получает однозначную идентификацию, а формулы преобразования координат (1.22) и (1.25) позволяют идентифицировать эти же события и в координатах систем Σ' и Σ'' .

Для решения задач о встрече или о совпадении событий, связанных с движением, часто бывает необходимо знание формул преобразования производных координат по времени, в частности скоростей. Эти формулы получаются из формул преобразования координат, что и сделано для

преобразований $\Sigma \leftrightarrow \Sigma'$ и $\Sigma \leftrightarrow \Sigma''$: из (1.22) и (1.25) легко получаются формулы (1.26) и (1.27). Производные координат по координатному времени называются *координатными скоростями* в рассматриваемой системе отсчёта¹²⁾.

Встаёт естественный вопрос: какой системой отсчёта пользоваться для описания динамики точки, например, при решении задачи о встрече? Оказывается, что все системы Σ, Σ' и Σ'' вполне пригодны для решения большинства динамических задач, то есть в этом отношении они остаются вполне равноправными. В частности можно сказать, что *координатный статус “законов сложения скоростей” – релятивистского (1.26) и классического (1.27) одинаков: ни один из них не предпочтительнее другого*. Сама же задача о встрече может быть решена в любой из рассмотренных систем отсчёта.

Таким образом, мы имеем три системы отсчёта: Σ, Σ' и Σ'' , представляющих результаты арифметизации пространственно-временных отношений. При этом одно и то же физически точечное событие получает координаты в своей системе отсчёта в виде четвёрки чисел (t, x, y, z) :

в лабораторной системе отсчёта $\Sigma - (t, x, y, z)$;

в галилеевой системе отсчёта $\Sigma' - (t', x', y', z')$;

в лоренцевой системе отсчёта $\Sigma'' - (t'', x'', y'', z'')$.

Преобразования координат $\Sigma \leftrightarrow \Sigma'$ и $\Sigma \leftrightarrow \Sigma''$ осуществляются по формулам (1.22) и (1.25). Сами преобразования можно рассматривать как переход в рамках моделей, представленных в табл. 1.1, от одной арифметизации пространственно-временных событий к другой. В более общем случае модели пространств, описываемых в разных системах отсчёта могут иметь и разные топологии, отличные от модели классической евклидовой топологии. Кроме мер Евклида и Жордана можно рассматривать и вероятностные меры σ -алгебры событий, и вероятностно-операторные меры; на основе этих мер строить новые топологии “близости” и непрерывности отношений между событиями. Наше же дальнейшее рассмотрение пространственно-временных отношений будет ограничено рамками

¹²⁾ Координатные скорости могут отличаться от метрических скоростей.

классической топологии на основе жордановой или евклидовой мер (*ТМК-топология*).

Следует ещё раз отметить, что все три способа арифметизации описывают одно и то же реальное физическое пространство-время, а события физического пространства-времени являются инвариантами для всех систем отсчёта.

Свойства пространственно-временных отношений, независящие от способов арифметизации необходимо рассматривать как *собственные* свойства физического пространства-времени. К таким свойствам относятся в первую очередь топологические: размерность, непрерывность, связность. Очевидно, что преобразования (1.22) и (1.25) сохраняют топологические свойства. Кроме того, нетрудно убедиться в том, что эти преобразования сохраняют и аффинные свойства как пространственных, так и временных отношений. Преобразования же Лоренца оставляют инвариантной и упорядоченность причинно связанных событий 4-пространственно-временного многообразия, находящихся внутри светового конуса¹³⁾. Таким образом, топологические и аффинные свойства, причинная упорядоченность получают статус собственных свойств физического пространства-времени и не меняются при переходах $\Sigma \leftrightarrow \Sigma'$ и $\Sigma \leftrightarrow \Sigma''$. Однако по-другому обстоят дела с сохранением метричности при переходах между системами Σ, Σ' и Σ'' . Рассмотрим это подробнее.

Метрические аспекты пространственно-временных отношений

Подойдём несколько по-другому к обсуждению различия между системами координат и системами отсчёта.

На сегодняшний день мы знаем два способа метризации пространственно-временных отношений: классическая метризация и релятивистская. При условии приведения скорости распространения эталонного сигнала к галилеевым единицам измерения длины и времени,

¹³⁾ Два события находятся внутри светового конуса, если они могут быть "соединены" сигналом, скорость которого не превышает скорости света.

классическая метризация и релятивистская приводят к одинаковым результатам в пределах одной системы отсчёта.

Однако для определённости в сравнении длин в пространстве и интервалов времени между разными системами отсчёта, то есть для достижения единого описания пространственно-временных отношений, необходимо выбрать один из способов, поскольку фактор инвариантности эталонов измерения при переходах между системами отсчёта является неотъемлемым условием метризации. В конечном счете, мы должны постулировать инвариантность эталонов либо галилеева метода, либо релятивистского. Нет никаких оснований считать, что останутся инвариантными вместе и те, и другие эталоны при смене системы отсчёта. Более того, как мы увидим ниже, эти два способа метризации приводят к различным результатам в интерпретациях.

Новой арифметизации событий реального пространства-времени согласно (1.22) соответствует галилеевский переход из системы Σ в систему Σ' , движущуюся со скоростью V вдоль общей оси X . При этом исходная метричность описания 3-пространственных и 1-временных отношений по отдельности в системе Σ' , сохраняется, а длины и промежутки времени остаются инвариантными при преобразованиях. То есть преобразования (1.22) оставляют инвариантными эталоны длины и времени. Собственно, это те исходные посыпки, из которых традиционно и выводятся преобразования Галилея. При преобразованиях Галилея (1.22) время ведёт себя как скаляр относительно трёхмерных пространственных преобразований ($t' = t$), а само пространство физических событий представляется трёхмерным векторным многообразием.

Другая арифметизация пространства-времени согласно преобразованиям (1.25) соответствует лоренцевскому переходу из системы Σ в систему Σ'' , движущуюся так же, как и в предыдущем случае, со скоростью V вдоль общей оси X . Однако здесь уже не сохраняется метричность описания 3-пространственных и 1-временных отношений по отдельности в системе Σ'' , а

длины и промежутки времени не остаются инвариантными. Более того, для обеспечения корректности представления пространства физических событий необходимым становится изменить и топологию¹⁴⁾ пространства событий в системе Σ'' : оно становится *четырёхмерным* и псевдоевклидовым. Эти перемены обуславливаются принятием нового метрического эталона — скорости распространения стандартного сигнала, с помощью которого и реализуется физически процедура арифметизации. Отметим ещё раз важную особенность: необходимость замены трёхмерной топологии на четырёхмерную.

Можно рассуждать на тему о том, какой способ лучше, но неизменным остаётся факт: существует не один способ метризации, а результаты их применения отличаются. Отсюда следует важный вывод: *метрические свойства пространства и метрические свойства времени по отдельности не являются их собственными свойствами с точки зрения 4-геометрии псевдоевклидова пространства-времени, однако свойства их аффинности сохраняются.*

Таким образом, преобразования Галилея (1.22) сохраняют классические метрические свойства, если в качестве независимых эталонов измерения принять эталон длины и эталон времени; преобразования Лоренца сохраняют 4-метрические свойства, если в качестве эталонов измерения длины и времени выступает единый эталон скорости распространения стандартного (светового) сигнала.

Возникает вопрос: *в какой системе отсчёта пространственно-временные отношения описываются более фундаментально с точки зрения 4-геометрии g_{ik} ?*

Рассмотрим, как перейти от метрических соотношений системы Σ к метрическим соотношениям событий в системах Σ' и Σ'' ; кроме того, рассмотрим, как перейти от метризации в инерциальной системе Галилея Σ' к метризации в системе Лоренца Σ'' , то есть при переходе $\Sigma' \rightarrow \Sigma''$.

¹⁴⁾ Очевидно, что (3+1)-топология \neq 4-топологии

Лоренцева метризация в галилеевой системе отсчёта. Будем рассматривать пространство-время как единое 4-многообразие. При переходе в систему Σ' с помощью (1.22) объединение ньютоновых пространства и времени – это чисто формальное представление, поскольку время t как скаляр, не участвует в преобразованиях. Соотношения между собственными метрическими и координатными величинами для произвольной 4-геометрии устанавливаются с помощью формул (4.13), (4.24), полученных при описании процессов распространения выбранного для арифметизации стандартного сигнала между двумя точками физического трёхмерного пространства.

Используя выражение (1.24) с помощью (4.24), устанавливается связь между дифференциалами физического расстояния dl и координаты dx' , которая выражается формулой

$$dl = dx' / \sqrt{(1 - V^2)}. \quad (1.30)$$

Аналогичная связь дифференциалов между собственным временем τ и его координатным представлением t' устанавливается из (4.13) с учётом (1.22) и выражается формулой

$$d\tau = \sqrt{1 - V^2} dt'. \quad (1.31)$$

Подставляя (1.22) в (1.30) получаем:

$$dl = \frac{dx - V dt}{\sqrt{(1 - V^2)}}. \quad (1.32)$$

Выбирая l в качестве координаты x'' для новой системы Σ'' , переходя от дифференциалов к самим величинам, получаем:

$$x'' = \frac{x - V t}{\sqrt{1 - V^2}} + C_1.$$

Из условия совпадения начал координат ($x = x' = x'' = 0$) систем $\Sigma, \Sigma', \Sigma''$ в начальный момент времени $t = t' = t'' = 0$ можно убедиться в равенстве $C_1 = 0$. Тогда связь x -координат систем Σ, Σ'' принимает вид

$$x'' = \frac{x - V t}{\sqrt{1 - V^2}}. \quad (1.33)$$

Далее, из (1.31) следует

$$d\tau = \sqrt{1 - V^2} dt' = \frac{(1 - V^2) dt}{\sqrt{(1 - V^2)}} = \frac{dt - V \cdot V dt}{\sqrt{1 - V^2}}.$$

Согласно (1.31) эта формула справедлива для двух одномоментных событий в системе Σ' , для которых в системе Σ выполняется соотношение $dx = V dt$. Тогда, выбрав τ в качестве новой координаты времени t'' в системе Σ'' , из последней формулы получаем:

$$t'' = \frac{t - V x}{\sqrt{1 - V^2}}. \quad (1.34)$$

Формулы (1.33) и (1.34) совпадают с преобразованиями Лоренца (1.25).

Рассмотрим подробнее свойства систем отсчёта Σ' и Σ'' .

Формулы преобразования Галилея (1.22) для $\Sigma \rightarrow \Sigma'$ иллюстрируют переход из системы координат, соответствующей исходной инерциальной системе отсчёта Σ в новую – Σ' . Фрагмент (t', x') метрики новой системы координат представляется формулой (1.23) и метрическим тензором (1.24). Из (1.23) видим, что метрические соотношения между координатами событий в системе Σ' зависят от скорости её перемещения относительно системы Σ , то есть преобразования (1.22) адекватно не отображают *собственные* свойства 4-пространственно-временных отношений, поскольку геометрические отношения зависят от постороннего, не геометрического параметра – относительной скорости V .

Формулы (1.33) и (1.34) выражают связь координат событий, заданных в инерциальной системе Σ , с координатами системы Σ'' , движущейся относительно первой со скоростью V вдоль оси X . В результате координатного преобразования $\Sigma \rightarrow \Sigma''$ новые координаты t'', x'' приобретает физически измеримый смысл. Фрагмент (t'', x'') метрического тензора g''_{ik} принимает псевдоевклидов вид (1.29), 2-интервал – форму “теоремы Пифагора” $ds''^2 = dt''^2 - dx''^2$, а 4-интервал – вид (1.28). Здесь можно сказать, что преобразования (1.33), (1.34) сохраняют собственное свойство

псевдоевклидовости, а результирующая метрика не содержит “посторонних” параметров.

Преобразованием координат $\Sigma \rightarrow \Sigma', \Sigma' \rightarrow \Sigma''$ мы вышли на новые инерциальные системы отсчёта Σ' и Σ'' , которые обе движутся относительно исходной Σ с постоянной скоростью V вдоль общей оси X . Обе системы 4-координат описывают инерциальные, физически реализуемые системы отсчёта. Инерциальные системы отсчёта связанные с преобразованиями (1.22) мы назвали *галилеевыми*, а с преобразованиями (1.33) и (1.34) – *лоренцевыми* системами отсчёта. (3+1)-метрика галилеевых систем отсчёта Σ' зависит от “посторонних” параметров (относительной скорости движения V), а 4-метрика лоренцевых систем отсчёта представляет истинные геометрические свойства “плоского” псевдоевклидова пространства-времени. Координаты t'', x'' системы Σ'' , в отличие от аналогичных координат Σ' представляются метрически измеримыми величинами.

Из (1.22) и (1.25) следуют формулы преобразования координат при переходе $\Sigma' \rightarrow \Sigma''$:

$$x'' = \frac{x'}{\sqrt{1 - V^2}}, \quad (1.35)$$

$$t'' = \sqrt{1 - V^2}t' - \frac{Vx'}{\sqrt{1 - V^2}}. \quad (1.36)$$

Характерной особенностью перехода $\Sigma' \rightarrow \Sigma''$ является смена эталонов измерения и метризации пространственно-временных отношений.

Так, согласно (1.35), эталон длины увеличивается в $\sqrt{1 - V^2}$, что приводит к наблюдению эффекта уменьшения “длины” всех движущихся физических тел; при этом скорость системы Σ'' относительно системы Σ' равна нулю, поскольку они обе движутся в одном направлении и с одинаковой скоростью V относительно Σ . Именно смена эталонов измерения и позволяет говорить, об этом как об основной причине возникновения фиктивных пространственно-временных деформаций.

Согласно (1.36) масштаб измерения времени уменьшается (первый член соотношения (1.36)), что приводит к эффекту увеличения измеряемых

промежутков времени. Здесь, кроме этого, при переходе в систему Σ'' необходима “пересинхронизация” часов на величину, задаваемую вторым членом (1.36), которая уже зависит от местоположения часов.

Поскольку системы Σ' и Σ'' не двигаются относительно друг друга, эффекты “изменения” длин и интервалов времени обязаны только смене классических эталонов измерения на единый эталон скорости распространения стандартного сигнала. При этом “сакральность” второго постулата Эйнштейна исчезает, а сам он превращается попросту в релятивистское соглашение о смене стандартов измерения пространственно-временных отношений.

Топологические аспекты пространственно-временных отношений

Вернёмся к решению задачи 1.1, сформулированной в начале раздела, что привело нас к парадоксальному выводу о неравноправности двух инерциальных систем отсчёта. В этом частном и конкретном случае существует техническое разрешение парадокса: исходная посылка об одновременном включении лампочек в системе Σ' , как условие задачи, оказывается просто-напросто нереализуемой. Описанная схема синхронизации часов в этой системе отсчёта не может быть завершена за конечное время вследствие ограниченности скорости распространения стандартного сигнала. Это замечание относится к топологическому моменту процесса синхронизации с использованием конечной скорости распространения сигнала. Поскольку процедура синхронизации представленная на рис. 4 дискретна, она не сможет “покрыть” всю действительную ось ни “вглубь”, ни “вдаль”. С этой точки зрения условие задачи оказывается некорректным и противоречивым, что ставит под сомнение применимость точечных преобразований Лоренца к нелокализованным объектам, хотя существование кинематического “точечного” решения не вызывает сомнения.

Однако, если предположить существование нелокализованных в точке объектов, то мы всё же будем вынуждены выбрать: либо точечные преобразования Лоренца, либо принцип относительности. В необходимости

принятия такого решения нас убеждает и решение задачи в изменённой формулировке. Если в условии приведённой задачи заменить положительную полуось на всю действительную ось $(-\infty, +\infty)$ и по определению ввести возможность существования такого нелокализованного объекта неточечной топологии, то в этой постановке, очевидно, *отсутствует кинематическое, пусть даже и противоречивое решение*. Ведь согласно решению задачи 1.1, в этом случае необходимо было бы описать распространение сигнала из бесконечно удалённой точки $x = -\infty$ через точку $x = 0$ и далее до предельной точки $x = +\infty$. Но такой процесс распространения сигнала с конечной скоростью нереализуем. Однако, исходя из равноправности инерциальных систем отсчёта, мы можем утверждать, что наблюдатель системы Σ должен "увидеть" ту же картину, что и наблюдатель системы Σ' . Решение – короткое, но странное: наблюдатель системы Σ зафиксирует одновременную вспышку всех лампочек. Это решение противоречит кинематике теории относительности. *И это тот самый случай, когда метрическая геометрия с классической топологией даёт сбой*, а ситуация приобретает статус не технического, а концептуального парадокса.

Теперь переформулируем задачу для конечного пространственного интервала, то есть вместо бесконечной и полубесконечной оси X будем рассматривать конечный отрезок из лампочек.

Задача 1.2. Вдоль отрезка $O'A'$ инерциальной системы отсчёта Σ' , движущейся со скоростью V относительно лабораторной системы отсчёта Σ вдоль общей оси X , размещены лампочки. Длина отрезка $|O'A'|$ равна L' . Благодаря синхронному включению и выключению лампочек наблюдателями системы Σ' в момент времени $t' = 0$ вспыхивают все лампочки отрезка $O'A'$, а в момент $t' = \tau'$ все лампочки синхронно гаснут. Как будет выглядеть картина с лампочками в системе Σ на оси X ?

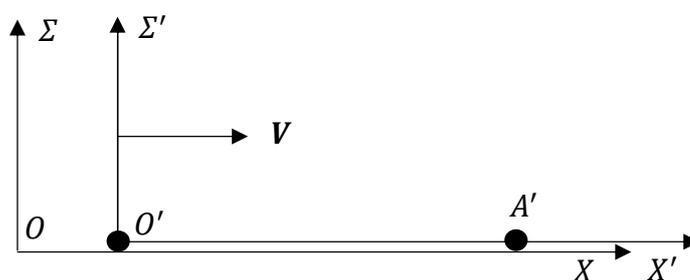


Рис. 7

Наблюдатель системы Σ зафиксирует следующую картину: в момент времени $t_{initial} = 0$ в точке O' рождается световой цуг, который начинает распространяться вдоль оси X . Достигнув точки A' , он начинает ею "поглощаться". Процесс заканчивается полным "поглощением".

Задний фронт цуга достигает движущейся точки A' в момент времени t_{final} . К этому моменту точка A' приобретёт координату x_{final} , так что эффективная ¹⁵⁾ скорость w распространения цуга определяется согласно формуле $w = x_{final}/t_{final}$. Рассмотрим этот процесс подробнее.

Согласно обратным преобразованиям Лоренца (1.19), события, координаты и моменты событий, связанных с этим процессом, в системе Σ можно представить следующим образом.

Событие 1. В точке с координатами $x = x_{initial} = 0$ и $t = t_{initial} = 0$ (моментальное положение движущейся точки O') рождается светящийся цуг, передний фронт которого продолжает распространяться вдоль оси X со сверхсветовой скоростью $U = 1/V$.

Событие 2. Спустя некоторое время в точке $x = V\tau'/\sqrt{1-V^2}$ (моментальное положение движущейся точки O') в момент времени $t = \tau'/\sqrt{1-V^2}$ рождается задний фронт цуга, который также продолжает распространяться вдоль оси X со сверхсветовой скоростью U . Событие 3. При достаточно малом τ' цуг продолжает распространяться как целое вдоль оси X со сверхсветовой скоростью U пока не достигнет движущейся точки A' .

Событие 4. Передний фронт цуга, достигнув точки $x = L'/\sqrt{1-V^2}$ (моментальное положение движущейся точки A'), в момент времени $t = L'V/\sqrt{1-V^2}$ начинает поглощаться. Цуг имеет длину $l \approx \tau'/(\sqrt{1-V^2} \cdot V)$.

Событие 5. Задний фронт цуга достигает движущей точки A' с моментальной координатой $x = x_{final} = (L' + V\tau')/\sqrt{1-V^2}$ в момент времени $t = t_{final} = (\tau' + VL')/\sqrt{1-V^2}$.

¹⁵⁾ эффективная скорость передачи информации определяется по признакам начала и конца передачи информации.

Время Δt , затрачиваемое на прохождение дугом пути $O'A'$, вычисляется как разность времён событий 1 и 5, а расстояние Δx , преодолеваемое этим дугом – как разность координат между двумя этими событиями:

$$\Delta t = \frac{\tau' + VL'}{\sqrt{1 - V^2}}; \quad \Delta x = \frac{L' + V\tau'}{\sqrt{1 - V^2}}.$$

Скорость w распространения “сигнала”¹⁶⁾ от его возникновения и полного поглощения

$$w = \frac{L' + V\tau'}{\tau' + VL'}.$$

При $\tau' \sim 0$ $w = 1/V$. Кроме того, $w > 1$ при выполнении условия $\tau' < L'$. В метрической системе единиц это означает, что $w > c$ при $\tau' < L'/c$; здесь c – скорость распространения света в обычной системе единиц измерения.

Процесс распространения “сигнала” в системе Σ может интерпретировать как передачу “информации” из движущейся точки O' в движущуюся точку A' . При этом начало передачи “информации” зафиксирует наблюдатель системы Σ в начале системы координат при $x_{initial} = 0$ в момент времени $t_{initial} = 0$; конец же передачи зафиксирует другой наблюдатель этой же системы в точке $x_{final} = (L' + V\tau')/\sqrt{1 - V^2}$ в момент времени $t_{final} = (\tau' + VL')/\sqrt{1 - V^2}$. Существенным обстоятельством здесь является то, что передача “информации” осуществляется со сверхсветовой скоростью, что, казалось бы, противоречит принципам СТО.

Выход из этого парадокса прост. Можно заметить, что в процедуре передачи “информации” ни первый, ни второй из наблюдателей системы Σ не участвуют. Наблюдатели же системы Σ' , зажигающие каждый свою лампочку, действуют совершенно независимо по своим синхронизированным часам и по заранее подготовленной команде, то есть все они владели полной

¹⁶⁾ Слова “сигнал” и “информация” здесь используются только для краткости, что отмечается кавычками, поскольку реальный сигнал должен нести битовую информацию, а информация представляться некоторой совокупностью битов. Здесь этого нет. Однако, см. ниже, задача 1.3.

“информацией” ещё до её передачи, включая и тех, которые находились по краям и между которыми наблюдатели системы Σ и зафиксировали сверхсветовую передачу “информации”. Это замечание снимает возникший парадокс СТО. Однако, изменив немного условие задачи, мы вернёмся к парадоксу со сверхсветовой передачи информации.

Задача 1.3. В дополнение к условию задачи 1.2 введём ещё одного наблюдателя в точке B' (рис. 8), которая отстоит от точки A' вдоль оси X' на конечном расстоянии. Как и в условии предыдущей задачи, благодаря синхронному включению и выключению лампочек наблюдателями вдоль отрезка $O'A'$ системы Σ' в момент времени $t' = 0$, вспыхивают все лампочки отрезка, а в момент $t' = \tau'$ все лампочки синхронно гаснут. Как будет выглядеть картина передачи информации в системе Σ от наблюдателя в точке O' к наблюдателю в точке B' ?

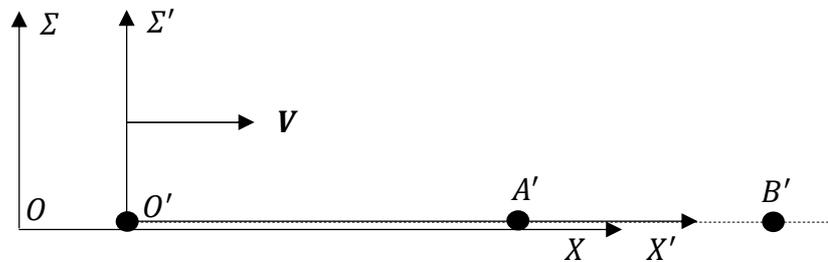


Рис. 8

Отметим, что ввод наблюдателя B' необходим для осуществления реальной передачи информации из точки O' в точку B' . Именно так это и будет, поскольку наблюдатель B' не связан с наблюдателями, включающими и выключающими лампочки по заранее заданному предписанию.

Согласно решению предыдущей задачи, наблюдатель системы отсчёта Σ зафиксирует следующую картину: из точки O' начинает распространяться передний фронт цуга со сверхсветовой скоростью $U = 1/V$. Распространение цуга прекращается в движущейся точке A' , в которой он “поглощается”. Задний фронт цуга будет распространяться со скоростью света, поскольку в сторону точки B' будет продолжать распространяться уже реальный световой сигнал от точки A' (как свет далёкой звезды из точки O'). Результирующая картина для наблюдателя системы Σ будет такой: из точки O' в точку B' приходит световой сигнал (*начало связи*). Время, затрачиваемое на прохождение сигналом пути

$O'B'$, будет меньше времени, требуемого прохождением этого пути светом. Таким образом “передача информации” произойдёт со сверхсветовой скоростью.

Однако в приведённых рассуждениях мы изобразили только начало процесса передачи информации. Чтобы закончить передачу битовой порции информации, то есть передать признак *конца связи*, нам необходимо прекратить процесс передачи. Для этого надо послать вдогонку “тёмный зайчик”, что соответствует одновременному выключению всех лампочек в системе Σ' . Но тогда время передачи информации будет определяться временем распространения заднего фронта светового цуга. А это время определяется временем прохождения реальным световым сигналом в системе Σ' расстояния $O'B'$ от самой удалённой лампочки O' . Поскольку скорость распространения света – инвариант преобразований Лоренца, все противоречия снимаются для всех инерциальных систем отсчёта. Однако именно здесь и возникает парадоксальный нюанс: перед тем как послать “тёмный зайчик”, можно послать другой признак конца бита – цуг другого цвета. *Чередую отсылки “тёмных” и “разноцветных зайчиков”, можно надеяться на то, что всё же можно наладить канал передачи информации со сверхсветовой скоростью.*

Таким образом, модуляция свойства “цвет” цуга светящихся лампочек, несущего битовую информацию даёт надежду наладить перенос информации со скоростью, превышающей скорость распространения света.

Заслуживает внимания тот факт, что при существовании формальных кинематических решений задач 1.1, 1.2, 1.3 на основе использования точечных преобразований Лоренца можно сформулировать вариант задачи 1.1 с бесконечной осью, для которого формальное кинематическое решение противоречит решению на основе использования принципа относительности, что обуславливает появление неустранимого противоречия между точечным представлением событий и принципом относительности, и приводит к

необходимости обратить внимание на ряд нюансов, касающихся топологии пространственно-временных отношений в решениях представленных задач.

Кинематическое решение задачи 1.1 для полубесконечной оси $[0, +\infty)$ описывает с помощью точечных преобразований Лоренца превращение пространственной бесконечности и точечного момента времени (система Σ') во временную бесконечность и пространственную точечность, распространяющуюся в процессе движения (система Σ). Топологическим параметром этого преобразования является скорость. Аналогичные особенности характерны и для двух других задач. Ограниченность скорости распространения сигнала приводит к разным картинам проявления событий включения лампочек, что, безусловно, означает неравноправность систем отсчёта и воспринимается как противоречие с принципом относительности: в одной инерциальной системе свойство светимости появляется одномоментно, в другой системе отсчёта "по частям". Невозможность воплощения начальных условий задачи снимает это противоречие, но чисто технически.

Кинематического же решения задачи для бесконечной оси $(-\infty, +\infty)$ вообще не существует. Однако применение принципа относительности позволяет получить концептуальное решение, при котором пространственная бесконечность и точечность времени сохраняются при переходе из одной инерциальной системы отсчёта Σ' в другую Σ .

Если отрезок лампочек в задаче 1.2 рассматривать в системе Σ' как единый неточечный объект, то при переходе в систему Σ с помощью преобразований Лоренца возникает естественное противоречие: там этот целостный объект возникает не сразу, а "по частям". Пространственная неточечность объекта превращается при преобразовании Лоренца во временную неточечность, а одномоментное динамическое время (синхронизированные разноместные часы) превращается в эволюционное (упорядоченность становления целостного объекта) – явление абсолютно новое для физики.

Несвязный объект позволяет выбором системы отсчёта осуществить передачу информации со сверхсветовой скоростью. Это демонстрируется решением задачи 1.3. В отличие от предыдущих случаев здесь наблюдатель системы Σ фиксирует реальную процедуру передачи данных от наблюдателя O' к наблюдателю B' со скоростью, превышающей скорость распространения стандартного эталонного сигнала. Аналогичный эффект, обусловленный несвязностью объекта можно увидеть и при интерпретации, например, эксперимента А. Аспека. (см. **Приложение 4**).

Внесём некоторые уточнения в определения.

Арифметизация – наделение “точек” реального пространства-времени “адресами”.

Аффинная модель позволяет описывать упорядоченное существование событий, находящихся в пространственно-временных отношениях.

Точечные аффинные преобразования - преобразования, сохраняющие упорядоченность точек.

Метрическая модель – модель, которая позволяет ввести в рамках аффинной модели меру метрической “близости” реального взаиморасположения точечных тел.

ТМК-топология - точечная метрическая классическая топология. Топология на базе безразмерных (с мерой нуль) точечных объектов.

Классическая метризация использует независимо два эталона мер – длины и времени.

Релятивистская метризация использует единый эталон меры “близости” пространственно-временных событий – скорость распространения стандартного сигнала.

Движение – изменение положения точечного тела.

Скорость – топологический параметр, устанавливающий связь между пространственными и временными множествами одинаковой мощности (континуум) при движении точечного тела.

Системы отсчёта – способ задания физически измеримой определённости четвёрке координат (t, x, y, z) .

Собственная система отсчёта – система отсчёта, относительно которой физическое тело не изменяет своего положения.

Инерциальные системы отсчёта – системы отсчёта, в которых выполняется закон инерции: *тело, неподверженное действию внешних сил, продолжает движение по инерции.*

Преобразования координат – переход от одной измеримой определённости пространственно-временных отношений к другой.

Галилеева инерциальная система отсчёта – система отсчёта, полученная из исходной инерциальной с помощью галилеевых преобразований координат.

Лоренцева инерциальная система отсчёта – система отсчёта, полученная из исходной инерциальной с помощью лоренцевых преобразований координат.

Эволюционный упорядочивающий фактор (собственное время) вводится как упорядочивающий фактор изменений для событий, происходящих в одной точке пространства (например - изменение заряда, “цвета” и т. д.).

Динамический упорядочивающий фактор (время) вводится как упорядочивающий фактор изменений положения при движении точечного тела.

Синхронизация пространственно разнесённых часов представляет собой процедуру приведения собственного времени в соответствии с динамическим.

Построение модели пространственно-временных отношений начинается с *арифметизации* или *адресации*. В первом случае в качестве исходных “первоэлементов” используются геометрически бесструктурные точки и поэтому возможно использование классической топологии. В других случаях, где в качестве исходных элементов используются объекты с внутренней структурой, топология, очевидно, может быть только неклассической. Однако и при арифметизации “пространства точек” возможно рассмотрение моделей пространственно-временных отношений и в рамках неклассической топологии. В дальнейшем мы предполагаем рассмотрение пространственно-временных отношений в классической топологии, где в качестве “первоэлементов” используются точки (*ТМК-топология*).

Классическая топология приводит нас к модели *аффинного* пространственно-временного многообразия. Аффинная *одномерная* модель строится на основе использования свойств линейно упорядоченного множества точек без физически измеримых длин и интервалов времени. *Трёхмерная* аффинная модель получается декартовым произведением трёх одномерных линейно упорядоченных множеств.

Аффинная модель допускает возможность метризации пространственно-временных отношений. Метризация может быть осуществлена двумя способами: использование двух эталонов – *длины* и *времени* или одного – *скорости* распространения сигнала при иницировании стандартного процесса распространения. Первый способ метризации называется галилеевым или *классическим*, второй – лоренцевым или *релятивистским*.

Следует различать два типа процессов изменения: внутренние - структурные, происходящие с одним телом, и внешние - происходящие на фоне других тел. В соответствие с этим возникают два типа временных факторов, упорядочивающих изменения: эволюционное (собственное) время и динамическое. Связь между этими временами, а именно сопоставление и измерение этих временных факторов одного другим осуществляется в процессе синхронизации разноместных часов.

Однако процедуры синхронизации, проводимые в разных системах отсчёта, приводят к неоднозначным результатам. Это обусловлено тем обстоятельством, что симметрия процедуры синхронизации проводимой в одной системе отсчёта, например, Σ' , будет, по мнению наблюдателя системы отсчёта Σ нарушена проявлением движения системы Σ' относительно Σ и необходимостью учёта скорости относительного движения. Это характерно и для галилеевой метризации и для лоренцевой.

Поскольку процедура синхронизации является по существу процедурой согласования собственного и динамического времён, то и собственное время будет по-разному оцениваться в шкалах динамического (координатного) времени, определяемого с помощью преобразований Лоренца. Собственно, это и является причиной появления *парадокса близнецов* и других, интерпретация которых навязывает нам суждения об изменении длин, интервалов времени и других нековариантных величин. *Однако различение эволюционного и динамического времён снимает с повестки дня необходимость обсуждения парадокса близнецов.*

Рассмотрим все события в момент времени $t = 0$ координатной оси X системы отсчёта Σ . Очевидно, что эти события будут представлять пространственные точки оси с координатами x . Согласно прямым преобразованиям Лоренца (1.19), координатам x системы Σ пространственных точек в системе Σ' будут соответствовать координаты $x' = x/\sqrt{1 - V^2}$. Это преобразование можно рассматривать как преобразование подобия, не меняющего линейную упорядоченность точек, то есть как аффинное преобразование одномерного подпространства. Таким образом, пространственную часть преобразований Лоренца можно считать аффинными преобразованиями трёхмерного аффинного пространства.

Это же самое можно сказать и относительно оси времени. В точке $x = 0$ рассмотрим какой-либо точечный эволюционный процесс (например, изменение цвета или заряда точечного объекта). Порядок становления состояний этого объекта в системе Σ описывается временным параметром t . В системе Σ' ему соответствует параметр $t' = t/\sqrt{1 - V^2}$. И это преобразование можно рассматривать как аффинное преобразование аффинного времени, не меняющее порядок следования событий.

Таким образом, отдельно пространственные преобразования Лоренца и временные преобразования можно считать аффинными.

Но этими же свойствами обладают и метрические преобразования Галилея. Тогда, рассматривая пространство как аффинное и время как аффинное, можно сказать, что и преобразования Галилея, и преобразования Лоренца принадлежат одному классу эквивалентности, то есть они эквивалентны для преобразования пространства и преобразования времени, рассматриваемых как аффинные для 3-х и одномерного подпространств. В аффинных же пространствах нет оценок ни протяженности, ни длительности. Мера Жордана не подходит для этих

целей, поскольку любые отрезки с разными мерами Жордана равномоцны, как непрерывные линейные множества: они состоят из “одинакового количества точек”.

Таким образом, обобщение свойств пространства и времени требует рассмотрения особенностей этих отношений на микро-, макро- и мегауровнях описания физических явлений, связанных с топологией, арифметизацией, метризацией – классической и релятивистской. А отмеченные особенности решения задач 1.1, 1.2 и 1.3 требуют более обстоятельного рассмотрения и анализа преобразований Лоренца для неточечных объектов или в более общей постановке – рассмотрения пространственно-временных отношений в неклассической топологии, поскольку точечные преобразования Лоренца (*ТМК-топология*) приводят к выводам, противоречащим принципу относительности.

Микро-^[6]

Время

Динамику изменения поведения квантовой системы, порядок становления её состояний описывают с помощью унитарного оператора $U(t, t_0)$ гильбертова пространства, действующего на начальное состояние $|\psi_S(t_0)\rangle$, то есть

$$|\psi_S(t)\rangle = U(t, t_0)|\psi_S(t_0)\rangle. \quad (2.1)$$

Здесь мы видим первый выход на сцену квантовой механики концепции времени как упорядочивающего фактора – параметра, принимающего свои значения на действительной числовой оси со всеми классическими свойствами аффинности, полноты и "непрерывности". Но можем ли мы назвать этот упорядочивающий фактор временем, в том смысле в каком этот термин понимается в макромире? Разумеется, нет. Время в макромире имеет свойство метричности¹⁷⁾, то есть физической измеримости, а в данном случае о метричности упорядочивающего фактора пока нельзя говорить. Речь может идти о факторе, обладающим свойством упорядочивать события только с помощью макроизмерений, что позволяет говорить лишь о том, что состоянию $|\psi_S(t)\rangle$ предшествовало состояние $|\psi_S(t_0)\rangle$. Параметр t играет роль *аффинного упорядочивающего фактора*, который можно представить упорядоченным множеством на координатной оси. Эволюционный упорядочивающий фактор t приобретёт свойства времени только при "встрече" явлений микромира с измерительными приборами макромира. Отсутствие же собственной метричности в микромире связано, в том числе и с отсутствием эталона времени и, главное, с отсутствием процедур синхронизации и сопоставления с микроэталонами.

Рассмотрим это подробнее. Физические тела макроуровневой организации материи представимы в виде объектов классической физики, имеющих размеры, форму, взаиморасположение относительно других тел

¹⁷⁾ Под метричностью здесь понимается физическая измеримость с помощью эталона. Измеряемый объект и эталон должны быть сопоставимы по масштабу.

(пространственная локализация), определённости значений характеристик в данный момент времени (временная локализация) и другие характеристики. Хотя многие из характеристик могут быть совершенно независимыми, например, положение тела и его скорость, но информационно они объединяются в единой сущности, способной к *локализации*, которую концептуально мы и называем физическим телом. Возможность пространственной и временной локализации тел позволяют ввести пространственно-временные отношения порядка существования и сосуществования физических объектов. Элементарными понятийными представлениями этих объектов являются геометрические точки и моменты времени. В силу способности к локализации составные физические тела представляются как “аддитивная” композиция этих простых и дискретных объектов.

Кроме локализованных объектов в классической физике вводятся понятия полей как *нелокализованных* сущностей. Источниками этих полей являются соответствующие заряды и их токи, например – электрический заряд, электрический ток, гравитационная масса и т. д. Назначение этих сущностей – описать опять-таки локальность взаимодействий между объектами, но с помощью нелокализованных полей – электромагнитного, гравитационного.

Таким образом, “кирпичиками” макроуровневого описания являются локализованные объекты как носители своих свойств и нелокализованные поля, реализующие, тем не менее, локальность взаимодействий: на точечную частицу воздействует поле с потенциалами, определёнными именно в точке нахождения частицы.

Квантовомеханический подход требует радикальной смены понятийной базы описания физических явлений и объектов в масштабах микроуровневой организации материи.

Здесь под объектом понимается совершенно другая сущность с характеристиками, называемыми квантовыми числами или собственными значениями наблюдаемых. То есть в квантовой механике нет ни точечных

частиц, ни их составных композиций, но есть квантовые объекты, которые не “разбираются” на обособленные части. Целостность описания квантового объекта обеспечивает его вектор состояния¹⁸⁾. Другими словами, *концептуальными информационными носителями для квантовомеханических сущностей являются векторы или операторы линейного (гильбертова) пространства.*

Изначально нет никаких посылок для того, чтобы говорить о какой-либо локализации квантовомеханических объектов. В силу этого о пространственном сосуществовании этих объектов говорить не приходится, так же как и о постановке задач типа “задачи о встрече” локализованных тел в определённые моменты времени, поскольку отсутствует возможность реализовать процедуры синхронизации пространственно разнесённых “часов” - основополагающие для решения подобных задач.

Таким образом, распространение пространственно-временного описания на явления микроуровневой организации материи требует особого отношения и внимания, аргументированного ввода сопутствующих свойств.

Тем не менее, необходимость описания динамики поведения квантовомеханических объектов требует введения концепции упорядочивающего фактора. Отсутствие же подходящих процедур синхронизации обуславливает необходимость обращения с параметром t не как с универсальной метрической макрохарактеристикой, а как с упорядочивающим фактором аффинного свойства *исключительно для данного объекта*. Именно в таком качестве эта характеристика и возникает впервые в соотношении (2.1).

Таким образом, *оператор $U(t, t_0)$ в (2.1) фактически упорядочивает состояния $|\psi_S(t)\rangle$ квантовой системы с помощью собственного аффинного упорядочивающего фактора.*

¹⁸⁾ Для так называемых чистых состояний; смешанные же состояния описываются матрицами плотности.

Предполагая $U(t, t_0)$ достаточно гладкой функцией t и используя тейлоровское разложение, оператор $U(t, t_0)$ можно представить в виде

$$U(t, t_0) = e^{-i(t-t_0)[H]} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-i)^k}{k!} [H]^k (t - t_0)^k, \quad (2.2)$$

где

$$[H] = i[D] = i \left[\frac{d}{dt} \right] \quad (2.3)$$

оператор, формально определяемый как элемент тейлоровского разложения, действующий в гильбертовом пространстве.

Тогда (2.1) с использованием (2.2) принимает вид

$$|\psi_S(t)\rangle = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-i)^k}{k!} [H]^k (t - t_0)^k |\psi_S(t_0)\rangle \quad (2.4)$$

Из (2.4), ограничиваясь первыми двумя членами разложения, получаем:

$$\frac{|\psi_S(t)\rangle - |\psi_S(t_0)\rangle}{t - t_0} = \frac{\Delta}{\Delta t} |\psi_S(t)\rangle = -i[H]|\psi_S(t_0)\rangle. \quad (2.5)$$

Запишем разностное уравнение в виде

$$\frac{\Delta}{\Delta t} |\psi_S(t)\rangle = -i\tilde{H}_S |\psi_S(t_0)\rangle, \quad (2.6a)$$

а соответствующее дифференциальное уравнение при

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta}{\Delta t} |\psi_S(t)\rangle = \frac{d}{dt} |\psi_S(t)\rangle$$

в виде

$$\frac{d}{dt} |\psi_S(t)\rangle = -iH_S |\psi_S(t)\rangle. \quad (2.6)$$

Уравнение (2.6) называется уравнением Шредингера, а оператор гильбертова пространства H_S называется гамильтонианом системы. Гамильтониан полностью описывает квантовомеханическую систему. Гамильтониан для разностного уравнения (2.6a) обозначен через \tilde{H}_S .

Таким образом, изменение вектора состояния $|\psi_S(t)\rangle$ описывается либо разностным уравнением (2.6a), связывающим два состояния – предыдущее и последующее, либо дифференциальным уравнением (2.6), связывающим “бесконечно малые” изменения вектора состояния. И в том и в другом случаях

эти изменения определяются конкретным видом гамильтониана и его действием на вектор состояния.

Из (2.6а) при $\Delta t = 1$ (дискретное и безразмерное время) получаем:

$$\Delta|\psi_S\rangle = |\psi_S(k+1)\rangle - |\psi_S(k)\rangle = -i\tilde{H}_S|\psi_S(k)\rangle, \quad (2.7)$$

где $|\psi_S(k)\rangle$ и $|\psi_S(k+1)\rangle$ вектора предыдущего и последующего состояний квантовой системы. Безразмерную величину k определяемую соотношением $\Delta t = 1$ мы будем называть *протовременем*.

Для непрерывного упорядочивающего параметра t из (2.6) получаем соотношение:

$$\delta|\psi_S(t)\rangle = -iH_S|\psi_S(t)\rangle\delta t, \quad (2.8)$$

из которого следует

$$|\psi_S(t)\rangle = -i \int_{t_0}^t H_S|\psi_S(t)\rangle dt \quad (2.9)$$

Введённый непрерывный параметр t будем называть *аффинным упорядочивающим фактором* или *координатным квантомеханическим временем*.

Для дискретного t получаем выражение аналогичное (2.9):

$$|\psi_S(K)\rangle = |\psi_S(1)\rangle - i\tilde{H}_S \sum_{k=1}^K |\psi_S(k)\rangle. \quad (2.10)$$

Рассмотрим, как распространяется концепция макроскопического времени на микроуровневое описание физических явлений.

В гейзенберговской картине квантовой механики вектора состояний не меняются, а изменения системы описываются с помощью динамических наблюдаемых. Формальный переход от шредингеровской картины к гейзенберговской картине квантовой механики осуществляется при рассмотрении временной зависимости средних значений динамических наблюдаемых, что получается при *статистическом описании* макроскопических измерений с помощью методов теории вероятностей.

Особенность этих измерений состоит в том, что моменты времени измерений “выставляются” по макроскопическим часам, а значения наблюдаемых измеряются для квантовых систем. По существу, эта процедура и означает введение понятия макроскопического непрерывного и метризуемого времени для микроуровневого описания квантовых систем. Исходя из описания этих процедур, находится вид унитарного оператора $U(t, t_0)$ гильбертова пространства, который определяет как динамику вектора состояния $|\psi_S(t)\rangle$ в шредингеровской картине, так и изменение динамической переменной $F_H(t)$ в гейзенберговской картине квантовой механики с помощью соотношений [6]:

$$|\psi_S(t)\rangle = U(t, t_0)|\psi_S(t_0)\rangle, \quad (2.11)$$

$$F_H(t) = U^{-1}(t, t_0)F_H(t_0)U(t, t_0), \quad (2.12)$$

где $U(t, t_0)$ определяется по формуле ¹⁹⁾

$$U(t, t_0) = e^{-i(t-t_0)[H]}. \quad (2.13)$$

Для операторов наблюдаемых величин в гейзенберговской картине квантовой механики существуют соотношения, аналогичные приведённым выше для шредингеровской картины непрерывного t :

$$|\psi_S(t)\rangle = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-i)^k}{k!} [H]^k (t - t_0)^k |\psi_S(t_0)\rangle = U(t, t_0)|\psi_H(t_0)\rangle, \quad (2.14)$$

$$\dot{F}_H = i[H_H(t), F_H(t)], \quad (2.15)$$

$$\delta F_H(t) = -i[F_H(t), H_H(t)]\delta t = -i[H]F_H(t)\delta t, \quad (2.16)$$

где

$$[H] \equiv [\dots, H], \quad (2.17)$$

а

$$F_H(t) = -i \int_{t_0}^t [F_H(t), H_H(t)] dt. \quad (2.18)$$

Из соотношений (2.8) и (2.16) следует, что величины $-iH_S|\psi_S(t)\rangle$ и $-i[F_H(t), H_H(t)]$ формально можно рассматривать как плотности числа

¹⁹⁾ для независящего от времени гамильтониана выполняется $H_S = H_H = H$.

состояний системы и значений наблюдаемых системы на непрерывной координатной оси времени, причём интегральные уравнения (2.9) и (2.18) определяют их число на интервале $[t_0, t]$. Сами же уравнения имеют решения (2.11) и (2.12).

Очевидно, что с помощью обратного перехода от гейзенберговской картины к шредингеровской картине квантовой механики мы наделяем координатное квантовомеханическое время соотношения (2.1) метрическими свойствами макровремени.

С использованием концепции *протовремени* из представления уравнения Гейзенберга (2.15) в разностной форме можно получить соотношение аналогичное (2.10):

$$F_H(K) = F_H(1) + i \left[\tilde{H}_H \right] \sum_{k=1}^K F_H(k) = F_H(1) + i \left[\tilde{H}_H, \sum_{k=1}^K F_H(k) \right]. \quad (2.19)$$

Понятие производной наблюдаемой по времени не может быть определено в квантовой механике в том смысле, в котором оно понимается в классической механике. Однако уравнение Шредингера (2.6) можно рассматривать как определение операции дифференцирования для векторов состояния, а уравнение Гейзенберга (2.15) – как определение этой же операции для наблюдаемых. В этом случае решение топологических проблем непрерывности времени и дифференцируемости по времени можно свести к алгебраическим задачам для операторов в пространстве векторов состояний. В частности, из уравнения (2.15) можно увидеть возможность замены операции дифференцирования по времени наблюдаемых на скобочную операцию, которая называется *коммутатором* операторов:

$$[a, b] = ab - ba, \quad (2.20)$$

где a и b – операторы гильбертова пространства, представляющие наблюдаемые. Динамика же любой наблюдаемой, характеризующей систему, будет определяться коммутатором с гамильтонианом системы.

Дискретная различимость состояний квантовой системы и значений динамических переменных в рамках концепции *прото*времени приводит нас к квантованию упорядочивающего эволюционного фактора. Соотношения (2.7), (2.10) и (2.19) позволяют оценить величины возможного квантования. Таким образом, концепция *прото*времени, вытекающая из квантовомеханической картины физики, позволяет по-новому подойти к формулировке законов динамики квантовой механики.

Следует отметить важное обстоятельство. Дифференциальные уравнения, определяющие динамику квантовомеханической системы (2.6) и (2.15), представляются уравнениями первого порядка в отличие от уравнений ньютоновой механики, которые имеют второй порядок по времени. Это означает, что для решения уравнений квантовой механики требуется меньше информации, задаваемой в начальных условиях, чем для решения аналогичных уравнений классической механики. В свою очередь это ведёт к тому, что и результирующие решения уравнений квантовой механики будут содержать меньшую информацию по сравнению с классическим случаем.

Пространство

Существует математическая теорема, согласно которой операторы для частицы без внутренних степеней свободы, удовлетворяющие коммутационным соотношениям

$$[q_i, p_j] = i\delta_{ij}; \quad i, j = 1, 2, \dots, n, \quad (2.21)$$

неприводимы. Это означает, что полное гильбертово n -пространство не имеет подпространств, которые оставались бы инвариантными при действии этих операторов. Свойство неприводимости эквивалентно утверждению, что любой оператор, коммутирующий с q_i и p_j , кратен единичному и что *всякий оператор является функцией q_i и p_j* , в том числе и гамильтониан; то есть описание системы в терминах q_i и p_j , является полным. Эти операторы будут называться *основными канонически сопряженными переменными* конфигурационного

пространства. Размерность конфигурационного пространства при этом не регламентируется никакими запретами.

Используя алгебраический подход к построению динамики квантовых объектов и принцип соответствия можно показать, что трём парам операторов q_i, p_j соответствуют классические переменные координат и импульсов частицы шестимерного конфигурационного пространства, то есть координаты и импульсы частицы, находящейся в реальном трёхмерном пространстве.

Почему размерность реального пространства квантовомеханической системы не регламентируется квантовыми законами, а на “выходе” в макропространство оно оказывается трёхмерным, мы пока не знаем. Ясно одно, что условия возможности трёхмерной локализации квантовомеханического объекта формируется внутри микромира, а при достижении условий применимости квазиклассического приближения эта возможность реализуется как необходимость.

Как и в случае с временной координатой, возникает вопрос: как распространяется концепция макроскопического пространственного трёхмерного положения физического тела на уровень описания квантовомеханических объектов? Ответ будет аналогичным: при *статистическом описании* пространственных макроскопических измерений с помощью методов теории вероятностей.

Часто из-за связи оператора координаты, например, x , с классическим понятием положения частицы по оси X делается вывод, что прибор, измеряющий x , действительно определяет положение частицы, которое она занимала непосредственно перед взаимодействием с прибором. Если при этом трактовать таким же образом и измерение импульса частицы, то можно попасть в логическое противоречие с принципом неопределённости Гейзенберга, который не даёт способа их одновременного измерения. Здесь необходима другая интерпретация процедуры измерения координаты.

Определённость координатного положения квантового объекта, так же как и определённость временного момента, получается при описании процедур

макроскопических измерений. Особенность этих измерений состоит в том, что координаты положения “выставляются” по макроскопическим линейкам, а значения наблюдаемых измеряются для квантовых систем. По существу эта процедура и означает введение понятия макроскопической непрерывной, метризуемой и трёхмерной определённости пространственного существования квантового объекта на микроуровне. В этом случае становится ясно, что параметр x приобретает определённость положения частицы в классическом смысле, то есть в смысле макроскопической физики, а прибор, которым ведётся наблюдение и который должен с ней взаимодействовать, необходимо расположить вблизи точки x оси X по макропредставлениям этих параметров в смысле классической физики.

Для \mathbf{q} и \mathbf{p} как динамических наблюдаемых, из уравнения Гейзенберга (2.15) следуют уравнения:

$$\dot{\mathbf{q}}_H = i[H_H(t), \mathbf{q}_H(t)], \quad (2.22)$$

$$\dot{\mathbf{p}}_H = i[H_H(t), \mathbf{p}_H(t)]. \quad (2.23)$$

С использованием (2.19) получаются решения для \mathbf{q} и \mathbf{p} в разностном представлении:

$$\mathbf{q}_H(K) = \mathbf{q}_H(1) + i \left[\tilde{H}_H \right] \sum_{k=1}^K \mathbf{q}_H(k) = \mathbf{q}_H(1) + i \left[\tilde{H}_H, \sum_{k=1}^K \mathbf{q}_H(k) \right], \quad (2.24)$$

$$\mathbf{p}_H(K) = \mathbf{p}_H(1) + i \left[\tilde{H}_H \right] \sum_{k=1}^K \mathbf{p}_H(k) = \mathbf{p}_H(1) + i \left[\tilde{H}_H, \sum_{k=1}^K \mathbf{p}_H(k) \right]. \quad (2.25)$$

Соотношение $t = k (\Delta t = 1)$ и решение (2.24) квантуют пространственно-временные отношения в микромире.

Движение. Динамика. Концепция частицы

В классической нерелятивистской механике динамика частиц описывается двумя основными соотношениями:

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{q}} = \frac{\mathbf{p}}{m}, \quad (2.26)$$

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{F} = -\nabla V(\mathbf{q}). \quad (2.27)$$

Первое из соотношений (2.26) устанавливает связь между скоростью \mathbf{v} и импульсом \mathbf{p} точечной частицы, второе соотношение (2.27) представляет уравнение движения частицы в силовом поле $V(\mathbf{q})$; m – масса частицы, \mathbf{F} – сила, действующая на частицу со стороны поля. Соотношения (2.26) и (2.27) справедливы и в квантовом случае, если в этих соотношениях заменить функции на операторы гильбертова пространства.

Рассмотрим простую модель объекта классической механики – его точечное представление в макропространстве. Именно точка без размеров является элементарным объектом геометрии макромира – таков нынешний взгляд на топологию реального макропространства-времени.

Пусть некоторая локализованная частица во внешнем поле $V(\mathbf{q})$ представляется точкой в непрерывном пространстве-времени. Основными характеристиками этого объекта являются: координаты (\mathbf{q}), скорость (\mathbf{v}), масса (m), заряд (e), импульс (\mathbf{p}), энергия (E). Состояние классической частицы можно рассматривать как её местоположение в непрерывном пространстве, а поведение – как изменение этого местоположения в процессе непрерывного движения, упорядочиваемое непрерывной последовательностью, называемой временем. Динамика такого поведения частицы описывается уравнением (2.27), а связь между основными динамическими характеристиками частицы устанавливается соотношениями (2.26). Энергия E и гамильтониан $H(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ нерелятивистской точечной частицы в поле $V(\mathbf{q})$ определяются по формуле

$$E = \frac{m\mathbf{v}^2}{2} + V(\mathbf{q}) = H(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + V(\mathbf{q}). \quad (2.28)$$

Выражение для гамильтониана (2.28) и уравнения движения (2.27), (2.26) для классической точечной частицы и соответствующей квантовомеханической системы совпадают. Это совпадение обусловлено действием принципа соответствия, сформулированным, исходя из алгебраической формы законов динамики. Различие же между двумя описаниями обусловлено различием представлений физических наблюдаемых динамической алгебры \mathcal{S} .

Классическому описанию соответствует представление алгебры динамических наблюдаемых *числами* и *функциями* в функциональном пространстве. При этом параметры наблюдаемых при измерениях могут принимать свои значения совершенно независимо друг от друга. Возможность же независимо принимать значения для скорости частицы и её координат позволяет говорить о непрерывном движении этой частицы по траектории, определяемой решением уравнения движения (2.27) и представляющим некоторую функциональную зависимость $q(t)$. Определяющую роль в описании непрерывности движения точечной частицы играет известное соотношение $l = |\mathbf{v}| \cdot \Delta t$, где параметр скорости \mathbf{v} приобретает смысл топологической связки между континуальными множествами, представляющими пространство и время. Это обстоятельство обуславливает возможность синхронизации разноместных часов, то есть реализации процедуры установления соответствия между динамическим и эволюционным упорядочивающими временными факторами.

Квантовомеханическому описанию соответствует представление динамических наблюдаемых *операторами в гильбертовом пространстве*. Это представление существенно меняет не только картину движения и уже не точечной частицы, а квантовомеханического объекта, но и ставит вопросы о последовательности *существования* фиксируемых состояний казалось бы одного и того же генетически тождественного самому себе объекта, и о *сосуществовании* в становлении, но уже разных объектов. Дело в том, что локализованный квантовомеханический объект с $\Delta q = 0$ в силу соотношения неопределённостей Гейзенберга будет иметь неопределённость в значении импульса $\Delta p = \infty$ (или $\Delta v = \infty$). Это означает, что для локализованной в какой-то момент времени частицы невозможно предсказать её положение в следующий момент, а движения такого объекта невозможно представить траекторией. Здесь расстояние между событиями и интервалы времени рассчитываются, исходя из вероятностной меры. Параметр \mathbf{v} в формуле $l = |\mathbf{v}| \cdot \Delta t$ теряет смысл *топологической связки* между пространственными

перемещениями и интервалами времени, ставя под сомнение возможность сопоставления динамического и эволюционного временных факторов.

В классической механике генетическое тождество частицы самой себе обеспечивается именно непрерывностью её движения по траектории. Кроме того, классическому объекту для его однозначной идентификации в процессе движения можно добавить дополнительную характеристику (например, “покрасить” его). При квантовомеханическом же описании критерий непрерывности движения теряется, а добавить дополнительные характеристики просто невозможно – набор квантовых чисел фиксирован. Генетическое тождество объекта в квантовой механике обеспечивается волновой функцией. Однако, хотя волновая функция объекта и обеспечивает целостность описания объекта и его генетическое тождество самому себе, тем не менее, она не наблюдаема, а потому не пригодна для геометрической самоидентификации объекта при наблюдении в движении. Очевидно, что наблюдение при таких условиях будет сопровождаться потерей информации об объекте.

И здесь мы фактически видим следующее. *Пространственная локализация точечного объекта в квантовой механике не совместима с последующей возможностью наблюдения непрерывного в обычном понимании движения*, поскольку исчезает понятие траектории, как упорядоченной конструкции из “близких” точек. Невозможность наблюдения траекторий ведёт к потере информации о генетическом средстве последовательных положений точечного объекта. Для многочастичных задач встаёт вопрос – та частица или не та будет представлена в последующем состоянии?

Несуществование траекторий движения не позволяет поставить и задачу о встрече двух точечных частиц, что ставит под сомнение рациональную осмысленность связки – *точечно локализованная частица и непрерывное движение в квантовой механике*. Таким образом, *безразмерная точка не может выступать в качестве концептуального топологического элемента для пространства микромира: она, как модель, не может быть представлена каким-либо объектом в микромире*. Как непосредственное следствие этого,

можно сделать вывод о *невозможности синхронизации разноместных часов, то есть невозможности установления соответствия между динамическим и эволюционным временами.*

Далее, составные физические тела, представляемые как “аддитивная” композиция простых и дискретных объектов, не могут быть геометрически устойчивыми. *При микроуровневом описании исчезает понятие физического тела с устойчивой геометрической формой.* Но в этом случае становится невозможным построить и систему координат на микроуровне как устойчивой системы отсчёта пространственных отношений микрообъектов. Все пространственные зависимости должны будут отсчитываться от системы координат уже “не родного” макроуровневого описания. А это значит, что координатное представление квантовой картины, безусловно, должно быть связано с макроуровневым описанием, то есть описанием, свойственным классической физике. Измерение же координаты q необходимо рассматривать как проецирование квантового состояния на определённую позицию при макроуровневом описании; такое проецирование всегда будет сопровождаться потерей информации о пространственном состоянии микрообъекта.

Таким образом, попытка определить очередное положение квантового объекта в бесконечно близкий момент времени с помощью традиционной парадигмы непрерывности движения, очевидно, терпит неудачу вследствие действия соотношения неопределённостей между координатой и импульсом этого объекта. “Камнями преткновения” становятся такие понятия как локализация и арифметизация близости пространственно-временных отношений. Возникает необходимость установление новой топологии этих отношений.

Новый подход к возможности определения топологии пространственных отношений между квантовыми объектами даёт уравнение непрерывности для волновой функции, следующее из уравнения Шредингера

$$\frac{d}{dt} \int_V |\psi|^2 dV = - \oint_S \mathbf{j} ds. \quad (2.29)$$

Здесь V – рассматриваемый объём, а S – поверхность, окружающая этот объём. Оба параметра макроскопичны, то есть они задаются средствами макроскопической физики.

Уравнение непрерывности (2.29) позволяет сменить метрическую меру близости, связанную с расстоянием между двумя точками, на вероятностную меру. Возникают совершенно новые пространственно-временные топологические понятия непрерывности и сходимости по вероятностной мере.

Рассмотрим это подробнее. В классической механике, если известно решение уравнения движения (2.27) в виде $\mathbf{q} = \mathbf{q}(t)$, то при начальных условиях $\mathbf{q}(t_1) = \mathbf{q}_1$ и $\mathbf{q}(t_2) = \mathbf{q}_2$ вероятность перемещения $Pr\{\mathbf{q}_2 \leftarrow \mathbf{q}_1\}$ частицы из точки \mathbf{q}_1 в точку \mathbf{q}_2 равна единице:

$$Pr\{\mathbf{q}_2 \leftarrow \mathbf{q}_1\} = 1, \quad (2.30)$$

где $\mathbf{q}_2 = \mathbf{q}_1 + d\mathbf{q}$. Причём

$$|d\mathbf{q}| = |\mathbf{v}|dt, \quad (2.31)$$

где $|\mathbf{v}| = |\dot{\mathbf{q}}|$, а переход $\mathbf{q}_1 \rightarrow \mathbf{q}_2$ осуществляется непрерывным образом. Степень близости точек \mathbf{q}_1 и \mathbf{q}_2 , формализующей непрерывность, определяется стандартной мерой $|d\mathbf{q}|$. При таком описании индивидуальность, как генетическое тождество частицы самой себе, не теряется ни в одночастичных, ни в многочастичных задачах.

В квантовой механике вероятность $Pr\{\mathbf{q}_2 \leftarrow \mathbf{q}_1\}$ перехода $\mathbf{q}_1 \rightarrow \mathbf{q}_2$ представляется выражением

$$Pr\{\mathbf{q}_2 \leftarrow \mathbf{q}_1\} = |\langle \psi(\mathbf{q}_2, t) | \psi(\mathbf{q}_1, t) \rangle|^2 dV_2 < 1. \quad (2.32)$$

В отличие от классического случая непрерывное численное соответствие, аналогичное (2.31), здесь отсутствует. Более того, в общем случае вероятность перехода в любую другую точку не равна нулю. Именно поэтому (2.32) представляет собой строгое неравенство.

Вместо (2.31) непрерывность “движения” квантовомеханического объекта описывается уравнением непрерывности вероятности (2.29). Однако, (2.29) представляет “движение” не самого объекта, а его “виртуального облака”, и движение этого “облака” действительно непрерывно: изменение

вероятности нахождения объекта в некотором объёме ΔV однозначно связано с потоком этой вероятности через поверхность, ограничивающую объём $S(\Delta V)$:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Delta V} |\psi|^2 dV = - \oint_{S(\Delta V)} \mathbf{j} ds. \quad (2.33)$$

Для нашей задачи:

$$\frac{d}{dt} \int_{dV_2} |\psi|^2 dV_2 = - \int_{S(dV_2)} \mathbf{j} ds_2. \quad (2.34)$$

Вероятность обнаружить объект в объёме dV_2 в единицу времени равна величине притока вероятности через площадку $S(dV_2)$, ограничивающую dV_2 . Именно поток вероятности и должен стать основой оценки близости исходного положения \mathbf{q}_1 и последующего \mathbf{q}_2 . Мерой же возможности реализации траектории конечного движения объекта должна стать вероятность реализации такой траектории как случайного процесса, регистрируемого на макроуровне.

Таким образом, движение квантовомеханического объекта, ассоциируемого с частицей (например, элементарной частицей), можно описать как “движение” виртуального “облака” вероятности, описываемого квадратом дифференциала $|\psi(\mathbf{q}, t)|^2 dV$, получаемого в результате решения уравнения Шредингера. Кроме того, движение этого “облака” в операторном виде подчиняется уравнению, по форме совпадающим с классическим (2.27). При движении виртуального “облака” выполняется уравнение непрерывности (2.29).

При измерении положения такой квантовой частицы мы получаем информацию об её “одномоментной” локализации в соответствии с плотностью вероятности $|\langle \mathbf{q} | \psi(_, t) \rangle|^2$. Однако более точно эта фраза должна прозвучать так: поместив классический прибор в точку с макрокоординатами \mathbf{q} , мы с вероятностью $|\langle \mathbf{q} | \psi(_, t) \rangle|^2$ обнаружим там квантовую частицу.

Разумеется, движение виртуального “облака” вероятности нельзя отождествлять с движением квантовой частицы даже в каком-либо распределённом состоянии, то есть, рассматривая плотность вероятности как плотность распределения частицы.

Таким образом, соотношения неопределённостей Гейзенберга иллюстрируют противоречивость пространственно-временных отношений в микромире, поскольку нельзя одновременно задать положение объекта и его скорость. Очевидно, что в этом случае описание пространственного движения с помощью непрерывных траекторий становится невозможным. Вызывает сомнения и возможность представления длин и промежутков времени в метрических шкалах измерения.

Поскольку квантовомеханический объект приобретает определённую макропространственную существование только в связи с обменом информацией между микроуровнем и макроуровнем, реализуемым в процедуре измерения, а концепция непрерывного времени при микроуровневом описании существенно отличается от макроуровневой, “движения” на микроуровневой организации материи не описываются простым механическим способом.

Уравнение Шредингера допускает решение задачи для единичного квантовомеханического объекта, а уравнение непрерывности для плотности вероятности даёт возможность интерпретации движения этого объекта как “частицы”. И хотя эта интерпретация существенно отличается от описания движения классической частицы, тем не менее, она даёт возможность рационального понимания движения единичного квантовомеханического объекта.

Квантование пространственно-временных отношений приводит и к возможности квантования движения, а именно к квантованию скорости движения. Учитывая соотношение $t = k$ ($\Delta t = 1$) и решение (2.24) получаем выражение для квантованной скорости

$$\mathbf{v}_H(K) = \mathbf{v}_H(1) + i \left[\tilde{H}_H \right] \sum_{k=1}^K \mathbf{v}_H(k) = \mathbf{v}_H(1) + i \left[\tilde{H}_H, \sum_{k=1}^K \mathbf{v}_H(k) \right]. \quad (2.35)$$

Следующим важным этапом в развитии понимания пространственно-временных отношений в микромире явилась попытка одночастичной интерпретации уравнения Клейна-Гордона. Это уравнение с самого начала предназначалось для решения задач динамики релятивистского квантового

объекта. Однако в отличие от нерелятивистского случая интерпретация уравнения Клейна – Гордона, трактуемая как одночастичное уравнение движения для скалярной релятивистской квантовой частицы, встречает серьёзные трудности. Дело в том, что для волновой функции, полученной как решение уравнения Клейна-Гордона, не выполняется уравнение непрерывности²⁰⁾, поэтому в этом случае исчезает возможность интерпретировать движение даже в форме виртуального “облака” вероятности, как при движении нерелятивистского квантовомеханического объекта.

Этому уравнению была дана новая полевая интерпретация, что послужило отправным моментом возникновения и утверждения новой концепции микроуровневой организации материи – полевой. Именно здесь был зафиксирован свершившийся факт: с появлением уравнения Клейна - Гордона закончилась эра “частиц-одиночек” и одночастичных решений. Началась эпоха квантовой теории поля и решений для коллективов виртуальных частиц.

В связи с этим отметим ещё один нетривиальный момент в определении динамики квантовомеханических процессов. Это процессы рождения и уничтожения частиц. Моменты рождения и уничтожения частиц – это своеобразные временные точки бифуркации, и именно они ставят вопросы топологии времени, как множества – вопросы временной локализации моментов рождения и уничтожения частиц. Возможности “подойти ближе”, *но только к рассмотрению* подобных вопросов, могут представиться при обсуждении решения динамического одночастичного уравнения во внешнем поле в представлении взаимодействия.

Таким образом, топологическая концепция точки как основного элемента макропространства на квантовомеханическом уровне – неустранимо противоречива. С одной стороны – это объект описания микромира, а с другой стороны такому объекту нельзя сопоставить что-либо реальное в этом самом микромире. Поэтому, строго говоря, говорить о пространственно-временных

²⁰⁾ Вследствие возникновения отрицательных плотностей

отношениях в терминах точечных объектов, не обладающих размерами, бессмысленно. Определённость пространственно-временных отношений возникает только при взаимодействии микрообъектов с макроизмерительными приборами, а сами пространственно-временные отношения, по существу — макроскопичны. Модель точки вполне пригодна при решении аппроксимационных задач и это успешно используется. Следует отметить, что модель точки не может использоваться при логическом построении теорий даже для мегамасштабов, например, в случае рассмотрения сингулярностей.

На вопрос: *когда возникает возможность введения концепции пространственно-временных отношений?* — мы должны ответить: в тот момент, когда становится корректной постановка задачи о встрече двух локализованных тел и возможность её решения. Этот момент естественно назвать квазиклассическим приближением.

О механизме формирования пространственно-временных отношений

В некантовом приближении (*-макро, -мега*) пространственно-временное описание основывается на динамических уравнениях локализованных объектов и уравнениях геодезических. Это описание характеризуется полной детерминированностью. Тем не менее, существует возможность, включая традиционную квантовую механику, и вероятностного описания представления результатов измерения этих отношений с помощью *скалярной вероятностной меры* на основе описания результатов измерений как случайных событий σ -алгебры множеств, то есть с помощью известных методов теории вероятностей и статистики (п2.21):

$$\mu_S(\Delta) = \Pr\{u \in \Delta | \tilde{S}\}, \quad \Delta \in \mathcal{A}(U). \quad (2.36)$$

Здесь: \tilde{S} — совокупность исходных условий, неразличимых с точки зрения выбранной процедуры измерений, что формализуется понятием состояния наблюдаемой системы перед измерением S и фиксируется как класс

эквивалентности множества \tilde{S} ; U – пространство *элементарных* случайных событий, то есть элементарных результатов измерений, представляющее собой измеримое множество с помощью σ -алгебры $\mathbf{A}(U)$; Δ - оцениваемый результат измерения; $\mu_S(\Delta)$ - вероятность попадания результата измерения u в область Δ .

Для квантовомеханического описания результатов измерений возможна и другая схема. Здесь результаты измерений описываются соотношением, следующим из (п2.25):

$$\mu_\rho(\Delta) = \text{Pr}\{u \in \Delta | \rho\} = \text{Tr } \rho \Pi(\Delta), \quad \Delta \in U. \quad (2.37)$$

Здесь: ρ – матрица плотности смешанного квантовомеханического состояния; Δ - оцениваемый результат макроизмерения; $\mu_\rho(\Delta)$ - вероятность попадания результата измерения u в область Δ ; $\text{Tr}(A)$ – след оператора A ; $\Pi(\Delta)$ - заданная *вероятностно-операторная мера*²¹⁾; U – пространство *элементарных* случайных событий, то есть элементарных результатов измерений, представляющее собой измеримое множество с помощью вероятностно-операторной меры $\Pi(\Delta)$.

Характерной особенностью этой формулы является то, что левая сторона равенства представлена макропараметрами, а правая – микрохарактеристиками. Если рассматривать в качестве Δ какие-то пространственно-временные области, то сама формула формально отображает определяемый механизм “превращения” квантовомеханических характеристик в пространственно-временную определённость. При этом квантовое состояние системы характеризуется матрицей плотности ρ , а сама конкретика преобразования определяется выбором вероятностно-операторной мерой $\Pi(\Delta)$, связывающей микроуровневое описание с макроуровневым результатом.

Вопросы возникновения пространственно-временной определённости подробно рассмотрены в Приложении 3.

²¹⁾ См. Приложение 2

Особенности описания пространственно-временных отношений в микромире заключаются в следующем.

Невозможность сопоставить геометрической точке какого-либо объекта микромира не позволяет говорить ни о классической топологии пространственных отношений, ни об их аффинной упорядоченности. Даже о размерности пространства микромир “узнаёт” только при описании и интерпретации пространственно-временных измерений в макрокоординатном представлении.

Упорядочивающий временной фактор t в соотношениях (2.1) и (2.12) необходимо понимать как эволюционное время. Динамическим временем его нельзя назвать, поскольку на микроуровне отсутствует само движение по траектории некоего локализованного объекта, а возможность введения динамического времени, упорядочивающего изменение положения локализованного объекта на фоне других объектов, нереализуема. Тем не менее, эволюционный временной фактор, упорядочивающий изменения векторов состояний или динамических переменных квантовомеханических систем через решения уравнений Шредингера и Гейзенберга, обладает свойством аффинности.

Что описывает волновой вектор $|\psi\rangle$? Некий фрагмент реальности, который приобретает пространственно-временную определённость при измерениях на макроуровне: располагая детекторы в макромомент времени t в точке пространства с макрокоординатами (x, y, z) мы можем с вероятностью $|\langle\psi|\psi\rangle|^2$ зафиксировать этот фрагмент реальности как квантовомеханический объект. До измерения этот фрагмент квантовой реальности представлял в отношении пространственно-временной определённости собой некую вероятностную виртуальность. Таким образом, можно сказать, что предметом квантовой физики является описание “моря вероятностных виртуальностей”, которые наблюдаются как реальности в процессах макроизмерений. Вполне возможно, что именно этот виртуальный фон и представляет собой основу *праматерии*, недифференцированной даже в пространственно-временном отношении.

В отношении физической измеримости пространственно-временных отношений на микроуровне необходимо сказать следующее.

Мера множества, соответствующего возможным событиям, заполняющим временной интервал $[t_1, t_2]$ для вектора состояния $|\psi\rangle$, волновой функции или матрицы плотности, уже не будет описываться как в классической механике известной мерой Жордана, равной величине интервала $t_2 - t_1$. Это связано с тем, что сами события внутри интервала $[t_1, t_2]$, фиксируемого начальной (t_1) и конечной (t_2) точками упорядоченного множества, имеют вероятностную природу и регистрируются именно макроэталонами измерения времени. Для описания меры множества подобных событий должны применяться скалярно-вероятностные или вероятностно-операторные меры. Существенным обстоятельством здесь является и тот факт, что топология пространственно-временных отношений, основанная на мере Жордана, становится неприменимой: как известно, исходным элементом этой топологии является безразмерная точка, а мерой близости точек – расстояние, вычисленное помощью меры Жордана. Однако в квантовой физике не существует объектов, соответствующих безразмерным пространственно-временным точкам. В силу этого, отсутствует возможность введения микроэталонных длины, времени и скорости. Поскольку расстояние между событиями и интервалы времени рассчитываются, исходя из вероятностной меры, параметр ν в формуле $l = |\nu| \cdot \Delta t$ теряет смысл топологической связки между пространственными перемещениями и интервалами времени. При микроуровневом описании физических явлений в *ТМК-топологии* измерение динамического времени с помощью эволюционного становится невозможным.

Именно отсутствие эталонов длины, времени и топологической связи между ними и подразумевается, когда говорится о невозможности физической измеримости пространственно-временных характеристик на микроуровне.

В квантовой механике время рассматривается как упорядочивающий аффинный фактор для состояний системы, который может быть дискретным и непрерывным. Дискретное время называется *протовременем*; непрерывное время в общем случае – *квантовомеханическим временем*. Метрические свойства квантовомеханического времени определяются макроуровневыми процедурами измерения с помощью макроприборов.

Формализация макроскопических процедур пространственных измерений определяет, в том числе и понятия макроскопической непрерывной, метризуемой и трёхмерной определённости пространственного существования квантового объекта. Размерность же конфигурационного пространства на микроуровне при применении *теоремы о неприводимости* не регламентируется никакими запретами.

Реальное движение на микроуровне как перемещение локализованного объекта отсутствует. Однако на макроуровне можно говорить о виртуальном движении “облака вероятности” при фиксации пространственно-временных отношений, то есть наблюдении за “движением” квантовых объектов классическими средствами наблюдения. Эту процедуру необходимо ассоциировать с проецированием микроизменений на пространственно-временные отношения макромира.

Фундаментальные свойства макроуровневой организации материи такие как непрерывность и размерность $(3 + 1)$ пространства-времени на микроуровне вводятся фактически по определению, согласно формулам (2.1) и (2.21) в связи с необходимостью согласования с аналогичными свойствами макроуровневого описания. Нынешний противоречивый характер общих (*микро-* и *макро-*) пространственно-временных отношений “узаконивается” с помощью квазиклассической процедуры установления соответствия между квантовым и классическим способами двухуровневого описания физических явлений (квазиклассическое приближение).

Противоречивый характер пространственно-временных отношений микромира заключается в кажущемся *наследовании* макроуровневым описанием этих отношений от микроуровня. Речь же должна идти о *возникновении* пространственно-временных отношений.

Макро-^[4]

Основная особенность взаимодействия микро- и макро-. На микроуровне не существуют точечных объектов, основных носителей геометрии макромира, а измерения геометрически “точечных” характеристик осуществляется с помощью макроприборов. Эти процедуры измерения можно рассматривать как процедуры проецирования изменений микропараметров на макроуровень наблюдения.

Время

Пространственно-временные отношения в квантовой механике определяются классическими процедурами измерения и наследуются с макроуровня, где пространственно-временная концепция используется наиболее эффективно при описании физических явлений.

Здесь мы представим базовые моменты упорядочивания макрособытий при описании их динамики в процессах становления, и что мы будем понимать под временем в контексте его измерения. Это особенно важно для задания временных координат каких-либо объектов, которые являются важнейшими характеристиками, определяемыми в системах отсчёта.

Существуют объекты – простые и сложные. Они представляются физическими телами, системами, подсистемами. Объекты наделены определёнными свойствами – каждый объект своими. Эти свойства могут изменяться. Изменения мы замечаем и описываем с помощью некоторых процедур наблюдения или измерения, а пространственные изменения описываются в терминах изменений координат со временем в заданных системах отсчёта.

Пространственная определённость сосуществования физических объектов фиксируется как их взаиморасположение; временная определённость существования фиксируется как изменения, происходящие вокруг нас. Меняются характеристики тел, систем, подсистем, меняется их взаимное расположение. Даже, если ничего не меняется в нашем ближайшем окружении,

можно с уверенностью сказать, что где-то далеко или близко что-то меняется и эволюционирует. Застывшего Мира не существует.

Согласно Лейбницу, *время – это порядок последовательности различных состояний*. Но каждый объект имеет свои индивидуальные характеристики, которые принимают конкретные значения при изменении своего состояния. То есть и состояния, и порядок сменяющих друг друга состояний в последовательности их становления для каждого объекта свои, характерные только для него. Это значит, что у каждого объекта своё время, как некоторая характеристика, упорядочивающая и представляющая его изменения в становлении или эволюции. Таким образом, время – это характеристика, которая для каждого объекта своя: *каждый объект обладает своим собственным порядком становления состояний*. Как формально описать это? Перечислением уже наступивших состояний в их естественном порядке становления. В результате мы получим упорядоченное множество уже реализованных состояний объекта, время же выступает в таком случае как *упорядочивающий фактор* в становлении событий в едином эволюционном процессе изменения этого объекта.

Физику мы традиционно понимаем как науку о физических процессах, протекающих во времени. Основной задачей физики является нахождение законов изменения состояний систем и, что немаловажно, в координации с событиями других систем. Роль же физики как науки, сводится к предсказанию будущего физических систем на основе настоящего или прошлого.

Пусть A представляет множество параметров, описывающих состояние некоторой системы. Для простоты будем рассматривать один заданный параметр системы A , а ряд $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ – как последовательно наблюдаемые значения этого параметра в процессе эволюции системы. Разумеется, любое состояние должно отличаться как от предыдущего, так и последующего. В противном случае его следует “склеить” с тождественным соседним, поскольку нас интересует последовательность различных и

отделимых друг от друга состояний. Для наглядности запишем результаты наблюдения в виде ряда

$$A = \{A_1, A_2, A_3, \dots, A_k\}. \quad (3.1)$$

Обычное же представление зависимости какого-либо параметра от времени t выглядит так:

$$a = a(t). \quad (3.2)$$

Сопоставляя (3.1) и (3.2), мы видим, что индекс k в (3.1) играет ту же роль, что и переменная t в (3.2), только в первом случае индекс k дискретен, во втором – переменная или индекс t непрерывен. В первом случае мы непосредственно задали все возможные состояния A , а во втором – значения параметра a определены функционально на множестве действительных чисел. Но и в том и в другом случаях по значениям аргументов k и t мы можем восстановить соответствующее значение параметра в порядке его становления.. Эти индексы, дискретный в первом случае и непрерывный во втором, мы и будем называть параметром *времени*; A и a – динамическими переменными; $\{A_1, A_2, A_3, \dots, A_k\}$ и $a(t)$ – временной зависимостью, динамикой или эволюцией.

Определим понятие *интервала времени*. В случае (3.1) интервалом времени между j и i состояниями будем называть величину

$$\tau = (j - i + 1), \quad (3.3)$$

а в случае (3.2) интервалом между моментами времени t_2 и t_1 величину

$$\tau = t_2 - t_1. \quad (3.4)$$

Можно заметить, что *эмпирическое* время всегда дискретно, описывается при измерениях рядом (3.1) и представляется дискретными точечными безразмерными моментами. Дискретность эмпирического времени обусловлена, прежде всего, практической реализацией процедур наблюдения и измерения. С другой стороны, при макроописании время концептуально представляется непрерывной величиной и функциональной зависимостью (3.2). Совместить эти два представления позволяет *ТМК-топология* множества, представляющего временную ось. Время, определяемое рядом (3.1) или

функциональной зависимостью (3.2), мы будем называть *собственным временем* системы.

Для описания динамики параметров или эволюции системы традиционно используется непрерывное время, а принятой формой представления зависимости параметра от непрерывного времени является (3.2). Можем ли мы перейти от дискретной формы (3.1) к непрерывной форме (3.2) описания?

Для начала рассмотрим, как измерить изменения одной системы, фиксируя изменения другой. Здесь в первый раз возникнет необходимость выполнения такой важной процедуры, как процедуры сопоставления моментов изменений, которая, как мы увидим, обуславливает появление парадоксов, связанных рассмотрением, так называемых эффектов “изменения хода часов”.

В качестве исходной системы, с помощью которой мы будем измерять изменения в рассматриваемой системе, мы можем использовать какой-либо периодический процесс — осциллятор. Для наглядности будем использовать математический маятник. Но почему именно периодический процесс, а не изменения какой-либо произвольной эволюционирующей системы? Да, потому что свойство периодического процесса таково, что этот процесс каждый раз сам себя восстанавливает в изначальной ипостаси. Например, отвлекаясь от промежуточных положений математического маятника, можно сказать, что у маятника есть чётко различаемое состояние, например — крайнее левое положение, которое каждый раз автоматически восстанавливается, а продолжаться это может бесконечное число раз. Пересчитывая эти последовательные состояния, мы получаем динамический ряд для стандартной системы, представленной периодическим процессом. Здесь появляется искушение сказать, что мы измеряем “чистое” время субстанциональной ньютоновой концепции. На самом деле мы пересчитываем события автоматического становления одного и того же состояния выбранной нами эталонной системы. Способность же периодических систем к самовосстановлению — эмпирический факт, не вызывающий ни сомнений, ни неясностей. Ну, а если кто-нибудь скажет, что мы измеряем время, мы

вынуждены будем спросить: *а что же такое “чистое время”, которое мы пытаемся измерить с помощью эталонной системы?*

Может возникнуть такой вопрос. У нашего осциллятора всего-навсего одно состояние — крайнее левое положение; выписывая же члены последовательности (3.1) мы договорились “склеивать” смежные тождественные состояния. Тогда во всей последовательности (3.1) для этого осциллятора должен будет остаться всего лишь один член. Но дело в том, что мы абстрагировались от промежуточных состояний, именно тех состояний, которые и позволяют отделить друг от друга периодически возобновляющиеся состояния крайнего левого положения, так что необходимость “склеивать” на самом деле не вполне тождественные состояния отпадает; мы просто огрубili механизм измерения с помощью нашей эталонной системы, не нарушив идеи измерения.

Для следующего примера в общем случае можно использовать квантовомеханическую концепцию дискретного *прото*времени для каждой из двух систем.

При реализации описанной процедуры “измерения”, а по сути дела при *синхронизации* двух процессов с помощью сопоставления рассматриваемой системы с эталонным осциллятором могут возникнуть такие ситуации:

$$\boxed{\text{А)} \quad A = \{A_1, A_1, A_1, A_2, A_3, A_3, \dots, A_i, \dots, A_j\} \\ \{1, 2, 3, 4, 5, 6 \dots k \dots m\}} \quad (3.5)$$

$$\boxed{\text{В)} \quad A = \{A_1, A_3, A_5, A_7, A_8, A_{10}, \dots, A_i, \dots, A_j\} \\ \{1, 2, 3, 4, 5, 6 \dots k \dots m\}} \quad (3.6)$$

В первом случае (3.5) представлена ситуация, когда число зафиксированных осцилляций превысило число различных состояния системы, что привело к необходимости добавить во временной ряд дополнительные члены, во втором (3.6) — наоборот, число зафиксированных осцилляций оказалось меньше числа состояний исходной системы, что привело к потере некоторых членов ряда для исходной системы.

По сути дела, в первом случае измеренное время исходной системы стало больше его собственного, что привело к появлению феномена постоянства параметра во времени²²⁾. Во втором случае измеренное время исходной системы оказалось меньше его истинного значения, что может стать причиной потери гладкости функциональной зависимости параметра от времени (например, в задаче упругого отражения шара от неподвижной стенки величина импульса изменяется скачкообразно в момент отражения шара от стенки). Не эффекты ли (3.5), (3.6) мы пытаемся объяснить в рамках “парадоксальности” СТО? Проявление этого эффекта мы назовём *изменением масштаба измерения собственного времени*.

Далее. Выбирая в качестве системы, воспроизводящей эталонный процесс с всё большей “частотой” генерации осцилляций, по сравнению с “частотой” изменений сравниваемой системы (случай А), мы увеличиваем плотность точек-состояний эталонной системы. В конце концов, при достижении ситуации, когда число осцилляций эталонной системы становится значительно больше числа изменений исходной системы, в качестве макроприближения мы можем рассматривать эталонную систему как систему, воспроизводящую непрерывную последовательность. Именно эта аппроксимация позволяет рассматривать временную ось как непрерывное и упорядоченное множество. Уже для этого множества возможно введение меры Жордана, а саму координатную ось рассматривать как аффинное представление непрерывного времени. Калибровка временной координатной оси с помощью эталонных часов²³⁾ приводит нас к классическому понятию измеримого времени. Стандартный периодический процесс с заданной “частотой” осцилляций определяет эталон времени, а интервал между осцилляциями этого эталонного процесса называется единицей измерения времени. Однако именно эта аппроксимация и обуславливает появление парадоксов, связанных с интерпретацией измерений пространственно-временных характеристик.

²²⁾ ср. т.2 в разделе “ТМК-топология”

²³⁾ см. в разделе **Метрическая модель**

При описании пространственно-временных отношений на макроуровне как непрерывных, вводится понятие точечного *события*. *Геометрически* точечное событие описывает положение *бесструктурной материальной точки* в заданный момент времени относительно какой-либо системы отсчёта. Такое описание соответствует геометрическому приближению описываемой физической системы, размерами которой можно пренебречь, а характерные времена для которой заведомо больше единицы измерения времени. Однако каждая система характеризуется своим собственным временем. В этом случае можно представить пространство заполненным такими “маленькими” системами. Тогда и время, даже в рамках классической физики, необходимо рассматривать как *пространственно-локальную* характеристику. Это означает отказ от единого времени, а возможность его введения требует специального рассмотрения. Синхронизация часов во всех точках их расположения, то есть приведение тангенциального и ортогонального упорядочивающих *временных* факторов²⁴⁾ в соответствие одного к другому, а также факт сохранения этой синхронизации приводит нас к понятию времени как некой *глобальной бесконечно делимой (непрерывной) сущности*, с помощью которой возможно описание всех процессов при единой координации. Такое представление соответствует *ньютоновой субстанциональной концепции времени*.

В условиях применимости классического приближения непрерывного времени мы можем работать и в ньютоновой концепции времени, поскольку при возникновении парадоксов, мы можем всегда возвратиться к истокам лейбницевой концепции. Можно сразу же сказать, что при лейбницевом подходе к определению понятия времени мы можем избавиться от так называемого “парадокса близнецов”. А “замедление” или “убыстрение” времени, как субстанции, становятся невозможными вовсе, поскольку этой субстанции в лейбницевой концепции просто-напросто нет. Конечно, мы можем замечать различия в показаниях часов, например, которые встретились. Но всё это может быть объяснено вполне рационально и без всяких парадоксов

²⁴⁾ см. в разделе **Метрическая модель**

в рамках понятия *координатного времени*. Возникновение же самих парадоксов обуславливается просто неадекватностью интерпретаций процедур измерения и ньютоновой концепцией времени.

При осуществлении процедуры арифметизации пространственно-временного многообразия нам потребуются в большом количестве приборы, которые мы называем часами. В дальнейшем мы будем называть часами те приборы, которые реализуют возможность поддержки стандартов частоты на основе единого стандартного процесса. *Одинаковость* этих процессов, то есть описание одними и теми же уравнениями физики в различных точках пространства, принимается по определению: другого не дано. Конечно, под нашими часами можно подразумевать и обыкновенные хронометры, часы, маятники, “будильники”, “ходики”, обладающие достаточной точностью и возможностью их синхронизации с выбранным стандартным процессом.

Пространство

Что мы имеем в виду, когда говорим о визуальном пространстве, не нагружая разговор излишними ассоциациями, связанными с его субстанциональностью, не наделяя его свойствами вместилища для всего сущего? *Прежде всего, мы имеем в виду феномен пребывания одних объектов подле других, то есть их совместного сосуществования. Именно этот факт мы фиксируем как наличие пространственных отношений между объектами. Когда же мы говорим о пространстве как о некотором обозримом и видимом фрагменте сосуществующих объектов, здесь мы используем термин “пространство” не более, чем элемент сленга, доставшегося в “наследство” от субстанциональной ньютоновой концепции.* Поэтому под встречающимися фразами типа “реальное пространство”, “свойства реального пространства” и аналогичными, следует понимать: “пространственные отношения между реальными физическими объектами”, “свойства пространственных отношений между реальными физическими объектами”.

Концептуально реальные объекты пространства²⁵⁾ могут представляться соответствующими геометрическими образами: точками, линиями, поверхностями, объёмными фигурами, основными свойствами которых являются их метрические характеристики: расстояния, длины, площади, объёмы. Оперирование образами представляет собой предмет геометрии, а сами образы – суть объекты геометрии, как математической дисциплины.

Возникновение формализованного описания свойств геометрических объектов восходит ко временам Евклида и Пифагора, что явилось началом становления геометрии, как науки. Эта геометрия известна как геометрия Евклида. Тождественность пространственных отношений реальных объектов свойствам геометрии Евклида казалась самоочевидной. Основными же признаками этой тождественности является выполнимость пятого постулата Евклида или теоремы Пифагора. Предметом же геометрии являлось в основном описание геометрических свойств самих реальных объектов.

Свойства упорядоченности или сосуществования объектов стали описываться гораздо позже – во времена Декарта. Декарт и его современники предложили координатный способ геометрического описания фактов пребывания одних объектов подле других. Было ясно, что при описании взаиморасположения многих объектов относительно опять-таки многих других, возникает слишком большое разнообразие, которое в общем случае труднообозримо. Поэтому было предложено описывать положение любых объектов относительно одного объекта и общего для всех.

Образ общего объекта, *относительно* которого и должно описываться положение всех других объектов был назван *системой координат*.

²⁵⁾ Ещё раз уточним смысл фразы: *Концептуально реальные объекты пространства могут представляться геометрическими образами...* Здесь мы имеем в виду следующее: пространственные отношения между реальными объектами представляются модельными отношениями между концептуальными образами геометрии. О пространстве, как некой субстанции, здесь нет и речи: реальны только объекты, находящиеся в отношениях быть друг подле друга.

В классической физике каждый объект, имеющий конечные размеры, можно рассматривать как состоящий из других, более мелких, находящихся так же в отношениях пребывания друг подле друга. Размерами этих малых объектов при рассмотрении задач классической механики в большинстве случаев можно пренебречь. Здесь мы приходим к *геометрическому понятию материальной точки*, размеры которой малы по сравнению с размерами рассматриваемых объектов. В достаточном приближении можно говорить об отсутствии размеров у материальных точек. Тогда задача пространственного описания упрощается и представляется как описание положения материальной точки относительно выбранной системы координат. Здесь появляется возможность наделить концептуальное пространство атрибутом бесконечной делимости и *непрерывности*, что неизбежно будет ассоциироваться со свойствами пространственных отношений реальных объектов.

Таким образом, пространственные отношения в классической физике, основывающиеся на концепции точки, не имеющей размеров, могут быть представлены на основе ТМК-топологии.

На свойстве концептуальной непрерывности пространственных отношений следует остановиться особо. Основанием для этого служат известные факты возникновения противоречий при решении физических уравнений для достаточно малых масштабов, при пространственном описании поведения квантовых объектов. Вспомним, что *ТМК-топология* приводит к противоречивым выводам при микроуровневом описании физических явлений. Однако, как и при введении непрерывного координатного времени, *введение координатной и непрерывной меры пространственного положения можно рассматривать как факт использования макроскопической аппроксимации, когда при формальном описании физических явлений размерами мельчайших классических объектов можно пренебречь по сравнению с характерными масштабами в решаемых задачах.* В работоспособности такой аппроксимации можно убедиться и на примере работы с волновыми функциями квантовых частиц как проекций квантовых

состояний в координатном представлении. При неопределённости описания положения частиц, в силу соотношений Гейзенберга волновая функция, как функция пространственных координат и координатного времени, тем не менее, является вполне работоспособным инструментом в описании микроявлений.

Эмпирическим фактом является необходимость задания *трёх* чисел для однозначного определения положения материальной точки относительно заданной системы координат. Этот факт называют *трёхмерностью* пространства.

Представление пространства как бесконечно делимой трёхмерной сущности, как вместилища всех событий и объектов соответствует ньютоновой *субстанциональной* концепции пространства.

Многовековой опыт, начиная с древней Греции, свидетельствовал о том, что свойства пространственных отношений между реальными объектами “ближнего” пространства, опосредованных практикой, описываются евклидовой геометрией.

Между тем, в середине XIX века появились работы по геометрии, связанные в основном с именами Н. Лобачевского, И. Больяйи, К. Гаусса, Б. Римана. Был предложен ряд геометрий, свойства которых существенно отличались от свойств евклидовой геометрии, но которые могли описывать новые абстрактные пространства. В этих работах напрямую ставился вопрос о необходимости эмпирического обоснования свойств пространственных отношений между реальными физическими объектами, ставился вопрос о геометрии этих отношений. Необходимость решения вопроса о соответствии реальных свойств пространственных отношений геометрии Евклида стала неотложной.

Новые геометрии при отсутствии каких-либо метрических особенностей описывали пространства, которые в общем случае в окрестности любой точки можно было считать евклидовыми, что вполне соответствовало эмпирическим данным о свойствах “ближнего” пространства. Поэтому вопрос о соответствии новых геометрий свойствам реального “ближнего” пространства не мог

возникнуть. Именно это обстоятельство в своё время и дало возможность эмпирического обоснования “Начал” Евклида для “ближнего” пространства и появления теоремы Пифагора – первого знакового воплощения вида евклидовой метрики.

Очевидно, что при евклидовости “ближнего” пространства свойства “дальнего” пространства должны так же определяться и подтверждаться эмпирически, однако эти свойства не могут не зависеть от распределения материи в нём.

В неевклидовых геометриях важным геометрическим объектом является метрический тензор $h_{\alpha\beta}$, определяющий геометрические свойства абстрактного метрического пространства, то есть его метрику. Метрический тензор задаёт расстояние между двумя бесконечно близкими точками этого пространства:

$$dl^2 = h_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta. \quad (3.7)$$

Здесь по дважды повторяющимся индексам α и β подразумевается суммирование от 1 до 3. Пространство, в котором метрика описывается положительно определённой квадратичной формой (3.7) называется римановым пространством.

Поскольку риманово пространство локально евклидово, подходящим выбором системы координат метрику (3.7) можно привести к такому виду, при котором дифференциал длины радиус-вектора какой-либо точки пространства и дифференциалы длин его проекций будут связаны теоремой Пифагора. И именно благодаря этому, выбранная локальная метрика станет локально евклидовой, а система координат – декартовой. Метрический тензор в этом случае будет представляться диагональной трёхмерной единичной матрицей, а само выражение (3.7) в окрестности вектора, примет вид теоремы Пифагора:

$$dl^2 = (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2. \quad (3.8)$$

Построенная таким образом система координат – локальная, а все свойства, характерные для евклидовой метрики будут действительны только в достаточно малой окрестности вектора.

Пространство классической ньютоновой механики – глобально евклидово. Это означает, что вид метрики определяется соотношением аналогичным (3.8) в любой точке пространства.

Кроме свойств евклидовости, непрерывности, ньютоново субстанциональное пространство изначально наделено такими фундаментальными атрибутами как *однородностью* и *изотропностью*. Прежде всего, это связано с абсолютизацией в ньютоновой концепции мер длины и времени. Однако атрибуты однородности и изотропности вполне возможно отнести к свойствам симметрии движений реальных тел уже в лейбницевой концепции отношений. То есть эти атрибуты исчезают как свойства ньютоновой пространственной субстанциональности.

При осуществлении процедур “глобальной” метризации, при самых общих предположениях относительно геометрии реальных пространственно-временных отношений, необходимо будет задавать, продолжать и распространять некоторые свойства на “большие расстояния”. В евклидовой геометрии эти процедуры осуществляются с помощью параллельных переносов вдоль заданных направлений. Например, оси в декартовой системе координат (прямые) получаются именно таким образом – параллельным переносом соответствующего орта вдоль его собственного направления.

Для римановых пространств роль прямых линий играют, так называемые, *геодезические*. Геодезические линии получаются таким же образом, как и в евклидовом пространстве прямые – параллельным переносом направляющего вектора вдоль его собственного направления. Геодезические линии наследуют основное свойство прямых: они являются линиями наименьшей длины среди всех, которые соединяют две заданные точки. Если из начала координат пустить узкий луч света в направлении орта оси, то свет как раз и пройдет по этой оси координат, то есть вдоль геодезической.

Движение

Уравнения движения для материальной точки. Согласно общепринятому определению, *движение* – это изменение пространственного положения физического тела во времени t , а координаты положения точечного тела $\vec{r}(t)$ являются его основными характеристиками. Упорядочивающий координатный временной фактор t для точечной частицы называется *динамическим* временем.

Движение всегда описывается относительно какой-либо системы отсчёта. *Система отсчёта* представляет собой систему пространственных координат, чаще всего декартову, и достаточное множество синхронизированных часов в различных точках пространства. Функциональная зависимость $\vec{r}(t)$ полностью определяет динамику материальной точки в классической физике.

Имея в виду непрерывность и достаточную гладкость функции $\vec{r}(t)$ ²⁶⁾, динамику движущейся точки можно записать в виде разложения $\vec{r}(t)$ в ряд Тейлора

$$\vec{r}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\vec{r}^{(k)}(t_0)}{k!} (t - t_0)^k. \quad (3.9)$$

Из этого соотношения видно, что для определения положения материальной точки в произвольный момент времени t необходимо, вообще говоря, знание всех производных в точке t_0 .

Однако подойти к технике определения функциональной зависимости $\vec{r}(t)$ можно и по-другому: просто оборвать ряд (3.9) на k члене, а причины изменения k -производной формализовать с помощью функции, описывающей некое внешнее воздействие и входящей в разложение (3.9) остаточным членом, зависящим от времени t . Тогда для определения зависимости $\vec{r}(t)$ достаточно будет знать первые k производные в момент t_0 .

²⁶⁾ Собственно, это обстоятельство в основном и знаменует соединение *ТМК-топологии* со свойствами пространственно-временных отношений в классической физике.

Учѐт независимости от времени производной k -го порядка, то есть её постоянство в определённых ситуациях, позволяет реализовать описанную возможность в технике определения функциональной зависимости $\vec{r}(t)$.

Так, например, при условии постоянства $\dot{\vec{r}}(t)$ из (3.9) получаем такую зависимость от времени:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}(t_0) + \dot{\vec{r}}(t_0)(t - t_0), \quad (3.10)$$

то есть для полного определения динамики, согласно (3.10), необходимо задать положение материальной точки $\vec{r}(t_0)$ и первую производную $\dot{\vec{r}}(t_0)$ в начальный момент времени t_0 , а причины изменения $\dot{\vec{r}}(t_0)$ формализовать с помощью введения функции, определяемой дополнительным уравнением.

Аналогично, если $\ddot{\vec{r}}(t) = \text{const}$, то зависимость от времени будет определяться соотношением

$$\vec{r}(t) = \vec{r}(t_0) + \dot{\vec{r}}(t_0)(t - t_0) + \ddot{\vec{r}}(t_0) \frac{(t - t_0)^2}{2}. \quad (3.11)$$

Здесь для определения динамики необходимо задать в момент времени t_0 значение функции $\vec{r}(t_0)$, её первую и вторую производные - $\dot{\vec{r}}(t_0)$, $\ddot{\vec{r}}(t_0)$. В этом случае причины изменения $\ddot{\vec{r}}(t_0)$ необходимо будет формализовать с помощью введения, как и в предыдущем случае, другой функции, определяемой другим дополнительным уравнением. Этот ряд примеров можно продолжить.

Как известно, первая производная $\dot{\vec{r}}(t)$ называется *скоростью* движения $\vec{v}(t)$ материальной точки, а вторая производная $\ddot{\vec{r}}(t) = d\vec{v}/dt$ – её *ускорением* $\vec{a}(t)$.

Научные озарения, связанные с именами Галилея и Ньютона, позволили конкретизировать и саму схему определения динамической зависимости $\vec{r}(t)$ по сравнению с (3.9). В чём же суть догадок Галилея и Ньютона?

Первой догадкой является следующая. Поскольку движение физического тела является его основным состоянием, то для поддержания движения не требуется никаких причин. Установление этого эмпирического факта связывают с именем Галилея. В евклидовом пространстве это утверждение, как

закон инерции, гласит: *всякое свободное движение происходит с постоянной по величине и направлению скоростью*. Системы отсчёта, в которых выполняется этот закон, называются *инерциальными* системами отсчёта. Таким образом, невозмущаемое внешними причинами движение, рассматриваемое относительно инерциальной системы отсчёта, само себя поддерживает с постоянной скоростью и не требует установления причин своего движения.

Вторая догадка заключается в утверждении, что описание изменения движения тела по инерции $(d/dt) \vec{v} = \ddot{\vec{r}}$ возможно при формализации причины изменения этого движения с помощью введения понятия силы, воздействующей на тело:

$$\ddot{\vec{r}} \sim \vec{f}, \quad (3.12)$$

здесь \vec{f} – формализованное представление причины изменения движения по инерции известное как *сила*, действующая на тело. Формулировку этого представления в виде пропорциональности силы \vec{f} и ускорения $\ddot{\vec{r}}$ связывают с именем Ньютона:

$$\ddot{\vec{r}} = \frac{\vec{f}}{m}. \quad (3.13)$$

Коэффициент пропорциональности m является одной из основных характеристик физического тела, называемой *инерционной массой*.

Уравнение движения в виде (3.13) называется *вторым законом Ньютона*. Это уравнение позволяет существенно упростить нахождение функциональной зависимости $\vec{r}(t)$ с помощью решения дифференциального уравнения (3.13). Для частицы, находящейся во внешнем потенциальном поле уравнение (3.13) принимает вид

$$m\ddot{\vec{r}} = -\frac{\partial}{\partial \vec{r}} V(\vec{r}) = \nabla V(\vec{r}). \quad (3.14)$$

В процессе формулировки (3.13) мы получили ответ на один из сакраментальных вопросов физики: *почему уравнения динамики имеют второй порядок по времени?* Ответ следующий: *в силу закона инерции Галилея*.

Решение дифференциального уравнения (3.13) или (3.14) позволяет найти функцию $\vec{r}(t)$ при заданных начальных условиях:

$$\vec{r}(t_0) = \mathbf{r}_0 \text{ и } \vec{v}(t_0) = \vec{v}_0, \quad (3.15)$$

что придаёт полную определённую соотношению (3.9).

Отметим особенности свойств движения физических тел классической физики по сравнению со свойствами движения микрообъектов, описываемых в квантовой физике.

В физике микромира генетическое тождество квантового объекта поддерживается и описывается волновой функцией. Однако при таком описании теряется индивидуальность квантового объекта, поскольку волновая функция не относится к наблюдаемым характеристикам объекта.

Базовыми же концептуальными элементами топологии пространства являются точка без размеров и её окрестность. Они же выступают в качестве меры топологической близости точечных объектов, то есть непрерывности или генетического средства

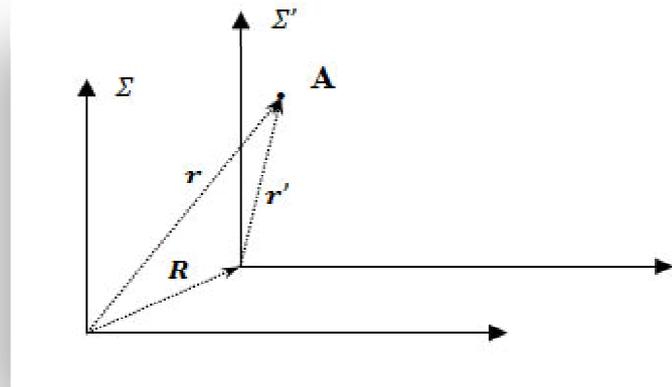


Рис.9. Инерциальная система Σ' движется относительно покоящейся системы Σ со скоростью $\vec{V} = d\vec{R}/dt$; \mathbf{r} и \mathbf{r}' – радиус-векторы движущейся точки А

инвариантного при движении. Таким образом, в классической механике генетическое тождество точечного объекта устанавливается благодаря свойству макронепрерывности движения, что позволяет сохранять и “не терять” индивидуальность объекта при описании его динамики.

Автоморфизмы же группы движений обеспечивают описание генетического средства и для физических тел конечных размеров, при сохранении локализации и формы.

Существование автоморфизмов движения обеспечивает, в конечном счёте, и возможность аппроксимации точечным представлением реальных тел в задачах классической физики.

Преобразования Галилея. Свободное движение с постоянной по направлению и величине скоростью \vec{v} является основным состоянием тела в классической механике. Однако очевидно, что при рассмотрении этого движения из разных инерциальных систем отсчёта будут определяться различные скорости движения. Рассмотрим движение тела A в двух инерциальных системах Σ и Σ' (см. рис. 9).

Координаты точки A представлены в двух инерциальных системах отсчёта – неподвижной Σ и движущейся Σ' . Система Σ' движется с постоянной скоростью \vec{V} относительно системы Σ вдоль направления радиус-вектора \vec{R} . Из правила сложения векторов следует

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}'. \quad (3.16)$$

Здесь \vec{r} – вектор, описывающий положение точки A в системе координат Σ , а \vec{r}' – вектор, описывающий её же положение, но в системе Σ' . Точка A движется в произвольном направлении. Система координат Σ' движется относительно Σ с постоянной скоростью в направлении вектора \vec{R} . Таким образом, положение точки A изменяется как относительно Σ , так и относительно Σ' . Кроме этого изменяется и положение системы Σ' относительно системы Σ .

Учитывая, что $\vec{R} = \vec{V} \cdot t$, получаем

$$\vec{r} = \vec{V} \cdot t + \vec{r}'. \quad (3.17)$$

Время в классической механике – абсолютно и неизменяемое. Можно представить себе ситуацию, когда из одной точки “рассылаются” совершенно одинаковые часы, синхронизированные и показывающие одно и то же время. Эта операция представляет не совсем корректную замену физической процедуре синхронизации, но в классической физике она вполне допустима. В этом случае можно добиться того, что часы лабораторной и движущейся систем

отсчёта будут показывать одно и то же время всегда и везде. Поэтому можно записать:

$$t = t'. \quad (3.18)$$

Учитывая (3.17) и (3.18), окончательно запишем

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{V} \cdot t', \quad t = t'. \quad (3.19)$$

При движении системы Σ' относительно Σ вдоль оси X со скоростью V соотношения (3.19) принимают вид:

$$\begin{aligned} x &= x' + V t', \\ y &= y', \\ z &= z'. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Соотношения (3.20) совпадают с преобразованиями Галилея (1.22).

Преобразование скоростей. Необходимость подобной операции возникает в случае, если мы пытаемся проследить изменение скорости движения какого-либо тела *при переходе из одной системы отсчёта в другую, движущуюся относительно первой*. Здесь весь опыт говорит, о том, что “быстрота” движения воспринимается по-разному. Формульное и численное представление изменения этой “быстроты” связывают с названием “закона сложения скоростей”. Как же получается классический закон сложения скоростей и *что, собственно, он утверждает?*

Для ответа на эти вопросы обратимся снова к рис. 9 и рассмотрим движение точки A относительно двух инерциальных систем отсчёта – неподвижной Σ и движущейся Σ' с постоянной скоростью \vec{V} относительно Σ -системы. Нас интересуют скорости точки A относительно обеих систем и как они связаны между собой.

Скоростью по определению называется изменение положения, соотнесённое ко времени пребывания в изменении и именно ко времени, измеренному в данной системе отсчёта. Поэтому

$$\vec{v} = d\vec{r} / dt, \quad \vec{V} = d\vec{R} / dt, \quad \vec{v}' = d\vec{r}' / dt'.$$

Дифференцируя соотношение (3.16) по t , получаем

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{R}}{dt} + \frac{d\vec{r}'}{dt'} \frac{dt'}{dt}. \quad (3.21)$$

При $dt = dt'$ из (3.21) следует

$$\vec{v} = \vec{V} + \vec{v}'. \quad (3.22)$$

Здесь \vec{v} и \vec{v}' - скорости движения точки A относительно систем Σ и Σ' , соответственно, а \vec{V} - скорость движения системы Σ' , относительно Σ .

Дифференциальное соотношение $dt'/dt = 1$ означает, что времена t и t' могут отличаться только постоянным слагаемым. При синхронизации часов в системах отсчёта Σ и Σ' в момент совпадения начал координат эта константа должна обратиться в нуль и равенство примет вид:

$$t = t', \quad (3.23)$$

что соответствует (3.18). Соотношение (3.22) называется *классическим законом сложения скоростей* и совпадает с (1.27).

Обобщения классической динамики

Обобщение уравнений движения классической точечной частицы (3.13) и (3.14) привело к понятиям *действия* S , *функциям Лагранжа* $L(q, \dot{q}, t)$, *Гамильтона* $H(q, p, t)$ и к формулировкам классической механике в лагранжевом и гамильтоновом формализмах²⁷⁾. Существенным обстоятельством здесь является то, что эти обобщения позволяют описывать физические системы со сложной структурой. Если динамика для бесструктурных точечных частиц позволяла решать только задачи типа задач о встрече и изменения взаимоположения частиц, то для сложных систем стало возможным решать более содержательные задачи эволюции физических систем при введении понятия эволюционного упорядочивающего фактора, который называется *эволюционным временем*.

Функция Лагранжа $L(q, \dot{q}, t)$, полностью описывает систему, а *принцип наименьшего действия*

²⁷⁾ Имея ввиду рассмотрение произвольных систем, характеризующихся многими степенями свободы и описываемых обобщёнными координатами. Эти координаты будем обозначать символами q_i вместо привычных x, y, z для декартовых координат. Обозначение \vec{r} сохраняется для координат, заданных в декартовой системе.

$$\delta S = \delta \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}, t) dt = 0 \quad (3.24)$$

позволяет вывести *уравнения эволюции* для системы. Здесь под q , \dot{q} и p понимаются обобщённые координаты, обобщённые скорости и импульсы системы. Из (3.24) следуют уравнения движения для системы, описываемой функцией Лагранжа $L(q, \dot{q}, t)$,

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_\alpha} - \frac{\partial L}{\partial q_\alpha} = 0 \quad (\alpha = 1, 2, \dots, s). \quad (3.25)$$

Для точечной частицы, находящейся во внешнем потенциальном поле функция Лагранжа имеет вид

$$L = \frac{mv^2}{2} - V(\mathbf{r}, t). \quad (3.26)$$

Непосредственной подстановкой (3.26) в (3.25) можно получить уравнения движения частицы (3.14) в декартовой системы координат²⁸⁾.

Лагранжев или гамильтонов формализмы позволяют трактовать базовые макросвойства симметрии пространственно-временных отношений такие как непрерывность, однородность и изотропность и связать эти свойства с законами сохранения энергии, импульса и момента импульса [1]. Весьма важным здесь является то, что эта связь может быть установлена не только для бесструктурных точечных частиц, но и для физических систем с внутренней структурой, поскольку законы сохранения выводятся из свойств инвариантности функции Лагранжа системы относительно преобразований симметрии.

С инвариантностью функции Лагранжа относительно “непрерывных сдвигов времени”, отражающей так называемую однородность времени, связан закон сохранения энергии частицы, Энергия выражается через функцию Лагранжа следующим образом:

²⁸⁾ Здесь необходимо учесть: $(q_1, q_2, q_3) = (x, y, z) = \vec{r}$

$$E = \sum_{\alpha} \dot{q}_{\alpha} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_{\alpha}} - L \quad (\alpha = 1,2,3). \quad (3.27)$$

Инвариантность функции Лагранжа относительно непрерывных сдвигов системы в пространстве, отражающая так называемую однородность пространства, ведёт к закону сохранения импульса частицы. Компоненты импульса выражаются через функцию Лагранжа следующим образом:

$$p_{\alpha} = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_{\alpha}} \quad (\alpha = 1,2,3). \quad (3.28)$$

Инвариантность функции Лагранжа относительно поворотов системы, отражающей так называемую изотропность пространства, ведёт к закону сохранения момента импульса частицы. Компоненты момента импульса выражаются через импульс и координаты с помощью формулы

$$M_{\alpha} = x_{\beta} p_{\gamma} - x_{\gamma} p_{\beta}. \quad (3.29)$$

Здесь α, β, γ – перестановка чисел 1,2,3, соответствующих в декартовой системе координат осям X, Y, Z .

Для точечной частицы, находящейся в поле $V(\vec{r})$, формулы (3.27) – (3.29) принимают вид:

$$E = \frac{mv^2}{2} + V(r), \quad (3.27a)$$

$$\vec{p} = m\vec{v}, \quad (3.28a)$$

$$\vec{M} = [\vec{r} \vec{p}]. \quad (3.29a)$$

Обобщение динамики материальной точки до формализмов Лагранжа и Гамильтона позволяет сделать важные замечания относительно соотношения динамического и эволюционного времён.

Простейшей формой изменения в физике является *движение точечной бесструктурной частицы*, заключающееся в изменении пространственного положения со временем. Это изменение описывается как функциональная зависимость координат частицы $x(t), y(t), z(t)$ от динамического временного фактора t , а каждое положение частицы определяется четвёркой координат (t, x, y, z) пространственно-временного *события*. Изменения же, происходящие

внутри системы со сложной структурой, представляют собой явление, которое естественно рассматривать как *эволюционное изменение системы*. Различие этих времён, даже для точечных объектов было обозначено как различие ”ортогонального” и ”тангенциального” упорядочивающих факторов или различие эволюционного и динамического времён.

Очевидно, что условия ”уплотнения времени” для описания изменений, связанных с движением бесструктурной и безразмерной частицы при переходе к аппроксимации непрерывности, и условия ”уплотнения” эволюционного времени сложной системы²⁹⁾ могут существенно различаться.

Для бесструктурной точечной частицы *переход к непрерывному времени* в классической физике обуславливается *возможностью представления пространственно-временных отношений непрерывными в ТМК-топологии*. Здесь возможно полное тождество непрерывного координатного времени как динамического, и собственного времени бесструктурной частицы как эволюционного, просто декларацией этого тождества. Однако для целостного эволюционного процесса, происходящего в сложной системе существенную роль в представлении временной упорядоченности будет играть уже сложность структуры системы и многообразие единичных процессов происходящих в ней. Кроме того, топология множества, упорядочивающего состояния сложной системы может отличаться от *ТМК-топологии*: например, состояния системы могут быть и дискретными.

Приближение для бесструктурных точечных частиц, представляющее возможность описания непрерывного изменения положения в пространстве – есть *геометрическое приближение*, основным топологическим элементом которой является точка. Упорядочивающий фактор в этих условиях связывается с точечными кинематическими, динамическими, механическими проявлениями. Как компонента времени в системе отсчёта именно этот фактор и сохранит в дальнейшем название *координатного времени*, и именно он как

²⁹⁾ см. (3.5) и (3.6)

параметр, будет представлен в качестве компоненты 4-вектора пространственно-временного события (t, x, y, z) .

Как было показано ранее, координатное время t является локальным и, вообще говоря, зависимым от пространственных координат рассматриваемой точки. Однако “ход” этого времени в представлении классической физики будет одинаков во всех точках пространства в силу однородности пространственных отношений и в силу “одинаковости” эталонных процессов, с помощью которых произведена арифметизация пространственно-временных событий. Синхронизация же всех часов позволяет ввести в классической физике единое глобальное координатное время, чем обуславливается декларация тождества динамического как координатного, и эволюционного как собственного времён.

Время t , упорядочивающее состояния сложной системы, описываемой например, функцией Лагранжа $L(q, \dot{q}, t)$, естественно называть *эволюционным собственным временем* системы. Локальность этого времени в пределах рассматриваемой системы очевидна. Учитывая это замечания, можно видеть, что во взаимодействии процессов сопоставления собственных времён сложных систем с эталонными часами и между собой вполне ожидаемо возникновение ситуаций (3.5), (3.6).

Лагранжиан классической системы как функция эволюционного времени, позволяет найти динамические координаты для точечных объектов представимые в *ТМК-топологии*. Нетрудно заметить, что именно здесь происходит неявное отождествление упорядочивающих факторов — динамического и эволюционного. Однако необходимость их дифференциации становится очевидной из рассмотрения пространственно-временных отношений на микроуровне. Кроме того, мегауровень вносит и свои особенности в описание пространственно-временные отношений, что открывает свою логику обобщений.

Из топологических свойств и симметрий ньютонова пространства и времени — непрерывности, однородности, изотропности, следует строгий

вывод о существовании максимальной скорости перемещения материального тела. Как результат, преобразования координат событий при переходах между инерциальными системами отсчёта, с учётом этого факта, будут отличаться от преобразований Галилея (1.22) и будут описываться преобразованиями Лоренца (1.25).

В классической механике в понятийном представлении, движение как процесс, фактически разделено на две первичные и независимые составляющие – пространственную и временную. Это разделение наиболее чётко выражено в операциональном определении скорости как основной характеристики движения: скоростью называется отношение пройденного пути ко времени, затраченному на прохождение этого пути. Здесь прямо говорится о том, что для определения скорости, необходимо независимо измерить путь и время. Для реализации процедуры измерения скорости требуется наличие отдельных стандартов длин и времени. *Нарушение концептуальной целостности самого процесса движения здесь очевидно.*

Противоречия, связанные с нарушением целостности движения, известны ещё с древнегреческих времён, а формулировка известных противоречий связывается с именем древнегреческого философа Зенона (ок. 490-430 до н.э., Элея, Южная Италия).

В частности по Зенону, чтобы разделить движение на две части – пространственную и временную, необходима третья составляющая – разделяющая и объединяющая. В нашем разложении движения на пространственную и временную компоненты такой составляющие нет. Вполне возможно, что отсутствие третьей составляющей и освободило место для парадоксов или апорий, которые приписывают Зенону.

Апории Зенона

Дихотомия. Прежде чем пройти весь путь, движущееся тело должно пройти половину этого пути, а ещё до этого - четверть и т. д.; поскольку процесс такого деления бесконечен, то тело вообще не может начать двигаться (или движение не может закончиться).

“Ахилл”. В противоречие с чувственным опытом быстроногий Ахилл никогда не сможет догнать черепаху, так как пока он пробегает разделяющее их расстояние, она всё же

успеет проползти некоторый отрезок, пока он будет пробегать этот отрезок, она ещё немного отползёт и т. д.

Стрела. Если считать, что пространство, время, и процесс движения состоят из некоторых “неделимых” элементов, то в течение такого неделимого элемента тело (например, стрела) двигаться не может (ибо в противном случае “неделимое” разделилось бы), а поскольку “сумма покоев не может дать движения”, движение вообще невозможно, хотя мы его на каждом шагу наблюдаем.

Физическое решение одной из них – апории “Ахилл”, очевидно. Не будем анализировать этот парадокс на уровне компонент, составляющих процесс движения. Мы решим эту апорию на уровне соблюдения целостности движения – скорости, и просто перейдём в систему отсчёта, связанную с черепахой. В результате этого черепаха будет “остановлена”, а поскольку Ахилл движется по направлению к черепахе, то, в конце концов, он достигнет её. По нашему мнению именно скорость и является объединяющим элементом понятийной факторизации движения на пространственную и временную составляющие. И именно движущиеся системы являются их объединяющим и базовым началом. Таким образом, ньютонова факторизация движения, существовавшая со времён Ньютона, преодолевается восстановлением исходной целостности движения.

Противоречия в двух других апориях также исчезают, если восстановить целостность движения и рассматривать его как неделимое явление.

Восстановление концептуальной целостности движения требует отказаться от деления пространства и времени на отдельные сущности. Пространство и время теперь необходимо рассматривать как *единое и целостное четырёхмерное пространственно-временное многообразие отношений реального Мира. С этого момента мы должны говорить о четырёхмерном пространстве-времени с его геометрическими объектами и свойствами. Упорядочивающим динамическим фактором необходимо становится “длина” в четырёхмерном пространственно-временном многообразии, которая называется интервалом S . Эта парадигма наследует 4-ТМК-топологию непрерывности пространственно-временных отношений вместо точечных топологий по отдельности – 1-времени и 3-пространства*

Отметим, что *релятивизация пространственно-временных отношений, вообще говоря, не должна касаться эволюционного времени, что нашло своё отражение в инвариантности точечного собственного времени.*

Учитывая эти замечания, уточним определение движения: движение это – *целостный процесс* изменения положения физического тела по отношению к другим телам *между* исходным и конечным состояниями. Основной характеристикой этого процесса является *скорость*. В этом определении первичным в пространственно-временных отношениях является уже сам процесс движения и скорость, описывающая его.

Новым эталоном измерения пространственно-временных отношений становится скорость выбранного стандартного процесса распространения сигнала. Сама же скорость приобретает роль топологической связки между непрерывным временем и непрерывной длиной в процедуре факторизации пространственно-временных отношений на временную и пространственную составляющие движения.

Поскольку на микроуровне не существует точечных объектов, а на мегауровне движение рассматривается как целостный процесс, представление пространственно-временных отношений макромира в ТМК-топологии не является 100%-адекватным для этих смежных ипостасей организации материи.

Время. На макроуровне, в классической динамике время выступает как *единый глобальный упорядочивающий и метрически измеримый* фактор. Классическая макросистема, “получает этот фактор” с микроуровня, как характеристику усреднённого поведения многих микрообъектов, составляющих макросистему. Поэтому можно говорить, что классическая макросистема характеризуется временем, как некоторым параметром, упорядочивающим изменения *именно этой системы* в становлении или эволюции. Время, определяемое таким образом, является *собственным временем* системы.

Синхронизация изменений одной системы (измеряемой) с изменениями другой (эталонной) называется *измерением* времени. Время эталонной системы называется по определению *эталонным временем*.

Ограничения по точности задания эталонного времени приводят, строго говоря, к возможности измерения только дискретного времени.

Увеличивая плотность точек-состояний эталонной системы при достижении ситуации, когда сопоставляемое число осцилляций эталонной системы становится значительно больше числа фиксируемых изменений исходной системы, в качестве *приближения* становится возможным рассматривать эталонную систему как систему, воспроизводящую непрерывную последовательность. При этом становится возможным “работать” с эталонным временем как с непрерывным. Этот шаг представляет собой *макроаппроксимацию* временных отношений измеряемой и эталонной систем и переход к описанию временных отношений в *ТМК-топологии*.

Следует ожидать, что именно макроаппроксимация обуславливает появление парадоксов, связанных с сопоставлением мер дискретного и непрерывного множеств состояний. Причинами этого является отсутствие свойства измеримости времени на микроуровне и особенности представления временных отношений на мегауровне.

При описании пространственно-временных отношений как непрерывных с *ТМК-топологией* вводится понятие точечного события. *Точечное событие* – это положение материальной точки в заданный момент эталонного времени относительно какой-либо *системы отсчёта*.

Точечное событие необходимо рассматривать как приближённый образ некоторой физической системы, размерами которой можно пренебречь и с характерными временами этой системы заведомо большими, чем единицы измерения эталонного времени. В этом случае мы получаем картину пространства, заполненного точечными системами. Очевидно, что в этом случае *необходимо рассматривать время, как упорядочивающую характеристику для точечной системы, а само время, как локальную характеристику, вообще говоря, зависящую от пространственных координат точечной системы.*

Возможность введения точечных событий, как объектов геометрии на макроуровне, позволяет наделить пространственно-временные отношения важными свойствами непрерывности. Однако свойства непрерывности реальных макропространственно-временных отношений необходимо рассматривать, только как хорошо работающую гипотезу *геометрического* отражения точечного представления, поскольку точечное представление реальных физических объектов находится в противоречии с квантовомеханическим описанием явлений микромира.

Таким образом, *описание геометрии макроявлений с помощью точек как исходных образов геометрии, является приближённым описанием, поскольку на квантовомеханическом уровне точка не может представлять физических объектов.*

Макроскопические свойства *однородности и изотропности* пространственно-временных отношений, а также возможность *синхронизации* локальных часов, позволяют ввести единый временной параметр, значение которого будет совпадать с показаниями локальных часов, а само время будет представлять собой универсальный, то есть *глобальный и единый для всего пространства упорядочивающий, метрически измеримый* фактор. Измерение времени основывается на показаниях синхронизированных локальных часов. Это упорядочивающий параметр представляет собой *координатное время* классической физики.

Пространство. Визуальное пространство классической механики предстаёт на макроуровне в евклидовом трехмерном образе как результат усредняемых процессов микромира. Свойство евклидовости относится к так называемому *ближнему* пространству и представляет одно из основных свойств в ньютоновой субстанциональной концепции, господствовавшей в классической физике. Однако свойства *дальнего* пространства, его геометрические свойства зависят от распределения материи в пространстве и определяются метрическим тензором $h_{\alpha\beta}$ согласно полевым уравнениям Эйнштейна-Гильберта в ОТО.

Общий объект, относительно которого описывается положение других физических объектов, называется *системой координат*. Для описания пространственных отношений между реальными физическими объектами, для описания свойств ближнего пространства всегда можно построить *декартову* систему координат. В евклидовом пространстве, в декартовой системе координат *метрический тензор* принимает диагональный единичный вид.

Непрерывность пространственных отношений в классической физике необходимо рассматривать как следствие возможности представления непрерывности общих пространственно-временных отношений в *ТМК-топологии*.

Пространственно-временные отношения макроуровневой организации материи формируются на микроуровне и проецируются в “усреднённом виде” на макроуровень, как микроизменения в процедурах макроизмерений, то есть макропространственные характеристики переносятся в микромир при макроинтерпретации микроявлений.

Движение. Изменение положения бесструктурной точечной частицы в пространстве, то есть движение – представляет собой простейшую форму эволюции физической системы. Соответственно этому и координатное время для этой частицы является простейшим упорядочивающим фактором. Базовые свойства макропространственно-временных отношений, такие как *непрерывность, однородность и изотропность* позволяют наделить пространственно-временные отношения свойствами универсальной метрической измеримости, что позволяет описывать координацию событий при решении задач о встрече и совпадении событий, а само движение наделить свойством непрерывности, сохраняющим *целостность движения*, и свойством, определяющим генетическое тождество движущейся точечной бесструктурной частицы.

Описание движения в классической физике привело к ньютоновой факторизации пространственно-временных отношений на отдельные составляющие – временную и пространственную, нарушив тем самым концептуальную целостность движения. Но и в рамках ньютоновой механики инерциальная симметрия (закон инерции) говорит о том, что более фундаментальным фактом является изменение движения, а не изменения отдельных составляющих пространственных и временных компонент. То есть, само движение бесструктурной частицы остаётся объединяющим началом факторизованного пространственно-временного описания как инварианта её генетического тождества при движении. Тогда восстановление целостности движения в понятийном представлении физики является необходимым логическим шагом в преодолении ньютоновой факторизации, а фактор, упорядочивающий движение, должен быть “интегральным” – пространственно-временным. Таким образом, скорость как параметр целостности движения, должна стать новым эталоном пространственно-временных отношений.

Исторически сложившаяся и утвердившаяся ньютонова факторизация движения на пространственную и временную составляющие, абсолютизация гипотезы непрерывности ведут к возникновению парадоксов, как в самой физике, так и в её математическом инструментарии. Разрешение же ряда парадоксов стало возможным при восстановлении целостности описания движения с помощью объединения пространственно-временных отношений в *единое четырёхмерное многообразие*. При этом объединении время, как фактор, упорядочивающий события теряет свою заглавную роль, а новым упорядочивающим фактором становится *интервал* – “длина” в четырёхмерном многообразии.

Кроме того, концептуальная целостность движения дала возможность решить и философские парадоксы движения, типа апорий Зенона. Так, в трёхмерном пространстве мы не можем отобразить движение физического тела целиком. Мы можем отобразить только траекторию его движения. Тем более мы не сможем этого сделать и в одномерном временном подпространстве. Четырёхмерное же пространство-время способно уместить всю историю движения – целиком и полностью, вместе со всеми атрибутами непрерывности и гладкости. Поэтому именно движение является недостающей и объединяющей составляющей в интерпретации парадоксов движения Зенона.

Таким образом, *восстановление концептуальной целостности движения ведёт к необходимости рассматривать динамические закономерности в четырёхмерном пространстве-времени.*

Обобщение классической механики, например до лагранжева формализма, позволило по-новому подойти к описанию сложных систем. Кроме описания простого движения бесструктурных точечных частиц, состояние которых определялось координатным способом, то есть *геометрически*, стало возможным описывать систему функциями состояния (например, Лагранжа), которые способны вместить всю информацию о возможной эволюции системы. Изменения состояния системы в этом формализме описывается уравнениями, следующими из принципа наименьшего действия. Такое описание поведения системы позволяет развить и ввести упорядочивающий временной фактор для системы как эволюционный, отличный от геометрического времени.

И здесь появляется новая особенность. Если условия “уплотнения” времени для бесструктурной точечной частицы сводились к использованию приближения непрерывности пространственно-временных отношений, сводящихся в основном к описанию непрерывности геометрического движения, то для системы с непространственной функцией состояния эти условия должны определяться уже сложностью системы и многообразием процессов происходящих в ней. Однако поведение сложных систем демонстрирует ограниченную применимость координатного времени в описании этих систем, поэтому в общем случае необходимо говорить об *эволюционном времени системы.*

Эти обстоятельства заставляют понятийно развести динамическое и эволюционное времена.

При измерении эволюционного времени вполне возможно возникновение ситуаций (3.5), (3.6), а обоснование восстановления

концептуальной целостности изменения путём введения сопряжённого упорядочивающего фактора, например пространственного для случая геометрического движения, вообще теряет смысл.

Из основных классических свойств пространства и времени (непрерывность, однородность, изотропность) с необходимостью следует существование максимальной скорости перемещения материальной точки, что противоречит преобразованиям Галилея и классическому закону сложения скоростей. Из этих же предпосылок строго логически выводятся более общие преобразования координат четырёхмерного пространства-времени – преобразования Лоренца.

И преобразования Галилея, и преобразования Лоренца описывают геометрические изменения состояния движущейся бесструктурной точечной частицы, причём преобразования Галилея являются асимптотическим случаем преобразований Лоренца.

Однако преобразования Галилея оставляют инвариантным временной упорядочивающий фактор, преобразования же Лоренца изменяют и временные интервалы, и расстояния, оставляя неизменным интервал между событиями. Требование сохранения концептуальной целостности движения обуславливают необходимость введения нового стандарта измерения пространственно-временных отношений. Поэтому именно параметр интервала и становится новым фактором упорядочивающим движение бесструктурной точечной частицы, а скорость распространения стандартного сигнала новым эталоном измерения пространственно-временных отношений.

Следует особо обратить внимание на тот факт, что преобразования Лоренца представляют собой геометрические преобразования координат для простейшей формы изменения – движения бесструктурных точечных частиц. Применение же преобразований Лоренца к сложным системам, особенно, что касается преобразований эволюционного времени, требует особого рассмотрения и обоснования корректности их применения. Самым известным примером в демонстрации этой особенности является “парадокс близнецов”, когда эволюционное время сложной системы (возраст человека, как системы) измеряется координатным временем, то есть механистическим, характерным для бесструктурных частиц.

Мега-^[4,5]

Основное противоречие ньютоновой концепции пространства и времени

Восстановление целостности движения ведёт к необходимости введения в физику единого четырёхмерного пространственно-временного многообразия. Тогда центральной задачей в проблеме пространственно-временных отношений становится *решение вопросов 4-координатной идентификации точечных событий между наблюдателями разных систем отсчёта*. Решим в первую очередь эту задачу и найдём формулы преобразования координат событий четырёхмерного пространства времени при переходах между инерциальными системами отсчёта 4-пространства Минковского.

Пусть наблюдатель лабораторной инерциальной системы Σ назначил встречу наблюдателю движущейся инерциальной системы отсчёта Σ' . Для этого он сообщил наблюдателю движущейся инерциальной системы Σ' место и время встречи, то есть передал свои координаты целевого точечного события x, y, z, t . В какую точку пространства-времени должен прибыть наблюдатель системы Σ' , чтобы встретиться с инициатором встречи – наблюдателем системы Σ ? Каковы координаты назначенного события в системе отсчёта Σ' ?

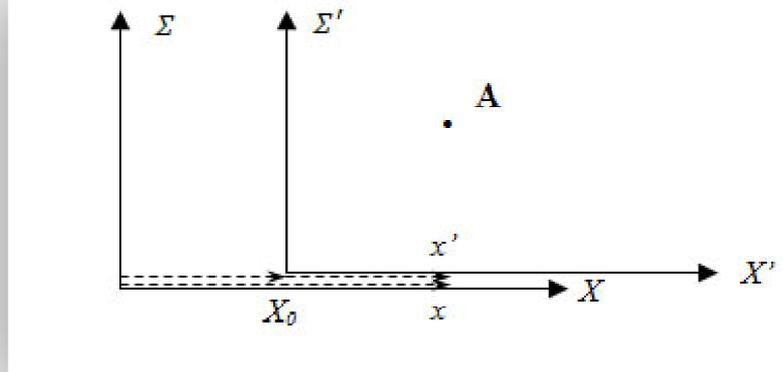
В общем виде преобразования координат можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} x &= f_1(x', y', z', t'), \\ y &= f_2(x', y', z', t'), \\ z &= f_3(x', y', z', t'). \end{aligned} \tag{4.1}$$

Здесь и далее будем полагать $c = 1$.

Рассмотрим две инерциальные системы отсчёта – лабораторную систему Σ и движущуюся систему Σ' , в которых предварительно проведены независимые процедуры метризации и синхронизации пространственно-временных отношений с использованием идентичных стандартных процессов[4].

В результате выполнения этих процедур, любое событие, наблюдаемое из обеих систем отсчёта, сможет получить свою четвёрку координат в каждой из систем.



Пусть система Σ' движется с постоянной скоростью V относительно Σ вдоль оси X (рис. 10).
Рис.10. Здесь: x – координата точки A в системе Σ , X_0 – координата начала системы координат Σ' в системе Σ ; x' – координата точки A в системе Σ' .

Пусть по предварительному договору наблюдатели обеих систем отсчёта должны будут зафиксировать координаты двух точечных событий. Первое событие заключается в возбуждении процесса распространения сигнала, использовавшегося при метризации, и фиксации координат этого события, например, наблюдателем лабораторной системы отсчёта. Отсчёт пространственных и временных координат в данном эксперименте должен начаться именно от этого события, то есть от точки и момента возбуждения сигнала. Координаты этого события принимаются в обеих системах отсчёта равными нулевым значениям: $x' = y' = z' = t' = x = y = z = t = 0$. Это можно всегда сделать, произведя сдвиговые поправки к значениям координат, полученным во время проведения процедур изначальной метризации.

Таким образом, по условию в момент времени $t = t' = 0$ был инициирован процесс распространения стандартного сигнала, того сигнала, который использовался обоими наблюдателями в процедурах метризации пространственно-временных отношений. Второе точечное событие должно остановить процесс наблюдения в какой-либо удалённой точке пространства. Пусть это событие заключается в отражении сигнала, достигшего конечной точки. Фиксируем пары координаты второго события в обеих системах отсчёта: x, t и x', t' . Пространственные координаты y, y' и z, z' при распространении

сигнала вдоль оси X не меняются. Связь между парами переменных x, t и x', t' или установление конкретного вида формул преобразования (4.1) решит поставленную задачу о встрече.

Из классических субстанциональных свойств пространства и времени – непрерывности, однородности, изотропности, инерциальной симметрии и принципа относительности, следует, что координатные преобразования (4.1) при данных условиях движения должны быть линейными и в общем виде могут быть записаны в виде:

$$\begin{aligned} x &= k(V)(x' + V t'), \\ y &= y', \\ z &= z'. \end{aligned} \quad (4.2)$$

По сути дела, при движении системы Σ' относительно Σ вдоль общего направления, совпадающего с направлениями X -осей обеих систем координат, преобразованию подвергаются лишь две координаты: x и t .

Для упрощения выкладок в последнем соотношении (4.2) введём обозначение $\alpha(V) = \mu(V)/\eta(V)$. Тогда первая и последняя формулы преобразования координат примут вид:

$$\begin{aligned} x &= k(V)(x' + V t), \\ t &= \mu(V) \left(t' + \frac{V}{\eta(V)} x' \right) \end{aligned} \quad (4.3)$$

В точке отражения сигнала при наступлении второго точечного события, с учётом определения скорости эталонного сигнала, в обеих системах отсчёта должны выполняться соотношения:

$$x^2 + y^2 + z^2 - t^2 = 0, \quad x'^2 + y'^2 + z'^2 - t'^2 = 0. \quad (4.4)$$

Поскольку $y = y'$ и $z = z'$, получаем:

$$x^2 - t^2 = x'^2 - t'^2 = 0. \quad (4.5)$$

Подставляя (4.3) в (4.5), получаем:

$$k^2 \left(1 - \frac{V^2}{\eta(V)} \right) x'^2 - k^2 \eta(V) \left(1 - \frac{V^2}{\eta(V)} \right) t'^2 = x'^2 - t'^2. \quad (4.6)$$

Из (4.6) следует

$$k^2 \left(1 - \frac{V^2}{\eta(V)} \right) = 1, \quad \eta(V) = 1 \quad (4.7)$$

или

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2}}. \quad (4.8)$$

Окончательно искомые преобразования приобретают вид:

$$\begin{array}{ll}
 \text{(прямые)} & \text{(обратные)} \\
 x = \frac{x' + V t'}{\sqrt{1 - V^2}}, & x' = \frac{x - V t}{\sqrt{1 - V^2}}, \\
 y = y', & y' = y, \\
 z = z', & z' = z, \\
 t = \frac{t' + V x'}{\sqrt{1 - V^2}}; & t' = \frac{t - V x}{\sqrt{1 - V^2}}.
 \end{array} \quad (4.9)$$

Преобразования (4.9) совпадают с *преобразованиями Лоренца* (1.19).

Поставленная в начале раздела задача решается с помощью обратных преобразований Лоренца.

Нетрудно убедиться в том, что преобразования (4.9) оставляют инвариантной величину интервала

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (4.10)$$

Метрика вида (4.10) называется *псевдоевклидовой*.

Таким образом, из таких свойств пространства как непрерывность, однородность, изотропность и свойства времени быть однородным следует нетривиальный вывод – существование максимальной скорости распространения, то есть преобразования Лоренца вошли в противоречие с преобразованиям Галилея, утверждающим классический “закон сложения скоростей”.

Существование двух видов преобразований – Галилея и Лоренца – основное противоречие классической физики Ньютона.

Восстановлением целостности движения это противоречие снимается, а преобразования Галилея становятся частным случаем преобразований Лоренца при малых скоростях. Теперь вместо отдельных сущностей пространства и времени становится необходимым рассматривать единую сущность – пространственно-временное четырёхмерное многообразие.

Пространство и время в ОТО

Общая теория относительности обобщает псевдоевклидову метрику (4.10) до вида

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k, \quad (4.11)$$

где g_{ik} - произвольный симметрический тензор с сигнатурой $(+, -, -, -)$.

Для метризации пространственно-временных отношений в рамках ОТО нам необходимо уточнить процедуры измерения расстояний и времени, а для измерения промежутков времени и расстояний мы используем концепцию стандартного сигнала[4]. При этом, если для пространственно-временных измерений используется световой сигнал, то скорость этого сигнала будет полагаться равной скорости распространения света. В релятивистской системе единиц измерения $c = 1$.

Время. Под *собственным временем* τ в ОТО подразумевается эволюционное время, измеренное неподвижными часами в заданной точке пространства. Однако при арифметизации пространственно-временных отношений используется *единое координатное время*, обозначаемое координатой x^0 или t . Найдём связь между этими величинами. Для этого рассмотрим два бесконечно близких события, происходящих в одной и той же точке пространства.

Полагая $dx^1 = dx^2 = dx^3 = 0$ в выражении для интервала $ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$, находим

$$ds^2 = d\tau^2 = g_{00}(dx^0)^2, \quad (4.12)$$

откуда

$$d\tau = \sqrt{g_{00}} dx^0 \quad (4.13)$$

или

$$\tau = \int \sqrt{g_{00}} dx^0. \quad (4.14)$$

Соотношение (4.14) определяет связь между координатным временем x^0 и собственным τ . При определении собственного времени необходимо выполнение условия: величина g_{00} в данной метрике должна быть положительной, то есть

$$g_{00} > 0. \quad (4.15)$$

Необходимо подчеркнуть разницу между условием, накладываемым (4.15), и требованием для сигнатуры (+, -, -, -) метрического тензора. Невыполнение первого означает, что выбранной арифметизации пространственно-временных отношений не могут быть сопоставлены реальные физические процедуры или процессы: арифметизация проведена слишком произвольно и оказалась оторванной от реальных физических процессов. Надлежащим преобразованием координат можно добиться того, что g_{00} станет положительной величиной. Нарушение же сигнатуры метрики вообще не может соответствовать никакой метрике реальных пространственно-временных отношений.

Расстояния. Для определения расстояния между двумя точками используем процесс распространения стандартного сигнала. Пусть из точки **A** с координатами x^α отправляется сигнал в бесконечно близкую точку **B** с координатами $x^\alpha + dx^\alpha$ и после его отражения возвращается обратно в исходную точку **A**. Необходимое для этого время, измеряемое в исходной точке **A**, равно удвоенному расстоянию между точками³⁰⁾. Используя выражение для интервала $ds^2 = g_{ik}dx^i dx^k$, выделив пространственную и временную часть получаем:

$$ds^2 = g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta + 2g_{0\alpha}dx^0 dx^\alpha + g_{00}(dx^0)^2. \quad (4.16)$$

Здесь, как обычно, по дважды повторяющимся греческим индексам подразумевается суммирование по значениям 1, 2, 3. Используя свойство интервала для событий связанных распространением стандартного сигнала, то есть, решая уравнение $ds^2 = 0$ относительно dx^0 , получим два решения, соответствующие приращениям координаты x^0 в прямом и обратном направлениях:

³⁰⁾ скорость стандартного сигнала по определению равна безразмерной 1

$$dx^{0(1)} = \frac{1}{g_{00}} \left(-g_{0\alpha} dx^\alpha - \sqrt{(g_{0\alpha}g_{0\beta} - g_{\alpha\beta}g_{00})} dx^\alpha dx^\beta \right), \quad (4.17)$$

$$dx^{0(2)} = \frac{1}{g_{00}} \left(-g_{0\alpha} dx^\alpha + \sqrt{(g_{0\alpha}g_{0\beta} - g_{\alpha\beta}g_{00})} dx^\alpha dx^\beta \right), \quad (4.18)$$

Соблюдая хронологический порядок в едином координатном времени x^0 необходимо записать:

$$x_A^0 = x^0 + dx^{0(1)}, \quad (4.19)$$

$$x_B^0 = x^0 + dx^{0(2)}. \quad (4.20)$$

Здесь: x_A^0 – момент отсылки сигнала из точки **A**; x^0 – момент прибытия сигнала в точку **B**; x_B^0 – момент прибытия сигнала из точки **B** обратно в точку **A**. Тогда полное время распространения сигнала туда и обратно получается согласно

$$x_B^0 - x_A^0 = dx^{0(2)} - dx^{0(1)} = \frac{2}{g_{00}} \sqrt{(g_{0\alpha}g_{0\beta} - g_{\alpha\beta}g_{00})} dx^\alpha dx^\beta. \quad (4.21)$$

Замечание. Чтобы нагляднее представить суть проделанных операций, связанных с интерпретацией решений (4.17) и (4.18), можно рассмотреть случай плоской метрики (СТО), когда g_{ik} приобретает диагональный вид, а решения (4.17) и (4.18): $dx^{0(1)} = -dl$; $dx^{0(2)} = dl$, где dl – расстояние между точками **A** и **B**.

Собственное время распространения сигнала “туда и обратно” получается согласно (4.13), а расстояние между двумя точками **A** и **B** делением на 2. В результате находим:

$$dl^2 = \left(-g_{\alpha\beta} + \frac{g_{0\alpha}g_{0\beta}}{g_{00}} \right) dx^\alpha dx^\beta. \quad (4.22)$$

Введя обозначение

$$h_{\alpha\beta} = -g_{\alpha\beta} + \frac{g_{0\alpha}g_{0\beta}}{g_{00}}, \quad (4.23)$$

получаем

$$dl^2 = h_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta. \quad (4.24)$$

Соотношение (4.24) определяет расстояние через элементы пространственных координат, а (4.23) – метрику пространства, то есть

компоненты трёхмерного метрического тензора через метрику четырёхмерного пространственно-временного многообразия.

Следует отметить, что компоненты g_{ik} зависят, вообще говоря, от x^0 . Поэтому пространственная метрика (4.24) является функцией времени. По этой причине не имеет смысла интегрировать dl : такой интеграл теряет смысл. Таким образом, в ОТО теряет, вообще говоря, смысл понятие об определённом расстоянии между телами. Единственным случаем, когда расстояние может быть определено, являются системы отсчёта, обеспечивающие независимость этих расстояний от времени.

Можно показать, что контравариантный тензор $h^{\alpha\beta}$ просто выражается через пространственные компоненты контравариантного метрического тензора g^{ik} :

$$h^{\alpha\beta} = -g^{\alpha\beta}. \quad (4.25)$$

Определители g и h тензоров g_{ik} и $h_{\alpha\beta}$ связаны соотношением:

$$g = -g_{00}h. \quad (4.26)$$

Одновременность и синхронизация. Выясним вопрос о возможности синхронизации часов, находящихся в разных точках пространства. Рассмотрим опять процесс распространения сигнала из точки **A** в бесконечно близкую точку **B**.

Одновременным с моментом x^0 в точке **B** следует считать событие в точке **A**, происходящее в момент координатного времени, лежащим посередине между моментами отправления и возвращения сигнала. Согласно (4.19) и (4.20) имеем:

$$\frac{x_A^0 + x_B^0}{2} = x^0 - \frac{g_{0\alpha}}{g_{00}} dx^\alpha. \quad (4.27)$$

Поправка к координатному времени x^0 в точке **A** для синхронизации часов в двух точках **A** и **B** равна

$$\Delta x^0 = -\frac{g_{0\alpha}}{g_{00}} dx^\alpha. \quad (4.28)$$

Соотношение (4.28) позволяет синхронизовать часы в бесконечно близких точках пространства. Применяя эту процедуру и дальше, можно синхронизовать часы вдоль любого незамкнутого контура. Однако синхронизация часов вдоль замкнутого контура, вообще говоря, оказывается невозможной по причине зависимости самой метрики g_{ik} от координаты x^0 . Тем более оказывается невозможной синхронизация часов во всём пространстве.

Существенным моментом в нашем рассмотрении является то, что в процедурах определения расстояния и синхронизации часов используется сигнал, распространяющийся “туда и обратно”.

Системы отсчёта и 4-системы координат в ОТО

Инерциальные системы отсчёта в "пустом" пространстве были подробно рассмотрены ранее ³¹⁾. Здесь мы рассмотрим особенности арифметизации пространственно-временных отношений и их привязку к решению уравнений Эйнштейна-Гильберта для центрально-симметрического поля. Разберём вопросы о метрической измеримости пространственно-временных отношений. Поскольку решения уравнений для гравитационного поля возможны только с точностью до достаточно произвольных преобразований координат (x^0, x^1, x^2, x^3) , вопросы физической метризации пространственно-временных отношений приобретают особое значение.

Арифметизация пространственно-временных отношений в ОТО. Координатные и метрические соотношения.

Арифметизация. Центральное-симметрическое поле (метрика Шварцшильда.

В результате проведения процедуры арифметизации пространственно-временных отношений мы должны будем получить возможность определить

³¹⁾ см. **Общие понятия.** Галилеевы и лоренцевы системы отсчёта и 4-системы координат

для каждого события четырёхмерного пространственно-временного многообразия четвёрки координат этого события: $(t = x^0, x^1, x^2, x^3)$. Имея в виду метрику Шварцшильда³²⁾ в процедуре метризации, будем ориентироваться на решение задачи с центральной симметрией. В центрально-симметрическом случае определение угловых координат θ и φ не представляет особых трудностей. Основными же моментами арифметизации является определение координат r и t .

Процедура арифметизации четырёхмерного псевдоевклидова пространства-времени Минковского СТО подробно описана в работе[4]. Отправной точкой для этой процедуры явился выбор начала для системы координат и нулевого момента времени. Дальнейшее продвижение этой процедуры представлялось двумя этапами: распространением эталона длины по трём декартовым осям и синхронизацией часов в каждой точке пространства. В качестве единого эталона для определения физических значений длин и промежутков времени была использована постоянная скорость эталонного сигнала. В результате распространения эталонов длины по осям координат и наделения декартовыми координатами любой точки пространства стало возможным измерять любые расстояния между двумя произвольными точками с помощью теоремы Пифагора. Первоначальный выбор эталона длины был совершенно произволен, но впоследствии он определял единицу измерения длины. Поскольку во исполнение принципа целостности и неделимости движения в определении пространственно-временных отношений в СТО задействован процесс распространения стандартного сигнала, единица измерения времени определялась автоматически, как время необходимое для преодоления стандартным сигналом эталона длины. На втором этапе арифметизации с помощью запуска сигнала из начала координат, наблюдатели устанавливали свои часы в момент прихода к ним сигнала в соответствии с расстоянием от начала координат³³⁾. Процедура арифметизации и

³²⁾ см. Приложение 1

³³⁾ Напомним, что в релятивистской системе единиц $c = 1$.

синхронизации в псевдоевклидовом пространстве-времени могла быть проведена раз и навсегда.

С должными изменениями эта же схема применима и для арифметизации пространства-времени в ОТО.

Первый момент. Для центрально-симметрического поля с метрикой Шварцшильда мы не можем выбрать центр симметрии в качестве естественной точки начала координат. Эта метрика терпит особенность при $r = r_g$, а внутри сферы Шварцшильда теряет физический смысл в связи с нарушением сигнатуры³⁴⁾ метрического тензора. В

этом случае мы должны иметь возможность привязывать начало координат к любой точке области, лежащей вне пределов гравитационного радиуса.

Второй момент. В выражении для метрики (п1.19) присутствует параметр r , способ измерения которого не определён. Этот параметр нельзя назвать “длиной”. Однако согласно (4.23) и (4.24), квадрат элемента расстояния dl^2 между двумя точками, расположенными на одном радиусе, и квадратом элемента приращения радиуса dr^2 имеет место связь

$$dl^2 = \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_g}{r}\right)}. \quad (4.29)$$

Для измерения расстояний и промежутков времени в ОТО, как и в СТО, используется концепция стандартного сигнала, роль которого у нас будет выполнять световой сигнал. Как и в случае СТО, первым делом необходимо

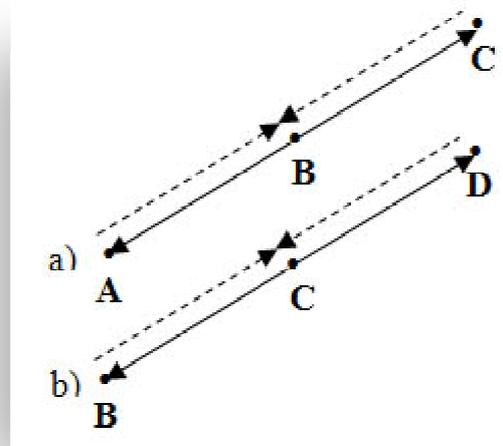


Рис11. Здесь: а) из исходной точки В посылаются одновременно сигналы в точки А и С. После отражения эти сигналы возвращаются (пунктирная линия) в точку В; б) аналогично, но здесь исходной точкой является точка С, а целевой и определяемой – точка D.

³⁴⁾ Однако существуют и другие метрики, например, метрика Леметра (см. п1.23), в которых эта особенность устраняется.

определить эталон длины, а затем, распространяя его вдоль радиуса, определить численные координаты для любой точки вдоль этого радиуса.

На рис.11 представлены два фрагмента процедуры пространственной арифметизации. Здесь элемент **AB** представляет собой произвольно выбранный эталон длины. Распространение этого эталона вдоль радиуса осуществляется следующим образом:

а) из точки **B** в противоположных направлениях посылаются световой сигнал, который, отразившись в точках **A** и **C**, возвращается назад в точку **B**. Эта процедура повторяется с изменением положения точки **C** до тех пор, пока не будет зафиксирован одновременный возврат обоих сигналов в точку **B**. Результатом этого процесса является найденное положение очередной точки **C**, которая будет лежать на том же расстоянии от точки **B**, на котором точка **B** отстоит от точки **A**. Метрическая координата точки **C** в единицах измерения принятого эталона принимает значение 2;

б) следующая процедура, изображённая на рис.11 представляет собой аналогичную предыдущей. Однако теперь в качестве исходной точки выступает только что определённая **C**, а целевой точкой становится точка **D**. Метрическая координата точки **D** принимает значение 3.

Описанная процедура повторяется столько раз, сколько требуется вдоль радиуса и по всем направлениям. В результате, с измерением полярных углов φ и θ , мы получаем метрические координаты, арифметизирующие пространство.

Следующим этапом после метрической арифметизации пространства является арифметизация временных отношений. Основным моментом здесь является метрическая инвариантность скорости света, выражаемая соотношением $c = 1$ в релятивистской системе измерения. Исходя из этого соотношения, видим, что и расстояние и время измеряются в одних и тех же единицах измерения. Сама же процедура оказывается предельно простой и является одноразовой процедурой синхронизации разноместных часов на заранее выбранный момент времени: из точки начала системы координат

метрически арифметизированного пространства, с часами которой синхронизируются все остальные часы, посылаются сигнал во все стороны. Если начальный момент времени соответствует нулевому отсчёту времени, каждый из наблюдателей при приходе сигнала из начальной точки устанавливает свои часы на время, по величине равное расстоянию от начала координат, в силу соотношения $c = 1$. После выполнения этой процедуры часы участвовавших наблюдателей будут синхронизированы на исходный нулевой момент времени часов начала координат. Очевидно, что вследствие разного "хода часов" в различных точках пространства, синхронизация на другой момент времени может нарушить результаты синхронизации предыдущей процедуры³⁵⁾. Заметим, синхронизация часов осуществлялась с использованием собственного времени τ локальных часов.

Итак, метрическая арифметизация завершена. Однако, важнейшим вопросом для ОТО является следующий: сможем ли мы обеспечить реализацию выбранной системы координат, в нашем случае – шварцшильдову (t, r, θ, φ) , физически реализуемыми процедурами? Ведь не любая система 4-координат может быть реализована физически. Как уже отмечалось, именно этим и будут отличаться системы координат от систем отсчёта.

Рассмотрим решение этой задачи для метрики Шварцшильда

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_g}{r}\right)} - r^2(\sin^2\theta d\varphi^2 + d\theta^2). \quad (4.30)$$

Из вида метрики (4.30) получаем выражение для квадрата элемента пространственной длины:

$$dl^2 = \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_g}{r}\right)} + r^2(\sin^2\theta d\varphi^2 + d\theta^2). \quad (4.31)$$

При $\theta = \pi/2$ и $r = \text{const}$ получаем:

$$dl = r \cdot d\varphi. \quad (4.32)$$

³⁵⁾ Собственно, это вполне ожидаемо вследствие различной природы динамического и эволюционного времён.

Из (4.31) следует, что метрическая длина окружности связана с величиной радиуса этой окружности соотношением

$$l_{\text{окр}} = 2\pi r, \quad (4.33)$$

по форме совпадающим с известной формулой для длины окружности в евклидовом пространстве. Этот факт является отличительной чертой метрики Шварцшильда. Отметим, что в этой формуле длина окружности $l_{\text{окр}}$ обладает свойством метрической измеримости, но величина радиуса r этим свойством не обладает.

Очередным этапом является переход от метрических длин и интервалов собственного времени к координатному представлению непосредственно в переменных метрики Шварцшильда. Для этого необходимо выполнить две процедуры: переход от метрической l к радиальной координате r и переход от собственного локального времени τ к глобальному – координатному t .

Рассматривая радиальную пространственную часть в (4.31) при постоянных углах, согласно (4.29), имеем для расстояния между двумя произвольными точками A и B :

$$l_{AB} = \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{\sqrt{1 - r_g/r}} = \int_{\rho_A}^{\rho_B} \frac{\sqrt{\rho} d\rho}{\sqrt{\rho - 1}}, \quad (4.34)$$

где

$$\rho = r/r_g \quad (4.35)$$

представляет координату радиуса r в гравитационных радиусах r_g .

Последовательное вычисление интеграла в (4.34) представляется формулами:

$$\int \frac{\sqrt{\rho} d\rho}{\sqrt{\rho - 1}} = \sqrt{\rho(\rho - 1)} + \frac{1}{2} \int \frac{d\rho}{\sqrt{\rho(\rho - 1)}}, \quad (4.36)$$

$$\int \frac{d\rho}{\sqrt{\rho(\rho - 1)}} = \sqrt{\rho(\rho - 1)} + 2\text{Arth} \sqrt{\frac{\rho - 1}{\rho}}, \quad (4.37)$$

$$\int \frac{\sqrt{\rho} d\rho}{\sqrt{\rho - 1}} = \sqrt{\rho(\rho - 1)} + \text{Arth} \sqrt{\frac{\rho - 1}{\rho}}, \quad (4.38)$$

$$\int \frac{\sqrt{\rho} d\rho}{\sqrt{\rho-1}} = \rho \cdot \sqrt{\frac{\rho-1}{\rho}} + \text{Arth} \sqrt{\frac{\rho-1}{\rho}}. \quad (4.39)$$

Введём новую переменную $z = \sqrt{(\rho-1)/\rho}$ и рассмотрим асимптотику решения (4.39) для случая больших радиусов $\rho \sim \infty$. Тогда

$$z = \sqrt{(\rho-1)/\rho} \approx 1 - 1/2\rho. \quad (4.40)$$

С учётом известного соотношения для функции $\text{arth } z$ и (4.40), получаем:

$$\text{arth } z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+z}{1-z} \sim \frac{1}{2} \ln \rho. \quad (4.41)$$

Тогда асимптотическое выражение для исходного интеграла принимает вид

$$\int \frac{\sqrt{\rho} d\rho}{\sqrt{\rho-1}} = \rho + \frac{1}{2} \ln \rho. \quad (4.42)$$

Согласно (4.34), имеем:

$$l_{AB} = \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{\sqrt{1-r_g/r}} = \int_{\rho_A}^{\rho_B} \frac{\sqrt{\rho} d\rho}{\sqrt{\rho-1}} \sim \rho_B - \rho_A + \ln \sqrt{\rho_B/\rho_A}. \quad (4.43)$$

Из (4.43) окончательно получаем:

$$\rho_B = \rho_A + l_{AB} - \ln \sqrt{\rho_B/\rho_A}. \quad (4.44)$$

Для того чтобы начать арифметизацию пространства вдоль радиуса в координатной переменной r или ρ по результатам проведённой пространственной метризации в величинах l_{AB} с помощью полученного соотношения (4.44), необходимо определить значение ρ_A или r_A для пространственной точки, где будет размещено начало координатной системы. Для этого воспользуемся отличительной особенностью метрики Шварцшильда, связывающей метрическую длину окружности с величиной радиуса (4.33). Измеряя длину дуги Δl по окружности с раствором полярного угла $\Delta\varphi$, получаем значение ρ_A , согласно (4.32), по формуле

$$\rho_A = r_A/r_g = \frac{1}{r_g} \frac{\Delta l}{\Delta\varphi}. \quad (4.45)$$

Теперь последовательным применением формулы (4.44) можно получить любые значения r или ρ по результатам проведённой метризации пространства.

Арифметизации временной координаты t производится из показаний собственных времён локальных часов по результатам проведённой синхронизации. Согласно (п1.19), координатное время t и собственное τ связаны соотношением $d\tau = \sqrt{1 - r_g/r} dt$, которое перепишем в виде: $dt = d\tau(\sqrt{\rho}/\sqrt{\rho - 1})$. Тогда с учётом проведённой синхронизации мы можем записать

$$t = \tau \frac{\sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho - 1}}. \quad (4.46)$$

В приближении (4.40) окончательно получаем:

$$t = \tau + \frac{\tau}{2\rho}. \quad (4.47)$$

Формально метрика Шварцшильда определена для всех координат (t, r, θ, φ) , кроме центра системы координат $r = 0$. Однако при $r = r_g$ выражение для квадрата интервала (4.30) терпит разрыв. Сама метрика при $r < r_g$ становится неопределённой, поскольку сигнатура метрики не может соответствовать никакой реальной системе отсчёта³⁶⁾, а проведение арифметизации оказывается невозможным для области, лежащей внутри и на сфере Шварцшильда. Очевидно, что *построенная система отсчёта с помощью описанной арифметизации не покрывает “наблюдением” эту область, хотя шварцшильдовой системой координат описывается всё пространство.*

Интегральные пространственно-временные характеристики

Для метризации пространственно-временных отношений использовался световой сигнал. Характерной особенностью его использования являлся режим распространения “туда и обратно”. Этот режим ничем незаменим при синхронизации часов, находящихся в разных точках пространства.

³⁶⁾ Однако, как уже отмечалось, существуют и другие метрики, например, метрика Леметра (см. п1.23), в которых эта особенность устраняется

В СТО особую роль играют инерциальные системы отсчёта. Как в самих системах отсчёта, так и между ними возможно выполнение вполне определённых процедур синхронизации и измерения расстояний.

В ОТО роль обобщённых инерциальных систем отсчёта могут играть так называемые *синхронные системы отсчёта*.

Согласно (4.28), условие, допускающее синхронизацию хода часов в различных точках пространства, заключается в равенстве нулю компонент $g_{0\alpha}$ метрического тензора. Если, кроме того, $g_{00} = 1$, то временная координата $x^0 = t$ представляет собой собственное время в каждой точке пространства. Систему отсчёта, удовлетворяющую условиям

$$g_{00} = 1, g_{0\alpha} = 0 \quad (4.48)$$

назовём *синхронной*. Элемент интервала в такой системе даётся выражением

$$ds^2 = dt^2 - \gamma_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta, \quad (4.49)$$

причём компоненты тензора пространственной метрики совпадают с точностью до знака с компонентами $g_{\alpha\beta}$:

$$\gamma_{\alpha\beta} = -g_{\alpha\beta}. \quad (4.50)$$

В синхронной системе отсчёта линии времени являются геодезическими линиями в 4-пространстве. Легко также видеть, что эти линии нормальны к гиперповерхностям $t = \text{const}$.

Метрика вида (4.49) допускает любые преобразования пространственных координат, не затрагивающие времени. В частности, такими преобразованиями можно привести пространственный метрический тензор $\gamma_{\alpha\beta}$ в любой точке к диагональному единичному виду. В результате в синхронной системе отсчёта локально можно привести метрику к псевдоевклидовой. Поэтому синхронную систему отсчёт после подобных преобразований координат можно рассматривать как обобщённую инерциальную систему отсчёта.

Характерным свойством синхронных систем отсчёта является их нестационарность: в такой системе гравитационное поле не может быть постоянным. Для “пылевидной” материи ($p = 0$) любое свободно движущееся тело можно рассматривать как элемент обобщённой инерциальной системы, а

все свободные тела будут образовывать синхронную систему отсчёта, причём как *сопутствующую* движению материи.

В то же время заполняющая пространство материя не может удовлетворять условию $p = 0$. Это означает, что частицы материи, на которые действуют силы давления, будут двигаться не по геодезическим линиям, а сама материя не может покоиться относительно синхронной системы отсчёта.

Таким образом, $p \neq 0$ не позволяет надеяться на физическую реализацию синхронных систем отсчёта. Нестационарность синхронных систем отсчёта означает зависимость компонент метрического тензора g_{ik} от времени.

Согласно формулам (4.13) и (4.24) интегральные величины интервалов времени и расстояний вычисляются по формулам:

$$\tau = \int \sqrt{g_{00}} dx^0, \quad (4.51)$$

$$l = \int_{s_1}^{s_2} \sqrt{h_{\alpha\beta} \frac{dx^\alpha}{ds} \frac{dx^\beta}{ds}} ds. \quad (4.52)$$

Зависимость t_{ik} от временной координаты x^0 приведёт к зависимости от времени и параметров τ и l .

В связи с последним замечанием возникает естественный вопрос: можно ли рационально говорить о таких глобальных величинах, как возраст и размер Вселенной? Если и можно, то какой смысл можно придать этим величинам? Ведь по сегодняшним воззрениям Вселенная в космических временах далека от статичности. Не получим ли мы ситуацию, при которой сегодняшняя Вселенная окажется старше завтрашней, а ускорение расширения с точки зрения нашей системы отсчёта в другой системе окажется сжатием?

Поскольку ОТО не позволяет в общем случае говорить об интегральных расстояниях и масштабах, о синхронизирующих поправках к любому координатному времени в условиях нестационарной метрики, утверждать что-либо о возрасте Вселенной, об её сегодняшних размерах можно лишь с большим риском для истины.

Только после проведённой процедуры арифметизации событий можно говорить о какой-то координатно-временной корреляции, синхронизации. Метрические же сравнения можно производить только в пределах одной физически метризованной системе отсчёта, а все сравнения между показаниями, полученными в разных системах отсчёта рискуют оказаться нефизичными, поскольку метричность между ними отсутствует. “Замедления”, “удлинения”, “расширения” и прочие пространственно-временные деформации – это всего лишь мифы, поскольку *макропространство и макровремя при переходе к мегамасштабам, вообще говоря, теряют свойства физической метричности.*

Движение

Движение свободной материальной частицы в гравитационном поле определяется уравнениями, которые являются уравнениями геодезической линии в геометрии описываемой метрическим тензором g_{ik} :

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma_{kl}^i \frac{dx^k}{ds} \frac{dx^l}{ds} = 0. \quad (4.53)$$

Здесь Γ_{kl}^i - так называемые символы Кристоффеля, определяемые через производные метрического тензора g_{ik} :

$$\Gamma_{ik}^l = \frac{1}{2} g^{lm} \left(\frac{\partial g_{mi}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{mk}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^m} \right). \quad (4.54)$$

Производная $d^2 x^l / ds^2$ есть 4-ускорение частицы. Поэтому мы можем назвать величину $- m \Gamma_{kl}^i u^k u^l$ 4-силой, действующей на частицу в гравитационном поле. Компоненты тензора g_{ik} играют при этом роль потенциалов гравитационного поля, а его производные определяют тензорную напряженность поля Γ_{ik}^l .

Уравнение (4.53) неприменимо для светового сигнала, так как вдоль мировой линии распространения светового луча интервал $ds = 0$.

Распространение светового сигнала в этом случае описывается уравнениями для волнового вектора k^i

$$\frac{dk^i}{d\lambda} + \Gamma_{kl}^i k^k k^l = 0 \quad (4.55)$$

и уравнением эйконала для фазы ψ световой волны

$$g^{ik} \frac{\partial \psi}{\partial x^i} \frac{\partial \psi}{\partial x^k} = 0. \quad (4.56)$$

Параметр λ , параметризующий распространение луча вдоль мировой линии, определяется из этих же уравнений.

Динамическим упорядочивающим фактором в (4.53) является 4-интервал; для распространяющегося светового сигнала роль этого фактора играет параметр λ . При классическом описании движения требовалось два параметра: единое ньютоново время t и физически измеримые координаты. Здесь же, при восстановлении целостности описания движения этим параметром становится один - либо s , либо λ . Свойством же непрерывности изменения этих параметров обеспечивается генетическое тождество объекта самому себе при движении. Это свойство наследуется с макроуровня.

Назовём координатной скоростью величину, квадрат которой согласно (4.22), определяется по формуле

$$\left(\frac{dl}{dt}\right)^2 = \left(-g_{\alpha\beta} + \frac{g_{0\alpha}g_{0\beta}}{g_{00}}\right) \frac{dx^\alpha}{dt} \frac{dx^\beta}{dt}, \quad (4.57)$$

где dl - элемент пройденного пути за координатное время dt .

Для светового сигнала, согласно (4.16)

$$g_{\alpha\beta} \frac{dx^\alpha}{dt} \frac{dx^\beta}{dt} + 2g_{0\alpha} \frac{dx^\alpha}{dt} + g_{00} = 0. \quad (4.58)$$

Подставляя (4.58) в (4.57) получаем

$$\left(\frac{dl}{dt}\right)^2 = \frac{g_{0\alpha}g_{0\beta}}{g_{00}} v^\alpha v^\beta + 2g_{0\alpha} v^\alpha + g_{00}, \quad (4.59)$$

где $v^\alpha = dx^\alpha/dt$ - координатные компоненты скорости сигнала.

Из (4.59) можно увидеть, что координатная скорость света, вообще говоря, отлична от 1, но в синхронной системе отсчёта она равна 1.

Основным моментом в описании пространственно-временных отношений на мегауровне является восстановление целостности движения, переход к четырёхмерному пространственно-временному псевдориманову многообразию и, в связи с этим, объединение отдельных пространственного и временного факторов в единый упорядочивающий движение фактор – интервал. Отказ от ньютоновых эталонов длины и времени лишил временной и пространственный упорядочивающие факторы свойствами универсальной измеримости, сохранив при этом аффинность и причинность, ограниченные определёнными рамками. Так, например, в СТО при лоренцевых преобразованиях для времениподобных событий временной фактор сохраняет свойство аффинности, что обеспечивает соблюдение принципа причинности. Вопрос о свойствах временного упорядочивающего фактора (как 0-координаты событий) для ОТО становится более содержательным.

Таким образом, *говорить о свойствах метричности пространства и времени по отдельности для мегауровневой организации материи становится неправомерным.* Более того, в ОТО возможна более общая постановка вопроса о геометрии пространственно-временных отношений как о геометрии 4-пространства аффинной связности. Пространственные и временные отношения по одиночке теряют свою физическую метричность в глобальных масштабах при сохранении её в локальных. То же самое относится к понятиям локальной однородности и изотропности. Координатная скорость света перестаёт быть постоянной.

Возможность точечной локализации и в силу этого возможность представления классической непрерывности движения наследуются с макроуровня. Поэтому можно сказать, что определение генетического тождества самому себе на мегауровне наследуется с макроуровня и с помощью движения, а генетическая тождественность объекта самому себе сохраняется при изменении его положения во времени.

Важными выводами ОТО являются: невозможность в общем случае определения интегральных длин и расстояний, а также осуществления тотальной синхронизации часов на “все времена”.

Именно ограниченная применимость макропространственно-временных отношений в мега- и микро- масштабах обуславливает появление фантастических гипотез, обязательной составляющей которых являются пространственно-временные сингулярности.

Эволюционное время ³⁷⁾

Исходя из формул преобразования времени для “пустого” пространства ³⁸⁾ при переходах между двумя инерциальными системами отсчёта можно говорить об упорядочивающих факторах (в лейбницево́м смысле) двух типов – галилеевом и лоренцевом: при преобразованиях 4-координат метрические свойства этих упорядочивающих факторов меняются по-разному. Третий тип - концепция времени в общей теории относительности, является обобщением лоренцевой для произвольной 4-метрики пространства-времени. Общее между всеми тремя концепциями является то, что они представляют координатный, то есть сугубо геометрический аспект. При этом галилеева концепция использует для измерения пространственно-временных отношений независимые и инвариантные стандарты длины и времени, а релятивистская (СТО и ОТО) – единую и инвариантную меру скорости распространения стандартного сигнала (света). Здесь же мы пытаемся ввести ещё одну концепцию времени – концепцию *эволюционного времени*, лишённую излишних геометрических ассоциаций. Рассмотрим это подробнее.

В разделе “*Галилеевы и лоренцевы инерциальные системы отсчёта и 4-системы координат*” введены три инерциальные системы отсчёта – $\Sigma, \Sigma', \Sigma''$. Следует обратить внимание на нестандартный с точки зрения классической механики и СТО “физический гандикап”: эти три системы отсчёта возникли при рассмотрении вопросов арифметизации “пустого” пространства из двух декартовых 3-систем координат - неподвижной и движущейся, что, впрочем, не так уж и ново для ОТО.

Итак, будем рассматривать три инерциальные системы отсчёта – $\Sigma, \Sigma', \Sigma''$, одна из которых Σ неподвижна (лабораторная), а две - Σ' и Σ'' получаются из

³⁷⁾ Здесь рассматриваются свойства точечного эволюционного времени, совпадающего с собственным временем точечной системы.

³⁸⁾ Фраза "пустое пространство" используется не более как "фигура речи". В лейбницево́й концепции не существует пустого пространства. В процедуре же арифметизации "пустого пространства-времени" каждая арифметизированная точка получает своего точечного наблюдателя, а сами пространственно-временные отношения получают конкретику отношений между реальными объектами.

одной декартовой системы 3-координат, движущейся со скоростью V вдоль общей оси X :

- лабораторная система отсчёта Σ представляется пространственной неподвижной декартовой системой координат (x, y, z) и часами в каждой точке, задающим четвёртую временную координату t . Временной параметр t играет роль динамического упорядочивающего фактора, синхронизированного с временным параметром эталонной системы, то есть играет роль координатного времени лабораторной системы отсчёта Σ ;
- галилеева система отсчёта Σ' представляется движущейся со скоростью V относительно Σ вдоль общей координатной оси X декартовой системой координат. Координаты (t, x, y, z) и (t', x', y', z') в системах отсчёта Σ, Σ' связаны преобразованиями Галилея (1.22). Координатное время системы отсчёта Σ' представляется параметром t' ;
- лоренцева система отсчёта Σ'' , как и Σ' , представляется движущейся декартовой системой координат со скоростью V относительно Σ вдоль общей координатной оси X . Однако координаты (t, x, y, z) и (t'', x'', y'', z'') в системах отсчёта Σ, Σ'' связаны уже преобразованиями Лоренца (1.25). Координатное время системы отсчёта Σ'' представляется параметром t'' .

Координатные времена t, t', t'' систем $\Sigma, \Sigma', \Sigma''$ синхронизированы между собой на моменты $t = t' = t'' = 0$.

Уже такая простейшая ситуация должна показать нам нецелесообразность выделения специальных систем отсчёта: выбор систем отсчёта, в том числе и инерциальных, при решении конкретных задач допускает значительный произвол для реализации предпочтений. Такая свобода в выборе пришла в физику из ОТО в связи с тем, что при решении уравнений Эйнштейна допускается неоднозначность в выборе системы 4-координат для представления решения.

Релятивистские преобразования Лоренца, как и классические преобразования Галилея, являются преобразованиями, которые связывают координаты простейшего точечного бесструктурного объекта лабораторной системы и двух других инерциальных систем отсчёта. Эти преобразования

получаются из общих свойств симметрии и непрерывности пространственно-временных отношений. Различие форм преобразований, как уже отмечалось, связано с применением разных стандартов измерений пространственно-временных отношений при выводе формул: при получении лоренцевых преобразований в качестве единого стандарта используется *скорость*, а при получении галилеевых преобразований используются два стандарта - *длины и времени*.

Однако стандарты скорости и длины трудно ассоциировать со сложными структурированными системами, параметры описания которых не привязаны к пространственной и фактически к механической динамике. Слишком чужды и искусственны они будут. Например, параметры, характеризующие термодинамические системы (термодинамические потенциалы) трудно “заподозрить” в пространственном сосуществовании, хотя *временная* зависимость остаётся необходимым элементом в описании эволюции таких систем. Разумеется, сами системы, как внешне локализованные объекты (например – их центры масс), могут находиться в пространственных отношениях, в состоянии движения, но к внутренним структурным свойствам систем это обстоятельство вряд ли можно отнести априори. В этом случае связь *временного* описания (эволюционного) с пространственным (координатным), очевидно, должна быть обусловлена какими-то причинами. Именно такими сложными и структурированными системами являются термодинамические системы так же как, впрочем, и любые, например, биологические системы. Тем не менее, и здесь нам необходим *временной* параметр, упорядочивающий состояния сложных систем в эволюции. *Этот параметр должен адекватно описывать эволюцию процессов в любых инерциальных (рассматриваемых здесь) системах отсчёта.*

Пусть в лабораторной системе отсчёта Σ изменение некоторого параметра сложной системы описывается функциональной зависимостью $F(t)$, представляющей точечный эволюционный процесс в простейшем случае. Упорядоченный ряд событий, сменяющих друг друга состояний в связи с

изменением параметра F , может быть определён вполне однозначно с помощью координатного времени t . Для большей определённости параметром F можно считать какой-либо термодинамический потенциал гипотетической n -фазовой системы, а сам процесс - процессом нагревания. Предположим, что в процессе нагревания рассматриваемая система испытывает дискретные фазовые переходы из одной фазы состояния в другую.

При выборе упорядочивающего эволюционного фактора для движущейся системы отсчёта для “перечисления” состояний нагревающегося точечного тела у нас имеются две возможности: время t' системы Σ' и время t'' системы Σ'' . В первом случае мы выбираем координатное время t' галилеевой системы отсчёта Σ' , получаемое в соответствии с формулой $t' = t$ преобразований Галилея, во втором – координатное время t'' лоренцевой системы Σ'' , получаемое в соответствии с формулой $t \rightarrow t''$ преобразований Лоренца. И в том, и в другом случаях исходным упорядочивающим параметром является координатное время t лабораторной системы отсчёта Σ , а t' и t'' получаются из преобразований $t \rightarrow t'$ и $t \rightarrow t''$, соответствующих формулам преобразований Галилея и Лоренца, соответственно.

Одним из основных свойств, благодаря которому получены преобразования Галилея и Лоренца, являются непрерывность движения и других характеристик пространственно-временных отношений. По существу это свойство наследуется от классической физики как макроприближение. Необходимость наделения времени свойством непрерывности так же следует из этого приближения, в результате чего и возникает концепция непрерывного координатного времени. Синхронизация же (измерение) какого-либо эволюционного процесса, то есть сопоставление наблюдаемых изменений с эталонными часами позволяет “сосчитать” число и порядок сменяющихся состояний системы. Для непрерывного параметра F и непрерывного упорядочивающего фактора, в роли которого выступает в данном случае координатное время, результат синхронизации в системе Σ приводит к взаимно-однозначному соответствию $F \leftrightarrow t$ между элементами множества

состояний наблюдаемого процесса в лабораторной системе отсчёта и точками интервала оси координатного времени или к установлению функциональной зависимости $F(t)$. С помощью (1.22) и (1.25) функциональное соответствие устанавливается и в системе Σ' , и Σ'' . Таким образом, на базе множеств мощности континуум в данном случае *возникает концепция эволюционного непрерывного времени для конкретной сложной системы, детали которой требуют уточнения. Суть в следующем.*

Интервалы введённого таким образом эволюционного времени — суть упорядоченные непрерывные множества смежных точек. Все непрерывные множества подобного рода равномощны как множества мощности континуум: между точками этих множеств устанавливается взаимно-однозначное соответствие. В этом случае любое непрерывное преобразование параметра t (например, $t \rightarrow t'$ или $t \rightarrow t''$ при преобразованиях Галилея или Лоренца) не изменит “числа” точечных событий в любом из интервалов $[t_1, t_2]$, $[t'_1, t'_2]$, $[t''_1, t''_2]$.

Это же можно сказать и о любом упорядочивающем параметре, полученным не только из преобразований Галилея или Лоренца, но и с помощью любого непрерывного монотонно возрастающего (для сохранения упорядоченности) преобразования. Из этих соображений следует, *что для упорядочения состояний сложной системы подходит целый класс монотонно возрастающих функций, полученных из исходного собственного координатного времени, простейшим представителем которого является галилеевский упорядочивающий фактор.*

Поскольку в эволюционных задачах для систем со сложной структурой, вообще говоря, отсутствует необходимость решения геометрических задач типа “задач о встрече или пересечении мировых линий”, можно поставить вопрос о целесообразности применять преобразования времени, вытекающие из преобразований Лоренца для точечной бесструктурной частицы, которые по существу так же являются геометрическими. Наоборот, применение преобразований Галилея как обеспечивающих равенство $t' = t$ и

предотвращающих проявление ситуаций (3.5) для монотонных эволюций, становятся более обоснованным.

В общем случае преобразования координат могут сопровождаться изменением метрических характеристик (“длин”) интервалов $[t'_1, t'_2]$, $[t''_1, t''_2]$ по отношению к “длине” исходного интервала $[t_1, t_2]$. Например, при переходе $\Sigma \rightarrow \Sigma'$ метрические характеристики не меняются, а при переходе $\Sigma \rightarrow \Sigma''$ — меняются.

Далее. В нашем примере можно представить дискретный процесс последовательного перехода нагреваемого тела из одного фазового состояния в другое. Пусть в лабораторной системе отсчёта Σ в интервале координатного времени (t_1, t_2) было зафиксировано k переходов. Очевидно, что в соответствующие интервалы координатного времени (t'_1, t'_2) и (t''_1, t''_2) в системах Σ', Σ'' будут зафиксированы эти же переходы, столько же и в той же последовательности. То есть число дискретных переходов будет инвариантом координатных преобразований. Эта особенность усиливается известной леммой Бореля — Лебега или леммой о конечном покрытии³⁹⁾: число покрытий, очевидно, также будет инвариантом координатных преобразований. Здесь представляется возможность говорить о кусочно-непрерывных или кусочно-дискретных эволюциях⁴⁰⁾. Собственно, это обстоятельство и обеспечивает смену топологии и переход от непрерывного времени к дискретному.

Такой же феномен можно зафиксировать при разрешении “*Парадокса близнецов*”. Разрешение этого парадокса в рамках соблюдения принципа относительности становится возможным при дискретизации (квантовании) эволюционного времени, то есть при смене топологии временной оси. И здесь же заметим, что если возраст братьев-близнецов измерять числом оборотов Земли вокруг Солнца (то есть в дискретных годах), то по возвращении из

³⁹⁾ леммой Бореля — Лебега или леммой о конечном покрытии называется следующий факт, играющий фундаментальную роль в анализе: *из всякой бесконечной системы интервалов, покрывающей отрезок числовой прямой, можно выбрать конечную подсистему, также покрывающую этот отрезок.*

⁴⁰⁾ То есть речь идёт по существу о квантовании эволюционного времени.

путешествия брата-космонавта возраст у близнецов окажется одинаковым, поскольку число произошедших событий (оборотов Земли вокруг Солнца) за время путешествия космонавта - абсолютный инвариант для обоих братьев. Следует заметить, что измерение дискретными временными отрезками (например биоритмами) времени жизни человека или другого живого организма более адекватно самому процессу жизни.

Поскольку мощность множества является топологическим инвариантом непрерывных преобразований не только для множеств мощности континуум, но и для дискретных, и “кусочно-непрерывных” множеств, именно она и должна стать адекватной мерой “числа событий” для эволюционирующих систем. Само эволюционное время теряет при этом свойство метрической измеримости по стандартам динамической механики, сохраняя свойство *аффинности*⁴¹⁾ Метрическая же измеримость эволюционного времени может быть восстановлена для сложных систем исходя из контекстной особенности её описания.

Для эволюционных зависимостей без “горизонтальных участков” (участков постоянных значений параметров) роль эволюционного времени может играть галилеевское координатное время лабораторной системы отсчёта. Это время является инвариантом любых непрерывных преобразований координат при переходах между системами отсчёта (и не только инерциальными).

Эволюционным временем мы назовём время, измеренное в собственной системе отсчёта Σ и преобразующееся с помощью галилеевых преобразований $t' = t$, то есть остающееся инвариантным при переходах в другие системы отсчёта.

⁴¹⁾ аффинность подразумевает обладание свойством упорядоченности и необязательно измеримым метрически.

Для рассмотрения простейшей формы изменения – движения точечной бесструктурной частицы, достаточно введения двух "сопряженных" понятий - времени (динамического) и пространства. Для описания изменений сложных структурированных систем вводится понятие эволюционного времени, однако сопряжённого понятия в общем случае не существует. Поэтому необходимость "развести и дистанцировать" координатное и эволюционное времена, становится очевидной. *При этом эволюционное время, вообще говоря, теряет свойство измеримости, сохраняя своё основное свойство способности к локальному (для рассматриваемой системы) упорядочиванию.* Это свойство мы назвали аффинностью, а время, представленное аффинным фактором – эволюционным. Эволюционное время становится физически измеримым для дискретных или кусочно-дискретных эволюций.

Заключение

Концептуально пространственно-временные отношения возникают при факторизации всеобщего бытия на существование и сосуществование множества отделимых и различимых сущностей. Отсюда следует, что *сама Вселенная, как единый Универсум, существует во вне пространственно-временном аспекте*. Поэтому нет смысла говорить о её возникновении или о её конце, нет смысла наделять Вселенную какими бы то ни было размерами или формами. Это же можно сказать и другими словами, используя понятия *вечности* и *бесконечности* в вышеопределённом аспекте: *Вселенная вечна и бесконечна во всех своих проявлениях*. На этом уровне онтологизации постановки задач с "начальными условиями" не могут быть корректными, поскольку это соответствует нулевому уровню онтологизации пространственно-временных отношений, где они просто-напросто отсутствуют⁴²⁾.

Исторически концепция пространственно-временных отношений берёт начало в классической физике, которая, как известно, представляет макроуровневое описание физических явлений.

В классической физике пространственные отношения отделены от временных: трёхмерное пространственное многообразие независимо сосуществует с одномерным временным, формально образуя всё же четырёхмерное декартовое произведение. Топологическая связь пространственных и временных отношений описывается с помощью известной формулы: $d\vec{r} = \vec{v}dt$. В полученном четырёхмерном многообразии используется общая точечно-метрическая классическая топология. Возможность введения *ТМК-топологии* основывается на предположении бесконечной делимости пространственно-временных отношений, то есть на возможности представления отделимых и различимых макросущностей

⁴²⁾ Об уровнях онтологизации пространственно-временных отношений см. **Введение**

безразмерными пространственными точками и моментами времени. Интервалы времени и длины, формализующие близость точек — физически измеримы с помощью независимых эталонов длины и времени, и поэтому могут быть сравнимы между собой по их величинам. В этом состоит суть *ТМК-топологии* декартова произведения трёхмерного пространственного многообразия и одномерного временного, в основе которой на макроуровне лежит евклидова метрика как для трёхмерного пространственного, так и для одномерного временного многообразий. Возможность её введения основывается на аппроксимации задач с характерными длинами и интервалами значительно превышающими атомные.

Классической физике соответствует третий уровень онтологизации пространственно-временных отношений, где применение пространственно-временной концепции является наиболее эффективным.

Как изменяются пространственно-временные макропредставления при переходе к фрагментам бытия в смежных ипостасях - *микро-* и *мега-*? *Что будет в динамических уравнениях квантовой механики и ОТО вместо классических r и t ?*

Можно ожидать, что в квантовой теории это будут статистически усреднённые комбинации собственных значений операторов динамической алгебры, которые будут асимптотически переходить в макропараметры r и t классической физики. Процедура усреднения должна будет сопровождаться возникновением эффекта "конденсации" гильбертова представления в пространственное трёхмерие и возникновением возможности приближения макропространственных отношений с использованием точечной локализации, описываемой в рамках трёхмерной *ТМК-топологии* [10].

Необходимость введения временных отношений при микроуровневом описании физических явлений возникает как необходимость упорядоченного описания событий в становлении, то есть для описания физической эволюции квантовых систем.

Особенности описания пространственных отношений микроуровневого сосуществования квантовых объектов обусловлены отсутствием свойства локализации квантовых объектов.

Пространственно-временные отношения фиксируются в процедурах макроизмерений с помощью классических приборов. Эти процедуры можно понимать как усреднённое проецирование микроизменений на макроуровень наблюдения. Именно благодаря проецированию микроизменений на макроуровень в процессах наблюдения и измерения появляются физически измеримые макропространственно-временные характеристики как интерпретация микроуровневых процессов. Возможность же физического измерения пространственно-временных характеристик непосредственно на микроуровне отсутствует. Таким образом, формирование пространственно-временных отношений реализуется на микроуровне, а их концептуальное и содержательное использование, как координатных и метрических, начинается на макроуровне.

При обратном переходе от макроуровневого измерения на микроуровневое описание непосредственно классические пространственно-временные отношения теряют свои макроскопические свойства, что приводит к противоречивым результатам интерпретации микроскопических явлений. И здесь наблюдается такая особенность: если временное описание ещё сохраняет свою роль как описание с помощью аффинного, физически неизмеримого, но упорядочивающего фактора, то адекватность пространственного описания теряется вплоть до размерностного описания, то есть, если временное описание связано с потерей физической метричности, то в пространственном описании претерпевают существенные изменения и топологические размерностные характеристики.

Поскольку и момент времени, и точка в пространстве становятся концептуально неопределёнными в силу соотношений неопределённостей "координаты-импульса" и "энергии-времени", на микроуровне перестаёт работать и стандартная модель *ТМК-топологии*, как в пространственном

аспекте, так и во временном. Это является основным моментом описания пространственно-временных отношений на микроуровне.

Феномен макропространственно-временных отношений необходимо рассматривать как феномен возникновения их на микроуровне, а измеримости и концептуального использования – на макроуровне. Этот феномен должен быть объяснён исходя именно из этого так же как, например, и возникновение понятий температуры, запаха, цвета, звука и т. д.

Вопрос вопросов: *Что можно сказать о топологии в квантовом мире и как она отличается от ТМК-топологии?*

Первое. Прежде всего, надо решить проблему самой применимости *ТМК-топологии*. Ясно, что использование классической *ТМК-топологии* в квантовой механике приводит к известным парадоксам, поскольку для точечных топологических образов (момент времени, материальная точка), не обладающих классическими метрическими размерами, объектов на микроуровне не существует. Эта парадоксальность узаконивается соотношениями неопределённости между импульсом частицы и её положением, между энергией и временем её измерения и другими канонически сопряженными переменными. Как нам кажется, перспективным здесь является замена скалярной классической евклидовой меры на вероятностно-операторные меры (*ВОМ*). В настоящее время в квантовой механике используется скалярная вероятностная мера. На вопрос: *какое расстояние ожидается между событием испускания частицы (в одном месте) и поглощения её в другом?* - ответ будет такой: *с вероятностью P это расстояние будет равно L* . А результат решения будет дан в виде скалярного распределения вероятностей $P(L)$.

Второе. В связи с применением принципа тождественности частиц возникает далеко нетривиальный парадокс, связанный с различением частиц. Ведь, что получается: в силу этого принципа мы не можем элементарно подсчитать число частиц, а волновая функция для коллектива частиц в этом случае одна, то есть она описывает единичный квантовый объект. Видимо

поэтому, мы и не можем сосчитать частицы одного ансамбля. Нельзя исключать и вывода о том, что это одна частица находящаяся сразу в нескольких местах. И опять камень в сторону *ТМК-топологии* как меры учёта близости частиц - она перестаёт работать. Топология близости различных частиц обнаруживает странности и в связи с известным парадоксом ЭПР или результатами экспериментов Аспека.

Третье. Один из главных топологических параметров - размерностный параметр для пространства выбирается как макроскопический, равный трём. В рамках же самой квантовой теории величина размерности не регламентируется.

Таким образом, обобщение и распространение пространственно-временных отношений для задач квантовой теории возможно только на втором уровне онтологизации — уровне отделимости и различимости квантовых сущностей с топологией отличной от ТМК-топологии.

Способность к локализации макрообъектов и возможность их точечного геометрического представления в приближении *ТМК-топологии* обусловили введение в классической физике универсальных координатных непрерывных макропространственно-временных отношений. Макропространственно-временные отношения приобрели свойство метрической измеримости. В качестве измеримой величины для пространственных отношений выступало расстояние, для которого был выбран эталон длины. В макроприближении становится возможной синхронизация разноместных часов, которая в силу однородности пространственно-временных отношений сохранялась со временем. В этих условиях для различения динамического и эволюционного времён не могло возникнуть никаких предпосылок. Фактором, упорядочивающим как динамику, так и эволюцию стало единое координатное время, для которого так же введён единый эталон.

На мегауровне удаётся сохранить пространственно-временную *ТМК-топологию*. Однако и здесь наблюдается отход от классической топологии. Два формально независимых пространства - трёхмерное и одномерное с

евклидовыми топологиями, заменяются на одно четырёхмерное с топологией на основе псевдоевклидовой метрики. Другими словами, (3+1)-топология формального декартова произведения заменяется 4-топологию четырёхмерного пространства-времени: точки, как объекты топологии, существуют уже в едином четырёхмерном пространстве. Возможность же сопоставления длин трёхмерного пространства и промежутком времени одномерного пространства по их величинам теряется, остаётся лишь свойство аффинной упорядоченности. Именно этим свойством и обладают координатные величины событий пространства-времени. Таким образом, при распространении асимптотики до мегамасштабов исчезает физическая метричность длин и интервалов времени по отдельности. Остаётся лишь их координатная аффинность (линейная упорядоченность координат событий).

Свойство локализации физических тел на мегауровне наследуется с макроуровня, что обуславливает возможность описания непрерывных координатных пространственно-временных отношений в мегамасштабах. Восстановление же целостности движения обуславливает необходимость перехода к четырёхмерному пространственно-временному псевдориманову многообразию. Длина и время, как отдельные упорядочивающие факторы (пространственный и эволюционный), заменяются на единый динамический координатный упорядочивающий фактор — четырёхмерный интервал, физически измеримый с помощью эталона скорости. При этом физическая измеримость в классическом понимании интегральных пространственных и временных характеристик в мегамасштабах по отдельности теряет инвариантность при смене систем отсчёта. В связи с этим возникают трудности с синхронизацией, измерением интегральных характеристик и с обеспечением единой физической измеримости в разных системах отсчёта. Локальная измеримость промежутков времени и длин сохраняется, но само время становится локальной характеристикой, зависящей от пространственных координат. Возникает ситуация, когда различие динамического и

эволюционного времён становится необходимостью, поскольку локальность эволюционного времени и нелокальность динамического не могут быть корректно сопоставлены в процедурах синхронизации.

Кроме того, в решениях уравнений Гильберта-Эйнштейна в РТГ появляются сингулярности, что свидетельствует об ограниченной применимости *ТМК-топологии* и здесь.

Потеря физической измеримости на мегауровне должна быть объяснена своим чередом, так же как и её возникновение на микроуровне. Тем не менее, на мегауровневом описании организации материи аффинность времени для причинно связанных событий (внутри конуса времениподобных событий) локально сохраняется.

На макрофизическом уровне описания явлений концепция пространства-времени допускает представление измеримого времени с помощью эталонов времени или единого эталона скорости распространения стандартного сигнала. Раздельное применение эталонов времени и длины приводит к галилеевому описанию динамики. Применение единого эталона скорости – к описанию динамики в рамках теории относительности. Галилеево описание динамики является асимптотическим приближением релятивистского описания при малых скоростях и в “пустом” пространстве.

ТМК-топология используется для описания пространственно-временных отношений на макро- и мега- физических уровнях. В качестве меры близости отдельно пространственных и временных отношений в первом случае используются евклидова длина и интервал времени. Модификация евклидовой топологии (3+1)-пространства, полученного декартовым произведением трёхмерного пространства и одномерного времени, приводит нас к псевдоевклидовой топологии единого четырёхмерного пространства-времени, в котором и строится *4-ТМК-топология*. Дело в том, что из однородности, изотропности и инерциальной симметрии пространственно-временных отношений следует вывод о существовании максимальной скорости движения физического тела и распространения сигналов. Выбрав в качестве эталона

величину скорости этого сигнала, наряду с классическим способом измерения скорости с помощью независимых эталонов длины и времени, появляется альтернативная возможность измерения непосредственно в единицах скорости стандартного сигнала. Преимущество этого эталона перед классическими — длины и времени, становится очевидным при решении задач преобразования кинематических характеристик в связи со сменой систем отсчёта⁴³⁾.

Таким образом, использование ТМК-топологии возможно только на третьем уровне онтологизации: для макрофизических задач это будет физически 3-измеримая пространственная точечная топология и 1-измеримая временная точечная топология. Для мегафизических задач это будет физически 4-измеримая точечная топология.

Основные выводы

1. Вселенная, как объект, существует во внепространственно-временном аспекте. Для неё мы определим *нулевой уровень* онтологизации, а языком описания является язык философских категорий.

2. Пространственно-временная определённость для микроуровневой организации материи наталкивается на неопределённость в топологии этих отношений. Здесь уровнем онтологизации должен быть *второй*. Тем не менее сегодня используется язык квантовой теории третьего уровня онтологизации.

3. Классическое описание физических явлений на макроуровне является наиболее полным для пространственно-временных отношений, что допускает возможность физической измеримости, численного сравнения результатов на *третьем уровне* онтологизации языком классической макрофизики.

4. В связи со сменой эталонов измерений пространственно-временных отношений на мегауровневой организации материи (околосветовые скорости и большие расстояния) теряется физическая измеримость пространственных и временных отношений по отдельности. Причинность описания сохраняется для

⁴³⁾ Однако "метрический" смысл, согласно эталонам длины и времени, топологического соотношения $d\vec{r} = \vec{v}dt$ теряется.

событий, находящихся внутри локального светового конуса. Обобщение же $(3+1)$ -ТМК-топологии до топологии четырёхмерного пространства-времени, позволяет нам остаться на третьем уровне онтологизации. Языком описания явлений мегамира является язык СТО или в более общем случае – язык ОТО. Однако возникновение сингулярностей в решениях уравнений Гильберта-Эйнштейна, возвращает нас к проблемам пространственно-временных отношений в микромире.

На третьем уровне онтологизации, в макро- и мега- ипостасях организации материи возможно обобщение пространственно-временных отношений, характеризующихся аффинностью (линейной упорядоченностью).

Типы физических систем на разных иерархических уровнях (микро-, макро-, мега-) сильно различаются. В силу этого и уравнения динамики, то есть уравнения эволюции для этих систем будут существенно отличаться, не говоря о произвольных сложных системах, для которых подобных уравнений, вообще говоря, не существует. Естественно, что поэтому и характеристики упорядочивающих факторов, то есть временные эволюционные свойства, очевидно должны быть разными. Тем не менее, обобщения характеристик динамических (координатных) времен по динамическим уравнениям вполне возможны по общему аффинному признаку, то есть по наличию причинно-следственных связей.

Можно надеяться, что концепции динамического и эволюционного времён могут быть объединены на основе единого времени, обладающего свойством аффинности. Переход к аффинному времени снимает известный парадокс близнецов. В более общем случае аффинность пространственно-временных отношений избавляет нас от "проблем" сокращения, удлинения и прочих "деформаций" пространственно-временных отношений.

Для “снятия” парадоксов связанных с общим пространственно-временным описанием физических явлений в микро-, макро- и мега- уровневых ипостасях существования материи необходимо ответить на главный вопрос: Как концептуально возникают пространственно-временные отношения, до каких пределов существуют и почему исчезают свойства их метрической измеримости при сохранении ими свойства упорядочивать события? Вполне возможно, что решение этой проблемы будет найдено на первом или втором уровнях онтологизации.

Приложение 1. Метрика Шварцшильда

В декартовой системе координат трёхмерного евклидова пространства квадрат элемента длины dl^2 между двумя точками определяется с помощью 3-теоремы Пифагора:

$$dl^2 = (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2, \quad (\text{п1.1})$$

где dx^1, dx^2, dx^3 - проекции элемента dl на оси X, Y, Z .

В сферической системе координат этот же элемент выражается через приращения радиуса dr и полярных углов $d\varphi$ и $d\theta$ как

$$dl^2 = dr^2 + r^2(\sin^2\theta d\varphi^2 + d\theta^2), \quad (\text{п1.2})$$

где φ и θ – полярные углы между осями X и Z и направлением в точку, координаты которой определяются. Будем называть это соотношение теоремой Пифагора в сферической системе координат. Именно благодаря справедливости теоремы Пифагора пространство и называется евклидовым.

Под *системой отсчёта* в физике подразумевают некоторую систему координат, позволяющей задать координаты для любой точки пространства, и множество часов, дающих возможность измерять время также в любой точке пространства. Можно говорить о присутствии *синхронизированных* часов в каждой точке пространства. Четвёрка чисел (t, x^1, x^2, x^3) , фиксирующая положение точки в определённый момент времени, называется *событием*.

В классической механике элементы длины dl и времени dt инвариантны (не изменяются) при переходе из одной инерциальной системы отсчёта в другую.

В специальной же теории относительности роль такого единого пространственно-временного инварианта играет интервал ds , для которого справедлива обобщённая 4-теорема Пифагора:

$$ds^2 = (dx^0)^2 - (dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2. \quad (\text{п1.3})$$

Здесь для сохранения размерности длины у интервала s временная координата задаётся как $x^0 = ct$, а $dx^0 = cdt$; c – скорость света. Четырёхмерное пространство, в котором обобщённая теорема Пифагора при декартовой

системе пространственных координат имеет вид (п1.3), называется псевдоевклидовым. Сами координаты 4-пространства при переходе из одной инерциальной системы отсчёта в другую инерциальную систему преобразуются согласно преобразованиям Лоренца.

С учётом (п1.2), запишем (п1.3) в виде

$$ds^2 = (cdt)^2 - dr^2 - r^2(\sin^2\theta d\varphi^2 + d\theta^2). \quad (\text{п1.4})$$

Из соотношений (п1.2) и (п1.4) можно видеть, что одних дифференциалов координат, вообще говоря, не достаточно для определения меры метрической близости. В определении меры метрической близости участвуют и коэффициенты при дифференциалах координат, которые называются компонентами метрического тензора. Например, близость точек разделённых углом $d\varphi$, определяется выражением $r^2\sin^2\theta d\varphi^2$.

Особенность же евклидовой (п1.1) и псевдоевклидовой (п1.3) метрик в декартовой системе пространственных координат такова, что линейные меры близости определяются разностью координат, а мера близости пространственно разделённых точек определяется теоремой Пифагора непосредственно через квадраты дифференциалов координат.

Соотношение (п1.4) определяет метрику пустого пространства-времени в сферической пространственной системе координат.

Определим метрику пространства-времени в центрально-симметрическом гравитационном поле. Пусть центр сферической системы координат совпадает с центром поля. В этом случае метрику можно записать в общем виде

$$ds^2 = A(t,r)(cdt)^2 - B(t,r)dr^2 - C(t,r)r^2(\sin^2\theta d\varphi^2 + d\theta^2), \quad (\text{п1.5})$$

где $A(t,r)$ и $B(t,r)$ предстоит определить. Поскольку в нашем случае поле стационарно и обладает центральной симметрией, радиальные соотношения не должны меняться при поворотах вокруг полярных осей системы координат. Отсюда следует что коэффициент $C(t,r)$ при последнем члене должен быть равен 1: $C(t,r) = 1$. В силу стационарности поля коэффициенты $A(t,r)$ и $B(t,r)$ не зависят от t .

Как известно, интервал s событий, связанных световым сигналом (первое событие – испускание света в одной точке, второе событие – регистрация прихода светового сигнала в другой точке) всегда равен нулю, что выражает собой принцип постоянства координатной скорости света. Воспользуемся этим замечанием для установления связи между коэффициентами $A(r)$ и $B(r)$. Для радиального распространения света из (п1.5) получаем, с учётом

$$ds^2 = A(r)(cdt)^2 - B(r)dr^2 = 0 \quad (\text{п1.6})$$

или

$$(dr/dt)^2 = c^2 \frac{A(r)}{B(r)} \quad (\text{п1.7})$$

Определим коэффициент $A(r)$ в выражении для дифференциала интервала (п1.5)⁴⁴⁾.

Запишем закон сохранения энергии для “фотона” падающего в гравитационном поле в виде

$$\hbar\omega_\infty + m_{\text{и}}\varphi_\infty = \hbar\omega + m_{\text{и}}\varphi; \varphi_\infty = 0, \quad (\text{п1.8})$$

где $m_{\text{и}} = \frac{\hbar\omega_\infty}{c^2}$, что следует из формулы Эйнштейна $E = mc^2$ (п1.9)

Из этих соотношений легко получить в первом приближении

$$\omega_\infty = \frac{\omega}{(1 - \frac{\varphi}{c^2})} \approx \omega(1 + \frac{\varphi}{c^2}) \quad (\text{п1.10})$$

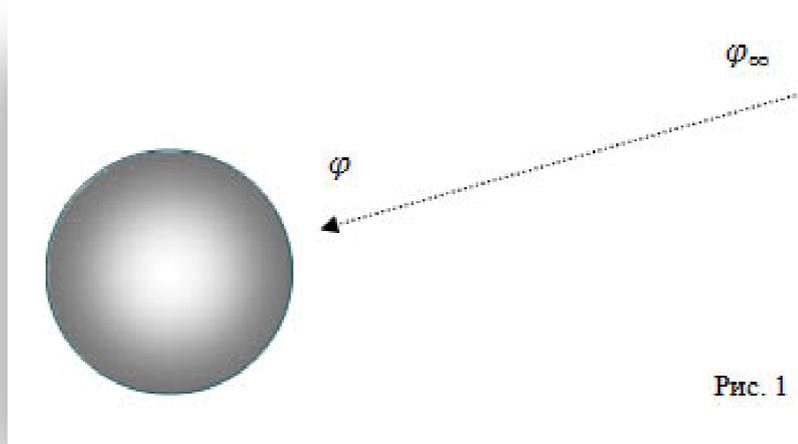


Рис. 1

⁴⁴⁾ Однако здесь мы должны чётко себе представлять весьма условную применимость этого закона для квантовомеханического объекта, да при этом ещё и релятивистского. Однако конечный результат оказывается значимым и подтверждён с чрезвычайной точностью в последнем эксперименте Х. Мёллера в 2010 году ($g_{00} = 1 + \frac{2\varphi}{c^2}$). Х. Мёллер в своих экспериментах использовал не фотоны, а атомы с де Бройлевскими частотами.

Здесь: \hbar – постоянная Планка; ω , $m_{\text{и}}$ – частота и “масса” фотона; φ – потенциал гравитационного поля; c – скорость света.

Может вызвать некоторое неудовлетворение соотношение $m_{\text{и}} = \hbar\omega_{\infty}/c^2$ (почему не $m_{\text{и}} = \hbar\omega/c^2$?). Но это является следствием более чёткого применения теории возмущений в первом приближении. Здесь нет возможности воспроизвести этот вывод, поскольку он требует весьма пространных рассуждений, отметим лишь следующее: “фотон” начинает двигаться с частотой ω_{∞} , а изменение его “массы” (вследствие изменения частоты) не влияет на ускорение (закон всемирного тяготения Ньютона: *все тела падают с одинаковым ускорением, независимо от массы*).

Соотношение (п1.10) связывает частоты “фотона” на бесконечности, где поле отсутствует, и в точке, в котором поле отлично от нуля. Однако “фотон” играет у нас роль часов и поэтому мы должны перейти от частот к периодам, которые непосредственно и измеряют реальные часы:

$$\tau = t\left(1 + \frac{\varphi}{c^2}\right) \quad (\text{п1.11})$$

Здесь t – координатное время, которое показывают часы в бесконечно удалённой точке, где отсутствует поле (здесь уже можно говорить о времени, показываемом синхронизированными часами в точках с нулевым потенциалом. Такие системы отсчёта называются *синхронными*); τ – локальное время, показываемое часами в произвольной точке, в которой потенциал отличен от нуля. Тогда элемент интервала для одноместного события ($dx^1 = dx^2 = dx^3 = 0$) в любой точке можно записать в виде

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = c^2 \left(1 + \frac{\varphi}{c^2}\right)^2 dt^2 \approx \left(1 + \frac{2\varphi}{c^2}\right) c^2 dt^2 = A(r) c^2 dt^2, \quad (\text{п1.12})$$

где

$$A(r) = \left(1 + \frac{2\varphi}{c^2}\right) = g_{00}. \quad (\text{п1.13})$$

Здесь g_{00} – принятое обозначение для коэффициента $A(r)$ – так называемая *временная* компонента метрического тензора.

Учитывая, что в приближении Ньютона

$$\varphi = -\frac{\gamma M}{r}, \quad (\text{п1.14})$$

где γ — гравитационная постоянная, M — масса, создающая центрально-симметрическое поле. Введя обозначение

$$r_g = \frac{2\gamma M}{c^2}, \quad (\text{п1.15})$$

соотношение (п1.13) можно записать в виде

$$g_{00} = A(r) = 1 - \frac{r_g}{r} \quad (\text{п1.16})$$

Параметр r_g называется гравитационным радиусом для массы, создающей поле.

Вернёмся к соотношению (п1.7) и запишем его в виде

$$\frac{dr}{dt} \cdot \frac{dr}{dt} = c \cdot A \cdot \frac{c}{B} \quad (\text{п1.17})$$

Вообще говоря, компоненты метрического тензора определяются из уравнений Эйнштейна-Гильберта. Других способов не существует.

Однако частные задачи обладают некоторыми симметриями, характерными именно для этих частных задач. Разумеется, все симметрии, характерные для задачи, “заложены” в исходных уравнениях, но они сохраняются и в решениях уравнений. Используя же существующие симметрии, как “эврики”, можно найти некоторые компоненты метрического тензора, “симметричные” известным. Например, если известно, что $g_{12} = 0$, то при свойстве симметричности метрического тензора мы можем сказать, что и $g_{21} = 0$.

Характерную симметрию в нашей задаче можно заметить в представлении (п1.17) и использовать её как обнаруженную “эврику”.

При выполнении равенства $\frac{dr}{dt} = c \cdot A$ — автоматически выполняется аналогичное: $\frac{dr}{dt} = \frac{c}{B}$. Это легко проверяется с помощью (п1.17). Совместная

выполнимость этих равенств ведёт к выполнимости и (п1.17). В результате этих рассуждений получаем $A \cdot B = 1$, что запишем в виде

$$g_{rr} = B(r) = \frac{1}{A(r)} = \frac{1}{1 - \frac{r_g}{r}} \quad (\text{п1.18})$$

Компонента g_{rr} метрического тензора найдена. Объединяя результаты (п1.5), (п1.15), (п1.16) и (п1.18), получаем метрику Шварцшильда в окончательном виде

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_g}{r}\right)} - r^2(\sin^2\theta d\varphi^2 + d\theta^2), \quad (\text{п1.19})$$

где гравитационный радиус r_g определяется согласно (п1.15).

Метрика (п1.19) позволит нам точно решить как частные задачи по изменению частоты и отклонению света при его распространении в гравитационном поле, так и другие, например, задачу о смещении перигелия Меркурия. Кроме того, используя эту метрику, можно предметно говорить и о пространственно-временных отношениях для тел находящихся в поле чёрных дыр и перейти к более общей метрике Фридмана-Леметра-Робертсона-Уокера.

Представим метрику центрально-симметрического поля в других видах[2]. Полагая

$$r = \rho \left(1 + \frac{r_g}{4\rho}\right)^2,$$

получим из (п1.19) метрику в конформно-евклидовом виде, в котором элемент длины dl^2 пропорционален своему евклидовому выражению,

$$ds^2 = \left[\frac{1 - \frac{r_g}{4\rho}}{1 + \frac{r_g}{4\rho}} \right]^2 c^2 dt^2 - \left(1 + \frac{r_g}{4\rho}\right)^2 (d\rho^2 + \rho^2 \sin^2\theta d\varphi^2 + \rho^2 d\theta^2). \quad (\text{п1.20})$$

На больших расстояниях ($\rho \gg r_g$) имеем приближённо

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{\rho}\right) c^2 dt^2 - \left(1 + \frac{r_g}{\rho}\right) (dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (\text{п1.21})$$

При преобразованиях координат вида

$$c\tau = \pm ct \pm \int \frac{f(r)dr}{1 - \frac{r_g}{r}}, \quad R = ct + \int \frac{dr}{\left(1 - \frac{r_g}{r}\right) f(r)}, \quad (\text{п1.22})$$

где $f(r) = \sqrt{r_g/r}$,

получаем интервал в метрике Леметра:

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - \frac{dR^2}{\left[\frac{3}{2r_g}(R - c\tau)\right]^{2/3}} - \left[\frac{3}{2}(R - c\tau)\right]^{4/3} r_g^{2/3} (\sin^2\theta d\varphi^2 + d\theta^2). \quad (\text{п1.23})$$

Приложение 2. Операторные меры^[7,8,9]

Проекционные операторы

Известно, что любой вектор из гильбертова пространства \mathcal{H}_S можно единственным образом представить в виде суммы вектора $|\psi'\rangle$ из \mathcal{H}' и вектора $|\psi''\rangle$, ортогонального к $|\psi'\rangle$ и всем другим из \mathcal{H}' :

$$|\psi\rangle = |\psi'\rangle + |\psi''\rangle, \quad \langle\psi''|\psi''\rangle = 0 \quad \forall |\psi''\rangle \in \mathcal{H}'. \quad (\text{п2.1})$$

Вектор $|\psi'\rangle$ есть проекция $|\psi\rangle$ на \mathcal{H}' . Оператор E , отображающий каждый вектор $|\psi\rangle$ в его проекцию $|\psi'\rangle$ на \mathcal{H}' , то есть $|\psi'\rangle = E|\psi\rangle$, называется проекционным оператором или проектором \mathcal{H}_S на \mathcal{H}' .

Так как для любого $|\psi\rangle$ из \mathcal{H}_S

$$E^2|\psi\rangle = E|\psi'\rangle = |\psi'\rangle = E|\psi\rangle,$$

то проекционные операторы удовлетворяют соотношению

$$E^2 = E. \quad (\text{п2.2})$$

Нетрудно убедиться, что проекторы являются эрмитовыми положительно определёнными операторами, а их собственные значения равны либо 0, либо 1. Любой вектор из подпространства \mathcal{H}' , на которое проецирует оператор E , является собственным вектором с собственным значением 1; любой вектор из ортогонального дополнения $\mathcal{H}_S - \mathcal{H}'$, состоящего из векторов $|\psi''\rangle$, ортогональных \mathcal{H}' , является собственным вектором с собственным значением 0.

Выберем произвольное подмножество I_b в спектре собственных значений b_n эрмитова оператора B ; ортонормированные собственные векторы $|b_n\rangle$, соответствующие этому подмножеству, порождают подпространство \mathcal{H}_S , а проектор на это подпространство есть

$$E(I_b) = \sum_{B_n \in I_b} |b_n\rangle\langle b_n|. \quad (\text{п2.3})$$

В частности, $|b_k\rangle\langle b_k|$ есть проектор на одномерное подпространство, порождённое собственным вектором $|b_k\rangle$.

Разобьем весь спектр собственных значений $\{b_n\}$ на непересекающиеся подмножества I_1, I_2, \dots . Распределяя аналогично члены в соотношении полноты для собственных векторов

$$\sum_n |b_n\rangle\langle b_n| = \hat{\mathbf{1}}, \quad (\text{п2.4})$$

мы можем написать

$$\sum_k E(I_k) = \hat{\mathbf{1}}, \quad (\text{п2.5})$$

где

$$E(I_k) = \sum_{b_n \in I_k} |b_n\rangle\langle b_n| \quad (\text{п2.6})$$

есть проектор. Соотношение (п2.5) известно как *разложение единицы*. Проекторы, составляющие разложение удовлетворяют условию ортогональности:

$$E(I_k)E(I_m) = \hat{\mathbf{0}}, \quad I_k \cap I_m = \emptyset, \quad k \neq m, \quad (\text{п2.7})$$

где $\hat{\mathbf{0}}$ - нулевой оператор в \mathcal{H}_S , а \emptyset - пустое множество. Соотношение полноты (п2.4) само является разложением единицы, параметризованное собственными числами b_n .

Операторы плотности

1. Пусть

$$\langle B \rangle = \langle \psi | B | \psi \rangle. \quad (\text{п2.8})$$

Правую часть соотношения (п2.8) запишем в виде

$$\langle \psi | B | \psi \rangle = \text{Tr}(E_\psi B). \quad (\text{п2.9})$$

Здесь: $E_\psi = |\psi\rangle\langle\psi|$ - проектор на одномерное линейное пространство, порождённое вектором $|\psi\rangle$. $\text{Tr}(A)$ - след оператора A . Действительно,

$$\langle B \rangle = \langle \psi | B | \psi \rangle = \text{Tr}(E_\psi B) = \text{Tr}(|\psi\rangle\langle\psi| B) = \sum |\psi_k\rangle\langle\psi_k| B,$$

где $|\psi_1\rangle = |\psi\rangle$, а $|\psi_2\rangle, |\psi_3\rangle, \dots$ представляют вектора подпространства, ортогонального $|\psi\rangle$.

Оператор

$$\rho = |\psi\rangle\langle\psi| \quad (\text{п2.10})$$

называется оператором плотности *чистого состояния* $|\psi\rangle$. Таким образом, оператор плотности ρ чистого состояния $|\psi\rangle$ является проектором на вектор этого состояния.

2. Пусть $|\psi_1\rangle, |\psi_2\rangle, \dots$ множество векторов таких, что $\langle\psi_k|\psi_k\rangle = 1$, однако не обязательно ортогональных. Обобщим (п2.8) и (п2.9) на взвешенные средние:

$$\langle B \rangle = \text{Tr} \left(\sum_k p_k E_{\psi_k} B \right) = \text{Tr}(\rho B), \quad (\text{п2.11})$$

где

$$\rho = \sum_k p_k E_{\psi_k} = \sum_k p_k |\psi_k\rangle\langle\psi_k| = \sum_k p_k \rho_k, \quad (\text{п2.12})$$

$$\rho_k = |\psi_k\rangle\langle\psi_k|, \quad \sum_k p_k = 1, \quad p_k \geq 0.$$

Здесь оператор ρ описывает плотность смеси состояний $|\psi_k\rangle$ с весами p_1, p_2, \dots , и представляет *смешанное состояние* в отличие от $\rho_\psi = E_\psi = |\psi\rangle\langle\psi|$, представляющего чистое состояние квантовой системы. Полагая $B = \hat{\mathbf{1}}$, получаем:

$$\text{Tr} \rho = 1. \quad (\text{п2.13})$$

Для чистого состояния $\text{Tr} \rho^2 = 1$; в противном случае $\text{Tr} \rho^2 < 1$.

Оператор ρ эрмитов, поскольку представляет собой взвешенную сумму проекторов, и положительно определён, так как для любого вектора $|\varphi\rangle$

$$\langle\varphi|\rho|\varphi\rangle = \sum_k p_k |\langle\varphi_k|\varphi_k\rangle|^2 \geq 0.$$

Следовательно, его собственные значения w_m неотрицательны, и поскольку они образуют дискретный спектр, то оператор плотности можно представить в виде

$$\rho = \sum_k w_k |w_k\rangle\langle w_k|, \quad (\text{п2.14})$$

где $|w_k\rangle$ - соответствующие собственные векторы и

$$\langle w_i | w_k \rangle = \delta_{ik}. \quad (\text{п2.15})$$

В силу (п2.13) сумма собственных значений должна быть равна 1:

$$\sum_k w_k = 1. \quad (\text{п2.16})$$

Соотношение (п2.14) представляет смешанное состояние через множество ортонормированных векторов состояний $|w_k\rangle$, а сравнение (п2.14) и (п2.12) показывает, что смешанное состояние может быть представлено не единственным образом через различные множества чистых состояний.

Геометрические понятия

1. Пусть S_1, \dots, S_n – точки некоторого линейного пространства \mathcal{S} , p_1, \dots, p_n – набор вещественных чисел, удовлетворяющих условию

$$p_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^n p_i = 1, \quad (\text{п2.17})$$

то есть конечное распределение вероятностей. Тогда точка

$$S = \sum_{i=1}^n p_i S_i \quad (\text{п2.18})$$

называется *выпуклой комбинацией* точек S_i с весами p_i .

2. *Выпуклой оболочкой* множества точек $\mathcal{X} \subset \mathcal{S}$ называется совокупность выпуклых комбинаций всевозможных наборов точек $\{S_i\} \subset \mathcal{X}$.

3. Множество \mathcal{G} называется *выпуклым*, если оно совпадает со своей выпуклой оболочкой, то есть содержит выпуклую комбинацию любого конечного набора своих точек.

Если ограничиться двумя точками S_0, S_1 , то совокупность их выпуклых комбинаций геометрически представляет собой отрезок, соединяющий эти точки:

$$\{S: S = p_0 S_0 + p_1 S_1; \quad p_0, p_1 \geq 0, p_0 + p_1 = 1\} \quad (\text{п2.19})$$

Нетрудно убедиться, что множество \mathfrak{G} выпукло тогда и только тогда, когда вместе с любыми своими двумя точками оно содержит и соединяющий их отрезок.

4. Абстрактное множество \mathfrak{G} назовём *пространством смесей*, если каждому конечному набору элементов $\{S_\alpha\} \subset \mathfrak{G}$ и распределению вероятностей $\{p_\alpha\}$ сопоставлен однозначный элемент-смесь $S(\{S_\alpha\}, \{p_\alpha\})$. Примером пространства смесей является выпуклое множество, если смесь определяется как выпуклая комбинация.

5. Пусть F - отображение пространства смесей \mathfrak{G} в какое-либо линейное пространство. Оно называется *аффинным*, если для любой смеси $S(\{S_\alpha\}, \{p_\alpha\})$ выполняется

$$F(S(\{S_\alpha\}, \{p_\alpha\})) = \sum_{\alpha=1} p_\alpha F(S_\alpha). \quad (\text{п2.20})$$

Очевидно, что образ выпуклого множества при аффинном отображении является выпуклым множеством.

6. Пространство смесей называется *отделимым*, если для любых двух элементов $S_1, S_2 \subset \mathfrak{G}$ найдётся аффинный функционал φ на \mathfrak{G} такой, что $\varphi(S_1) \neq \varphi(S_2)$.

T1. Всякое отделимое пространство смесей \mathfrak{G} взаимно-однозначно и аффинно отображается на выпуклое подмножество линейного пространства.

7. Точки S_0, S_1, \dots, S_n называются точками общего положения, если вектора $\overrightarrow{S_0S_1}, \dots, \overrightarrow{S_0S_n}$ линейно независимы.

8. Простейшим примером выпуклого множества является *n-мерный симплекс*, который определяется как выпуклая оболочка $n + 1$ точек общего положения в пространстве размерности $\geq n$. В случае $n = 1$ симплекс является отрезком, в случае $n = 2$ - треугольником, в случае $n = 3$ - тетраэдром. Точки S_0, S_1, \dots, S_n называются вершинами симплекса.

9. Точка S называется *крайней точкой* выпуклого множества \mathfrak{G} , если она не является внутренней точкой отрезка, лежащего целиком в \mathfrak{G} , то есть не

может быть представлена в виде $S = p_0 S_0 + p_1 S_1$, где $p_0, p_1 > 0, p_0 + p_1 = 1$; $S_0, S_1 \in \mathfrak{G}$ и $S_0 \neq S_1$. Множество всех крайних точек называется *остовом* выпуклого множества. Крайними точками симплекса являются его вершины.

Т2. Всякое компактное (ограниченное и замкнутое) выпуклое множество \mathfrak{G} совпадает с выпуклой оболочкой множества своих крайних точек.

Т3. В произвольном выпуклом множестве одну и ту же точку S можно представить в виде выпуклой комбинации крайних точек, вообще говоря, разными способами. Разложение по крайним точкам однозначно для любой точки $S \in \mathfrak{G}$ тогда и только тогда, когда \mathfrak{G} является симплексом.

Соотношения (п2.12) показывают, что совокупность всех смешанных состояний, описываемых матрицами плотности ρ , является выпуклым множеством, в котором все чистые состояния являются крайними точками множества.

Измерения

Пусть множество индивидуальных *результатов измерения* образуют некоторое измеримое⁴⁵⁾ пространство элементарных событий U с σ – алгеброй подмножеств $\mathcal{A}(U)$. Измеримому подмножеству $\Delta \subset U$ соответствует событие: результат измерения u лежит в Δ . Тогда, результат одноразового эксперимента можно рассматривать как реализацию некоторого значения случайной величины u , принимающей значение в U .

Обозначим через $\mu_{\tilde{S}}(du)$ – распределение вероятностей случайной величины u . Индекс \tilde{S} отражает зависимость статистики результатов измерения от процедуры приготовления операции измерения, то есть от исходных условий эксперимента, так что

$$\mu_{\tilde{S}}(\Delta) = \text{Pr}\{u \in \Delta | \tilde{S}\}, \quad \Delta \in \mathcal{A}(U) \quad (\text{п2.21})$$

есть условная вероятность получить результат $u \in \Delta$. Тогда можно сказать, что полное статистическое описание результатов измерения даётся отображением

⁴⁵⁾ Измеримое в математическом смысле: множество является измеримым, если в нём задана σ – алгебра.

$\tilde{S} \rightarrow \mu_{\tilde{S}}(du)$, сопоставляющим конкретным исходным условиям \tilde{S} распределение вероятностей $\mu_{\tilde{S}}$ на пространстве U результатов измерения.

Классы эквивалентности $S = [\tilde{S}]$ исходных условий \tilde{S} , элементы которых неразличимы с точки зрения процедур измерения, назовём *состояниями* системы. Пусть $\mathfrak{S} = [\tilde{S}]$ - множество всевозможных состояний. Поскольку распределение вероятностей $\mu_{\tilde{S}}$ одинаково для всех \tilde{S} из одного класса S , то это распределение можно считать функцией состояния $\mu_{\tilde{S}} = \mu_S$

Отображение $S \rightarrow \mu_S$ из множества состояний в множество распределения вероятностей на пространстве результатов U будем называть *измерением*, где μ_S – *скалярная мера* множества, описывающего результаты измерения.

Пусть S_α , ($\alpha = 1, 2, 3 \dots$) – какие-либо состояния. Перед измерением нам не известно, в каком из этих состояний находится измеряемый объект, однако известны априорные вероятности $p_1, p_2, p_3 \dots$ нахождения этого состояния в одном из S_α . Такую процедуру приготовления состояния можно рассматривать как смешивание состояний. Это состояние характеризуется парами S_α, p_α и обозначается как

$$S = S(\{S_\alpha\}, \{p_\alpha\}). \quad (\text{п2.22})$$

Тогда для любого измерения $S \rightarrow \mu_S(du)$ согласно формуле полной вероятности можно записать

$$\mu_S(du) = \sum_{\alpha} p_{\alpha} \mu_{S_{\alpha}}(du) \quad (\text{п2.23})$$

Таким образом, для каждого набора состояний $\{S_\alpha\} \subset \mathfrak{S}$ и распределения вероятностей $\{p_\alpha\}$ существует однозначно определённое состояние-смесь (п2.22), характеризуемое соотношением (п2.23), а отделимое множество состояний \mathfrak{S} в силу **T1** можно отождествить с *выпуклым* подмножеством некоторого линейного пространства, так что будет выполняться

$$S(\{S_\alpha\}, \{p_\alpha\}) = \sum_{\alpha} p_{\alpha} S_{\alpha} \quad (\text{п2.24})$$

Т4. Соотношение

$$\mu_S(\Delta) = \text{Pr}(\Delta) = \text{Tr } \rho \Pi(\Delta), \quad \Delta \in U \quad (\text{п2.25})$$

устанавливает взаимно-однозначное соответствие между аффинными отображениями $S \rightarrow \mu_S$ множества матриц плотности \mathfrak{G}_n в множество распределений вероятностей на U и разложениями единицы, то есть наборами эрмитовых матриц $\{\Pi(\Delta); \Delta \in U\}$, удовлетворяющих условиям

$$\Pi(\Delta) \geq 0, \quad \sum_{\Delta \in U} \Pi(\Delta) = 1. \quad (\text{п2.26})$$

Совокупность порождаемых при отображении $\Delta \rightarrow \Pi(\Delta)$ операторов называется *вероятностно-операторной мерой* на U . Согласованность со свойствами обычных вероятностей накладывает определённые ограничения на совокупность операторов $\Pi(\Delta)$. Так как вероятность должна быть неотрицательным действительным числом, то операторы $\Pi(\Delta)$ должны быть положительно определёнными и эрмитовыми. Оператор, соответствующий пустому множеству \emptyset точек из U , должен быть нулевым оператором $\hat{\mathbf{0}}$ в пространстве \mathcal{H}_S :

$$\emptyset \rightarrow \Pi(\emptyset) = \hat{\mathbf{0}}. \quad (\text{п2.27})$$

Всему пространству U соответствует единичный оператор

$$U \rightarrow \Pi(U) = \hat{\mathbf{1}}. \quad (\text{п2.28})$$

Оператор, соответствующий объединению (счётному) непересекающихся множеств из U , определяется суммой

$$\begin{aligned} \Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_k + \dots &\rightarrow \Pi(\Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_k + \dots) = \\ &= \Pi(\Delta_1) + \Pi(\Delta_2) + \dots + \Pi(\Delta_k) + \dots \end{aligned} \quad (\text{п2.29})$$

$$\Delta_i \cap \Delta_k = \emptyset, \quad i \neq k.$$

Разложение единицы вида (5) представляет собой специальный тип вероятностно-операторной меры, известный как *ортогональная* или *проекторнозначная* вероятностная мера. Легко убедиться в том, что она обладает свойствами (п2.27) – (п2.29). Поэтому вероятностно-операторная мера

иногда называется обобщённым разложением единицы. Её элементы $\Pi(\Delta)$ или $d\Pi(u)$ не обязаны быть проекторами.

Умножая обе части условия полноты (4) на оператор B , получаем:

$$B = \sum_n b_n |b_n\rangle\langle b_n|. \quad (\text{п2.30})$$

Таким образом, эрмитов оператор B связан с проекторнозначной мерой, определяемой его собственными векторами $|b_n\rangle$; пространством U тогда является спектр собственных значений $\{b_n\}$, а элементами вероятностно-операторной меры – проекторы $|b_n\rangle\langle b_n|$ и комбинации из них, образованные аналогично (п2.29). Мы будем говорить, что прибор, применяющий такую вероятностно-операторную меру к квантовой системе Σ , *измеряет* оператор B . В силу известного соотношения

$$f(B) = \sum_n f(b_n) |b_n\rangle\langle b_n| \quad (\text{п2.31})$$

он измеряет и все функции $f(B)$ этого оператора.

Результаты измерения оператора B можно отождествить с числами из спектра $\{b_n\}$ оператора B :

$$\Pi(b_n) = |b_n\rangle\langle b_n|,$$

причём результат b_n появляется с вероятностью

$$\text{Pr}(b_n) = \langle b_n | \rho | b_n \rangle = \text{Tr}(\rho |b_n\rangle\langle b_n|) \quad (\text{п2.32})$$

Результаты измерения оператора B являются случайными величинами с вероятностями появления, задаваемыми формулами (п2.32). Среднее значение результата $\langle B \rangle$ равно

$$\langle B \rangle = \sum_n b_n \text{Pr}(b_n) = \sum_n b_n \langle b_n | \rho | b_n \rangle = \text{Tr}(\rho B). \quad (\text{п2.33})$$

Мы назовём эту величину математическим ожиданием оператора B , имея ввиду, что она возникла из вероятностной меры (п2.32), порождённой применением к квантовой системе Σ специальной ортогональной вероятностно-операторной меры. Математическое ожидание любой функции $f(B)$ от оператора B есть

$$\langle f(B) \rangle = \text{Tr}[\rho f(B)] = \sum_n f(b_n) \langle b_n | \rho | b_n \rangle \quad (\text{п2.34})$$

Приложение 3. Возникновение пространственно-временной определённости⁴⁶⁾

На простом примере моделируется процесс становления пространственно-временной определённости в лейбницеvском аспекте: переход с квантового микроуровня на макроуровень классической механики. В связи с этим представляется возможным говорить о двухфазовом существовании материи.

Общие соображения (необходимость постановки вопроса)

На сегодняшний день можно уже достаточно аргументировано говорить о новых реалиях в физике. Прежде всего следует отметить:

I. Теорему sFWT, которая практически отвергает функциональную зависимость между причиной и следствием в традиционной топологии пространства и времени. Основным результатом теоремы является вывод о том, что ближайшее пространственно-временное окружение в классической топологии близости не влияет детерминировано на поведение "частицы"⁴⁷⁾.

Так, например, авторы [22] считают, что

... ответ частицы (чтобы быть педантичным — ответ окружения частицы) определяется не всей предыдущей историей этого окружения...

... отклик не является функцией параметров более ранних событий окружения, обусловленных произошедшим в любой инерциальной системе...

или, наконец:

FWT-теорема говорит нам о том, что детерминизм не является жизнеспособным вариантом,

Им вторят [23]:

... результаты эксперимента не являются функцией прошлых результатов,,

... выводом FWT-теоремы является то, что элементарные частицы способны производить результаты, которые не являются функциями прошлого.

II. После Аспека результаты многих версий уилеровских экспериментов

⁴⁶⁾ Согласно работам [27], [28]

⁴⁷⁾ Термин "частица" берётся в кавычки, поскольку само понятие частицы в квантовой механике — достаточно противоречиво.

[24] свидетельствуют о существовании **корреляционной связи между "частицами"**, теснота которой определяется уже вероятностной мерой.

III. Как один из результатов этих экспериментов — **констатация существования "синглов"**, скорость которых не регламентируется СТО, и экспериментальное подтверждение их существования [25].

IV. **Безусловное существование пространственно-временных отношений на макроуровневой организации материи.**

Из сопоставления I и II, из экспериментально подтверждения sFWT и других фактов на микроуровне, следует необходимость замены меры топологической близости "частиц" с классической (метрической) на вероятностную меру. Это следует из того, что элементарные события как элементы используемой топологии, имеют различную природу. А из IV, то есть из безусловной очевидности существования пространственно-временных отношений на макроуровне, возникает необходимость:

- a) **включить в физическую повестку дня вопрос о возникновении пространственно-временной определённости** (и именно *возникновении*, а не о наследовании свойств с микро- на макро- или наоборот);
- b) **интерпретации причин некорректности использования на микроуровне классических (макро-) пространственно-временных отношений;**
- c) кроме того, III ставит **вопрос о пространственной устойчивости синглов** и причинах её деградации на макроуровне.

Эксперименты Аспека и подтверждение их в уилеровских вариантах свидетельствуют о трёх фундаментальных результатах: отсутствии пространственно-временной функциональной зависимости, одно"частичной" контекстуальности, двух"частичной" нелокальности ⁴⁸⁾, обусловленных спутанностью.

Эти обстоятельства ведут к тому, что:

⁴⁸⁾ Имеется в виду пространственная разнесённость микро"частиц" в смысле макро-

- i. вообще говоря, говорить о свойствах гладкости функций по отношению к пространственно-временным переменным, то есть непрерывности и дифференцируемости, становится невозможным;
- ii. контекстуальность ведёт к некорректности представления квантовой системы в виде "точечной частицы". В топологическом плане это представление не соответствует бесструктурному представлению её как элемента пространственно-временной топологии, что противоречит сути: в микромире отсутствуют прообразы точечных пространственно-временных элементов;
- iii. третье ведёт к нелокальности квантовой системы как целого, образованного частями.

Таким образом, пара квантовых объектов как бинарное отношение, уже не может быть охарактеризована точечными пространственно-временными событиями – просто их не существует в квантовой механике. А это влечёт за собой вывод о том, что пространственно-временные отношения теряют свойство непрерывности в классической топологии. Результат *sFWT*-теоремы это однозначно утверждает. В этом плане для алгебры событий квантовой механики существует ресурс использования вероятностной меры для событий квантовой механики и, кроме того, возможность принять реляционную интерпретацию квантовой механики, которая "выводит за скобки" пространственно-временные отношения в явном виде. Об этом подробнее.

В квантовой механике отсутствуют точечные события для классической топологии на основе евклидовой метрики. Однако имеется необходимость и возможность собирать "агрегаты" таких событий. Для численного сравнения результатов наблюдений или измерений в этих случаях используются *меры*, что позволяет оценивать наблюдаемые результаты согласно выбранным физическим эталонам. В неквантовой физике наиболее распространёнными и известными мерами являются жордановы ⁴⁹⁾ на базе евклидовой, псевдо-евклидовой, римановой, псевдо-римановой геометрий, В квантовой же физике появляется систематическое использование скалярных вероятностных и

⁴⁹⁾ Как обобщение понятий длины, площади, объёма...

вероятностно-операторных меры. В подобной ситуации весьма актуальной задачей становится "правильный" выбор агрегатов событий для анализа экспериментальных данных, для элементов которых можно ввести эталоны, пригодные для измерения. Для жордановых мер эталонами служат "образы" длин, площадей, объёмов; для вероятностных – "частоты" или относительные частоты.

С одной стороны, *sFWT*-теорема фиксирует отсутствие функциональной зависимости между причиной и следствием, связанных *ближайшим* пространственно-временным окружением. С другой стороны, результаты экспериментов Аспека и других авторов фиксируют наличие корреляционных связей, способных оказывать влияние неких причин на их следствия. Налицо тот факт, что топологическое понятие *близости* каким-то образом модифицируется. Наверное, можно сказать, что топология на мере жордановой близости меняется на топологию "близости" по скалярной вероятностной мере для векторов (чистые состояния) и вероятностно-операторной мере для матриц плотности (смешанные состояния). В этом случае само описание причинно-следственной связи событий в квантовой механике существенным образом видоизменяется. Измерения же для вероятностных мер определяются относительными частотами. При таком подходе, в частности, исчезает и трактовка понятия скорости в традиционной топологии, а вместе с этим исчезает и противоречие с СТО.

Далее, в СТО отношения между физическими объектами формализуются с помощью точечных событий. Множество таких событий наделяется традиционной точечной геометрией и основанной на ней топологией. Между парой любых событий возникают отношения близости, расстояния, гладкой функциональной зависимости со всеми методами матанализа. При введении эталонов длины и времени возникает физически измеримая характеристика скорости как производная расстояния по времени. Наконец, замена эталонов длины и времени на единый эталон скорости приводит к СТО, которая своим законом сложения скоростей (лоренцевским) ограничивает максимально

возможные скорости движения материальных тел, распространения взаимодействий, сигналов, возмущений. Однако впоследствии оказалось что законы сложения скоростей как классический, так и релятивистский (обусловленные преобразованиями Галилея и Лоренца) выводятся совершенно независимо, исходя из топологических свойств, симметрии и могут сосуществовать совершенно независимо в рамках классической физики. При этом нерелятивистская физика приобретает форму частного случая релятивистской (при малых скоростях), что позволило отдать приоритет релятивистской картине мира и достигнуть согласия между классикой и релятивизмом. Самым важным при этих подходах является то, что обе картины используют точечную метрическую топологию событий, которой априорно наделялись пространственно-временные отношения.

Однако выбор единого эталона скорости для измерения пространственно-временных отношений лишает абсолюта координатные расстояния, интервалы времени и саму скорость в координатном представлении. Иллюстрацией этого может служить ОТО. Собственно, и этот факт может рассматриваться как аргумент к интерпретации распространения корреляций Аспека.

Главной особенностью описания в точечных координатах пространственных отношений в микромире является невозможность сопоставить геометрической точке (x, y, z) какого-либо объекта микромира, что не позволяет говорить о классической топологии пространственных отношений. Даже о размерности пространства микромир “узнаёт” только при описании и интерпретации макроуровневых пространственно-временных измерений.

Упорядочивающий временной фактор t в шредингеровской и гейзенберговской картинах необходимо понимать как *эволюционное* время; *динамическим* временем⁵⁰⁾ его нельзя назвать, поскольку на микроуровне

⁵⁰⁾ Под динамическим временем понимается временной фактор, упорядочивающий геометрическое положение точки на траектории движения; эволюционное время

отсутствует возможность описания самого движения некоего локализованного объекта по траектории. Поэтому попытка введения динамического времени, упорядочивающего изменения положений локализованного объекта на “фоне” других объектов оказывается противоречивой. Эволюционный фактор, упорядочивающий изменения векторов состояний или динамических переменных квантовомеханических систем через решения уравнений Шредингера и Гейзенберга, не может обладать собственными свойствами физической измеримости. Учитывая факт физической неизмеримости и векторов состояний или волновых функций, наделять параметр t свойствами даже аффинного⁵¹⁾ непрерывного фактора необходимо будет в связи с рассмотрением свойств параметров динамической алгебры [6].

Что описывает вектор состояния $|\psi\rangle$? Некоторый фрагмент реальности, который приобретает пространственно-временную определённость при измерениях на макроуровне: располагая детекторы в макромомент времени t в точке пространства с макрокоординатами (x, y, z) мы можем с вероятностью $|\langle\psi|\psi\rangle|^2$ зафиксировать результат как проявление присутствия квантовомеханического объекта. До измерения этот фрагмент квантовой реальности представлял собой в отношении пространственно-временной определённости некую вероятностную виртуальность. Таким образом, можно сказать, что предметом квантовой физики является описание “моря” вероятностных виртуальностей, которые наблюдаются как реальности в процессах макроизмерений. **Именно этот виртуальный фон и представляет собой основу праматерии, недифференцированной даже в пространственно-временном отношении.**

В отношении физической измеримости временных отношений на микроуровне необходимо сказать следующее.

упорядочивает состояния системы. Необходимость их различия очевидна (подробнее см.^[51]).

⁵¹⁾ Имеется в виду не метрического, но непрерывного.

Мера множества, соответствующего возможным событиям, заполняющим временной интервал $[t_1, t_2]$ для вектора состояния $|\psi\rangle$, волновой функции или матрицы плотности, уже не будет описываться как в классической механике известной мерой Жордана, равной величине интервала $t_2 - t_1$. Это связано с тем, что сами события внутри интервала $[t_1, t_2]$, фиксируемого начальной (t_1) и конечной (t_2) точками упорядоченного множества имеют вероятностную природу и регистрируются именно макроэталоном измерения времени. Для описания меры подмножеств подобных событий должны применяться вероятностно-скалярные или вероятностно-операторные меры.

Существенным обстоятельством здесь является и тот факт, что топология пространственно-временных отношений, основанная на мере Жордана, становится неприменимой, поскольку исходными элементами этой топологии является 0-размерные точки, а мерой близости точек – расстояния, вычисленные с помощью меры Жордана: в квантовой физике не существует объектов, соответствующих 0-размерным точкам или точечным пространственно-временным событиям. При квантовом описании отсутствует возможность введения микроэтапонов длины, времени и скорости. Именно их отсутствие и подразумевается, когда говорится о невозможности физической измеримости пространственно-временных характеристик на микроуровне. Более того, самым важным аргументом здесь является математическое доказательство ограниченности, вплоть до отсутствия, функциональной связи между возмущением и откликом, что равнозначно отсутствию влияния прошлого на будущее и ближайшего окружения на квантовый объект [22]. В силу отмеченных обстоятельств, при квантовом описании пространственно-временных отношений можно говорить только лишь об их свойствах аффинной упорядоченности, устанавливаемых макросредствами и не более того.

Таким образом, в квантовой механике время можно рассматривать лишь как аффинный фактор состояний системы, упорядочиваемый средствами макро-. Метрические же свойства квантовомеханического времени также

определяются макроуровневыми процедурами измерения с помощью макроприборов. Более того, доказательство *sFWT*-теоремы затрудняет непосредственное использование в методологическом плане и этой возможности.

Формализация макроскопических процедур пространственных измерений определяет, в том числе, и понятия макроскопической непрерывной, метризуемой и трёхмерной определённости пространственного существования квантового объекта. Размерность же конфигурационного пространства на микроуровне при применении *теоремы о неприводимости* не регламентируется никакими запретами.

Как известно, реальное движение на микроуровне как перемещение локализованного объекта в непрерывном пространстве отсутствует. Однако можно говорить о виртуальном движении “облака вероятностей” при фиксации пространственно-временных отношений, то есть при наблюдении за “движением” квантовых объектов классическими средствами наблюдения на макроуровне. Эту процедуру необходимо ассоциировать с проецированием микроизменений на пространственно-временные отношения макромира.

Фундаментальные свойства макроуровневой организации материи, такие как непрерывность и $(3 + 1)$ -размерность пространства-времени на микроуровне вводятся фактически по определению, согласно решениям уравнений Шредингера и Гейзенберга и в связи с необходимостью согласования микроописания с наблюдаемыми свойствами макроуровневого поведения. Компромисс в противоречивом характере общих (*микро-* и *макро-*) пространственно-временных отношений достигается с помощью квазиклассической процедуры установления соответствия между квантовым и классическим способами двухуровневого описания физических явлений (квазиклассическое приближение).

Противоречивость же пространственно-временных отношений микромира заключается в кажущемся наследовании макроуровневым

описанием этих отношений от микроуровня. Речь же должна идти о возникновении пространственно-временной определённости отношений.

Здесь, исходя из теоремы неприводимости, необходимо концептуально описать механизм “3-конденсации” n -мерия микроуровневого описания в трёхмерие макроуровневого описания и механизм *локализации* при переходе к макроописанию в трёхмерии.

По сути, в данном случае нам необходимо построить двухуровневое описание физической реальности и решить задачу преобразования одной формы описания в другую. Аналогичный способ представления используется при описании сложных систем, для которых случайный характер изменения параметров, описывающих систему на нижнем уровне *эволюции*, сочетается с весьма детерминированным её поведением на верхнем уровне *наблюдения*. При этом эволюция физической системы определяется её поведением на микроуровне, то есть изменением микропараметров, а наблюдение за системой, то есть фиксация и регистрация наблюдаемых величин, осуществляется на макроуровне.

Переход от микроуровневого описания эволюции системы к макроуровневому наблюдению должен быть схожим с переходом на манер превращения описания многочастичного хаотичного ансамбля Гиббса с многим числом микропараметров в описание, например, газа, заключённого в определённом объёме с температурой, давлением, теплоёмкостью — то есть с весьма ограниченным числом макропараметров. Сама же нынешняя ситуация поиска сущности пространственно-временных отношений напоминает раннюю историю поиска сущности “флогистона”, которая разрешилась статистической теорией гиббсовских ансамблей и фиксацией понятия температуры как среднего от кинетической энергии по ансамблю. Вполне возможно, что и пространственно-временные отношения являются неким средним от собственных значений операторов квантовых объектов.

Феномен трёхмерия (*пространственная “3-конденсация”*)

Для наглядности будем рассматривать модель Большого Взрыва, когда в “первые моменты после взрыва”, согласно теории Великого Объединения, во Вселенной господствовал "первичный космический бульон" – своеобразное нерасчлененное вневременное и беспространственное единство энергии, праматерии и всего сущего. Современная наука позволяет говорить об одиннадцатимерном "бульоне".

В последующие моменты начинается и продолжается эффективная дифференциация “первичного бульона” в количественном и качественном отношении: материи как количества, и энергии как качества материи. Возникают праэлементарные, затем элементарные "частицы", ядра, атомы, молекулы, планеты и т. д. — другие галактические и метagalacticкие структуры. В процессе этого Мир упорядочивается в существовании и в сосуществовании: возникает определенность временных и пространственных отношений. "Онтологические срезы" этого явления подробно отражены в работе [11]. Один из фрагментов бытия Вселенной приобретает черты макромира, существующего в четырехмерном многообразии — трехмерном пространстве и одномерном времени. Возникший фрагмент или 4-многообразие оказалось настолько устойчивым, что существует и по сей день — мы в нем живем. Нетрудно заметить, что здесь вполне возможно говорить и о множестве таких фрагментов, представляемых 4-бранами.

Остановимся на уникальности феномена пространственного трехмерия. Факт остается фактом: пространственно-трехмерный фрагмент общего бытия устойчив в своем собственном существовании и сосуществовании своих частей, что приводит к возможности возникновения локализованных объектов, способных не только изменяться и эволюционировать как целостностям (очевидное и фундаментальное свойство материи), но и быть описанными в рамках нынешних рациональных парадигм.

Современная физическая парадигма связывает объединение взаимодействий (физических полей) в более универсальное взаимодействие с увеличением размерности пространства, в котором пребывают в объединённом взаимодействии более фундаментальные элементы материи. Этот процесс можно рассматривать в естественном порядке эволюции и развития физических событий после Большого взрыва, то есть в направлении дифференциации универсального взаимодействия и расслоения его на более предметные и частные взаимодействия. И здесь нас интересуют конечные этапы — факторизация электромагнитных и гравитационных взаимодействий. Именно эти поля в основном и “склеивают” пространственно-временные отношения в (3+1)-мерную сущность бытия видимого нами мира.

Другими словами, (3+1)-пространственно-временная “конденсация” материи в процессе эволюции происходит с помощью гравитационных и электромагнитных полей на фоне более универсальных взаимодействий “вселенского первичного бульона”. При этом многомерность, неопределённости и флуктуации остаются в описании микромира, а (3+1)-пространственно-временная размерность и детерминированность выходят на уровни макро- и мега- описаний. Весь же вселенский Универсум представляется в форме *двухфазного сосуществования*.

Механизм “конденсации” материи можно проиллюстрировать так. Некоторые элементарные “частицы” остаются стабильными пока они заперты в потенциальных ямах, но в свободном состоянии они распадаются за весьма короткие времена. Такая запертая “частица” оказывается более *макроскопичной* (то есть, “более трехмерной”, а потому и более устойчивой), нежели свободная, которая более *микроскопична* (то есть, “более многомерна”, а потому и неустойчива). Далее, атомы, объединенные в молекулы, кристаллические решетки, то есть большие коллективы, приобретают способность к устойчивой локализации в трехмерном пространстве.

Именно здесь и появляется возможность понятийного формирования пространственно-временных отношений макромира – устойчивости и способности к проявлению свойств пространственной и временной локализации, то есть тех свойств, которые несвойственны микромиру.

Вопрос о связи трёхмерия пространства со свойствами реальных взаимодействий между материальными фрагментами мира, по-видимому, впервые был поставлен И. Кантом [19]: ... я полагаю: **во-первых**, что субстанциям в существующем мире, частью которого мы являемся, присущи силы такого рода, что, соединяясь друг с другом, они распространяют свои действия обратно пропорционально квадрату их расстояний; **во-вторых**, что возникающее отсюда целое имеет в соответствии с этим законом свойство трехмерности; **в-третьих**, что этот закон произволен и что бог вместо него мог бы избрать какой-нибудь другой, например закон обратной пропорциональности кубу расстояний; наконец, **в-четвертых**, что из другого закона проистекало бы и протяжение с другими свойствами и измерениями.

И действительно. В классической физике известен такой феномен: в гравитационном поле, описываемым законом всемирного тяготения, существуют устойчивые замкнутые траектории. Благодаря этому возможно устойчивое существование планетных систем. Этот результат легко выводится из 3-мерных уравнений Лапласа для потенциала гравитационного поля. В теории, аналогичной ньютоновской и описывающей явления в пространстве иной размерности, естественно ожидать, что потенциал поля будет удовлетворять многомерному уравнению Лапласа. В пространстве n измерений потенциал гравитационного поля будет пропорционален величине

$$\varphi \sim 1/r^{n-2} \quad (\text{п3.1})$$

а сила взаимодействия величине:

$$F \sim 1/r^{n-1} \quad (\text{п3.2})$$

Именно с законом убывания потенциала согласно (1) и связана главная особенность трёхмерия пространства, отмеченная И. Кантом: орбиты физических тел в “ньютоновом” гравитационном поле в евклидовом трёхмерном пространстве устойчивы при $n \leq 3$ и неустойчивы при $n > 3$. В конечном счёте, это и означает невозможность длительного существования планетных систем вокруг звёзд в гипотетических пространствах с размерностями больше трёх. Подобный результат остаётся в силе и в ОТО для пространственно-временных размерностей превосходящих 4 (3+1). Это следует из анализа уравнений геодезических линий, по которым должны были бы двигаться планеты в сферически симметричных полях. Отмеченные особенности можно отнести к макро- и мега- ипостасям существования мира.

Однако и в микромире существуют аналогичные механизмы, выделяющие трёхмерие как устойчивую форму существования материи: только в пространстве трёх (и меньше) измерений возможно устойчивое существование атомов. В пространствах больших размерностей из уравнения Шредингера с потенциалом вида (1) следует: либо вовсе может не существовать состояний с отрицательными уровнями энергии (связанных состояний), либо отрицательные уровни энергии простираются до значения, равного минус бесконечности. Последнее означает, что для любого энергетического уровня будет существовать ещё более низкий уровень, и электроны в таких системах будут падать, излучая энергию до своего полного исчезновения. Это означает отсутствие стабильного состояния для вещества.

Общераспространенно мнение, что именно эти обстоятельства являются ключевыми для вывода о безальтернативности трёхмерия для реальных пространственных отношений. Однако эти же факты не противоречат и другому выводу: **закон обратных квадратов выделяет устойчивый “конденсат” существования материи в виде трёхмерного макромира нашей обители, а для самого мира характерно, по крайней мере, двухфазное сосуществование: “3-конденсата ” в среде менее**

дифференцированной праматерии. “3-конденсация” же реализуется при непосредственном участии гравитационных и электромагнитных полей, являющихся “суммой” более элементарных и фундаментальных взаимодействий. Таков в общих чертах феномен трехмерия.

Обобщая сказанное, можно было бы заметить, что объединение полей взаимодействия сопровождается увеличением размерности физического конфигурационного пространства – арены действия этих полей, а дифференциация полей и выделение отдельных – уменьшает размерность пространства, то есть сужает *топологически* сферу возможного проявления своего присутствия. По сути работает своеобразный принцип сохранения разнообразия, высказанный ещё в начале прошлого века словами известного классика о неисчерпаемости электрона, как и атома. Так или иначе, но "сконденсированная" материя имеет трехмерный образ.

С позиций сегодняшнего дня можно сказать, что процесс “конденсации” материи к настоящему времени завершился (ли?) трехмерной объектной локализацией. Устойчивые трехмерные образования "дожили" до сегодняшних дней в форме видимого макромира, и, возможно, других виртуальных миров. В устойчивой фазе видимого макромира сосуществуем, живем и Мы. Неустойчивые же многомерные "конструкции", тем не менее, не исчезли. Они составляют *микромир праматерии* – весьма странный, вероятностный и неопределенный.

Пространственно-временная локализация (нерелятивистский случай)

Объекты микромира описываются векторами гильбертова пространства или волновыми функциями, подчиняющимися при $n=3$ в координатном представлении уравнению Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U(x, y, z) \Psi. \quad (\text{п3.3})$$

Следуя [3], подставим в уравнение Шредингера волновую функцию Ψ в виде:

$$\Psi = ae^{iS/\hbar}. \quad (\text{п3.4})$$

В результате получим два уравнения для действительной и мнимой частей:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{1}{2m} (\nabla S)^2 + U - \frac{\hbar^2}{2ma} \Delta a = 0 \quad (\text{п3.5})$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} + \frac{a}{2m} \Delta S + \frac{1}{m} \nabla S \nabla a = 0 \quad (\text{п3.6})$$

Первое уравнение (5) с точностью до членов первого порядка по \hbar совпадает с классическим уравнением Гамильтона-Якоби для действия S частицы.

Второе уравнение (6) после умножения на $2a$ может быть переписано в виде

$$\frac{\partial a^2}{\partial t} + \text{div} \left(a^2 \frac{\nabla S}{m} \right) = 0, \quad (\text{п3.7})$$

совпадающим по форме с уравнением непрерывности.

Учитывая представление (4) и уравнение (5), можно видеть, что $a^2 = |\Psi|^2$ представляет собой плотность вероятности иметь квантовому объекту те или иные значения координат, а $\nabla S/m = \vec{p}/m$ – связаны с производными по времени этих координат (скорость \vec{v}). Уравнение (7) связывает изменение плотности вероятности с потоком этой плотности в виде уравнения непрерывности, то есть описывает изменение координат виртуального облака вероятности как движение классической частицы со скоростью \vec{v} .

Первое уравнение (5) из пары как следствий уравнения Шредингера, определяет эволюцию, и связь квантовых чисел как элементов динамической алгебры \mathcal{S} [6], включая непрерывные параметры неприводимого представления q и p из теоремы о полноте. Отметим, что из этого уравнения не следует никаких топологических и геометрических свойств параметров q .

Именно второе уравнение (6) в форме (7) из пары позволяет наделить параметры q и t классическими атрибутами пространственно-временных отношений. Необходимость же задания начальных условий $q_i(t=0)$ при решении уравнения (5) предопределяет необходимость задания начальной точки отсчёта (то есть, системы отсчёта) для определения зависимостей $q_i(t)$.

Движение виртуального облака, как объекта, подчиняется законам классической механики. Характерной особенностью этого объекта является его нелокализованность. Однако общим решением уравнения Шредингера (3) является суперпозиция де-бройлевских волн, как разложение Фурье) и, если длины этих волн и периоды малы по сравнению с характерными макроразмерами L и характерными макровременами T , то и аналогичные характеристики волнового пакета суперпозиции этих волн также будут малыми величинами. Движение же такого объекта будет подчиняться классическому уравнению Гамильтона-Якоби. Именно здесь и возникает возможность проявления эффекта локализации квантового объекта и возможность ввести как приближение понятия точки, расстояния между точками и метрической топологии близости точек. Через соотношение $v_\alpha = dx_\alpha/dt$ вводятся понятия интервала времени и точечного момента времени. Именно таким образом по параметрам динамической алгебры микрообъектов вводятся как аппроксимация (квазиклассическое приближение) метрические отношения с точечной топологией.

Таким образом, через квазиклассическое приближение квантовой механики мы приходим к понятию точечной частицы, существующей и способной к движению в непрерывном метрическом пространстве-времени с классической топологией.

Главным выводом этого рассмотрения является возможность факторизации волнового уравнения (3) на две составляющие – алгебраическую (5) и топологическую (7). В релятивистском же случае топологическая

составляющая для одночастичных волновых уравнений отсутствует. Исчезает и сама возможность одночастичного описания, а возможность многочастичного описания необходимо рассматривать как соответствующее изменение топологии микромира.

Следует отметить, что нелокализованная и несконденсированная материя может служить ключом к пониманию феномена “тёмной” материи, влияние которой на картину мироздания определяется через Λ -член в уравнении Гильберта-Эйнштейна.

* * * * *

О топологических фазах материи

(формирование образа (3+1) и локализация пространственно-временных отношений)

Нынешняя ситуация поиска сущности пространственно-временных отношений напоминает раннюю историю поиска сущности "флогистона", которая разрешилась статистической теорией гиббсовских ансамблей и определения термодинамических понятий и, в частности, понятия температуры как среднего кинетической энергии по ансамблю. Вполне возможно, что и пространственно-временные отношения являются неким средним от собственных значений операторов квантовых объектов.

Переход же от микроуровневого описания эволюции системы к макроуровневому наблюдению должен быть схожим с переходом на манер превращения описания многочастичного хаотичного ансамбля Гиббса с многим числом микропараметров в описание, например, газа, заключённого в определённом объёме с температурой, давлением, теплоёмкостью - то есть с весьма ограниченным числом макропараметров.

Необходимость постановки вопроса о двухфазности материи восходит к работам [10,11].

"Поднимаясь" с микро- на макро- в описании физических явлений, трудно

не отметить своеобразные феномены "конденсации" и "локализации" материи, не свойственные материальным объектам квантовой механики.

(3+1) - "конденсация"

(3+1)-пространственно-временная "конденсация" материи в процессе эволюции происходит на фоне гравитационных и электромагнитных полей в среде более универсальных взаимодействий "вселенского первичного бульона". При этом многомерность, неопределённости и флуктуации остаются в описании микромира, а (3+1)-пространственно-временная размерность и детерминированность выходят на уровни макро- и мегаописаний. Весь же вселенский универсум тогда должен представляться в форме *двухфазного* сосуществования.

И действительно. В классической физике известен такой феномен: в гравитационном поле, описываемым законом всемирного тяготения, существуют устойчивые замкнутые траектории. Благодаря этому возможно устойчивое существование планетных систем. Этот результат легко выводится из 3-мерных уравнений Лапласа для потенциала гравитационного поля. В теории, аналогичной ньютоновской и описывающей явления в пространстве иной размерности, естественно ожидать, что потенциал поля будет удовлетворять многомерному уравнению Лапласа. В пространстве n измерений потенциал гравитационного поля будет пропорционален величине $\varphi \sim 1/r^{n-2}$, а сила взаимодействия величине $F \sim 1/r^{n-1}$.

Именно с законом убывания потенциала согласно (п3.1) и связана главная особенность трёхмерия пространства, отмеченная ещё И. Кантом: орбиты физических тел в "ньютоновом" гравитационном поле в евклидовом трёхмерном пространстве устойчивы при $n \leq 3$ и неустойчивы при $n > 3$. В конечном счёте, это и означает невозможность длительного существования планетных систем вокруг звёзд в гипотетических пространствах с размерностями больше трёх. Подобный результат остаётся в силе и в ОТО для пространственно-временных размерностей превосходящих $4=(3+1)$. Это

следует из анализа уравнений геодезических линий, по которым должны были бы двигаться планеты в сферически симметричных полях. Отмеченные особенности можно отнести к макро- и мега- ипостасям существования реального мира.

В микромире также существуют аналогичные причины, выделяющие трехмерие как устойчивую форму существования материи: только в пространстве трёх (и меньше) измерений возможно устойчивое существование атомов. В пространствах больших размерностей из уравнения Шредингера с кулоновским потенциалом вида (1) следует: состояний с отрицательными уровнями энергии (связанных состояний), либо вовсе может не существовать, либо отрицательные уровни энергии простираются до значения, равного минус бесконечности. Последнее означает, что для любого энергетического уровня будет существовать ещё более низкий уровень и электроны в таких системах будут падать, излучая энергию до своего полного исчезновения. Это означает отсутствие стабильного состояния для вещества.

Общераспространенно мнение, что именно эти обстоятельства являются ключевыми для вывода о безальтернативности трёхмерия для реальных пространственных отношений. Однако эти же факты не противоречат и другому выводу: закон обратных квадратов выделяет устойчивый “конденсат” существования материи в виде трёхмерного макромира нашей обители, а для самого мира характерно, по крайней мере, двухфазное сосуществование: “3-конденсата ” в среде менее дифференцированной *праматерии*. “3-конденсация” же реализуется при непосредственном участии гравитационных и электромагнитных полей, являющихся “суммой” более элементарных и фундаментальных взаимодействий. Таков в общих чертах феномен трехмерия.

На примере феномена Калуцы [5] и обобщая сказанное, можно было бы заметить, что объединение полей взаимодействия сопровождается увеличением размерности физического конфигурационного пространства – арены действия этих полей, а дифференциация полей и выделение отдельных – уменьшает

размерность пространства, то есть сужает *топологически* сферу возможного проявления своего присутствия. По сути работает своеобразный принцип сохранения разнообразия, высказанный ещё в начале прошлого века словами известного классика о неисчерпаемости электрона, как и атома. Так или иначе, но "сконденсированная" материя имеет трехмерный пространственный образ.

С позиций сегодняшнего дня можно сказать, что процесс "конденсации" материи к настоящему времени завершился (ли?) трехмерной объектной локализацией ⁵²). Устойчивые трехмерные образования "дожили" до сегодняшних дней в форме видимого макромира, и, возможно, других "виртуальных" миров. В устойчивой фазе видимого макромира сосуществуем, живем и Мы. Неустойчивые же многомерные конструкции, тем не менее, не исчезли. Они составляют *микромир* праматерии — весьма странный, вероятностный и неопределенный (слабоструктурированный).

Таким образом, на фоне электромагнитных (вещество) и гравитационных (космические объекты) полей Вселенная приобретает образ многообразия (3+1)-размерности.

(3+1) - "локализация"

Обусловленность локализации материи можно проиллюстрировать так. Некоторые элементарные "частицы" остаются стабильными пока они заперты в потенциальных ямах, но в свободном состоянии они распадаются за весьма короткие времена. Такая запертая "частица" оказывается более макроскопичной (то есть, "более трехмерной", а потому и более устойчивой), нежели свободная, которая более микроскопична (то есть, "более многомерна", а потому и неустойчива). Далее, атомы, объединенные в молекулы, кристаллические решетки — то есть большие коллективы, и приобретают способность к устойчивой локализации в трехмерном пространстве.

⁵²) С точки зрения динамической эволюции Вселенной от некоего сингулярного начала (например, ТБВ)

Именно в этом случае и появляется возможность понятийной формулировки пространственно-временных отношений макромира – устойчивости и способности к проявлению свойств пространственной и временной локализации, то есть тех свойств, которые несвойственны микромиру, а сам результат сформулировать как существование (3+1)-конденсата на фоне праматерии в состоянии "виртуального моря вероятностей". Феномен же декогеренции позволяет расширить и углубить двухфазную концепцию материи. Описание элементарной модели представлено в статье [10].

Декогеренция в становлении пространственно-временных отношений

Этот вопрос касается нивелирования (сглаживания) квантовой суперпозиции, спутанности и неопределённости Гейзенберга, по выражению В. Зурека - формированию (связных) "плотных" тел ("tight" body)).

Рассмотрим квантовую "частицу"⁵³), находящуюся в среде своего окружения. Начнём обсуждение ситуации со слов В. Зурека [26]:

"Подходящая для анализа модель окружения может быть представлена набором гармонических осцилляторов или, что эквивалентно, квантованным полем. Присутствие "частицы" приводит к её рассеянию и возбуждению поля. Результирующая "рябь" создаёт своего рода "запись" положения, формы, ориентации и т. п., и, что наиболее важно, о своём мгновенном местоположении (локализации) и, следовательно, записи возникновения последовательных положений, то есть траектории.

И лодка, плывущая по спокойной глади озера, и камень, попавший в воду, оставляют свой след на поверхности воды. Аналогичный эффект возникает при возмущениях состояния электромагнитного поля, связанных с присутствием в этой среде других объектов. Поэтому вряд ли будет удивительным тот факт, что "отпечаток" будет оставлять и пара взаимодействующих квантовых объектов, даже, если "никто не смотрит", а "гладь озера" находится в состоянии волнения. Хаотическое состояние среды затрудняют расшифровку записей, но не препятствуют их появлению."

В двухфазной модели материи декогеренцию можно рассматривать как своего рода часть механизмов "конденсации" и "кристаллизации" первичной праматерии в "плотные" тела макромира, а сама теория декогеренции позволяет

⁵³) Мы намеренно взяли в кавычки слово "частица", поскольку в квантовой механике объектов со свойствами классических частиц не существует.

говорить о "среде" (праматерии), характеризующейся своими внутренними параметрами, в которой формируются "плотные" тела макромира.

В статье В. Зурека [26] приводится уравнение, которое напоминает уравнение эволюции в картине Гейзенберга для динамической наблюдаемой.

Уравнение движения для " $W(p, x)$ -частицы", связанной с окружением, представлено в виде:

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \underbrace{-\frac{p}{m} \frac{\partial}{\partial x} W'}_{\text{Уравнение Лиувилля}} + \underbrace{\frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial}{\partial p} W}_{\text{Трение}} + \underbrace{2\gamma \frac{\partial}{\partial p} p W}_{\text{Декогеренция}} + \underbrace{D \frac{\partial^2 W}{\partial p^2}}_{\text{Декогеренция}}, \quad (\text{п3.8})$$

а само уравнение может быть получено из выражения для матрицы плотности $\rho(x, x')$:

$$\rho = \underbrace{\frac{i}{\hbar} [H, \rho]}_{\substack{\text{Уравнение фон Неймана} \\ p = -\text{FORCE} = \nabla V}} - \underbrace{\gamma(x - x') \left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x'} \right) \rho}_{\substack{\text{Релаксация} \\ p = -\gamma p}} - \underbrace{\frac{2m\gamma k_B T}{\hbar^2} (x - x')^2 \rho}_{\substack{\text{Декогеренция} \\ \text{Классическое фазовое пространство}}} \quad (\text{п3.9})$$

Однако, можно ли считать описание механизма декогеренции В. Зуреком исчерпывающим для описания перехода от квантовой теории к классической механике?

В выражении (п3.9) производная по времени присутствует в виде алгебраической операции (коммутатора $[H, \rho]$), однако оно же содержит и выражение $\frac{i}{\hbar} \frac{\partial}{\partial x}$, которое представляет собой оператор импульса, но не в алгебраической форме, а в координатном представлении и именно в точечной топологии; кроме того, там же присутствует и оператор координаты в импульсном представлении $\partial/\partial p$. Для этого была применена математика δ -функции. Однако "матанализ" не приемлет её в "дресс-коде" традиционной непрерывности. Это и предопределяет степень общности рассуждений Зурека по части перехода из квантовой механики в классическую. **В квантовой механике не существует точечных объектов.** Таким образом, важный момент реализации возможности перехода из гильбертова пространства в фазовое пространство на базе реального (3+1)-макропространства классической физики и концептуального описания этого перехода с использованием *принципа*

соответствия [6] нельзя считать законченным. Вполне естественно, что эти две фазы материи должны описываться не только разными по существу понятиями, но и разными топологиями (например, они отличаются их важнейшей характеристикой – размерностью). В этом плане необходимо отметить, что применение принципа соответствия при переходе от квантовых формулировок к формулировкам в гамильтоновом формализме требует априорного введения (3+1)-классического образа пространственно-временных отношений непосредственно в квантовую механику (координатное представление).

Тем не менее, ответы на вопросы к процессам локализации, связанным с пространственно-временным расщеплением целостных квантовых объектов и их фрагментации на "плотные" и независимые составные части могут быть получены в части объяснения механизмов декогеренции, что и сделано В. Зуреком.

Суть же его идеи состоит в следующем: общая фаза системы составной между компонентами, входящими в исходную суперпозицию состояний " $W(p, x)$ – частицы", рассеиваются по степеням свободы окружения, уменьшая и уничтожая интерференцию и, тем самым, диагонализуя матрицу плотности, которая после этого сможет представлять смесь состояний с классическими вероятностями без интерференционных членов. Тем самым нивелируется квантовая суперпозиция и спутанность состояний. Увеличение размеров элементарной ячейки фазового пространства системы приводит к возможности пренебречь неопределённостью Гейзенберга и перейти через квазиклассику к классическому описанию систем.

Приложение 4. Некоторые топологические парадоксы СТО

1. Парадокс Эйнштейна-Подольского-Розена⁵⁴⁾

Ограниченная применимость *Точечно-Метрической Классической топологии (ТМК-топологии)* в применении к реальным пространственно-временным отношениям стала очевидной ещё с 1927 года. Стало ясно, что точечная топология не работает в квантовой механике, а с осознанием того факта, что физическая метричность пространственно-временных отношений теряется в релятивистской физике эти подозрения превратились в проблему сегодняшнего дня. Собственно, это подтверждают и эксперименты А. Аспека. Как известно, скорость является основным топологическим параметром сопряжения непрерывных (в *ТМК-топологии*) пространства и времени. Поэтому при интерпретации результатов экспериментов А. Аспека и возникают проблемы, связанные со скоростями распространения сигналов и причинных возмущений.

Тема связи локальных теорий с дополнительными параметрами и с неравенствами Белла сама по себе очень интересна. На ней можно и нужно остановиться. Она - тема дня в физике. Подробно история вопроса освещена в работах[13, 15, 16]. Результаты А. Аспека и Дж. Белла относятся к физике микроуровневого описания.

Так что же главное в работе Аспека?

1. Обнаруженные теоретически корреляции в поведении "спутанных" (*смешанных*) состояний двух фотонов могли бы быть объяснены вводом *дополнительных* параметров, "усреднение" по которым позволило бы теоретически согласовать наблюдаемые эффекты.

2. Локальные квантовые теории (читай - построенные на основе *ТМК-топологии*) с дополнительными параметрами приводят к неравенствам Белла.

3. Некоторые предсказания квантовой механики нарушают неравенства Белла. Отсюда следует вывод о том, что квантовая механика несовместима с локальными теориями с дополнительными параметрами.

4. Фундаментальным допущением при решении этого конфликта является допущение о локальности.

⁵⁴⁾ Чтобы не нарушать связность изложения, авторские слова статьи А. Аспека, будут выделены цветом и мелким шрифтом и воспроизведены в исходном переводе^[13]. К сожалению, в исходном тексте перевода статьи присутствуют ошибки, которые, однако, не смогли изменить смысл, суть и пафос идеи. Эти ошибки были исправлены.

5. Показано, что условие локальности может рассматриваться как *следствие причинности по Эйнштейну*, предусматривающей сверхсветовые взаимодействия.

Относительно *n.4* и *n.5* необходимо сказать следующее:

n.4. Само понятие локальности пространственно-временных отношений в квантовой механике потеряло непосредственный смысл после появления соотношений неопределённости Гейзенберга, сохранив его косвенный смысл только в связи с классическими макроинтерпретациями квантовомеханических измерений. Понятие непрерывной траектории, обеспечивающей установление генетического средства положений точек одного и того же точечного тела в динамической как причинной последовательности событий, также исчезло;

n.5. Причинность по Эйнштейну подразумевает необходимость включения понятия скорости как "топологической связки" между непрерывным временным 1-многообразием и непрерывным 3-пространственным многообразием в *ТМК-топологии*. Именно скорость и обеспечивает возможность установления генетической связи между положениями точек траектории движущегося тела, которые находятся или могут находиться в динамической причинной последовательности событий. Однако такие понятия как скорость, траектория, генетическое средство, сохраняемое при движении, отсутствуют в квантовой механике. Поэтому говорить о нарушении причинности большого смысла нет. Нарушение же принципа относительности по Эйнштейну для нелокализованных объектов можно видеть и при макроописании физической реальности.

Положительным результатом экспериментов А. Аспека является вывод о том, что *ТМК-топология* в квантовой механике перестаёт работать должным образом.

Локальность классической физики, СТО и ОТО является, скорее всего, следствием и результатом их асимптотических приближений, когда макрорасстояния и промежутки времени заведомо превышают микромасштабы.

Само же возникновение локальности - есть вопрос "конденсации" гильбертова описания (произвольной размерности, счётной для сепарабельных пространств) в $(3+1)$ -мерное псевдоевклидово (риманово) многообразие.

В физике сегодня с помощью "спутанных" (*смешанных*) микросостояний предпринимаются попытки воссоздать макрореальности, описание которых не может быть сведено к описанию в *ТМК-топологии*. Для них чуждо понятие скорости и генетического сродства через скорость. К ним не могут быть применены и *точечные* преобразования Лоренца.

1.1.Схема эксперимента

Рассмотрим оптический вариант мысленного ЭПР-опыта, предложенный Бомом[17] (рис.1). Источник S испускает пару фотонов с различными частотами ν_1 и ν_2 , распространяющихся в противоположных направлениях вдоль оси Oz . Предположим, что поляризационная часть вектора состояния пары равна:

$$|\Psi(\nu_1, \nu_2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|x, x\rangle + |y, y\rangle\}, \quad (\text{п4.1})$$

где $|x\rangle$ и $|y\rangle$ - линейно поляризованные состояния. Это состояние примечательно: оно не может быть преобразовано в произведение двух состояний, ассоциированных с состоянием каждого из фотонов, так что мы не можем приписать каждому из них хорошо определенное состояние. В частности, мы не можем приписать каждому из них определенную поляризацию. Такое состояние, описывающее систему некоторых объектов, мыслимую только глобально, представляет собой *запутанное состояние (entangled state)*.

Мы осуществляем измерение линейной поляризации двух фотонов с помощью анализаторов I и II. За анализатором I с ориентацией \mathbf{a} расположены два детектора, выдающие результат + или - в соответствии тем, какая линейная поляризация обнаружена: параллельная или перпендикулярная \mathbf{a} . Анализатор II с поляризацией \mathbf{b} действует подобным же образом.

Примечание: Имеется взаимно-однозначное соответствие между схемой мысленного ЭПР-эксперимента по Бому и экспериментом с парой частиц со спином $1/2$ в синглетном состоянии, подвергаемой анализу с помощью фильтров Штерна-Герлаха с двумя ориентациями.

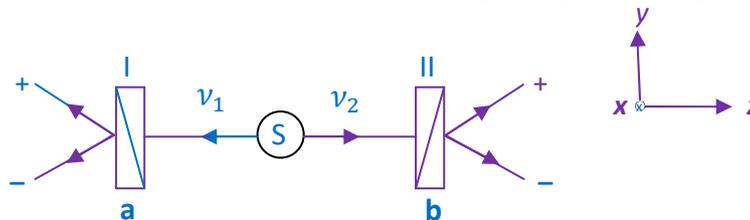


Рисунок 1 - Мысленный эксперимент Эйнштейна-Подольского-Розена-Бома с фотонами. Два фотона ν_1 и ν_2 , испущенные в состоянии $|\Psi(\nu_1, \nu_2)\rangle$ уравнения (1), анализируются линейными поляризаторами с ориентациями \mathbf{a} и \mathbf{b} . Можно измерять вероятности одиночной или совместной регистрации на выходе каналов поляризаторов.

Легко вывести предсказания квантовой механики для этих измерений поляризации, как одиночных, так и совместных. Рассмотрим сначала одиночные вероятности $P_{\pm}(\mathbf{a})$ получения результатов \pm для фотона ν_1 , и, аналогично, одиночные вероятности $P_{\pm}(\mathbf{b})$ получения результатов \pm для фотона ν_2 . Квантовая механика (Q.M.) предсказывает, что:

$$\begin{aligned} P_+(\mathbf{a}) &= P_-(\mathbf{a}) = \frac{1}{2}, \\ P_+(\mathbf{b}) &= P_-(\mathbf{b}) = \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad \text{Q.M.} \quad (\text{п4.2})$$

Эти результаты согласуются с замечанием о том, что мы не можем сопоставить некоторую поляризацию каждому из фотонов, так что каждое отдельное измерение поляризации дает случайный результат.

Рассмотрим теперь вероятности $P_{\pm\pm}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ совместного обнаружения ν_1 и ν_2 в каналах + или – поляризаторов I или II с направлениями \mathbf{a} и \mathbf{b} . Квантовая механика предсказывает⁵⁵⁾:

$$\begin{aligned} P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2} \cos^2(\widehat{\mathbf{a}, \mathbf{b}}), \\ P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2} \sin^2(\widehat{\mathbf{a}, \mathbf{b}}). \end{aligned} \quad \text{Q.M.} \quad (\text{п4.3})$$

Покажем, что эти квантово-механические предсказания влекут за собой далеко идущие следствия.

1.2. Корреляции

Рассмотрим сначала частную ситуацию $(\widehat{\mathbf{a}, \mathbf{b}}) = 0$, когда поляризаторы параллельны. Квантовая механика предсказывает такие вероятности для совместных результатов (уравнения п4.3):

$$\begin{aligned} P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) &= P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) = \frac{1}{2}, \\ P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) &= P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) = 0. \end{aligned} \quad (\text{п4.4})$$

Согласно этому и с учетом (п4.2) мы заключаем, что если фотон ν_1 обнаружен в канале + поляризатора I, то фотон ν_2 *наверняка* будет обнаружен в канале + поляризатора II (и аналогично для каналов –). Для параллельных каналов имеется *полная корреляция*⁵⁶⁾ между индивидуальными случайными результатами измерения поляризации двух фотонов ν_1 и ν_2 .

Мерой корреляции между случайными числами является коэффициент корреляции, который для рассмотренной выше ситуации удобно определить соотношением:

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}). \quad (\text{п4.5})$$

⁵⁵⁾ Вывод формул (п4.3) представлен ниже (см. раздел 1.7).

⁵⁶⁾ Корреляционная зависимость, в отличие от непосредственно функциональной, определяет влияние значения одной величины на распределение другой. Коэффициент корреляции определяет тесноту (силу) этой зависимости.

Замечание 1

Убедиться в том, что (п4.5) адекватно отражает степень корреляционной зависимости ориентаций векторов **a** и **b**, можно рассмотрев два случая: полной независимости (отсутствие корреляции) и функциональной однозначности между их значениями (полной корреляции).

1) При полной независимости векторов **a** и **b** и при выполнении (п4.2) имеем:

$$\begin{aligned} P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= P_+(\mathbf{a}) \cdot P_+(\mathbf{b}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}, \\ P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= P_-(\mathbf{a}) \cdot P_-(\mathbf{b}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}, \\ P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= P_+(\mathbf{a}) \cdot P_-(\mathbf{b}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}, \\ P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= P_-(\mathbf{a}) \cdot P_+(\mathbf{b}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}. \end{aligned} \tag{a}$$

Тогда из (п4.5) получаем:

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 0, \tag{b}$$

что означает полное отсутствие корреляции между принимаемыми значениями **a** и **b**.

2) Пусть теперь каждый из векторов **a** и **b** может принимать одно из двух взаимоисключающих значений: "+" или "-". Здесь возможны два варианта функциональной зависимости:

- а) при положительной проекции (+) вектора **a** проекция вектора **b** также принимает однозначно положительное значение (+);
- б) при положительной проекции (+) вектора **a** проекция вектора **b** принимает однозначно отрицательное значение (-).

Обозначим через $P(B|A)$ - вероятность наступления события В (+ или - проекция вектора **b**) при условии, что наступило событие А (+ или - проекция вектора **a**).

Взяв вектор **a** качестве исходного, получаем:

$$\begin{aligned} P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= P(\mathbf{a}_+) \cdot P(\mathbf{b}_+|\mathbf{a}_+), & P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= P(\mathbf{a}_-) \cdot P(\mathbf{b}_-|\mathbf{a}_-); \\ P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= P(\mathbf{a}_+) \cdot P(\mathbf{b}_-|\mathbf{a}_+), & P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= P(\mathbf{a}_-) \cdot P(\mathbf{b}_+|\mathbf{a}_-). \end{aligned} \tag{c}$$

Тогда

для случая а):

$$P(\mathbf{b}_+|\mathbf{a}_+) = P(\mathbf{b}_-|\mathbf{a}_-) = 1, \quad P(\mathbf{b}_-|\mathbf{a}_+) = P(\mathbf{b}_+|\mathbf{a}_-) = 0; \tag{d}$$

для случая б):

$$P(\mathbf{b}_+|\mathbf{a}_+) = P(\mathbf{b}_-|\mathbf{a}_-) = 0, \quad P(\mathbf{b}_-|\mathbf{a}_+) = P(\mathbf{b}_+|\mathbf{a}_-) = 1. \tag{e}$$

Подставляя найденные значения (d) и (e) в (п4.5), в обоих случаях с учётом (п4.2), получаем:

$$|E(\mathbf{a}, \mathbf{b})| = 1, \tag{f}$$

что характеризует полную корреляционную связь между принимаемыми значениями проекций векторов **a** и **b**.

Несложно получить аналогичные результаты при рассмотрении в качестве исходного события значение проекции вектора \mathbf{b} .

Используя предсказание (п4.3) квантовой механики, мы находим для коэффициента корреляции E_{QM}

$$E_{QM}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \cos 2 \cdot (\widehat{\mathbf{a}}, \widehat{\mathbf{b}}). \quad (\text{п4.6})$$

В частном случае для параллельных анализаторов ($(\widehat{\mathbf{a}}, \widehat{\mathbf{b}}) = 0$) мы находим $E_{QM}(0) = 1$, что подтверждает полноту корреляции.

В заключение укажем: квантово-механические расчеты исходят из предположения, что хотя каждое отдельное измерение дает случайные результаты, но эти случайные результаты коррелированы как показывает уравнение (п4.6). Для параллельных (или перпендикулярных) ориентаций поляризаторов корреляция является полной ($|E_{QM}| = 1$).

1.3. Трудности с наглядным представлением, вытекающим из формализма квантовой механики

В качестве наивного физика я хотел бы иметь простой и наглядный образ, позволяющий понять эти жесткие корреляции. Наиболее естественный подход может быть сформирован, исходя из расчетного квантово-механического соотношения (п4.3). В действительности существуют реальные способы отобразить такие вычисления. Совсем прямой способ состоит в том, чтобы спроектировать вектор состояния (п4.1) на базисный вектор, соответствующий достоверному результату. Это немедленно дает совместные вероятности (п4.3). Однако, хотя такой расчет отвечает векторам состояния, в целом описывающих два фотона, я не знаю, как нарисовать эту картинку в нашем обычном пространстве.

Ситуация с экспериментом над парой "спутанных" фотонов (см. **Замечание 1**) похожа на вариант 2) функциональной зависимости состояний проекций векторов \mathbf{a} и \mathbf{b} при $|E(\mathbf{a}, \mathbf{b})| = 1$, описываемый формулами (c), (d), (e), (f). Действительно, при измерении проекции первого фотона, состояние которой неизвестно, автоматически становится известным значение проекции второго фотона как бы удаленно он не находился.

Пытаясь решить эту проблему и отдельно идентифицировать два измерения, осуществляемых в разных концах экспериментальной установки, мы можем разбить совместное измерение на два шага. Предположим, например, что измерение для фотона ν_1 выполнено первым и дало результат $+$ в поляризаторе l с ориентацией \mathbf{a} . Результат $+$ (связанный с состоянием поляризации $|\mathbf{a}\rangle$) имеет вероятность $1/2$. Чтобы приступить к вычислению, мы должны теперь использовать постулат редукции вектора состояния, который утверждает, что после этого измерения новый вектор состояния $|\Psi'(\nu_1, \nu_2)\rangle$, описывающий пару, получается проектированием начального вектора состояния $|\Psi(\nu_1, \nu_2)\rangle$ (уравнение п4.1) на базис, ассоциированный результатом $+$: эти два двумерных базиса образованы векторами $\{|\mathbf{a}, \mathbf{x}\rangle, |\mathbf{a}, \mathbf{y}\rangle\}$. Используя соответствующий проектор, находим после выполнения небольших алгебраических преобразований

$$\Psi'(\nu_1, \nu_2) = |\mathbf{a}, \mathbf{a}\rangle. \quad (\text{п4.7})$$

Это означает, что немедленно после первого измерения фотон ν_1 приобретает поляризацию $|\mathbf{a}\rangle$: это очевидно, поскольку он был измерен поляризатором, ориентированным вдоль \mathbf{a} , и был зарегистрирован результат $+$. Более неожиданно то, что удаленный фотон ν_2 , который еще не успел провзаимодействовать с каким-либо поляризатором, уже оказался

спроецированным в состояние $|a\rangle$ с хорошо определенной поляризацией, параллельной той, которая была зафиксирована для фотона ν_1 . Это неожиданное заключение, однако, приводит к правильному конечному результату (п4.3), поскольку прямое применение закона Малюса⁵⁷⁾ показывает, что более позднее измерение вдоль \mathbf{b} для фотона ν_2 должно приводить

Двухшаговое вычисление, следовательно, дает тот же результат, что и прямой расчет.

Но мы получили дополнительную картинку для двухшагового измерения:

i. Фотон ν_1 , у которого не было хорошо определенной поляризации перед измерением, приобрел поляризацию в соответствии с зарегистрированным результатом непосредственно в момент измерения: это не является неожиданностью.

ii. Когда измерение для ν_1 уже выполнено, фотон ν_2 , не имевший хорошо определенной поляризации до момента этого измерения, спроецировался в состояние поляризации, параллельное состоянию поляризации, зарегистрированному для ν_1 . Это весьма неожиданно, потому что такое изменение в описании ν_2 происходит мгновенно, какое бы расстояние ни было в момент первого измерения между ν_1 и ν_2 . Такая картина оказывается противоречащей теории относительности. Согласно Эйнштейну, то, что происходит в данной области пространства времени, не может испытывать влияния со стороны события, происходящего в другой области, отделенной от первой пространственно-подобным интервалом. Следовательно, нет смысла пытаться найти более приемлемую картину для «понимания» ЭПР-корреляций. Эту картину мы теперь и рассмотрим.

1.4. Дополнительные параметры

Корреляции между удаленными измерениями для двух отдельных систем, которые перед этим взаимодействовали, обычны для классического мира. Например, если механический объект с нулевой импульсом (или моментом) разделяется на две части в результате некоторого внутреннего фактора, то импульс (момент) каждой отдельной части остается равным и взаимно противоположным во время их дальнейшей свободной эволюции. В общем случае, когда каждый из фрагментов подвергается некоторому взаимодействию, два импульса (момента) остаются коррелированными, поскольку они в каждый момент времени определены их начальными значениями, которые, в свою очередь, имели точно определенную сумму.

Можно использовать такую классическую картину, чтобы с ее помощью учесть ЭПР-корреляции, базируясь на общих свойствах двух систем. Рассмотрим снова полную корреляцию поляризационных измерений в случае параллельных анализаторов $(\widehat{\mathbf{a}}, \widehat{\mathbf{b}}) = 0$. Когда мы регистрируем $+$ для ν_1 , мы уверены, что и для ν_2 также зарегистрируем $+$. Мы заключаем отсюда, что существует некоторое свойство (Эйнштейн говорил «элемент физической реальности»), присущее этой конкретной паре и определяющее результат $++$. Для другой пары, когда результат равен $--$, мы можем сходным образом допустить общее свойство, определяющее результат $--$. Тогда достаточно допустить, что половина пар

⁵⁷⁾ Закон Малюса - физический закон, выражающий зависимость интенсивности линейно-поляризованного света после его прохождения через поляризатор от угла φ между плоскостями поляризации падающего света и поляризатора $I = k_a I_0 \cos^2 \varphi$, где I_0 — интенсивность падающего на поляризатор света, I — интенсивность света, выходящего из поляризатора, k_a — коэффициент пропускания поляризатора.

испускается со свойством $++$, а половина со свойством $--$, и мы получаем все результаты измерения, возможные при данной конфигурации. Заметим, однако, что такие свойства, отличающиеся для различных пар, не учитываются квантово-механическим вектором состояния $|\Psi(v_1, v_2)\rangle$, который является одинаковым для всех пар. Вот почему мы можем заключить вместе с Эйнштейном, что *квантовая механика не полна*. И вот почему такие дополнительные свойства именуется «*дополнительными параметрами*», или «*скрытыми переменными*». (На самом деле Эйнштейн говорил не о «скрытых переменных» или «дополнительных параметрах», а, скорее, об «элементах физической реальности». Соответственно, многие авторы чаще используют термин «реалистические теории», нежели «теории со скрытыми переменными» или «теории с дополнительными переменными».)

В заключение скажем, что кажется возможным «понять» ЭПР-корреляции с помощью такого классического образа, используя разные значения дополнительного параметра для различных пар. Можно надеяться, что статистические предсказания квантовой механики просто усредняют результат по значению дополнительного параметра. Кажется, что такой же была и позиция Эйнштейна. Заметим, что на этой стадии рассуждений следование этой позиции не противоречит квантовой механике: не возникает логических проблем, если полностью принять предсказания квантовой механики и привлекать дополнительные параметры, дающие приемлемый образ ЭПР-корреляций. Мы приходим к тому, чтобы рассматривать квантовую механику как описание статистической механики на более глубоком уровне.

Через три десятилетия после выхода статьи ЭПР[16], Белл выразил в математической форме следствия, вытекающие из предшествующего обсуждения и явно ввел дополнительные параметры[14]. Детали событий, связанных с последующими утверждениями о невозможности без противоречий с принципами СТО ввести дополнительные параметры в квантовой механике и результаты реальных экспериментов, подтверждающих корреляционные связи типа (п4.5), представлены в цитируемой здесь работе[13]. Нашей же задачей здесь было ещё раз обратиться к сути пространственно-временных противоречий в трактовке экспериментов типа ЭПР с уточнением дополнительных вычислений.

1.5 Неравенства Белла

Формализм

Через три десятилетия после выхода статьи ЭПР, Белл выразил в математической форме следствия, вытекающие из предшествующего обсуждения и явно ввел дополнительные параметры, обозначенные им через λ . Их распределение по ансамблю эмитированных пар он определил функцией $\rho(\lambda)$, так что

$$\begin{aligned} \rho(\lambda) &\geq 0, \\ \int d\lambda \rho(\lambda) &= 1. \end{aligned} \tag{п4.9}$$

Для данной пары, характеризуемой данным дополнительным параметром λ , результаты измерения задаются функциями, принимающими только два возможных значения (+1 и -1):

$$\begin{aligned} A(\lambda, \mathbf{a}) &= \pm 1 \text{ в анализаторе I (с ориентацией } \mathbf{a}), \\ B(\lambda, \mathbf{b}) &= \pm 1 \text{ в анализаторе II (с ориентацией } \mathbf{b}). \end{aligned} \quad (\text{п4.10})$$

Конкретная теория дополнительного параметра полностью определяется явным видом функций $\rho(\lambda)$, $A(\lambda, \mathbf{a})$ и $B(\lambda, \mathbf{b})$. Теперь легко выразить вероятности различных результатов измерения. В частности, можно ввести две новые функции, также принимающие только два значения: так, функция $\frac{1}{2}[A(\lambda, \mathbf{a}) + 1]$ принимает значение +1 для результата + и 0 в противоположном случае (и аналогично $\frac{1}{2}[1 - B(\lambda, \mathbf{b})]$ принимает значение +1 для результата - и 0 в противоположном случае); тогда мы можем написать:

$$P_+(\mathbf{a}) = \int d\lambda \rho(\lambda) \frac{[A(\lambda, \mathbf{a}) + 1]}{2}, \quad (\text{п4.11})$$

$$P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) \frac{[A(\lambda, \mathbf{a}) + 1]}{2} \frac{[1 - B(\lambda, \mathbf{b})]}{2}.$$

Аналогичным образом, корреляционная функция определяется простым соотношением

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) A(\lambda, \mathbf{a}) B(\lambda, \mathbf{b}). \quad (\text{п4.12})$$

Замечание 2.

О сопоставлении формул для корреляций (5) и (12). Наряду с общими определениями корреляционной зависимости как несущими информацию о тесноте влияния значения одной случайной величины на распределение другой, определение (5) является наиболее адекватным. Его значение, равное 1, говорит о прямой функциональной зависимости направлений векторов \mathbf{a} и \mathbf{b} (см. **Замечание 1**). Для определения же корреляции в общей модели для случайных величин X и Y мы выбрали для них равномерное распределение, не несущее никакой информации о вероятностях их значений, кроме заведомо определённых.

В табл. А приведены данные и результаты для расчёта стандартного коэффициента корреляции $r(X, Y)$ случайных величин X и Y , совпадающего ковариацией $COV(X, Y)$ [20]:

$$COV(X, Y) / (\sigma_x \sigma_y) = (M[X, Y] - \mu_x \mu_y) / \sigma_x \sigma_y = r(X, Y). \quad (\text{g})$$

Таблица А

x_i	+1	-1
x_i^2	+1	+1
p_i	1/2	1/2
$\mu_x = M[X] = (x_1 + x_2)/2$	0	
$M[X^2] = (x_1^2 + x_2^2)/2$	1	
$D[X] = M[X^2] - (M[X])^2$	1	
σ_x	1	

Введённый в (12) дополнительный параметр λ обеспечивает общность модели Белла.

(Наивный) пример теории с дополнительными параметрами

В качестве примера теории с дополнительным параметром рассмотрим модель, в которой каждый фотон, распространяющийся вдоль оси Oz, предполагается имеющим хорошо определенную линейную поляризацию, задаваемую своим углом (λ_I и λ_{II}) с осью x. Чтобы учесть жесткую корреляцию, мы предположим, что два фотона одной и той же пары испускаются с одной и той же линейной поляризацией, определенной общим углом λ (рис. 2).

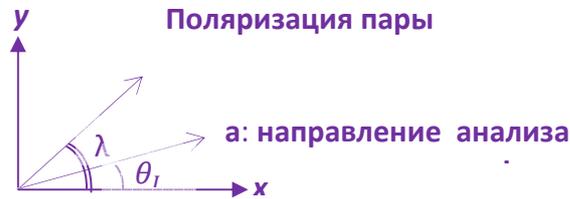


Рисунок 2 – Наивный пример. Каждая пара фотонов имеет «направление поляризации», определяемой углом λ , который является дополнительным параметром модели. Поляризатор I осуществляет измерение поляризации вдоль **a** с углом θ_I относительно оси **x**

Поляризация различных пар распределена случайным образом, согласно распределению вероятностей $\rho(\lambda)$, не зависящему от угла:

$$\rho(\lambda) = \frac{1}{2\pi}. \quad (\text{п4.13})$$

Для полноты нашей модели мы должны задать явную форму функций $A(\lambda, \mathbf{a})$ и $B(\lambda, \mathbf{b})$. Мы принимаем следующие выражения:

$$\begin{aligned} A(\lambda, \mathbf{a}) &= \text{sign}\{\cos 2(\theta_I - \lambda)\}, \\ B(\lambda, \mathbf{b}) &= \text{sign}\{\cos 2(\theta_{II} - \lambda)\}, \end{aligned} \quad (\text{п4.14})$$

где углы θ_I и θ_{II} указывают ориентацию поляризаторов. Заметим, что эти выражения весьма оправданны: $A(\lambda, \mathbf{a})$ принимает значение +1, когда поляризация фотона v_1 характеризуется углом меньше $\pi/4$ относительно направления анализа **a**, и значение -1 для дополняющего случая (поляризация ближе к перпендикулярно относительно **a**).

Для этой понятной модели мы можем, используя уравнения (11), вычислить вероятности различных результатов измерений. Например, для одиночных вероятностей получаем:

$$P_+(\mathbf{a}) = P_-(\mathbf{a}) = P_+(\mathbf{b}) = P_-(\mathbf{b}) = \frac{1}{2}, \quad (\text{п4.15})$$

т.е. результаты, идентичные тем, которые дает квантовая механика. Наша модель дает нам также возможность вычислить совместные вероятности и корреляционную функцию, и мы находим, используя (12) :

$$\begin{aligned} E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= 1 - 4 \frac{|\theta_I - \theta_{II}|}{\pi} = 1 - 4 \frac{|\mathbf{a}, \mathbf{b}|}{\pi} = \\ &\text{при } -\frac{\pi}{2} \leq \theta_I - \theta_{II} \leq \frac{\pi}{2}. \end{aligned} \quad (\text{п4.16})$$

Замечание 3

Приведём подробнее вывод формул (16).

Для того чтобы было легче ориентироваться в зависимостях между углами, возникающими при рассмотрении примера, представим два анализатора, имеющие одинаковые ориентации $\theta = \pi/4$ относительно оси **X**. Вращением первого анализатора против часовой стрелки на угол Δ_1 ориентируем его вдоль направления **a**, вектор которого

приобретает ориентацию $\theta_I = \theta + \Delta_1$. Вращением второго анализатора по часовой стрелке на угол Δ_2 ориентируем его вдоль направления \mathbf{b} , составляющим угол $\theta_{II} = \theta - \Delta_2$. Вместе с анализаторами вращаются и области положительных значений для коэффициентов $A(\lambda, \mathbf{a})$ и $B(\lambda, \mathbf{b})$ - голубая и зелёная, соответственно.

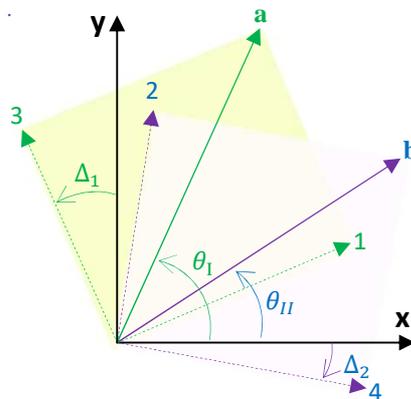


Рисунок А - Направления \mathbf{a} и \mathbf{b} со своими "окрестностями" положительных значений $A(\lambda, \mathbf{a})$ и $B(\lambda, \mathbf{b})$. Максимальный "растр" между направлениями поляризации θ_I и θ_{II} составляет $\pi/2$, то есть $-\pi/2 \leq \theta_I - \theta_{II} \leq \pi/2$.

В результате получаем следующие области с распределением знаков для $A(\lambda, \mathbf{a})$ и $B(\lambda, \mathbf{b})$.

Таблица В

Область	Интервал углов	Абсолютная величина угла	A	B
1.	$\Delta_1 \geq \lambda \geq -\Delta_2$	$\Delta_1 + \Delta_2$	-	+
2.	$(\pi/2) - \Delta_2 \geq \lambda \geq \Delta_1$	$(\pi/2) - (\Delta_1 + \Delta_2)$	+	+
3.	$(\pi/2) + \Delta_1 \geq \lambda \geq (\pi/2) - \Delta_2$	$\Delta_1 + \Delta_2$	+	-
4.	$2\pi - \Delta_2 \geq \lambda \geq (\pi/2) + \Delta_1$	$3\pi/4 - (\Delta_1 + \Delta_2)$	-	-

Связь между θ_i и Δ_i выражается парами формул:

$$\begin{aligned}
 \theta_I &= \Delta_1 + \pi/4; & \theta_{II} &= -\Delta_2 + \pi/4; \\
 \Delta_1 &= \theta_I - \pi/4; & \Delta_2 &= -\theta_{II} + \pi/4; \\
 \theta_I - \theta_{II} &= \Delta_1 + \Delta_2.
 \end{aligned}
 \tag{h}$$

Интеграл (12) по замкнутому контуру против часовой стрелки, начиная с направления 4 с учётом данных табл. А приводит к результатам (16)

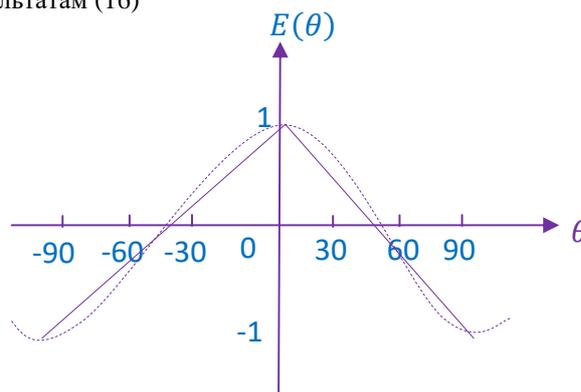


Рисунок 3 – Корреляционный коэффициент поляризации как функция относительной ориентации поляризаторов:

- (i) пунктирная линия – предсказание квантовой механики;
- (ii) сплошная линия – наивная модель.

Это замечательный результат. Заметим, прежде всего, что $E(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ зависит только от относительного угла (\mathbf{a}, \mathbf{b}) , как и в соотношении (6) квантовой механики. Более того, как показано на рис.3, разница между предсказаниями простой модели с дополнительными

параметрами и предсказаниями квантовой механики всюду небольшая, а для углов $0, \pm\pi/4$ и $\pm\pi/2$ предсказания точно совпадают (жесткая корреляция). Такой результат, полученный для крайне простой модели с дополнительными параметрами, весьма вдохновляет и порождает надежду, что более сложная модель способна дать точное совпадение с предсказаниями квантовой механики. *Однако открытие Белла сделало поиск таких моделей безнадежным, что мы сейчас и покажем.*

Неравенства Белла

Существует много разных форм и представлений неравенств Белла. Здесь мы приведем простую форму, непосредственно приводящую к возможности ее экспериментальной проверки. (Важно отличать неравенства, показывающее математическое противоречие с квантовой механикой, но не дающие возможности экспериментальной проверки в силу (заведомого) несовершенства приборов, от неравенств, допускающих экспериментальную проверку с учетом заданных границ погрешности приборов.)

Рассмотрим величину

$$s = A(\lambda, \mathbf{a})B(\lambda, \mathbf{b}) - A(\lambda, \mathbf{a})B(\lambda, \mathbf{b}') + A(\lambda, \mathbf{a}')B(\lambda, \mathbf{b}) + A(\lambda, \mathbf{a}')B(\lambda, \mathbf{b}') = \\ = A(\lambda, \mathbf{a})[B(\lambda, \mathbf{b}) - B(\lambda, \mathbf{b}')] + A(\lambda, \mathbf{a}')[B(\lambda, \mathbf{b}) + B(\lambda, \mathbf{b}')]. \quad (\text{п4.17})$$

Учитывая, что четыре числа A и B принимают только значения ± 1 , простой анализ второй строки выражения (17) показывает, что

$$s(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') = \pm 2. \quad (\text{п4.18})$$

Усредняя s по λ , находим, что значение этой величины заключено между $+2$ и -2 :

$$-2 \leq \int d\lambda \rho(\lambda) s(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') \leq 2. \quad (\text{п4.19})$$

Согласно (12), мы можем переписать эти неравенства в виде

$$-2 \leq S(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') \leq 2, \quad (\text{п4.20})$$

где

$$S(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') = E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - E(\mathbf{a}, \mathbf{b}') + E(\mathbf{a}', \mathbf{b}) + E(\mathbf{a}', \mathbf{b}'). \quad (\text{п4.21})$$

Это – так называемые В.С.Н.С.Н. неравенства, *т.е.* неравенства Белла, обобщенные Clauser, Horne, Shimony, Holt[8]. Они содержат комбинацию S четырех коэффициентов корреляции для поляризации, связанных с двумя направлениями анализа для каждого поляризатора (\mathbf{a} и \mathbf{a}' для поляризатора I, \mathbf{b} и \mathbf{b}' для поляризатора II). Заметим, что они применимы для теорий с дополнительным параметром весьма общего вида, определяемого в разделе 3.1 (уравнения 9, 10 и 12), всего лишь примером которых является наша наивная модель.

1.6 Конфликт с квантовой механикой

Факты

Мы можем воспользоваться предсказаниями (6) квантовой механики для ЭПР-пар, чтобы оценить величину $S(\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}')$, определяемую соотношением (21). Для частного набора ориентаций, показанных на рис. 4а, результатом является неравенство

$$S_{QM} = 2.83 > 2. \quad (\text{п4.22})$$

Это квантово-механическое предсказание определенно конфликтует с неравенствами Белла (20), которые верны для произвольной теории с дополнительным параметром общего вида, описанной в § 3.1.

Мы выявили, таким образом, ситуацию, для которой предсказания квантовой механики не могут быть воспроизведены (имитированы) теориями с дополнительными параметрами. Это и есть суть теоремы Белла: невозможно найти теорию с дополнительным параметром, удовлетворяющую общему описанию из § 3.1, которая воспроизводит *все* предсказания квантовой механики. Данное утверждение обобщает то, что показано на рис. 3 для конкретной модели с дополнительным параметром, рассмотренной в § 3.2: эта модель точно воспроизводит предсказания квантовой механики для отдельных углов $(0, \pi/4, \pi/2)$, но дает отличающиеся предсказания при других углах. Важность теоремы Белла состоит в том, что она относится не к конкретным моделям с дополнительными параметрами, а имеет общий характер.

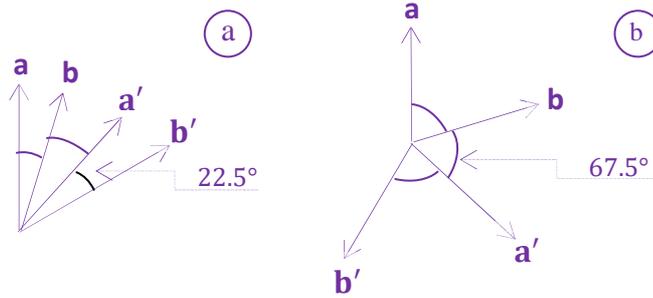


Рисунок 4 – Ориентации, где в наибольшей степени проявляется конфликт между неравенствами Белла и квантовой механикой.

Максимальный конфликт

Интересно установить наибольшее расхождение между неравенством Белла и предсказаниями квантовой механики. Обозначим величину, предсказываемую квантовой механикой, через S_{QM} :

$$S_{QM}(\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') = \cos 2 \cdot (\widehat{\mathbf{a}, \mathbf{b}}) - \cos 2 \cdot (\widehat{\mathbf{a}, \mathbf{b}'}') + \cos 2 \cdot (\widehat{\mathbf{a}', \mathbf{b}}) + \cos 2 \cdot (\widehat{\mathbf{a}', \mathbf{b}'}'). \quad (\text{п4.23})$$

Она⁵⁸⁾ является функцией трех независимых переменных $(\mathbf{a}, \mathbf{b}), (\mathbf{b}, \mathbf{a}')$ и $(\mathbf{a}', \mathbf{b}')$. Заметим, что

$$(\widehat{\mathbf{a}, \mathbf{b}'}') = (\widehat{\mathbf{a}, \mathbf{b}}) + (\widehat{\mathbf{b}, \mathbf{a}'}) + (\widehat{\mathbf{a}', \mathbf{b}'}').$$

Замечание 4

Ведём обозначения: $(\widehat{\mathbf{a}, \mathbf{b}}) = \alpha$, $(\widehat{\mathbf{b}, \mathbf{a}'}) = \beta$, $(\widehat{\mathbf{a}', \mathbf{b}'}') = \gamma$, $(\widehat{\mathbf{a}, \mathbf{b}'}') = \delta$, причём $\alpha + \beta + \gamma = \delta$. (i)

Функция Лагранжа принимает вид: $L(\alpha, \beta, \gamma, \delta) = \cos 2\alpha - \cos 2\delta + \cos 2\beta + \cos 2\gamma + \mu(\alpha + \beta + \gamma - \delta)$, где μ – множитель Лагранжа.

Дифференцируя $L(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ по независимым переменным α, β, γ , с учётом связи между углами $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \partial L / \partial \alpha = 0 \\ \partial L / \partial \beta = 0 \\ \partial L / \partial \gamma = 0, \\ \alpha + \beta + \gamma = \delta, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin 2\alpha = \mu/2 \\ \sin 2\beta = \mu/2 \\ \sin 2\gamma = \mu/2, \\ \alpha + \beta + \gamma = \delta, \end{cases} \quad (\text{j})$$

которая имеет решение

$$\alpha = \beta = \gamma = \theta, \quad (\text{k})$$

⁵⁸⁾ В исходном переводе статьи приведена формула:

$$S_{QM}(\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') = \cos (\widehat{\mathbf{a}, \mathbf{b}}) - \cos (\widehat{\mathbf{a}, \mathbf{b}'}') + \cos (\widehat{\mathbf{a}', \mathbf{b}}) + \cos 2 \cdot (\widehat{\mathbf{a}', \mathbf{b}'}')$$

а в силу последнего равенства

$$\delta = 3\theta. \quad (l)$$

Уравнение

$$\partial L / \partial \delta = 2 \sin 2\delta = u \text{ или } \sin 2\delta = u/2 = \sin 2\theta \quad (m)$$

перепишем в виде

$$\sin 2\delta - \sin 2\theta = 2 \cos(\delta + \theta) \sin(\delta - \theta) = 2 \cos 4\theta \sin 2\theta = 0. \quad (n)$$

Уравнение (n) имеет решения при: $4\theta = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$; $2\theta = \pi k$, откуда следует

$$\theta = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4}k; \theta = \frac{\pi}{2}k. \text{ При } k = 0 \text{ имеем: } \theta = \frac{\pi}{8} \text{ и } 0; \text{ при } k = 1: \theta = \frac{3}{8}\pi \text{ и } \frac{\pi}{2}.$$

Для жёсткой конструкции, определяемой равенствами (i) и (k), справедливо соотношение

$$S_{QM}(\theta) = 3 \cos 2\theta - \cos 6\theta. \quad (p)$$

В табл. С приведены значения $S_{QM}(\theta)$ для конфигураций с отклонениями от предсказаний квантовой механики:

θ	$S_{QM}(\theta)$
$0 = 0^\circ$	2
$\pi/8 = 22,5^\circ$	2.83
$3\pi/8 = 67,5^\circ$	-2.83
$\pi/2 = 90^\circ$	2

Эти значения и являются результатами подстановки значений θ в (p). Наборы ориентаций для $\theta = \pi/8$ и $\theta = 3\pi/8$ показаны на рис. В. Они дают наибольшие нарушения неравенств Белла.

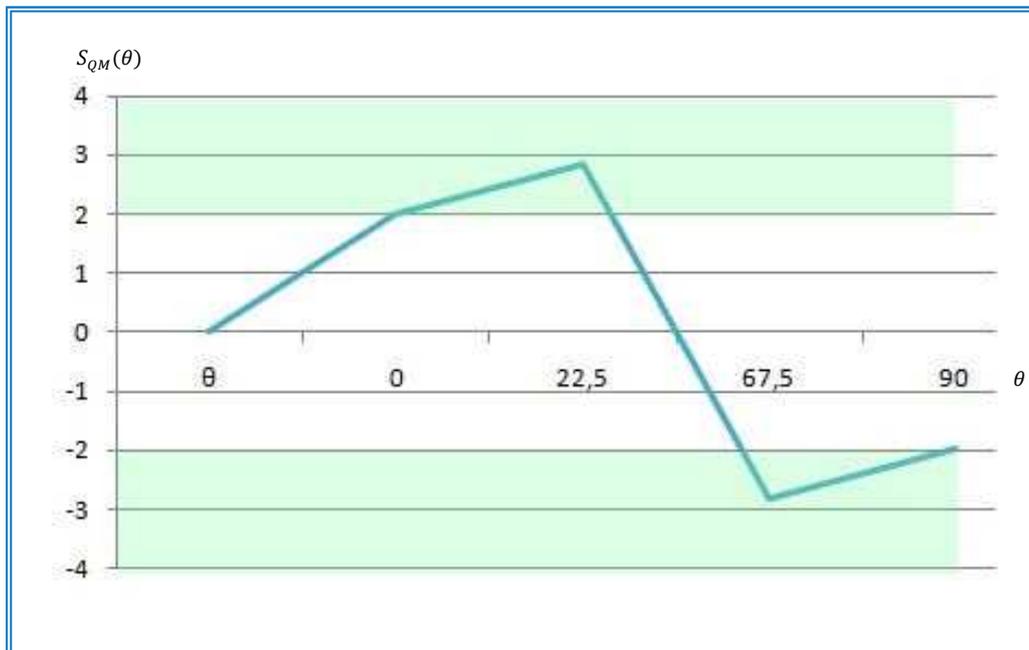


Рисунок В - Линейное приближение зависимости $S_{QM}(\theta)$ от θ

Более общее рассмотрение показывает, что имеется большой диапазон ориентаций, влекущих конфликт с неравенствами Белла (см.рис.5); ясно также, однако, что имеется много наборов ориентаций, для которых такой конфликт отсутствует.

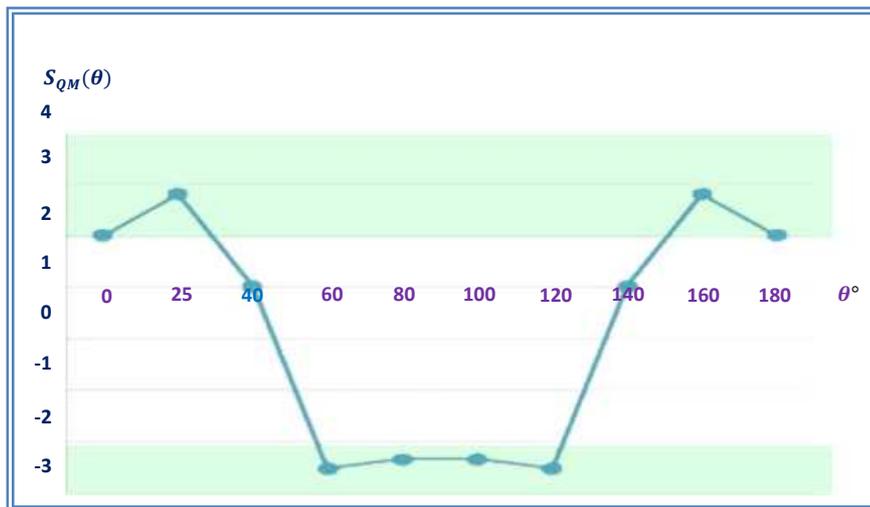


Рисунок 5 - $S_{QM}(\theta)$, предсказываемая квантовой механикой для ЭПР-пар. Конфликт с неравенствами Белла возникает при $|S| > 2$, и он достигает максимума для набора ориентаций, показанных на рис. 4

1.7. Элементарный вывод исходных формул для пары "спутанных" фотонов

Поляризация и спиральность являются примерами физических величин, принимающих только два квантованных значения.

Описание фотона как объекта, обладающего дихотомическими свойствами, возможно с использованием свойства спиральности: спиральность фотона на любое направление может принимать только два значения - положительное и отрицательное. Ситуация аналогична состоянию электрона со спином $1/2$ в синглетном состоянии.

Понятие поляризации, унаследованное от классических свойств света, относится к описанию свойства поперечности электромагнитных волн. Поляризация описывается двумя векторами, ортогональными направлению движения. Именно в этом и проявляется квантовая дихотомия классического параметра поляризации. Эти два вектора также ортогональны друг к другу, причем, если известно направление одного вектора, то ортогональное направление другого вектора может быть представлено двумя направлениями - слева или справа, соответственно этому различают право- или левополяризованные волны.

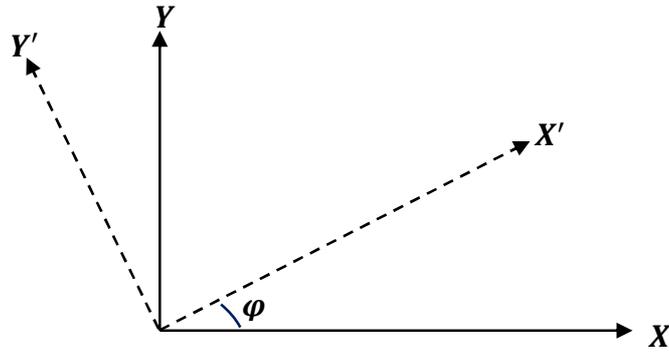


Рис. 1

Состояние фотона в отношении его поляризации может быть описано с помощью двух базисных векторов 2-линейного пространства $|x\rangle, |y\rangle$:

$$\begin{aligned} |x\rangle & \text{ — вектор, описывающий поляризацию вдоль оси } X; \\ |y\rangle & \text{ — вектор, описывающий поляризацию вдоль оси } Y. \end{aligned} \quad (\text{п4.24})$$

Вектора $|x\rangle$ и $|y\rangle$ представляют собой полную ортонормированную систему, так что

$$\langle x|x\rangle = \langle y|y\rangle = 1, \langle x|y\rangle = \langle y|x\rangle^* = 0. \quad (\text{п4.25})$$

Любое состояние фотона $|\Psi\rangle$ может быть представлено как линейная комбинация этих двух базисных состояний

$$|\Psi\rangle = A|x\rangle + B|y\rangle, \text{ где } A \text{ и } B \text{ в общем случае - комплексные числа} \quad (\text{п4.26})$$

Пусть

$$|x'\rangle = A|x\rangle + B|y\rangle \quad (\text{п4.27})$$

описывает новое состояние поляризации (рис. 1). Из очевидных соотношений $\langle x|x'\rangle = \cos \varphi, \langle y|x'\rangle = \sin \varphi$ следует $A = \cos \varphi, B = \sin \varphi$, то есть

$$|x'\rangle = \cos \varphi |x\rangle + \sin \varphi |y\rangle, \quad (\text{п4.28})$$

а вектор (п4.28) будет представлять фотон, поляризованный вдоль новой оси X' .

Найдём второй базисный вектор $|y'\rangle$. Запишем

$$|y'\rangle = C|x\rangle + D|y\rangle. \quad (\text{п4.29})$$

Имеем из условия ортогональности векторов $|x'\rangle$ и $|y'\rangle$

$$\langle y'|x'\rangle = C^* \cos \varphi + D^* \sin \varphi = 0, \quad (\text{п4.30})$$

а из нормировки вектора $|y'\rangle$

$$\langle y'|y'\rangle = C^*C + D^*D = 1. \quad (\text{п4.31})$$

Совместное решение (п4.29), (п4.30) и (п4.31) в действительных числах даёт:

$$C = \mp \sin \varphi, \quad (п4.32)$$

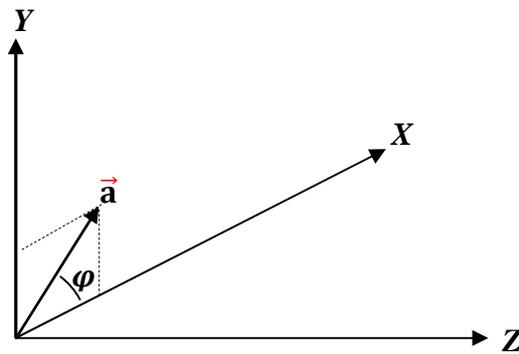
$$D = \pm \cos \varphi.$$

Таким образом, для $|y'\rangle$ мы имеем два решения:

$$|y'\rangle = -\sin \varphi |x\rangle + \cos \varphi |y\rangle, \quad (п4.33)$$

$$|y'\rangle = \sin \varphi |x\rangle - \cos \varphi |y\rangle, \quad (п4.34)$$

соответствующие правой и левой поляризациям фотона.



Рассмотрим двухфотонную систему. Поскольку фотоны не взаимодействуют между собой уравнение состояния для этой системы допускает разделение переменных и представление решения в виде произведения векторов состояний отдельных фотонов (1-го и 2-го):

$$|\Psi\rangle_{1,2} = |\Psi\rangle_1 * |\Psi\rangle_2. \quad (п4.35)$$

Для представления "спутанного" состояния пары фотонов, движущихся в противоположных направлениях, выберем состояния с противоположными поляризациями. Тогда, учитывая (п4.28), (п4.33) и (п4.34) при $\varphi = 0$, выражения для первого $|\Psi\rangle_1$ и второго $|\Psi\rangle_2$ векторов состояний принимают вид:

$$|\Psi\rangle_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \{|x\rangle_1 + |y\rangle_1\}, \quad (п4.36)$$

$$|\Psi\rangle_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \{|x\rangle_2 - |y\rangle_2\}. \quad (п4.37)$$

Согласно (п4.35), имеем:

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle_{1,2} &= \frac{1}{2}(|x\rangle_1 + |y\rangle_1) * (|x\rangle_2 - |y\rangle_2) = \\ &= \frac{1}{2}\{|x\rangle_1 * |x\rangle_2 - |x\rangle_1 * |y\rangle_2 + |y\rangle_1 * |x\rangle_2 - |y\rangle_1 * |y\rangle_2\}. \end{aligned} \quad (\text{п4.38})$$

Для удовлетворения требования принципа тождественности частиц необходимо симметризовать этот вектор состояния. Эта процедура описывает реальное "спутывание" фотонов, после которой невозможно различить первый и второй фотоны. Имеем:

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle^{initial} &= \frac{1}{\sqrt{2}}\{|\Psi\rangle_{1,2} + |\Psi\rangle_{2,1}\} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \{|x\rangle_1 * |x\rangle_2 - |x\rangle_1 * |y\rangle_2 + |y\rangle_1 * |x\rangle_2 - |y\rangle_1 * |y\rangle_2 + \\ &+ |x\rangle_2 * |x\rangle_1 - |x\rangle_2 * |y\rangle_1 + |y\rangle_2 * |x\rangle_1 - |y\rangle_2 * |y\rangle_1\} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\{|x\rangle_1 * |x\rangle_2 - |y\rangle_1 * |y\rangle_2\}. \end{aligned}$$

Окончательно вектор "синглетного" начального состояния пары фотонов примет вид:

$$|\Psi\rangle^{initial} = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|x\rangle_1 * |x\rangle_2 - |y\rangle_1 * |y\rangle_2\}. \quad (\text{п4.39})$$

А. Рассмотрим результат измерения пары, когда состояния первого $|\chi\rangle_1$ и второго $|\chi\rangle_2$ фотонов фиксируются с одинаковой поляризацией, описываемой вектором (п4.28):

$$|\chi\rangle_1 = \{\cos\varphi_1|x\rangle_1 + \sin\varphi_1|y\rangle_1\}, \quad (\text{п4.40})$$

$$|\chi\rangle_2 = \{\cos\varphi_2|x\rangle_2 + \sin\varphi_2|y\rangle_2\}. \quad (\text{п4.41})$$

Согласно (п4.39), (п4.40), (п4.41), получаем для конечного состояния

$$\begin{aligned} |\chi\rangle_{1,2}^{final} &= |\chi\rangle_1 * |\chi\rangle_2 = \{\cos\varphi_1 \cos\varphi_2|x\rangle_1|x\rangle_2 + \cos\varphi_1 \sin\varphi_2|x\rangle_1|y\rangle_2 + \\ &+ \sin\varphi_1 \cos\varphi_2|y\rangle_1|x\rangle_2 + \sin\varphi_1 \sin\varphi_2|y\rangle_1|y\rangle_2\}. \end{aligned} \quad (\text{п4.42})$$

$$\begin{aligned} \langle\chi|_{2,1}^{final} &= \{\cos\varphi_1 \cos\varphi_2 \langle x|_1 \langle x| + \cos\varphi_1 \sin\varphi_2 \langle y|_1 \langle x| + \\ &+ \sin\varphi_1 \cos\varphi_2 \langle x|_1 \langle y| + \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 \langle y|_1 \langle y|\}. \end{aligned} \quad (\text{п4.42'})$$

Для амплитуды перехода из начального состояния $|\Psi\rangle^{initial}$ в конечное $|\chi\rangle_{1,2}^{final}$ имеем:

$$\begin{aligned} & {}_{2,1}^{final}\langle\chi|\Psi\rangle^{initial} = \\ & = \frac{1}{\sqrt{2}}\{\cos\varphi_1 \cos\varphi_2 - \sin\varphi_1 \sin\varphi_2\} = \frac{1}{\sqrt{2}}\cos(\varphi_1 + \varphi_2). \end{aligned} \quad (\text{п4.43})$$

В. Теперь рассмотрим результат измерения пары, когда состояния первого $|\chi\rangle_1$ и второго $|\chi\rangle_2$ фотонов фиксируются с одинаковой поляризацией, но описываемой вектором (п4.33) :

$$|\chi\rangle_1 = \{-\sin\varphi_1|x\rangle_1 + \cos\varphi_1|y\rangle_1\}, \quad (\text{п4.44})$$

$$|\chi\rangle_2 = \{-\sin\varphi_2|x\rangle_2 + \cos\varphi_2|y\rangle_2\}. \quad (\text{п4.45})$$

Согласно (п4.39), (п4.44), (п4.45), получаем для конечного состояния

$$\begin{aligned} |\chi\rangle_{1,2}^{final} = |\chi\rangle_1 * |\chi\rangle_2 = & \{\sin\varphi_1 \sin\varphi_2|x\rangle_1|x\rangle_2 - \sin\varphi_1 \cos\varphi_2|x\rangle_1|y\rangle_2 - \\ & - \cos\varphi_1 \sin\varphi_2|y\rangle_1|x\rangle_2 + \cos\varphi_1 \cos\varphi_2|y\rangle_1|y\rangle_2\}. \end{aligned} \quad (\text{п4.46})$$

$$\begin{aligned} {}_{2,1}^{final}\langle\chi| = & \{\sin\varphi_1 \sin\varphi_2 {}_2\langle x| {}_1\langle x| - \sin\varphi_1 \cos\varphi_2 {}_2\langle y| {}_1\langle x| - \\ & - \cos\varphi_1 \sin\varphi_2 {}_2\langle x| {}_1\langle y| + \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 {}_2\langle y| {}_1\langle y|\}. \end{aligned} \quad (\text{п4.46'})$$

Для амплитуды перехода из начального состояния $|\Psi\rangle^{initial}$ в конечное $|\chi\rangle_{1,2}^{final}$ имеем:

$$\begin{aligned} & {}_{2,1}^{final}\langle\chi|\Psi\rangle^{initial} = \\ & = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin\varphi_1 \sin\varphi_2 - \cos\varphi_1 \cos\varphi_2) = -\frac{1}{\sqrt{2}}\cos(\varphi_1 + \varphi_2). \end{aligned} \quad (\text{п4.47})$$

С. Рассмотрим результат измерения пары, когда состояния первого $|\chi\rangle_1$ и второго $|\chi\rangle_2$ фотонов фиксируются с разными поляризациями, описываемыми векторами (п4.28) и (п4.33):

$$|\chi\rangle_1 = \cos\varphi|x\rangle + \sin\varphi|y\rangle, \quad (\text{п4.48})$$

$$|\chi\rangle_2 = \{-\sin\varphi_2|x\rangle_2 + \cos\varphi_2|y\rangle_2\}. \quad (\text{п4.49})$$

Согласно (п4.39), (п4.48), (п4.49), получаем для конечного состояния

$$|\chi\rangle_{1,2}^{final} = |\chi\rangle_1 * |\chi\rangle_2 = \{-\cos\varphi_1 \sin\varphi_2 |x\rangle_1 |x\rangle_2 + \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 |x\rangle_1 |y\rangle_2 - \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 |y\rangle_1 |x\rangle_2 + \sin\varphi_1 \cos\varphi_2 |y\rangle_1 |y\rangle_2\}. \quad (\text{п4.50})$$

$$\begin{aligned} {}_{2,1}^{final}\langle\chi| &= \{-\cos\varphi_1 \sin\varphi_2 \langle x|_1 \langle x| - \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 \langle y|_1 \langle x| - \\ & - \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 \langle x|_1 \langle y| + \sin\varphi_1 \cos\varphi_2 \langle y|_1 \langle y|\}. \end{aligned} \quad (\text{п4.50'})$$

Для амплитуды перехода из начального состояния $|\Psi\rangle^{initial}$ в конечное $|\chi\rangle_{1,2}^{final}$ имеем:

$$\begin{aligned} {}_{2,1}^{final}\langle\chi|\Psi\rangle^{initial} &= \\ &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\varphi_1 \sin\varphi_2 - \sin\varphi_1 \cos\varphi_2) = -\frac{1}{\sqrt{2}}\sin(\varphi_1 + \varphi_2). \end{aligned} \quad (\text{п4.51})$$

В формулах (п4.43), (п4.47), (п4.51) углы φ_1 и φ_2 представлены в разных системах координат - правой и левой. Для приведения их значений к одной системе координат необходимо произвести замену $\varphi_2 \Rightarrow -\varphi_2$. На рис. 3 поясняется необходимость этой замены. Произведя замену $\varphi_2 \Rightarrow -\varphi_2$, результаты (п4.43), (п4.47), (п4.51) перепишем в виде:

$${}_{2,1}^{final}\langle\chi|\Psi\rangle^{initial} = \frac{1}{\sqrt{2}}\cos(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (\text{п4.43'})$$

$${}_{2,1}^{final}\langle\chi|\Psi\rangle^{initial} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\cos(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (\text{п4.47'})$$

$${}_{2,1}^{final}\langle\chi|\Psi\rangle^{initial} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\sin(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (\text{п4.51'})$$

Введём явным образом разность углов $\varphi_1 - \varphi_2$ как угол между векторами $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$. Тогда вероятность перехода, например, (п4.43') примет вид:

$$|{}_{2,1}^{final}\langle\chi|\Psi\rangle_{1,2}^{initial}|^2 = \frac{1}{2}\cos^2(\widehat{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2}).$$

Следуя Аспеку[13], введём обозначения:

$P_{++}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) -$	вероятность обнаружить поляризацию первого фотона вдоль вектора \mathbf{a}_1 , а второго фотона вдоль вектора \mathbf{a}_2 ;
$P_{--}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) -$	вероятность обнаружить поляризацию первого фотона перпендикулярную вектору \mathbf{a}_1 , а второго фотона перпендикулярную вектору \mathbf{a}_2 ;
$P_{+-}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) -$	вероятность обнаружить поляризацию первого фотона вдоль вектора \mathbf{a}_1 , а второго фотона перпендикулярную вектору \mathbf{a}_2 ;
$P_{-+}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) -$	вероятность обнаружить поляризацию первого фотона перпендикулярную вектору \mathbf{a}_1 , а второго фотона вдоль вектора \mathbf{a}_2 .

Из (п4.43'), (п4.47'), (п4.51') следует:

$$P_{++}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) = \frac{1}{2} \cos^2(\widehat{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2}), \quad (\text{п4.52})$$

$$P_{--}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) = \frac{1}{2} \cos^2(\widehat{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2}), \quad (\text{п4.53})$$

$$P_{+-}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) = P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2} \sin^2(\widehat{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2}). \quad (\text{п4.54})$$

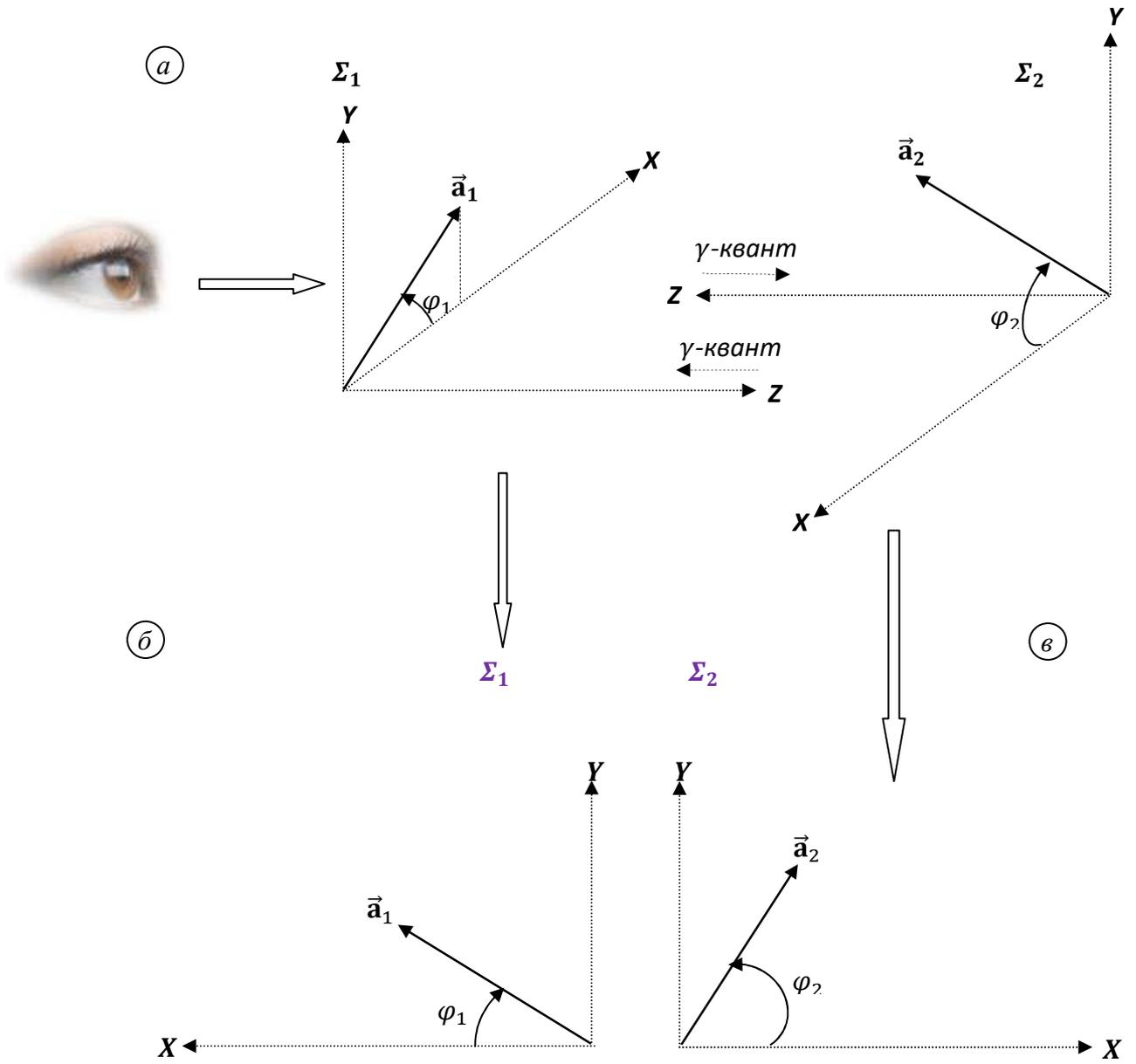


Рис. 3

2. Тень улыбки "Чеширского кота"

Формализация понятий близости элементов, непрерывности их преобразований - предмет топологии. Безусловно, парадокс ЭПР и связанные с ним вопросы локальности и причинности имеют топологическое содержание. Однако есть и другие модели, которые ставят вопросы локальности и точечной локализации в более наглядной форме. Рассмотрим их на примере трёх задач, обсуждение которых представлено ранее в разделе "*Общие понятия*" (задачи 1.1, 1.2, 1.3). О том, что рассмотрение физических объектов, нелокализованных точечно, приводит к парадоксам и противоречиям с принципами СТО (принципами относительности и причинности, преобразованиями Лоренца) можно увидеть на решениях этих задач.

Первый парадокс возникает при рассмотрении оси $X = (-\infty, +\infty)$, заполненной лампочками, вспыхивающими синхронно в системе Σ' .

Согласно решению задачи с полубесконечной осью $X = (0, +\infty)$, световой цуг в системе Σ зарождается в начальной точке $x = 0$ и далее продолжает двигаться вдоль положительного направления оси X . Однако в формулировке задачи с бесконечной осью $X = (-\infty, +\infty)$ такая точка имеет координату $x = -\infty$. Согласно же преобразованиям Лоренца световой цуг для возможности его наблюдения должен совершить "путешествие" из точки $x = -\infty$ в точку с конечной координатой и с конечной скоростью $U = c$ (c/V). Очевидно, что при таких условиях невозможно появления цуга в точках оси X , удалённых на конечном расстоянии от начала координат. Таким образом, начальная точка зарождения цуга отсутствует, а решение с помощью преобразований Лоренца утверждает, что в системе отсчёта Σ невозможно наблюдение светящегося цуга лампочек.

Другой результат даёт решение с использованием принципа относительности, согласно которому наблюдаемые физические явления должны "выглядеть одинаково" во всех инерциальных системах отсчёта. Если рассматривать светимость как атрибут или неотъемлемую характеристику

нелокального объекта, то согласно принципу относительности наблюдатель системы Σ должен обязательно зафиксировать проявление этого атрибута.

Сопоставляя картины событий в обеих системах отсчёта, можно видеть, что системы отсчёта Σ и Σ' оказываются неравноправными: в системе Σ' лампочки положительной полуоси зажигаются все и сразу, а в системе Σ они никогда не зажгутся все, поскольку у распространяющегося зайчика конечная скорость, а длина оси бесконечна. *Таким образом, мы наблюдаем явное противоречие между точечными преобразованиями Лоренца и принципом относительности.*

В задаче 1.2. рассматривается цепочка лампочек конечной длины (случай не точечной локализации). При небольшой длине распространяющегося цуга светящихся лампочек в системе Σ , что достигается небольшим интервалом времени между синхронными включением и выключением цепочки лампочек в системе Σ' , *эффективная* скорость w его распространения может быть сделана сколь угодно большой. Возможно ли использовать отмеченную особенность для передачи сигнала со сверхсветовой скоростью? Более подробное рассмотрение этой задачи показывает, что нельзя, поскольку наблюдатели же системы Σ' , зажигающие каждый свою лампочку действовали совершенно независимо по синхронизированным часам и по заранее подготовленной команде, то есть они (все) заблаговременно знали, что в определённый момент времени должны включить (каждый свою) лампочки, и владели информацией как командой к исполнению (возможно задолго) ещё до её передачи, включая и тех наблюдателей, которые располагались по краям отрезка $O'A'$, между крайними точками которого наблюдатели системы Σ и зафиксировали сверхсветовую передачу информации. Реальная скорость передачи информации вместе с признаками начала передачи и конца определяется скоростью света. Это замечания снимает возникший парадокс СТО. Однако, изменив немного условие задачи, мы вернёмся к парадоксу о сверхсветовой передаче информации.

В условии задачи 1.3 введён наблюдатель B' (см. рис. 8). Ввод этого наблюдателя необходим для придания реальности процедуре передачи информации из точки O' в точку B' . Возможность реальной передачи информации обусловлена тем, что наблюдатель B' не связан с наблюдателями, включающими и выключающими лампочки по заранее заданному предписанию. Модуляция свойства "цвет" цуга светящихся лампочек, несущего битовую информацию со сверхсветовой скоростью, даёт надежду наладить перенос информации со скоростью, превышающей скорость распространения светового сигнала.

Решение топологических парадоксов, возникающих в задачах 1.1, 1.2, 1.3, в рамках *ТМК-топологии* достигается переходом от отдельных *ТМК-топологий* 3-пространства и 1-времени к единой точечной топологии 4-пространства Минковского.

Нетрудно заметить, что пара "спутанных" фотонов в мысленном эксперименте Аспека также представляет собой пример несвязного объекта. Действительно, хотя симметризованный вектор состояния (п4.1) и описывает пару фотонов, однако они неразличимы. Совсем не ясно, как можно подсчитать неразличимые объекты. Вектор же состояния $|\Psi(\nu_1, \nu_2)\rangle$ описывает один квантовомеханический объект. Какой фотон (первый или второй) из этих двух окажется на левом поляризаторе, а какой из них окажется на правом поляризаторе? Здесь становится вполне возможным говорить о том, что единый квантовомеханический объект находится сразу в двух пространственных точках.

Модуляция фазы фотона синглетной пары в опытах Аспека позволит построить механизм аналогичный рассмотренному в задачах с лапочками. Таким образом управление модуляцией или поляризацией фотона "на лету" из когерентных пар даст возможность передавать информацию со сверхсветовой скоростью.

Э П Р



Следуя А. Аспеку, рассмотрим пару фотонов в "спутанном" состоянии, двигающихся в противоположных направлениях. Каждый из фотонов находится в состоянии с круговой поляризацией. По способу "приготовления" волновой функции двухчастичной системы ясно, что каждый фотон может обладать полным набором квантовых чисел, включая поляризацию. Назовём фотон "Чеширским котом", а его линейную поляризацию (одну из двух возможных) как "улыбку". Таким образом, мы имеем двух котов, у каждого из которых может появиться своё собственное выражение лица (улыбка или наоборот), что мы сможем увидеть как результат измерения (в фотонном варианте).

Суть результатов эксперимента А. Аспека заключается в экспериментальном установлении тесной корреляционной связи между улыбками двух котов (при соответствующей ориентации анализаторов в исходной формулировке задачи). При неизвестном выражении лица первого кота выражение лица второго кота также неизвестно. Ситуация кардинально меняется, если мы обратим внимание на ближнего кота: если мы увидим вблизи себя улыбающегося кота, автоматически выражение лица второго кота становится улыбающимся и наоборот, если на нас смотрит недовольный кот, второй кот также рассердится. Ситуация такова, что наш взгляд (измерение поляризации ближнего фотона) инициирует посыл гримасы дальнему коту (определённость поляризации дальнего фотона). Чем не "пересылка" нематериального качества через расстояние (и даже по неизвестному пути)?

Итак, *Чеширский кот* и его *улыбка*. Понятно, что на нормальном физическом языке речь идёт об объекте и о некотором его неотъемлемом свойстве, которое не отделимо от объекта. Поэтому если объект меняется, то и свойство должно "следовать" за ним. Другими словами, мы должны быть уверены в том, что при изменении объекта сохраняется его целостность: то

есть в процессе изменения — до и после изменения, мы имеем дело с одним и тем же объектом. Начнём с формулировки физической постановки задачи о соотношении (целостности) объекта и какого-либо его свойства. В результате решения должно получиться что-то на мотив передачи свойств на расстоянии.

Предварительные замечания. О сохранении целостности изменяющейся системы будем говорить как о *генетическом тождестве системы* в процессе изменения. Генетическое тождество физической системы фиксируется с помощью функции состояния и уравнений эволюции этого состояния как способа описания изменения целостной системы.

Роль таких функций состояния в классической механике играют лагранжиан L , гамильтониан H или действие S . Решения уравнений эволюции систем, описываемых перечисленными функциями для точечных физических систем (уравнений движения) дают результаты в виде непрерывных функций координат как функций времени, описывающих траекторию движения, поскольку в самих функциях L, H, S присутствуют только координаты, их производные по времени и сопутствующие параметры. В этом случае эволюция точечной системы будет сводиться к изменению положения точки в пространстве, а конечной целью решений уравнений эволюции (для точечной системы — динамических уравнений) является определение координат точки, как функций времени. Генетическая же тождественность движущейся точки самой себе определяется непрерывностью движения. Именно непрерывность механического движения позволяет нам "сместить" само понятие генетического тождества точечного объекта в топологическую ипостась, то есть отслеживать генетическое тождество точечного объекта в механике по его непрерывному движению. Это самое мы и наблюдаем в обычной жизни, то есть на макроуровне физического описания.

Таким образом, в топологии классической механики *генетическое тождество объекта задаётся непрерывностью движения*. Эта топология называется *точечно-метрической классической топологией (ТМК-топология)*.

Однако точечные системы и их конструкции можно наделять и такими

характеристиками как заряд, импульс, форма, "цвет" и другими "улыбками", включая квантовомеханические, что наделяет наше воображение иллюзиями того, что и для всех систем возможно установить генетическое тождество с помощью непрерывного движения, описываемого в *ТМК-топологии*. Эти иллюзии исчезают при рассмотрении задач квантовой механики.

Первое. В квантовой механике отсутствуют точечные прообразы для применения концепции *ТМК-топологии* (о *ТМК-топологии* см. ниже).

Второе. В квантовой теории роль функций состояния квантовой системы играют волновые функции или вектора линейного гильбертова пространства; роль уравнений эволюции – волновые уравнения. Если функции состояния в классической механике – лагранжиан и гамильтониан имеют вполне понятный смысл, связанный с такими измеримыми характеристиками как энергия, импульс, координаты, время и поэтому являются вполне подходящими⁵⁹⁾ для роли однозначно и понятно определяемых функций состояния системы, то в квантовой механике волновые функции и вектора состояний просто-напросто неизмеримы, то есть ненаблюдаемы. В классической механике есть пример и такой функции состояния – это действие S . Эта функция слишком "абстрактна" по сравнению с лагранжианом и гамильтонианом и физически неизмерима. Возникновение же "тени" действия S в фазе волновой функции квантовой системы усугубляет её неизмеримость как функции состояния: у волновой функции появляется принципиально неизмеримый параметр - фаза, а само определение вектора состояния возможно только с точностью до этой фазы.

Физическая ненаблюдаемость волновых функций и ограниченная применимость *ТМК-топологии* не дают возможности использовать непрерывность в качестве инструмента определения генетического тождества квантовых объектов. Таким образом, *в квантовой теории однозначная идентификация объекта и отслеживание его эволюции по непрерывной траектории становятся невозможными.*

⁵⁹⁾ "осознаваемыми и обоняемыми", то есть вполне наблюдаемыми и измеряемыми - непосредственно или косвенно.

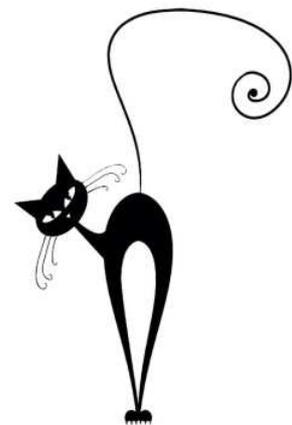
Третье. Следует отметить, что в нерелятивистской квантовой механике ещё сохраняется своеобразная возможность одночастичного описания. Однако в релятивистской теории и эта определённая исчезает: с рождением релятивистской квантовой теории эра одночастичного описания квантовой механики закончилась. Кроме того, принцип тождественности частиц в квантовой теории не даёт возможности и пересчитать число частиц квантовой системы. Последнее замечание касается и нерелятивистской, и релятивистской квантовых теорий.

Что можно сказать о парадоксе, возникновение которого продемонстрировали два Чеширских кота с помощью результатов экспериментов Аспека. Напомним, что необходимость выполнения принципа генетического тождества предполагает сохранение целостности системы при её изменениях.

В отношении фотонной версии проблемы возможны два варианта её решения:

1. Рассматривать двухфотонную систему, как состоящую из двух целостных подсистем (фотонов).
2. Рассматривать её как единую целостную систему. Линейность волнового уравнения позволяет работать с агрегатной волновой функцией, получаемой как суперпозиции решений для первого и второго фотонов.

В первом случае необходимо вскрыть механизм передачи свойства на расстоянии. Здесь следует отметить противоречие по поводу скорости распространения возмущения (в виде улыбки) между первым и вторым котами. Ведь расстояние между котами ничем не регламентируется, а значит и скорость передачи возмущения может быть сколь угодно большой. Но это противоречит основополагающему принципу СТО, утверждающему существование инварианта максимальной скорости и



вытекающим из этого преобразованиям Лоренца для точечных объектов.

Во втором случае необходимо констатировать факт существования неточечных квантовых объектов. Преобразования же Лоренца для 4-координат точечных событий просто-напросто не применимы для неточечных объектов, вследствие неприменимости *ТМК-топологии* к описываемым событиям.

Причиной же возникновения парадокса является разделение системы, описываемой одной волновой функцией на части, описываемыми двумя волновыми функциями. И здесь, в конце концов, мы должны либо описать механизм передачи свойства, либо констатировать существования неточечных систем.

Так или иначе, но результаты экспериментов Аспека говорят об ограниченной применимости точечных преобразований Лоренца. Появляется необходимость обратиться к истокам возникновения концепции *ТМК-топологии*.

Основными противоречивыми моментами применения *ТМК-топологии* к решению пространственно-временных задач в физике являются следующие⁶⁰⁾:

- ☞ В микромире отсутствуют объекты, которым можно сопоставить точки концептуального пространства и удовлетворить Т1.
- ☞ Возникновение фиктивных событий в силу Т2 и невозможность опытным путём подтвердить полноту пространственно-временных отношений физических событий в силу Т3. Это в первую очередь относится к парадоксу близнецов (СТО, ОТО) [21].

Анализ результатов решения задач про лампочки

Заслуживает внимания тот факт, что при существовании формальных кинематических решений задач 1, 2, 3 на основе использования точечных преобразований Лоренца можно сформулировать вариант задачи 1 с бесконечной осью, для которого формальное кинематическое решение противоречит решению на основе использования принципа относительности, что обуславливает появление неустранимого противоречия между точечным

⁶⁰⁾ см. раздел **Общие понятия**, *ТМК-топология*

представлением событий и принципом относительности, и приводит к необходимости обратить внимание на ряд нюансов, касающихся топологии пространственно-временных отношений в решениях представленных задач.

Кинематическое решение задачи 1 для полубесконечной оси $[0, +\infty)$ описывает с помощью точечных преобразований Лоренца превращение пространственной бесконечности и точечного момента времени (система Σ') во временную бесконечность и пространственную точечность, распространяющуюся в процессе движения (система Σ). Топологическим параметром этого преобразования является скорость. Аналогичные особенности характерны и для двух других задач. Ограниченность скорости распространения сигнала приводит к разным картинам проявления событий включения лампочек, что, безусловно, означает неравноправность систем отсчёта и воспринимается как противоречие с принципом относительности: в одной инерциальной системе свойство светимости появляется одномоментно, в другой системе отсчёта - "по частям". Невозможность воплощения начальных условий задачи снимает это противоречие, но чисто технически.

Кинематического же решения задачи для бесконечной оси $(-\infty, +\infty)$ вообще не существует. Однако применение принципа относительности позволяет получить концептуальное решение, при котором пространственная бесконечность и точечность времени сохраняются при переходе из одной инерциальной системы отсчёта Σ' в другую Σ .

Если отрезок лампочек в задаче 2 рассматривать в системе Σ' как единый неточечный объект, при переходе в систему Σ с помощью преобразований Лоренца возникает естественное противоречие: там этот целостный объект возникает не сразу, а "по частям". Пространственная неточечность объекта превращается при преобразовании Лоренца во временную неточечность, а одномоментное динамическое время (синхронизированные разноместные часы) превращается в эволюционное (упорядоченность становления целостного объекта) – явление абсолютно новое для физики.

Несвязный объект позволяет выбором системы отсчёта осуществить передачу информации со сверхсветовой скоростью. Это демонстрируется решением задачи 3. В отличие от предыдущих случаев здесь наблюдатель системы Σ фиксирует реальную процедуру передачи данных от наблюдателя O' к наблюдателю B' со скоростью, превышающей скорость распространения стандартного эталонного сигнала.

Нетрудно заметить, что пара "спутанных" фотонов в мысленном эксперименте Аспека также представляет собой пример несвязного объекта. Действительно, хотя симметризованный вектор состояния и описывает пару фотонов, однако они неразличимы. Совсем не ясно, как можно подсчитать неразличимые объекты. Вектор же состояния $|\Psi(\nu_1, \nu_2)\rangle$ описывает один квантовомеханический объект. Какой фотон (первый или второй) из этих двух окажется на левом поляризаторе, а какой из них окажется на правом поляризаторе? Здесь становится вполне возможным говорить о том, что единый квантовомеханический объект находится сразу в двух пространственных точках.

О релятивистской задаче про карандаш и пенал

Пенал и карандаш в состоянии покоя имеют одинаковые линейные размеры. Рассмотрим ситуацию, когда карандаш летит по направлению к пеналу (рис. 4). Согласно СТО длина карандаша сокращается, что обеспечивает возможность его полного погружения в пенал. В тот момент, когда карандаш полностью входит в пенал, пенал закрывается. Как меняется картина при рассмотрении ситуации в системе отсчёта, связанной с карандашом?

Согласно принципу относительности о равноправии инерциальных систем отсчёта, если события произошли в одной из них, то их заметят и наблюдатели любой из инерциальных систем отсчёта. Сами события имеют статус абсолютности, а меняться могут только их пространственно-временные координаты. Мы не будем употреблять слов типа "сокращение" размеров и

интервалов времени, используем только преобразования Лоренца для координат событий.

Система отсчёта, связанная с пеналом - S

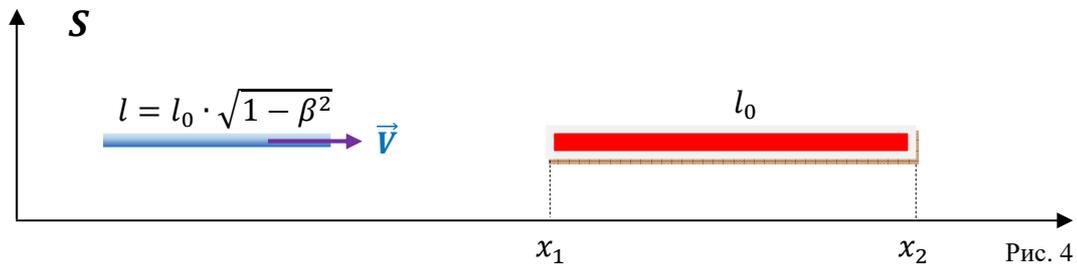


Рис. 4

Система отсчёта, связанная с карандашом - S'

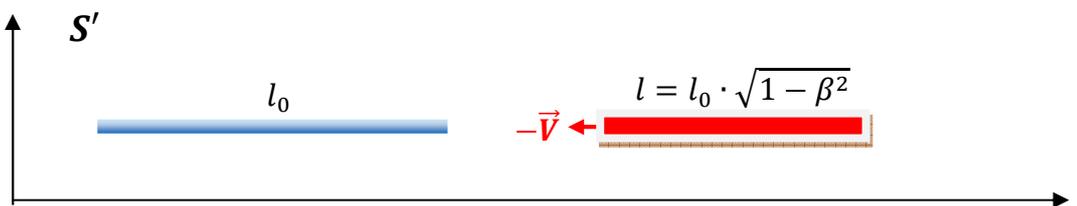


Рис. 5

Рассмотрим движение карандаша относительно пенала с скоростью \vec{V} вдоль общей оси X . С пеналом свяжем инерциальную систему отсчёта S (пенал в этой системе отсчёта находится в состоянии покоя), а с карандашом - систему S' (в этой системе отсчёта в состоянии покоя находится карандаш). Начальные условия задачи: часы систем отсчёта синхронизированы в моменты времени $t = t' = 0$; пенал в этот момент времени находится в состоянии покоя с координатами своих концов x_1 и x_2 ; $x_2 - x_1 = l_0$.

Нас интересуют три события:

- встреча правого конца карандаша с левым концом пенала - начало рассматриваемого процесса (нулевое событие);
- встреча левого конца карандаша с левым концом пенала - момент возможности закрытия пенала (первое событие);
- встреча правого конца карандаша с правым концом пенала - момент возможного взлома дна пенала карандашом (второе событие).

Введём обозначения координат этих событий.

Для системы отсчёта S :

x_0, t_0 - координата и момент встречи правого конца карандаша и левого конца пенала;

x_1, t_1 - координата и момент встречи левых концов карандаша и пенала;

x_2, t_2 - координата и момент встречи правых концов карандаша и пенала.

Для системы отсчёта S' :

x'_0, t'_0 - координата и момент встречи правого конца карандаша и левого конца пенала;

x'_1, t'_1 - координата и момент встречи левых концов карандаша и пенала;

x'_2, t'_2 - координата и момент встречи правых концов карандаша и пенала.

Решение задачи заключается в последовательном применении преобразований Лоренца к координатам одного и того же события. Переход от нештрихованных формул к штрихованным производится с помощью прямых преобразований, а от штрихованных к нештрихованным - с помощью обратных преобразований.

Связь между координатами при переходе $S \leftrightarrow S'$ устанавливается с помощью преобразований Лоренца:

(прямые)	(обратные)
$x = \frac{x' + V t'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}};$	$x' = \frac{x - V t}{\sqrt{1 - V^2/c^2}};$
$y = y';$	$y' = y;$
$z = z';$	$z' = z;$
$t = \frac{t' + \frac{V}{c^2} x'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}};$	$t' = \frac{t - \frac{V}{c^2} x}{\sqrt{1 - V^2/c^2}};$

В данном случае они принимают вид:

$$x_0 = x_1, \quad t_0 \quad \text{(Событие 0)}$$

$$x'_0 = \frac{x_1 - V t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad t'_0 = \frac{t_0 - \frac{V}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad \text{(Событие 0')}$$

$$x'_1 = \frac{x_1 - Vt_0 - l_0\sqrt{1 - \beta^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad t'_1 = \frac{l_0}{V} + \frac{(t_0 - \frac{V}{c^2}x_1)}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (\text{Событие 1'})$$

ПОСКОЛЬКУ

$$x'_1 = x'_0 - l_0, \quad t'_1 = t'_0 + \frac{l_0}{V},$$

$$x'_1 = x'_0 - l_0 = \frac{x_1 - Vt_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} - l_0 = \frac{x_1 - Vt_0 - l_0\sqrt{1 - \beta^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$t'_1 = t'_0 + \frac{l_0}{V} = \frac{l_0}{V} + \frac{t_0 - \frac{V}{c^2}x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

$$x_1, \quad t_1 = t_0 + \frac{l_0\sqrt{1 - \beta^2}}{V}, \quad (\text{Событие 1})$$

ПОСКОЛЬКУ

$$t_1 = \frac{t'_1 + \frac{V}{c^2}x'_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{Vt_0 - \frac{V^2}{c^2}x_1 + l_0\sqrt{1 - \beta^2} + \beta^2(x_1 - Vt_0 - l_0\sqrt{1 - \beta^2})}{V(1 - \beta^2)} = t_0 + \frac{l_0\sqrt{1 - \beta^2}}{V}.$$

$$x_2 = x_1 + l_0, \quad t_2 = t_0 + \frac{l_0}{V}. \quad (\text{Событие 2})$$

$$x'_2 = \frac{x_1 - Vt_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad t'_2 = \frac{l_0}{V}\sqrt{1 - \beta^2} + \frac{t_0 - \frac{V}{c^2}x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (\text{Событие 2'})$$

ПОСКОЛЬКУ

$$x'_2 = \frac{x_2 - Vt_2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{x_1 + l_0 - V(t_0 + \frac{l_0}{V})}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{x_1 - Vt_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$t'_2 = \frac{t_2 - \frac{V}{c^2}x_2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{t_0 + \frac{l_0}{V} - \frac{V}{c^2}(x_1 + l_0)}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{l_0}{V}\sqrt{1 - \beta^2} + \frac{t_0 - \frac{V}{c^2}x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Анализ результатов решения задачи про карандаш и пенал

Как и следовало ожидать, порядок наступления событий в системе отсчёта S , связанной с пеналом, представляется рядом: нулевое, первое, второе. Это не так для наблюдателя системы S' . Для него порядок наступления первого и второго изменится, а ряд событий будет следующим: нулевое, второе, первое.

Однако для точечных событий парадигма СТО не нарушается и парадокса, можно сказать не наступает⁶¹⁾. В СТО, относительно любой пары событий можно говорить о том является ли она парой пространственноподобных или времениподобных событий. Это отношение инвариантно относительно преобразований Лоренца.

Времениподобные события имеют возможность состоять в причинной связи между собой, поскольку могут быть связанными сигналом, скорость распространения которого не превышает скорости света. Множество этих событий называется в СТО *световым конусом*. В силу инвариантности отношения принадлежности к световому конусу возможность причинной обусловленности сохраняется при переходах между инерциальными системами отсчёта. Существует система отсчёта, в которой подобные события происходят в одной точке пространства.

Пространственноподобные события не могут состоять в причинной связи, поскольку скорость распространения сигнала, могущего связать такие события должна превосходить скорость света. Существует система отсчёта, в которой подобные пространственно-разнесённые события происходят одновременно. В данной задаче такой системой отсчёта является та, в которой карандаш и пенал сближаются друг с другом с равными величинами скоростей. Пространственноподобные события связаны мнимым интервалом.

Парадокс же возникает при рассмотрении топологических моментов задачи.

У наблюдателя системы S имеется возможность в интервал времени от

⁶¹⁾ За исключением того, что интервал (4-"расстояние") между такими событиями принимает мнимое значение.

t_1 до t_2 остановить движение карандаша, поскольку второе событие после первого наступит через интервал времени $\Delta t = t_2 - t_1 = (l_0/V)\sqrt{1 - \beta^2}$. В этом случае событие встречи правых концов карандаша и пенала не произойдёт. Однако у наблюдателя системы S' такая возможность отсутствует: событие взлома дна пенала для него неотвратимо при наступлении события встречи правого конца карандаша и левого конца пенала - просто в силу порядка их наступления. В этом суть возникшего парадокса, а именно - топологическая: нарушается отношение входимости.

Таким образом, в этой задаче возникает топологический парадокс, связанный с нарушением отношения входимости для нелокализованных объектов.

Связь первого и второго событий осуществляется посредством карандаша, то есть нелокализованного точечно объекта. Между тем используемые преобразования координат - точечные.

Ответ на возможность существования точечно нелокализованных физических объектов и неправомерное использование для них точечных преобразований может дать эксперимент, идея которого описана выше.

Выводы о некоторых других утверждениях и парадоксах

Абсолютно твердое тело

Предположим, что существуют топологически целостные объекты, которые в метрической топологии имеют конечные размеры. *Результаты экспериментов Аспека позволяют это предположить.*

Известно также утверждение о невозможности существования абсолютно твёрдых тел. Этот вывод сделан на основе СТО, утверждающей невозможность превышения скорости распространения сигнала скорости света. Однако подобные выводы методологически неверны, поскольку доказать "несуществование" логически невозможно, можно лишь привести какое-либо

рассуждение к противоречию. Но из этого никак не может следовать факт несуществования, а можно лишь зафиксировать факт возникновения противоречия. Поэтому и вывод становится не концептуальным, а чисто техническим моментом фиксирования противоречия. Но в чём же состоит возникшее противоречие? Ответ очевиден: в неправомерности применения точечных преобразований Лоренца к неточечным объектам. Рассмотрим это на более наглядном примере.

Задачи о лампочках

В собственной системе отсчёта объект от момента включения и до момента выключения лампочек остаётся тождественным самому себе. В лабораторной же системе отсчёта объект эволюционирует, то есть изменяется и перестаёт быть тождественным самому себе в период между включением и выключением лампочек по часам собственной системы отсчёта. Собственно, это и есть нарушение принципа относительности для нелокализованных точечных объектов: в двух инерциальных системах отсчёта один и тот же неточечный объект ведёт себя по разному.

Парадокс близнецов

Аналогичные аргументы правомерности применения точечных преобразований Лоренца можно высказать и о так называемом "парадоксе близнецов", оперирующим неточечными временными объектами (возраст братьев). Однако здесь явно проявляется ещё один эффект, обязанный утверждению T_2^{62} . Этот эффект рассмотрен ранее (3.5), (3.6). Разрешение же парадокса близнецов в рамках соблюдения принципа относительности становится возможным при дискретизации (квантовании) эволюционного времени, то есть при смене топологии временной оси. И здесь же заметим, что

⁶²) см. раздел **Общие понятия**, *ТМК-топология*

если возраст братьев-близнецов измерять числом оборотов Земли вокруг Солнца (то есть в дискретных годах), то по возвращении из путешествия брата-космонавта возраст у близнецов окажется одинаковым, поскольку число произошедших событий (оборотов Земли вокруг Солнца) за время путешествия космонавта - абсолютный инвариант для обоих братьев.

Макроприближение

При рассмотрении задач, в которых размеры физических объектов много меньше характерных размеров рассматриваемых систем, *ТМК-топология* является приемлемым приближением. Однако и здесь возникают проблемы, связанные с "рождением" фиктивных событий при пополнении пространства, например в СТО при обсуждении эффектов деформации длин, промежутков времени и т.д.

Литература

- [1] ЛД Ландау, ЕМ Лифшиц. Теоретическая физика. Т I (Механика). Наука, М., 1973
- [2] ЛД Ландау, ЕМ Лифшиц. Теоретическая физика. Т II (Теория поля). Наука, М., 1988
- [3] ЛД Ландау, ЕМ Лифшиц. Теоретическая физика. Т III (Квантовая механика. Нерелятивистская теория). Наука, М., 1974
- [4] ВА Касимов. Специальная теория относительности (без второго постулата). Новосибирск, 2010. TO-01-02-14.pdf
- [5] ВА Касимов. Общая теория относительности (принципы). Новосибирск, 2010. TO-01-02-14.pdf
- [6] ВА Касимов. Квантовая механика (принципы). Новосибирск, 2011. КМ-08-11-11.pdf
- [7] АС Холево. Вероятностные и статистические аспекты квантовой теории. Наука, М., 1980
- [8] К. Хелстром. Квантовая теория проверки гипотез и оценивания. Мир, М., 1979
- [9] АН Колмогоров, СВ Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа. Наука, М., 1972
- [10] ВА Касимов. Возникновение пространственно-временной определённости. Приложение 3 или Arise-Space-Time.pdf
- [11] ВА Касимов. Некоторые философские проблемы пространственно-временных отношений. Ontologia.pdf
- [12] ВА Касимов. Пространство, время, движение (эта книга)
- [13]. А. Аспек. Теорема Белла: *наивный взгляд экспериментатора*. http://www.chronos.msu.ru/old/RREPORTS/aspek_teorema_bella.pdf
- [14]. *Отклики читателей на статью МБ Менского "Квантовая механика: новые эксперименты, новые приложения и формулировки старых вопросов"*. УФН. Апрель 2001, Том 171, № 4.
- [15]. А. Aspect, *Experimental tests of Bell's inequalities in atomic physics*, in Atomic Physics 8, Proceedings of the Eighth International Conference on Atomic Physics, edited by I. Lindgren, A. Rosen and S Svanberg (1982).
- [16]. А. Einstein, В. Podolsky and N. Rosen, *Can Quantum-Mechanical description of physical reality be considered complete?* Phys. Review 47, 777 (1935).
- [17]. D. Bohm, *Quantum Theory*, Prentice-Hall, Englewood's Cliffs(1951). Republished by Dover (1989).
- [18]. ВА Касимов, Поляризация. *Элементарный вывод исходных формул для пары "спутанных" фотонов*. Новосибирск, 2014. Polarization.pdf (см. Приложение 4)
- [19] http://krotov.info/lib_sec/11_k/kan/t_2_001.htm (стр. 10-11)
- [20] <https://www.dropbox.com/s/95laub5lft2bsqr/Feller1.pdf?dl=0> (Стр. 244, ф. (5.4); стр. 250, ф. (8.1))
- [21] Касимов ВА. Парадокс близнецов. TwinParadox. pdf
- [22] Джон Х. Конвей и Симон Кохен. *sFWT-теорема (сильный вариант)*. Перевод: Cohen-Rus.pdf
- [23] Vi-Heng Liu... *Экспериментальная проверка FTW-теоремы*. Перевод: Heng.pdf
- [24] *XsM, J. Kofler, A., Zeilinger* Мысленные эксперименты с отложенным выбором и их реализации. Перевод: Delayed-Rus.pdf
- [25] Джон Ж. Крамер, Ник Херберт О возможности нелокальной квантовой коммуникации. Перевод: JohnRus.pdf
- [26]. Wojciech H. Zurek. *Decoherence and the Transition from Quantum to Classical—Revisited*. Los Alamos Science Number 27 2002
- [27]. ВА Касимов. Возникновение пространственно-временной определённости. Новосибирск, 2017. Arise-Space-Time-3.pdf
- [28]. ВА Касимов. О топологических фазах материи (*формирование образа (3+1) и локализация пространственно-временных отношений*) Новосибирск, 2017. DecoherenceZ-2.pdf

Вышли в свет:

Специальная теория относительности (без 2-го постулата)

Рассматривается возможность построения СТО без второго постулата. Обсуждается необходимость отказа от метрической факторизации свойств пространственно-временных отношений в пользу аффинных. А из анализа парадокса близнецов предлагается различать динамический и эволюционный упорядочивающие временные факторы.

ББК 22.313 УДК 530.12 К 28

ISBN 978-5-94301-489-5

Общая теория относительности (принципы)

Рассматриваются принципы построения общей теории относительности (ОТО) как обобщающей СТО, и принципы построения релятивистской теории гравитации (РТГ) как теории, наполняющей ОТО метрической конкретикой.

ББК 22.313 УДК 530.12 К 28

ISBN 978-5-94301-496-3

Квантовая механика (принципы)

Целью данной работы является изложение основополагающих принципов нерелятивистской квантовой механики, тех принципов, которые составляют её нерушимую структуру, расставить акценты, разумеется автора, и с интонациями, касающимися пространственно-временных отношений в физике.

ББК 22.314 УДК 530.145 К 28

ISBN 978-5-94301-495-6

Пространство, время, движение

Анализируются свойства пространственно-временных отношений на трёх уровнях организации материи: микро-, макро- и мега-; возможность объединения их координатных характеристик на основе единого упорядочивающего фактора при различении динамического и эволюционного времён. Формулируется тезис о вторичности пространственно-временных отношений и их концептуального возникновения как параметров процедур усреднения при макронаблюдении за микропроцессами. Книга является результатом физико-философского осмысления проблемы пространственно-временных отношений - темы, которая в настоящее время весьма актуальна.

ББК 22.61+22.313+87.21 УДК 114/16:530.12 К 28

ISBN 978-5-94301-490-1

Парадокс близнецов

Показано, что "Парадокс близнецов" является следствием концептуальной симметрии теории относительности. Парадокс близнецов не разрешается в рамках непрерывного координатного времени ни в СТО, ни в ОТО в силу симметрии систем отсчёта братьев-близнецов. Разрешение парадокса видится автором в различении динамического и эволюционного времён. Однако парадокс близнецов успешно разрешается в рамках дискретного собственного времени, то есть при смене метрической шкалы измерения, используемой для непрерывного координатного времени, на порядковую для дискретного собственного времени. Он же исчезает и при рассмотрении непрерывного координатного времени в аффинной шкале представления, то есть при отказе от его метрической измеримости. Развитие понятия времени значительно усиливает лейбницеvый аспект относительности по сравнению с ньютоновским - субстанциональности.

ББК 22.313 УДК 530.12 К 28

ISBN 978-3-659-63150-4

Hint'ы

Трактовка некоторых мифов с физической точки зрения.

ББК 22.3я9 УДК 53:001.94 К 28

ISBN 978-5-94301-501-4

Для связи:

quadrica-m@mail.ru

<http://orcid.org/0000-0002-1435-9220>

Авторский семинар

<http://my.mail.ru/community/physiks.princips/?ref=cat>

<http://quadrica.ucoz.net/>

<https://independent.academia.edu/KasimovVladimir>

<https://vk.com/public128913510>

<https://www.facebook.com/quadrica.m>

