

Доказательство Великой Теоремы Ферма

Андрея Борисовича Скрышника (Эл.почта - ansk66@mail.ru)

2015 год

Содержание

1	Формулировка Великой Теоремы Ферма	1
2	Алгоритм доказательства теоремы от обратного	1
2.1	Детализация исходной формулы	1
2.2	Исходные и новые члены формулы при $n=2$	2
2.3	Вывод 1	2
2.4	Детализация формулы (5)	2
2.4.1	Определение чётности x	3
2.4.2	Определение дополнительных членов формулы (5)	3
2.4.3	Новые выражения для членов формулы (5)	3
2.5	Преобразование исходной формулы	4
2.6	Доказательство теоремы	4

1 Формулировка Великой Теоремы Ферма

Формулировка: $x^n + y^n \neq z^n$, где $x \in \mathbb{N}$, $y \in \mathbb{N}$, $z \in \mathbb{N}$, $n \in \mathbb{N}$, $n > 2$.

2 Алгоритм доказательства теоремы от обратного

2.1 Детализация исходной формулы

Пусть:

$$x^n + y^n = z^n. \quad (1)$$

Пусть:

$$y < x < z. \quad (2)$$

Тогда:

$$x^n + y^n = (x + y_n)^n, \quad (3)$$

где:

$$y_n < y. \quad (4)$$

2.2 Исходные и новые члены формулы при $n=2$

Рассмотрим выражения (1) и (3) при $n = 2$:

$$x^2 + y^2 = z_2^2 = (x + y_2)^2. \quad (5)$$

Раскроем скобки в выражении (5):

$$y^2 = 2x \cdot y_2 + y_2^2. \quad (6)$$

Выразим из выражения (6) значение x :

$$x = \frac{y^2 - y_2^2}{2y_2}. \quad (7)$$

Подставим значение x из выражения (7) в выражение (5):

$$\left(\frac{y^2 - y_2^2}{2y_2}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{y^2 + y_2^2}{2y_2}\right)^2 = z_2^2. \quad (8)$$

Выразим из выражения (8) значение z_2 :

$$z_2 = \frac{y^2 + y_2^2}{2y_2}. \quad (9)$$

2.3 Вывод 1

Выясним значение z_2 при данных натуральных x и y . Для этого вернёмся к выражению (6) и представим его в следующем виде:

$$y^2 = y_2(2x + y_2). \quad (10)$$

Так как $(2x) \in \mathbb{N}$, представим значение y^2 при условии $y_2 \notin \mathbb{N}$.

Пусть:

$$y_2 = \frac{l}{m}, \quad \text{где } l \neq p \cdot m, \quad l \in \mathbb{N}, \quad p \in \mathbb{N}, \quad m \in \mathbb{N}. \quad (11)$$

Подставим значение y_2 из выражения (11) в выражение (10):

$$y^2 = \frac{l(2x \cdot m + l)}{m^2}. \quad (12)$$

Преобразуем выражение (12), переведя m^2 в левую часть выражения:

$$(m \cdot y)^2 = l(2x \cdot m + l). \quad (13)$$

Но из-за условия (11) правая часть выражения (13) не может быть кратна m . Следовательно, в выражении (10) $y \in \mathbb{N}$ только в том случае, когда $y_2 \in \mathbb{N}$. Значит $z_2 = (x + y_2) \in \mathbb{N}$.

Вывод 1: Выражение (1) будет верным, если при $x \in \mathbb{N}$ и $y \in \mathbb{N}$ в выражении (5) $z_2 \in \mathbb{N}$.

2.4 Детализация формулы (5)

В связи с Выводом 1 подробнее рассмотрим значения y , x и z_2 в (5). Выражение (5) имеет ряд решений, но есть закономерности, которые можно определить:

2.4.1 Определение чётности x

Решения в натуральных числах выражения (5) с учётом условия (2):

$$3^2 + 4^2 = 5^2 = (4 + 1)^2, \quad \text{где } y_2 = 1 \quad (14)$$

и следующие производные от выражения (14):

$$(3y_2)^2 + (4y_2)^2 = (4y_2 + y_2)^2, \quad \text{где } y_2 \geq 2 \quad (15)$$

$$(3 + 2n)^2 + \left(\sum_{n=1}^{n+1} 4n \right)^2 = \left(1 + \sum_{n=1}^{n+1} 4n \right)^2, \quad \text{где } n \in \mathbb{N}, \quad y_2 = 1 \quad (16)$$

$$((3 + 2n)y_2)^2 + \left(\left(\sum_{n=1}^{n+1} 4n \right) y_2 \right)^2 = \left(\left(1 + \sum_{n=1}^{n+1} 4n \right) y_2 \right)^2, \quad \text{где } n \in \mathbb{N}, \quad y_2 \geq 2 \quad (17)$$

Из выражений (14), (15), (16), (17) следует, что большее слагаемое x^2 выражения (5) всегда будет чётным числом.

Следовательно:

$$x - \text{всегда чётное число.} \quad (18)$$

2.4.2 Определение дополнительных членов формулы (5)

Выражение (5) всегда можно выразить в следующем виде:

$$(y_2 x_o)^2 + (y_2 y_o)^2 = (y_2 z_{2o})^2 = (y_2 x_o + y_2)^2, \quad \text{где } y_o \in \mathbb{N}, \quad x_o \in \mathbb{N}, \quad z_{2o} \in \mathbb{N}. \quad (19)$$

$$\text{В (19) } y_o \geq 3, \quad z_{2o} = (x_o + 1) - \text{всегда нечётные числа (см. (14) и (17)).} \quad (20)$$

2.4.3 Новые выражения для членов формулы (5)

Преобразуем выражение (19), подставив в него значение x из выражения (7) и значение z_2 из выражения (9) и представив $y = y_2 y_o$:

$$\left(\frac{y_2^2 y_o^2 - y_2^2}{2y_2} \right)^2 + (y_2 y_o)^2 = \left(\frac{y_2^2 y_o^2 + y_2^2}{2y_2} \right)^2. \quad (21)$$

Сделаем видимые сокращения в выражении (21):

$$\frac{y_2^2 (y_o^2 - 1)^2}{4} + (y_2 y_o)^2 = \frac{y_2^2 (y_o^2 + 1)^2}{4}. \quad (22)$$

Из выражения (22) выведем новые выражения для x и z_2 :

$$x = \frac{y_2 (y_o^2 - 1)}{2}, \quad (23)$$

$$z_2 = \frac{y_2 (y_o^2 + 1)}{2}. \quad (24)$$

2.5 Преобразование исходной формулы

Если выражение (1) верно, то:

$$x < z < z_2. \quad (25)$$

Значит:

$$y_2 \geq 2. \quad (26)$$

Если выражение (1) верно, то его можно преобразовать в следующий вид с учётом Вывода 1:

$$x^n + y^n = (z_2 - k)^n = ((x + y_2) - k)^n, \quad \text{где } k \in \mathbb{N}, \quad k < y_2. \quad (27)$$

Подставим в выражение (27) значения y из (19), x из (23) и z_2 из (24):

$$\left(\frac{y_2(y_o^2 - 1)}{2}\right)^n + (y_2 y_o)^n = \left(\frac{y_2(y_o^2 + 1)}{2} - k\right)^n. \quad (28)$$

Из условия (26) следует, что выражение (28) можно представить в следующем виде:

$$y_2^n \left(\left(\frac{y_o^2 - 1}{2}\right)^n + y_o^n \right) = \left(\frac{y_2(y_o^2 + 1)}{2} - k\right)^n. \quad (29)$$

Пусть в выражении (29):

$$\left(\left(\frac{y_o^2 - 1}{2}\right)^n + y_o^n \right) = w, \quad \text{где } w \in \mathbb{N}. \quad (30)$$

2.6 Доказательство теоремы

С учётом (30) преобразуем выражение (29):

$$y_2^n w = z^n = \left(\frac{y_2(y_o^2 + 1)}{2} - k\right)^n. \quad (31)$$

Вынесем в правом выражении (31) за скобки y_2^n :

$$y_2^n w = z^n = y_2^n \left(\frac{y_o^2 + 1}{2} - \frac{k}{y_2}\right)^n = y_2^n v^n. \quad (32)$$

Из условий (20) и (27) следует:

$$v \notin \mathbb{N}. \quad (33)$$

То есть:

$$w \neq v^n \quad \text{или} \quad \frac{z}{y_2} \neq v, \quad \text{где } v \in \mathbb{N}, \quad n > 2. \quad (34)$$

Тогда выражение (32) для натуральных чисел можно представить в таком виде:

$$y_2^n w = z^n \neq y_2^n v^n. \quad (35)$$

Но выражение (35) можно представить в следующем виде:

$$z^n = y_2^n w = y_2^n(1 + f) = y_2^n + y_2^n f, \quad \text{где } f \in \mathbb{N}, \quad w = 1 + f. \quad (36)$$

Но согласно (36):

$$y_2^n f = z^n - y_2^n = (z - y_2)(z^{n-1} + z^{n-2}y_2 + \dots + z \cdot y_2^{n-2} + y_2^{n-1}). \quad (37)$$

Но согласно (34) правая часть выражения (37) не может быть кратна y_2 :

$$y_2^n f \neq z^n - y_2^n = (z - y_2)(z^{n-1} + z^{n-2}y_2 + \dots + z \cdot y_2^{n-2} + y_2^{n-1}). \quad (38)$$

То есть, если верно условие (34):

$$y_2^n w \neq z^n. \quad (39)$$

Следовательно, согласно (27), (28), (29), (30), (31):

$$x^n + y^n = \left(\frac{y_2(y_o^2 - 1)}{2}\right)^n + (y_2 y_o)^n \neq \left(\frac{y_2(y_o^2 + 1)}{2} - k\right)^n = z^n. \quad (40)$$

То есть:

$$x^n + y^n \neq (z_2 - k)^n = z^n, \quad \text{для } n > 2. \quad (41)$$

Великая Теорема Ферма доказана.

Публикации: http://samlib.ru/editors/b/bezymjannyj_a/w3.shtml