Доказательство Великой Теоремы Ферма

Андрея Борисовича Скрыпника

2015 год

Содержание

1 Формулировка Великой Теоремы Ферма

Формулировка: $x^n + y^n \neq z^n$, где $x \in \mathbb{N}$, $y \in \mathbb{N}$, $z \in \mathbb{N}$, $n \in \mathbb{N}$, $n > 2$.

2 Алгоритм доказательства теоремы от обратного

2.1 Детализация исходной формулы

Пусть:

$$x^n + y^n = z^n. \tag{1}$$

Пусть:

$$y < x < z. \tag{2}$$

Тогда:

$$x^n + y^n = (x + y_n)^n, \tag{3}$$

где:

$$y_n < y. \tag{4}$$

2.2 Исходные и новые члены формулы при n=2

Рассмотрим выражения (1) и (3) при $n = 2$:

$$x^2 + y^2 = z_2^2 = (x + y_2)^2. \tag{5}$$

Раскроем скобки в выражении (5):

$$y^2 = 2x \cdot y_2 + y_2^2. \tag{6}$$

Выразим из выражения (6) значение x:

$$x = \frac{y^2 - y_2^2}{2y_2}. \tag{7}$$

Подставим значение x из выражения (7) в выражение (5):

$$\left(\frac{y^2 - y_2^2}{2y_2}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{y^2 + y_2^2}{2y_2}\right)^2 = z_2^2. \tag{8}$$

Выразим из выражения (8) значение z_2:

$$z_2 = \frac{y^2 + y_2^2}{2y_2}. \tag{9}$$

2.3 Вывод 1

Выясним значение z_2 при данных натуральных x и y. Для этого вернёмся к выражению (6) и представим его в следующем виде:

$$y^2 = y_2(2x + y_2). \tag{10}$$

Так как $(2x) \in \mathbb{N}$, представим значение y^2 при условии $y_2 \notin \mathbb{N}$.
Пусть:

$$y_2 = \frac{l}{m}, \quad \text{где} \quad l \neq p \cdot m, \quad l \in \mathbb{N}, \quad p \in \mathbb{N}, \quad m \in \mathbb{N}. \tag{11}$$

Подставим значение y_2 из выражения (11) в выражение (10):

$$y^2 = \frac{l(2x \cdot m + l)}{m^2}. \tag{12}$$

Преобразуем выражение (12), переведя m^2 в левую часть выражения:

$$(m \cdot y)^2 = l(2x \cdot m + l). \tag{13}$$

Но из-за условия (11) правая часть выражения (13) не может быть кратна m. Следовательно, в выражении (10) $y \in \mathbb{N}$ только в том случае, когда $y_2 \in \mathbb{N}$. Значит $z_2 = (x + y_2) \in \mathbb{N}$.
Вывод 1: Выражение (1) будет верным, если при $x \in \mathbb{N}$ и $y \in \mathbb{N}$ в выражении (5) $z_2 \in \mathbb{N}$.

2.4 Детализация формулы (5)

В связи с Выводом 1 подробнее рассмотрим значения y, x и z_2 в (5). Выражение (5) имеет ряд решений, но есть закономерности, которые можно определить:

2.4.1 Определение чётности x

Решения в натуральных числах выражения (5) с учётом условия (2):

$$3^2 + 4^2 = 5^2 = (4+1)^2, \quad \text{где} \quad y_2 = 1 \tag{14}$$

и следующие производные от выражения (14):

$$(3y_2)^2 + (4y_2)^2 = (4y_2 + y_2)^2, \quad \text{где} \quad y_2 \geq 2 \tag{15}$$

$$(3+2n)^2 + \left(\sum_{n=1}^{n+1} 4n\right)^2 = \left(1 + \sum_{n=1}^{n+1} 4n\right)^2, \quad \text{где} \quad n \in \mathbb{N}, \quad y_2 = 1 \tag{16}$$

$$((3+2n)y_2)^2 + \left(\left(\sum_{n=1}^{n+1} 4n\right) y_2\right)^2 = \left(\left(1 + \sum_{n=1}^{n+1} 4n\right) y_2\right)^2, \quad \text{где} \quad n \in \mathbb{N}, \quad y_2 \geq 2 \tag{17}$$

Из выражений (14), (15), (16), (17) следует, что большее слагаемое x^2 выражения (5) всегда будет чётным числом.
Следовательно:

$$x - \text{всегда чётное число.} \tag{18}$$

2.4.2 Определение дополнительных членов формулы (5)

Выражение (5) всегда можно выразить в следующем виде:

$$(y_2x_o)^2 + (y_2y_o)^2 = (y_2z_{2o})^2 = (y_2x_o + y_2)^2, \quad \text{где} \quad y_o \in \mathbb{N}, \quad x_o \in \mathbb{N}, \quad z_{2o} \in \mathbb{N}. \tag{19}$$

$$\text{В (19) } y_o \geq 3,\ z_{2o} = (x_o + 1) - \text{всегда нечётные числа (см. (14) и (17)).} \tag{20}$$

2.4.3 Новые выражения для членов формулы (5)

Преобразуем выражение (19), подставив в него значение x из выражения (7) и значение z_2 из выражения (9) и представив $y = y_2y_o$:

$$\left(\frac{y_2^2y_o^2 - y_2^2}{2y_2}\right)^2 + (y_2y_o)^2 = \left(\frac{y_2^2y_o^2 + y_2^2}{2y_2}\right)^2. \tag{21}$$

Сделаем видимые сокращения в выражении (21):

$$\frac{y_2^2(y_o^2 - 1)^2}{4} + (y_2y_o)^2 = \frac{y_2^2(y_o^2 + 1)^2}{4}. \tag{22}$$

Из выражения (22) выведем новые выражения для x и z_2:

$$x = \frac{y_2(y_o^2 - 1)}{2}, \tag{23}$$

$$z_2 = \frac{y_2(y_o^2 + 1)}{2}. \tag{24}$$

2.5 Преобразование исходной формулы

Если выражение (1) верно, то:

$$x < z < z_2. \tag{25}$$

Значит:

$$y_2 \geq 2. \tag{26}$$

Если выражение (1) верно, то его можно преобразовать в следующий вид с учётом Вывода 1:

$$x^n + y^n = (z_2 - k)^n = ((x + y_2) - k)^n, \quad \text{где} \quad k \in \mathbb{N}, \quad k < y_2. \tag{27}$$

Подставим в выражение (27) значения y из (19), x из (23) и z_2 из (24):

$$\left(\frac{y_2(y_o^2 - 1)}{2}\right)^n + (y_2 y_o)^n = \left(\frac{y_2(y_o^2 + 1)}{2} - k\right)^n. \tag{28}$$

Из условия (26) следует, что выражение (28) можно представить в следующем виде:

$$y_2^n \left(\left(\frac{y_o^2 - 1}{2}\right)^n + y_o^n\right) = \left(\frac{y_2(y_o^2 + 1)}{2} - k\right)^n. \tag{29}$$

Пусть в выражении (29):

$$\left(\left(\frac{y_o^2 - 1}{2}\right)^n + y_o^n\right) = w, \quad \text{где} \quad w \in \mathbb{N}. \tag{30}$$

2.6 Доказательство теоремы

С учётом (30) преобразуем выражение (29):

$$y_2^n w = z^n = \left(\frac{y_2(y_o^2 + 1)}{2} - k\right)^n. \tag{31}$$

Вынесем в правом выражении (31) за скобки y_2^n:

$$y_2^n w = z^n = y_2^n \left(\frac{y_o^2 + 1}{2} - \frac{k}{y_2}\right)^n = y_2^n v^n. \tag{32}$$

Из условий (20) и (27) следует:

$$v \notin \mathbb{N}. \tag{33}$$

То есть:

$$w \neq v^n \quad \text{или} \quad \frac{z}{y_2} \neq v, \quad \text{где} \quad v \in \mathbb{N}, \quad n > 2. \tag{34}$$

Тогда выражение (32) для натуральных чисел можно представить в таком виде:

$$y_2^n w = z^n \neq y_2^n v^n. \tag{35}$$

Но выражение (35) можно представить в следующем виде:

$$z^n = y_2^n w = y_2^n + (y_2^n f) = y_2^n(1 + f), \quad \text{где} \quad f \in \mathbb{N}, \quad w = 1 + f. \tag{36}$$

Но согласно (36):

$$y_2^n f = z^n - y_2^n = (z - y_2)(z^{n-1} + z^{n-2}y_2 + \cdots + z \cdot y_2^{n-2} + y_2^{n-1}). \tag{37}$$

Но согласно (34) правая часть выражения (37) не может быть кратна y_2:

$$y_2^n f \neq z^n - y_2^n = (z - y_2)(z^{n-1} + z^{n-2}y_2 + \cdots + z \cdot y_2^{n-2} + y_2^{n-1}). \tag{38}$$

То есть, если верно условие (34):

$$y_2^n w \neq z^n. \tag{39}$$

Следовательно, согласно (27), (28), (29), (30), (31):

$$x^n + y^n = \left(\frac{y_2(y_o^2 - 1)}{2}\right)^n + (y_2 y_o)^n \neq \left(\frac{y_2(y_o^2 + 1)}{2} - k\right)^n = z^n. \tag{40}$$

То есть:

$$x^n + y^n \neq (z_2 - k)^n = z^n, \quad \text{для} \quad n > 2. \tag{41}$$

Великая Теорема Ферма доказана.

Публикации: http://samlib.ru/editors/b/bezymjannyj_a/w3.shtml