The logic of elements of reality

Max Null, Sergey Belov

May 15, 2018

Abstract

We define the logic of elements of reality. The logic of elements of reality is not a logic in the classical sense. It is an abstract language for constructing models of a certain kind. In part, it corresponds to the language of propositional logic.

We define the logic of elements of reality on arbitrary sets of elements of reality. The basic relation between arbitrary elements of reality p_1, p_2 is the relation $p_1 \triangleright p_2$ (if there exists p_1, then there exists p_2).

We consider the physical space and the property: if $p_1 \triangleright p_2$, then takes place $E(p_1) \geq E(p_2)$ (E — energy). For the strongly deterministic spaces the law of energy conservation is described as follows: from $p_1 \triangleleft \triangleright p_2$ it follows $E(p_1) = E(p_2)$.

В статье определяется логика проявлений. Логика проявлений не является логикой в классическом смысле, является абстрактным языком для построения моделей определенного вида. Отчасти он соответствует языку логики высказываний.

Логика проявлений определяется на произвольных совокупностях проявлений. Основным отношением между произвольными проявлениями p_1, p_2 является отношение $p_1 \triangleright p_2$ (если существует p_1, тогда существует p_2).

В качестве примера рассматривается физическое пространство проявлений. Рассматривается свойство физического пространства: если $p_1 \triangleright p_2$, тогда имеет место $E(p_1) \geq E(p_2)$ (E — энергия). Таким образом, для сильно детерминированных пространств, закон сохранения энергии описывается так: из $p_1 \triangleleft \triangleright p_2$ следует $E(p_1) = E(p_2)$.

Contents

Содержание

§ 1. Introduction. Elements of reality, models, interpretations.

A physical model is a formal description of our conceptions about the physical reality. With the help of physical theory we interpret model elements and this interpretation corresponds to the elements of reality. Thus, we provide the physical reality with the properties of the particular model.

Any physical theory is desribed by formulas. The formulas correspond to the elemets of reality, that we designate as a regularity. The formulas describe the physical model, but they are not physical model elements. Thus, there are physical space elements (physical space regularity), that are not physical model elements. In this sense, modern physical models are not complete. There are no mathematical language for constructing such models. The logic of elements of reality is a step towards the development of such mathematical language.

All article schemes of real spaces are not complete models because it is impossible with this schemes to restore an real interpretation of schemes elements. These schemes help to make estimates in the language of the logic of elements of reality, which can help to choose the further research direction.

§ 2. The concept of existence.

In the context of logic of elements of reality we suppose that the concept "existence" is an indefinable primary concept. We suppose, that elements exists, if we list these elements as existing. We igore the procedure for checking the existense of elements. In each case, we can link the consept "existense" with some procedure to verify the existensce of elements. Such concept "existance" is sufficient to determine the logic of elements of reality.

§ 3. The correspondence between the logic of elements of reality and propositional logic.

We consider an arbitrary true statement, for example, "the word "book" consists of five letters". We assume, that there exists an element of reality p that corresponds to this statement. On the contrary, to any existing elemets of reality, which we denote by p, we can associate with the true statement "element of reality p exists". With this correspondense, the truth of the statements corresponds to the existence of elements of reality.

We define the correspondence between elements of reality and formulas of propositional logic.

We consider two elements of reality, which we denode by p_1, p_2.

We consider two statements $\varphi_1 =$ "there exists p_1", $\varphi_2 =$ "there exists p_2". Thus, formulas φ_1, φ_2 corresponds to the elements p_1, p_2, respectively.

To formula $(\varphi_1 \to \varphi_2)$ we define the correspondence element of reality, which we denote by $p_1 \triangleright p_2$.

To formulas $(\varphi_1 \wedge \varphi_2)$, $(\varphi_1 \vee \varphi_2)$ we define the correspondence elements of reality, which we denote by $\{p_1, p_2\}$, $[p_1, p_2]$ respectively.

Such correspondence allows us to determine the logic of elements of reality.

§ 4. The logic of elements of reality.

A set of elements of reality with a relation of the form "if there exists p_1 then there exists p_2" we consider as a **space of elements of reality or deterministic space**. The basic relation we consider as a **determinism relation**. Determinism relation is reflexive and transitive.

Deterministic space may be real or abstract (mathematical object).

Mathematical deterministic space is an object of $\Omega = (M, \leq_\Omega, E, I)$.

The elements of $p \in M$ we consider as elements of reality.

Relation $p_1 \geq_\Omega p_2$ is the determinism relation "if there exists p_1 then there exists p_2". Relation $\leq_\Omega$ is reflexive ($p \leq_\Omega p$) and transitive ($p_1 \leq_\Omega p_2 \leq_\Omega p_3 \Rightarrow p_1 \leq_\Omega p_3$).

Generally speaking, if p_1, p_2 are elements of some space Ω, then the element described by the record $p_1 \leq_\Omega p_2$ is also naturally considered as an element of the space Ω. To include such element of reality, we use the record (elector) $p_2 \triangleright p_1$. We will consider this duality later.

Function $I : M \to E$ is a function of interpreting the elements of M by the records. E is some set of records. Records of E we term an **electors**. If there is no misunderstanding, then we identify the elements of M and the corresponding electors.

Let us consider examples of interpretations from mathematics.

Interpretation of records is used in the set theory. Elements of models of the set theory are named sets and interprets as records $\emptyset, \{\emptyset\}, \{a_1, a_2, ...\}, \{a \in X|...\}$, and so on.

Let's consider one more example of interpretation. We can present logic of statements in the form of a system whose elements are interpreted as formulas and the relation between the formulas is the conclusion.

In the logic of elements of reality, the interpretation of elements is specified as a function.

Sometimes, a set of elements of reality is the set of records (electors). In this case, each element is its own interpretation.

In mathematical logic, certain sets of formulas and connections between them corresponds to a certain logic: the logic of propositions, the logic of predicates, and so on. Similarly, the situation is also with the logic of elements of reality. With a certain kind of space of elements of reality, we can associate a certain logic of elements of reality.

§ 5. The positive logic LP.

we consider an example of a positive logic of elements of reality. In the case of an arbitrary number of elements, this example is easily generalized.

We construct a set of records (electors) E. Let p_1, p_2 denote two elements of reality (primary electors).

We assume:

1) $p_1, p_2 \in E$

2) if $n \in N, e_1, ..., e_n \in E$, then record $\{e_1, ..., e_n\} \in E$ and record $[e_1, ..., e_n] \in E$.

3) if $e_1, e_2 \in E$, then record $e_1 \triangleright e_2 \in E$. Other records(electors) in positive logic are not provided.

We define the space of elements of reality.

$\Omega = (E, \leq_\Omega, E, I)$.

We define the interpretation I as the identity function.

If $e_1 \leq_\Omega e_2, e_2 \leq_\Omega e_1$, then assume $e_1 \sim e_2$.

Records (electors) of the form $\{e_1, ...\}$ we identify with the records of the sets. For example, we will consider that a finite subset $S = \{e_1, ...\} \subseteq E$ is also an record of the elector, i.e. $S \in E$. We will discuss this in more detail later.

We define $\leq_\Omega$ in the following way. We specify the relation $\leq_\Omega$ on a certain set of pairs of electors. Then we spread the relation to all pairs of electors.

Let $e, e_1, e_2, ... \in E$.
We assume $e \sim e \sim \{e\} \sim [e]$, $\{e_1, \{e_2, e_3\}\} \sim \{e_1, e_2, e_3\}$, $[e_1, [e_2, e_3]] \sim [e_1, e_2, e_3]$ and so on.
We assume $\{e_1, e_2\} \sim \{e_2, e_1\}$, $[e_1, e_2] \sim [e_2, e_1]$.

We consider the table of the rules.

$\{e_1, e_2\}$	$\{e_1, e_2\}$
$\{e_1\}$	$[e_1, e_2]$
$\{e_2\}$	
$\{e_1, e_2\}$	
$\{e_1, e_2\}$	$e_1 \rhd e_2$
$\{e_2\}$	
$\emptyset$	
$\{e_1, e_2\}$	e_1
$\{e_1\}$	
$\{e_1, e_2\}$	e_2
$\{e_2\}$	

This table is analogous to the truth table of propositional logic.

On the left are variants of sets under which there is a elements on the right.

Example:
1) if there is $\{e_1\}$, then there is $[e_1, e_2]$
2) if there is $\{e_2\}$, then there is $[e_1, e_2]$
3) if there is $\{e_1, e_2\}$, then there is $[e_1, e_2]$

In the opposite direction we have:
if there is $[e_1, e_2]$, then there is $\{e_1\}$, or $\{e_2\}$, or $\{e_1, e_2\}$.

Thus, we believe that from the point of view of existence, elements $[e_1, e_2]$ and $[\{e_1\}, \{e_2\}, \{e_1, e_2\}]$ indistinguishable, i.e. $[e_1, e_2] \sim [\{e_1\}, \{e_2\}, \{e_1, e_2\}]$.

This method of defining elements is named **objectivation**. In this case, the element $[e_1, e_2]$ is the objectivation of the set of elements $\{e_1\}, \{e_2\}, \{e_1, e_2\}$.

As a result we have:
$\{e_1, e_2\} \sim \{e_1, e_2\}$
$[e_1, e_2] \sim [e_1, e_2, \{e_1, e_2\}]$
$e_1 \rhd e_2 \sim [\{e_1, e_2\}, e_2, \emptyset]$
$e_1 \sim \{e_1\} \sim [e_1] \sim [e_1, \{e_1, e_2\}]$
$e_2 \sim \{e_2\} \sim [e_2] \sim [e_2, \{e_1, e_2\}]$

We can further define the relation $\leq_\Omega$ according to the following scheme
1) For each $e \in E$, we can define a set of subsets of primary elements
$S_1 \subseteq \{p_1, p_2\}, ..., S_n \subseteq \{p_1, p_2\}$, что $e \sim [S_1, ..., S_n]$
2) Let $e_1, e_2 \in E$, $e \sim [S_1, ..., S_n]$, $e_2 \sim [R_1, ..., R_m]$. We assume $e_1 \leq_\Omega e_2 \Leftrightarrow$ for any R_i there is S_j, that $S_j \subseteq R_i$, $i \leq n, j \leq m$.

we can define the relations $\leq_\Omega$ in different ways, so we need to check the correctness of such definitions. This check on the correctness of the relation $\leq_\Omega$ is an analogue of the Gödel's completeness theorem for the calculus of propositions.

Note that the logic LP uniquely corresponds to the logic of propositions without negation. A detailed extension of the relation $\leq_\Omega$ and verification of correctness in this article is not given.

Thus, we determined the space $\Omega = (E, \leq_\Omega, E, I)$.

We notice that an attempt to define negation by the objectivation method leads to collisions.

Since e_1 is objectivation of the set $e_1, \{e_1, e_2\}$, it would be natural to define the negation $\neg e_1$ as an objectivation of the set $\emptyset, e_2$, i.e. subsets that do not contain e_1. We have that $e_1 \sim [e_1, \{e_1, e_2\}]$ и $\neg e_1 \sim [\emptyset, e_2]$. The we have $\{e_1, \neg e_1\} \sim \{[e_1, \{e_1, e_2\}], [\emptyset, e_2]\} \sim \{e_1, e_2\}$, то есть $\{e_1, \neg e_1\} \sim \{e_1, e_2\}$. With the point of view of the ordinary understanding of the negations we should have $\{e_1, \neg e_1\} \sim \emptyset$.

We introduce negation into the logic of elements of reality later.

Theorem 1.

Let $\Omega = (E, \leq_\Omega, E, I)$ is the space of the elements of the Logic LP and $e_1, e_2 \in E$. We have $e_2 \geq_\Omega e_1 \Leftrightarrow$ for any $e \in E$ we have $e \geq_\Omega e_2 \triangleright e_1$.

Corollary. Under the conditions of Theorem 1 we have

1) $e_2 \geq_\Omega e_1 \Leftrightarrow e_2 \triangleright e_1$ objectifies the set E, i.e. $e_2 \triangleright e_1 \sim [e | e \in E] \Leftrightarrow e_2 \triangleright e_1 = sup\{e \in E | e \leq x, x \in E\}$.

Theorem 2.

Let $\Omega = (E, \leq_\Omega, E, I)$ is the space of elements of LP, $e \in E$ and $e \sim [S_1, ..., S_n]$ then
$e = inf\{S_1, ..., S_n\} = sup\{x \in E | x \leq S_i, i \leq n\}$

Theorem 3.

Let $\Omega = (E, \leq_\Omega, E, I)$ is the space of elements of LP Let $\Delta = \{[p_1, ..., p_n] \in E | n \in N, p_i \in P\}$. Then each element $e \in E$ equivalent to an element of the form $\{e_1, ..., e_k\}$ where $e_1, ..., e_k \in \Delta$. We havee $e = sup\{e_1, ..., e_k\}$.

Theorems 2.3 allow us to generalize the mechanism of objectification to "large" spaces of elements of reality.

Theorem 4 asserts that it is possible to reconstruct the interpretation of the space LP based on the relation $\leq_\Omega$ and primary elements up to equivalence $\sim$. Теорема 4 утверждает, что можно восстановить интерпретацию пространства проявлений LP исходя из отношения $\leq_\Omega$ и первичных элементов с точностью до эквивалентности $\sim$.

Theorem 4.
Let $\Omega = (E, \leq_\Omega, E, I)$ is the space of LP. Let $P \subseteq E$ is the set of primary electors for E.

Let $\Psi = (F, \leq_\Psi)$ is the system isomorphic to the system $(E, \leq_\Omega)$. Let $f : F \to E$ is the correspondence isomorpism. Let we have the primary interpretation $I_0 : f^{-1}(P) \to E$, что $I_0(e) = f(e), e \in f^{-1}(P)$. We can to define procedure that allow us to expand the primary interpretation $I_0 : F \to E$ such that for any $e \in F$ we have $I_0(e) \sim f(e)$.

§ 6. The Generation of the logic of elements of reality for large spaces.

By the **Theorem 1** we can define objectivation follows. Let $\Omega = (E, \leq, E, I)$ is the space of elements of logic LP, LIP or LIN, $e \in E$ and $e \sim [S_1, ..., S_n]$, then
$e = sup\{x \in E | x \leq S_i\}$, i.e. $e = sup\{a \in M | a \leq x, x \in X\}$, where $M = E, X = \{S_1, ..., S_n\} \subseteq M$.
These conversions are made in order to use the language of the article "The topology on a complete semilattice". Let $\chi = (M, \leq)$ is a complete upper semilattice is a space of elements of reality, then we assume

$$\lim_D(X) = sup\{a \in M | \{x \in X | a \leq x\} \in D\},$$

where $X \subseteq M$ is an arbitrary set, D is an arbitrary non-principal ultrafilter on X.

If we compare two basic formulas, then we see the similarity of the definitions of objectification in "small" spaces and the limit in "large" spaces. The meaning of both formulas is the definition of the closest element with respect to a certain set of elements (in terms of the logic of the elements of reality, most indistinguishable in relation to existence). In the first case the set is finite, in the second case the set is infinite. Models of the second type will be called **evolutionary**.

With respect of **Theorem 3**, the set $\Delta = \{[p_1, ..., p_n] \in E | n \in N, p_i \in P\}$ is the analog of the base of the upper complete lattice semilattice ("The topology on a complete semilattice").

§ 7. Internal and external measures.

With the space of elements of reality, it is possible to assotiate the measures that characterize, in a sense, the properties of elements. For example, a measure can characterize the number of elments that can be understood as "internal" or the amount of information contained in an element. Such measures will be called internal measures of existence or simply internal measures.

The conservation law in general form was formulated by the ancient Greek philosopher Epicurus, which is formulated like this: "it is impossible to get anything out of nothing." In the language of internal measures of existence, this is formulated as follows: if $p_1 \rhd p_2$ then $\mu_1(p_1) \geq \mu_1(p_2)$. Hence the conservation law "in pure form" follows: if $p_1 \lhd \rhd p_2$ then $\mu_1(p_1) = \mu_1(p_2)$.

The external measure of existence characterizes the ability of an element to exist in relation to elements that can be understood as "external." Such measures will be called external measures of existence or simply external measures. The external measure can be understood as a measure of invariance (in its general sense) in relation to other elements of reality.

The property of complete invariance (or large invariance) of the element p in the general form in the language of an external measure looks like this:

$\mu_0(p) = max(>> 1) \Leftrightarrow$ for any(or almost any) element q (or some kind) we have $q \rhd p$.

Let $\Omega = (M, \leq, E, I)$ is the space of elements of reality.

Definition.

External mesure is a function $\mu_0 : M \to R$ with the properties:
1) if $e_1, e_2 \in F, e_1 \geq e_2$ then $\mu_0(e_1) \leq \mu_0(e_2)$
2) if $\mu_0(\{e_1, e_2\}) = 0$ then
$\mu_0([e_1, e_2]) = \mu_0(e_1) + \mu_0(e_2)$

Internal mesure is a function $\mu_1 : F \to R$ cwith the properties:
1) если $e_1, e_2 \in F, e_1 \geq e_2$, тогда $\mu_1(e_1) \geq \mu_1(e_2)$
2) if $\mu_1([e_1, e_2]) = 0$ (т.е. e_1, e_2 do not have reciprocal links then
$\mu_1(\{e_1, e_2\}) = \mu_1(e_1) + \mu_1(e_2)$

Theorem 5.
Let $\Omega = (M, \leq, E, I)$ is the space of elements of reality, Let $\mu_0 : M \to R$ is the external mesure, let $\mu_1 : M \to R$ is the internal mesure then
1) if $e_1 \sim e_2$ then $\mu_i(e_1) = \mu_i(e_2)$.
2) if $e \in M$ and for any $p \in M$ we have $p \rhd e$ then
$e \sim [x | x \in M]$ and $\mu_0(e) = \mu_0([x | x \in M]) = max\{x | x \in M\}$.

Examples:
Let $\Omega = (E, \leq, E, I)$ is the space of elements of the logics LP, LIP or LIN.

1) Let $e \in E$.
We assume
$\mu_0(e) = |\{p \in P | e \leq p\}|$,
$\mu_1(e) = |\{p \in P | e \geq p\}|$.
We have
$[p_1, p_2] \geq [p_1, p_2, p_3]$,

$\mu_0([p_1, p_2]) = 2,$
$\mu_0([p_1, p_2, p_3]) = 3,$
$\mu_0([p_1, p_2]) \leq \mu_0([p_1, p_2, p_3]).$
$\{p_1, p_2, p_3\} \geq \{p_1, p_2\},$
$\mu_1(\{p_1, p_2\}) = 2,$
$\mu_1(\{p_1, p_2, p_3\}) = 3,$
$\mu_1(\{p_1, p_2, p_3\}) \geq \mu_1(\{p_1, p_2\}).$

2) Let $\Omega = (E, \leq, E, I)$ is the space of elements of the logics LIP or LIN, P is the set of primary elements.

Let $e \in E$, $S_1, ..., S_n \subseteq P$, что $e \sim [S_1, ..., S_n]$ then we assume $\mu_0(e) = n$. We have
$\{p_1, p_2\} \geq [p_1, p_2],$
$\mu_0(\{p_1, p_2\}) = 1,$
$\mu_0([p_1, p_2]) = 3$, то есть
$\mu_0(\{p_1, p_2\}) \leq \mu_0([p_1, p_2]).$

We define $\mu_1(e)$ as the mesure of amount of information contained in e. We define it from the following considerations. In our case, the number of possible states is determined by the state of elements p_1, p_2, each of which can either exist or not exist, that is, only $2^2 = 4$ variants:
$S_1 = \{(p_1, 0), (p_2, 0)\}$
$S_2 = \{(p_1, 0), (p_2, 1)\}$
$S_3 = \{(p_1, 1), (p_2, 0)\}$
$S_4 = \{(p_1, 1), (p_2, 1)\}$
Let $e \in E$. We assume $\mu_1(e) = |\{S_i | e \geq (S_i, 0) \, or \, e \geq (S_i, 1)\}|$.

Examples.
Let $e_1 = (\{(p_1, 0), (p_2, 1)\}, 1)$ then
$e_1 \geq (S_1, 0)$, $e_1 \geq (S_2, 1)$, $e_1 \geq (S_3, 0)$, $e_1 \geq (S_3, 0)$, $e_1 \geq (S_4, 0)$,
i.e. $\mu_1(e_1) = 4$.

Let $e_2 = (\{(p_1, 1), (p_2, 0)\}, 0)$ then $e_2 \geq (S_3, 0)$.
For other S_i the state is not defined, i.e. $\mu_1(e_2) = 1$.

Let $e_3 = (p_1, 0)$ then there is defined elements $e_3 \geq (S_3, 0), e_3 \geq (S_4, 0)$ i.e. $\mu_1(e_3) = 2$.

We see that $e_3 \geq e_2$ и $\mu_1(e_3) \geq \mu_1(e_2)$.

The functions given in Examples 1) and 2) satisfy the conditions in the definition of the internal and external measures.

It is natural to assume that for any reasonable definition of a function characterizing the amount of information contained in the elements of reality, this function will satisfy at least the first condition for the internal measure, which confirms the existence of the conservation law of information with a reasonable definition of information spaces again.

§ 8. Examples. Physics.

Note that the schemes of this section are not a complete model because we do not build the complete space of physical elements and interpretations. Therefore, all the arguments in this section are not proof. It can be seen more as a hypothesis and an assessment. Such estimates may possibly help in the construction of complete physical models and their interpretations.

We consider some set of physical space elements P. Let $E : P \to R$ be the energy. Thus, the element of reality $p \in P$ we consider matter $\Leftrightarrow$ $E(p) > 0$.

For any elements of reality $p_1, p_2 \in P$ we have: if the existence of p_1 implies the existence of p_2 then $E(p_1) \geq E(p_2)$ ($p_1 \triangleright p_2$ inplies $E(p_1) \geq E(p_2)$).

Note that if the elements $p, q \in P$ are independent (do not interact) then the energy of their interaction is zero and we have $E(\{p, q\}) = E(p) + E(q)$. Note that for a more exact correspondence to the existence measure, we must have $E([p, q]) = 0$, i.e. we must interpret $[p, q]$ as a element of reality corresponding to the interaction p and q.

The conservation law for strongly determined spaces of elements of reality can be formulated as follows. If $p_1 \sim p_2$, then $E(p_1) = E(p_2)$. The value of energy can be considered as an internal measure on the space of elements of reality.

§ 9. Philosophy of elements of reality.

The principle of existence: p exists $\Leftrightarrow E(p) > 0$ we can generalize.

There is only one thing that shows itself, i.e. p exists $\Leftrightarrow$ $\mu_0(p) > 0, \mu_1(0) > 0$ ($\mu_0(), \mu_1()$ are some unknown to us internal and external measures of existence of the largest space of reality, including all elements of reality).

§ 1. Введение.

Физическая модель является формальным описанием наших представлений о физической реальности. С помощью физической теории мы интерпретируем элементы модели и эта интерпретация переносится на соответствующие проявления реальности. Таким образом мы наделяем физическую реальность свойствами конкретной модели.

Физическая теория описывается формулами. Формулы соответствуют физическим проявлениям, которые мы называем физическими закономерностями. Формулы описывают физическую модель, но сами не является элементами физической модели. Таким образом, существуют физические проявления (физические закономерности), которые не включаются в физические модели в качестве элементов. В этом смысле современные физические модели не являются полными. Пока не создан математический язык для построения подобных моделей. Логика проявлений является шагом в развитии такого языка.

Приведенные в данной статье схемы реальных пространств не являются полноценными моделями потому, что в рамках этих схем невозможно восстановить полную интерпретацию элементов. Данные схемы помогают сделать оценки на языке логики проявлений, которые могут помочь в выборе направления дальнейших исследований.

§ 2. Понятие "существует".

В контексте логики проявлений, мы считаем, что понятие "существует" является неопределяемым первичным понятием. Мы считаем, что существуют те проявления, которые мы перечисляем как существующие. Мы отвлекаемся от процедуры проверки существования проявления в реальности. В каждом конкретном случае мы можем связывать понятие "существует" с какой-нибудь процедурой проверки существования элементов. Для определения логики проявлений этого вполне достаточно.

§ 3. Соответствие между логикой проявлений и логикой высказываний.

Рассмотрим произвольное истинное высказывание, например, "слово "книга" состоит из пяти букв". Мы будем считать, что существует некоторое проявление p, которое соответствует данному высказыванию. Каждому проявлению, обозначаемому через p мы можем поставить в соответствие истинное высказывание "существует проявление p".

Таким образом, каждому проявлению, которое мы можем описать словами и про которое мы можем сказать, что оно существует, мы можем поставить в соответствие некоторое истинное высказывание и наоборот. При данном соответствии истинность высказываний соответствует существованию проявлений.

Определим соответсвие между проявлениями и формулами логики высказываний.

Рассмотрим два проявления, обозначаемые через p_1, p_2. Рассмотрим высказывания $\varphi_1 =$ "существует p_1", $\varphi_2 =$ "существует p_2". Таким образом, формулы φ_1, φ_2 соответствуют проявлениям p_1, p_2 соответственно.

Формуле $(\varphi_1 \to \varphi_2)$ поставим в соответствие проявление, которое обозначается записью $p_1 \triangleright p_2$.

Формулам $(\varphi_1 \wedge \varphi_2)$, $(\varphi_1 \vee \varphi_2)$ поставим в соответствие проявления, которые обозначаются записями $\{p_1, p_2\}, [p_1, p_2]$ соответственно.

Такое соответствие позволяет определить логику проявлений.

§ 4. Логика проявлений.

Совокупность проявлений, со связями вида "если существует p_1 тогда существует p_2" мы будем называть пространством проявлений. Данное отношение рефлексивно и транзитивно.

Пространством проявлений может быть некоторое реальное пространство или абстрактное. Абстрактные пространства проявлений мы будем рассматривать как математические объекты.

Пространство проявлений (математический объект) является объектом вида $\Omega = (M, \leq_\Omega, E, I)$.

Элементы $p \in M$ мы будем называть проявлениями или элементами пространства проявлений.

Отношение $p_1 \leq_\Omega p_2$ (отношение детерминизма) понимается как "если существует p_1, тогда существует p_2". Для отношения требуется рефлексивность ($p \leq_\Omega p$) и транзитивность ($p_1 \leq_\Omega p_2 \leq_\Omega p_3 \Rightarrow p_1 \leq_\Omega p_3$). Вообще говоря, если p_1, p_2 являются проявлениями некоторого пространства Ω, то элемент, описываемый записью $p_1 \leq_\Omega p_2$ также естественно считать проявлением и рассматривать как элемент пространства P. Для включения такого проявления мы используем запись (электор) $p_2 \triangleright p_1$. Мы рассмотрим данную двойственность позже.

$I : M \to E$ — функция интерпретации элементов M записями. E — некоторое множество записей. Записи из E будем называть **электорами**. Если не возникает недоразумений, то элементы множества M и соответствующие им электоры будем отождествлять.

Рассмотрим примеры интерпретаций из математики.

Интерпретация записями используется в теории множеств. Элементы моделей теории множеств называются множествами и отождествляются (интерпретируются) с записями $\emptyset, \{\emptyset\}, \{a_1, a_2, ...\}, \{a \in X | ...\}$ и т.д.

Рассмотрим еще один пример интерпретации. Мы можем представить некоторую логику высказываний в виде системы, элементы которой интерпретируются в виде формул и отношение между элементами интерпретируется отношением вывода между формулами.

В логике проявлений интерпретация элементов задается явным образом в виде функции.

Иногда в качестве множества проявлений M мы будем брать некоторое множество записей (электоров). В таком случае каждый элемент является своей интерпретацией.

В математической логике с определенными совокупностями формул и связями между ними связана определенная логика: логика высказываний, логика предикатов и т.д. Похожим образом дело обстоит и с логикой проявлений. С определенным видом пространства проявлений мы можем связать определенную логику проявлений.

§ 5. Позитивная логика LP.

Начнем с примера позитивной логики проявлений, построенной на двух элементах. На случай с произвольным числом элементов данный пример легко обобщается.

Построим множество записей (электоров) E. Пусть p_1, p_2 — обозначения двух проявлений (первичные электоры). Полагаем:
1) $p_1, p_2 \in E$
2) если $n \in N, e_1, ..., e_n \in E$, тогда запись $\{e_1, ..., e_n\} \in E$ и запись $[e_1, ..., e_n] \in E$.
3) если $e_1, e_2 \in E$, тогда запись $e_1 \triangleright e_2 \in E$. Другие записи в позитивной логике не предусмотрены.

Определим пространство проявлений $\Omega = (E, \leq_\Omega, E, I)$.

Интерпретацию I определим как тождественное отображение.

Если $e_1 \leq_\Omega e_2, e_2 \leq_\Omega e_1$, тогда полагаем $e_1 \sim e_2$.

Записи (электоры) вида $\{e_1, ...\}$ будем отождествлять с записями множеств. Например, мы будем считать, что конечное подмножество $S = \{e_1, ...\} \subseteq E$ является также и записью электора, то есть $S \in E$. Более подробно обсудим это позже.

Определим $\leq_\Omega$ следующим способом. Мы задаем отношение $\leq_\Omega$ на некотором множестве пар электоров. Потом мы распространяем отношение на все пары электоров.

Пусть $e, e_1, e_2, ... \in E$.
Полагаем $e \sim e \sim \{e\} \sim [e]$, $\{e_1, \{e_2, e_3\}\} \sim \{e_1, e_2, e_3\}$, $[e_1, [e_2, e_3]] \sim [e_1, e_2, e_3]$ и так далее.
Полагаем также $\{e_1, e_2\} \sim \{e_2, e_1\}$, $[e_1, e_2] \sim [e_2, e_1]$.

Рассмотрим таблицу правил

$\{e_1, e_2\}$	$\{e_1, e_2\}$
$\{e_1\}$	$[e_1, e_2]$
$\{e_2\}$	
$\{e_1, e_2\}$	
$\{e_1, e_2\}$	$e_1 \triangleright e_2$
$\{e_2\}$	
$\emptyset$	
$\{e_1, e_2\}$	e_1
$\{e_1\}$	
$\{e_1, e_2\}$	e_2
$\{e_2\}$	

Данная таблица является аналогом таблицы истинности логики высказываний.

Слева указаны варианты наборов при которых существует проявление справа. Например:
1) если существует $\{e_1\}$, тогда существует $[e_1, e_2]$
2) если существует $\{e_2\}$, тогда существует $[e_1, e_2]$
3) если существует $\{e_1, e_2\}$, тогда существует $[e_1, e_2]$

В обратную сторону имеем:
если существует $[e_1, e_2]$, тогда существует либо $\{e_1\}$, либо $\{e_2\}$, либо $\{e_1, e_2\}$.

Таким образом считаем, что с точки зрения существования элементы $[e_1, e_2]$ и $[\{e_1\}, \{e_2\}, \{e_1, e_2\}]$ неразличимы, то есть $[e_1, e_2] \sim [\{e_1\}, \{e_2\}, \{e_1, e_2\}]$.

Данный метод определения элементов будем называть **объектированием**. В данном случае элемент $[e_1, e_2]$ является объектированием набора проявлений $\{e_1\}, \{e_2\}, \{e_1, e_2\}$.

В итоге получаем:
$\{e_1, e_2\} \sim \{e_1, e_2\}$
$[e_1, e_2] \sim [e_1, e_2, \{e_1, e_2\}]$
$e_1 \triangleright e_2 \sim [\{e_1, e_2\}, e_2, \emptyset]$
$e_1 \sim \{e_1\} \sim [e_1] \sim [e_1, \{e_1, e_2\}]$
$e_2 \sim \{e_2\} \sim [e_2] \sim [e_2, \{e_1, e_2\}]$

Далее можем доопределить отношение $\leq_\Omega$ по следующей схеме
1) Для каждого электора $e \in E$ можем определить набор из подмножеств первичных элементов $S_1 \subseteq \{p_1, p_2\}, ..., S_n \subseteq \{p_1, p_2\}$, что $e \sim [S_1, ..., S_n]$
2) Пусть $e_1, e_2 \in E$, $e \sim [S_1, ..., S_n]$, $e_2 \sim [R_1, ..., R_m]$.
Полагаем $e_1 \leq_\Omega e_2 \Leftrightarrow$ для любого R_i найдется S_j, что $S_j \subseteq R_i$, $i \leq m, j \leq n$.

Доопределить отношение $\leq_\Omega$ можно разными способами, поэтому необходимо проверять корректность таких определений. Данная проверка на корректность отношения $\leq_\Omega$ является аналогом теоремы полноты Геделя для исчисления высказываний.

Заметим, что что логика LP однозначно соответствует логике высказываний без отрицания. Подробное доопределение отношения $\leq_\Omega$ и проверка корректности в данной статье не приводятся.

Таким образом, пространство $\Omega = (E, \leq_\Omega, E, I)$ построено.

Заметим, что при попытке определить методом объектирования отрицание приводит к явным коллизиям. Поскольку e_1 объектирует набор $e_1, \{e_1, e_2\}$, то естественно было бы определить отрицание $\neg e_1$ как объектирование набора $\emptyset, e_2$, то есть подмножеств, не содержащих e_1. Но тогда получаем, что $e_1 \sim [e_1, \{e_1, e_2\}]$ и $\neg e_1 \sim [\emptyset, e_2]$. Тогда получаем $\{e_1, \neg e_1\} \sim \{[e_1, \{e_1, e_2\}], [\emptyset, e_2]\} \sim \{e_1, e_2\}$, то есть $\{e_1, \neg e_1\} \sim \{e_1, e_2\}$. С точки зрения обычного понимания отрицания должны были бы иметь $\{e_1, \neg e_1\} \sim \emptyset$.

Отрицание в логику проявлений вводится позднее.

Теорема 1.

Пусть $\Omega = (E, \leq_\Omega, E, I)$ — пространство проявлений LP и $e_1, e_2 \in E$. Тогда имеем, что $e_2 \geq_\Omega e_1 \Leftrightarrow$ для любого $e \in E$ имеем $e \geq_\Omega e_2 \triangleright e_1$.

Следствие.

В условиях теоремы 1.

1) $e_2 \geq_\Omega e_1 \Leftrightarrow e_2 \triangleright e_1$ объектирует множество проявлений E, то есть $e_2 \triangleright e_1 \sim [e | e \in E] \Leftrightarrow e_2 \triangleright e_1 = sup\{e \in E | e \leq x, x \in E\}$.

Теорема 2.

Пусть $\Omega = (E, \leq_\Omega, E, I)$ — пространство проявлений LP, $e \in E$ и $e \sim [S_1, ..., S_n]$, тогда

$e = inf\{S_1, ..., S_n\} = sup\{x \in E | x \leq S_i, i \leq n\}$

Теорема 3.

Пусть $\Omega = (E, \leq_\Omega, E, I)$ — пространство проявлений LP. Пусть $\Delta = \{[p_1, ..., p_n] \in E | n \in N, p_i \in P\}$. Тогда любой элемент $e \in E$ эквивалентен элементу вида $\{e_1, ..., e_k\}$, где $e_1, ..., e_k \in \Delta$. Имеем также $e = sup\{e_1, ..., e_k\}$.

Теоремы 2,3 позволяют обобщить механизм объектирования на "большие" пространства проявлений.

Теорема 4 утверждает, что можно восстановить интерпретацию пространства проявлений LP исходя из отношения $\leq_\Omega$ и первичных элементов с точностью до эквивалентности $\sim$.

Теорема 4.

Пусть $\Omega = (E, \leq_\Omega, E, I)$ — пространство проявлений LP, $P \subseteq E$ — множество первичных электоров, на которых построено E.

Пусть $\Psi = (F, \leq_\Psi)$ — система, изоморфная системе $(E, \leq_\Omega)$. Пусть $f : F \to E$ — соответствующий изоморфизм и задана первичная интерпретация $I_0 : f^{-1}(P) \to E$, что $I_0(e) = f(e), e \in f^{-1}(P)$. Тогда можно определить процедуру, позволяющую расширить интерпретацию $I_0 : F \to E$ так, что для любого $e \in F$ имеем $I_0(e) = f(e)$.

Теорема 5.

Пусть $\Omega = (M, \leq, E, I)$ — пространство проявлений. Будем для простоты считать, что $M = E, I$ — тождественное отображение.

Пусть выполнены следующие условия:

1) Существует подмножество идентификаторов $Id \subseteq E$, что для любых $p \in M, i \in Id$ имеем $(p, i) \in M$

2) Пусть $A \subseteq M, e \in M$, что e есть объектирование элементов A, то есть $e \sim [a \in A]$.

3) Пусть $i \in Id$, тогда $(e, i) \sim f(i)$, где $f(i) \in A$ единственный элемент с таким свойством.

4) Пусть $\mu_1 : M \to R$ — внутренняя мера на M.

Тогда имеет место:

1) $\mu_1(e, i) = \mu_1(f(i))$.

2) Если $\mu_1(e, i) = \mu(e)$, тогда имеем

$\mu_1(f(i)) = \mu_1(e)$ и $\mu_1(f(i)) = \mu_1(f(j)), i, j \in Id$.

3) Имеет место: $e \geq (a \sim b)$ для всех $a, b \in A \Leftrightarrow e \geq A \sim [a \in A] \Leftrightarrow e \geq A$.

§ 6. Логики LIP и LIN на информационном пространстве.

Начнем с примера логик проявлений LIP и LIN, построенные на двух элементах. На случай с произвольным числом элементов данный случай легко обобщается.

Пусть $E\prime$ — множество записей позитивной логики проявлений LP, $P = \{p_1, p_2\}$ — множество первичных электоров. Расширим $E\prime$ до пространства проявлений E.

1) Полагаем $E_0 = E\prime$

2) Если E_n определено, тогда полагаем

$E_{n+1} = E_n \cup \{(e, 0) | e \in E_n\} \cup \{(e, 1) | e \in E_n\}$.

Полагаем $E = \bigcup\limits_{n \in N} E_n$.

На основе множества электоров E построим две логики проявлений LIN и LIP.

За основу определения детерминизма возьмем правила позитивной логики LP.

Правила для работы со скобками и перестановки элементов остаются прежними.

Построим таблицу для объектирования.

Пусть $e, e_1, ... \in E$.

$\{(e_1, 1), (e_2, 1)\}$	$(\{e_1, e_2\}, 1)$
$\{(e_1, 1), (e_2, 0)\}$	$([e_1, e_2], 1)$
$\{(e_1, 0), (e_2, 1)\}$	
$\{(e_1, 1), (e_2, 1)\}$	
$\{(e_1, 1), (e_2, 1)\}$	$(e_1 \triangleright e_2, 1)$
$\{(e_1, 0), (e_2, 1)\}$	
$\{(e_1, 0), (e_2, 0)\}$	
$\{(e_1, 1), (e_2, 1)\}$	$(e_1, 1)$
$\{(e_1, 1), (e_2, 0)\}$	
$\{(e_1, 1), (e_2, 1)\}$	$(e_2, 1)$
$\{(e_1, 0), (e_2, 1)\}$	

Данная таблица получается из соответствующей таблицы для позитивной логики LP следующим образом. Если проявление $e \in \{e_1, e_2\}$ слева присутствует, то вместо него записывается $(e, 1)$. Если проявление $e \in \{e_1, e_2\}$ слева отсутствует, то вместо него записывается $(e, 0)$.

Рассмотрим дополнительно следующие правила.
1) $e \sim (e, 1)$

Для логики LIN определяем (...,0) как для отрицания
2) Определим правила объектирования. Пусть $e \in E$. Пусть e объектирует набор $S_1, ..., S_n \subseteq E$, то есть $e \sim [S_1, ..., S_n]$. Полагаем $(e, 0)$ объектирует набор $S(E) \setminus \{S_1, ..., S_n\}$, то есть полагаем $(e, 0) \sim [R_0, ..., R_m]$. Здесь $R_0, ..., R_m$ перечисляет все элементы $S(E) \setminus \{S_1, ..., S_n\}$.

Другой вариант определения (...,0).
2') $((e, 1), 0) \sim (e, 0)$
$((e, 0), 0) \sim (e, 1)$,
$(\{e_1, e_2\}, 0) \sim [(e_1, 0), (e_2, 0)]$,
$([e_1, e_2], 0) \sim \{(e_1, 0), (e_2, 0)\}$.

Для логики LIP определяем (...,0) как обнуление
2*) $((e, 1), 0) \sim (e, 0)$,
$((e, 0), 0) \sim (e, 0)$,
$(\{e_1, e_2\}, 0) \sim \{(e_1, 0), (e_2, 0)\}$,
$([e_1, e_2], 0) \sim \{(e_1, 0), (e_2, 0)\}$.

Способы доопределения отношений $\leq_{LIN}$ и $\leq_{LIP}$ остаются теми же как для позитивной логики LP.

Построены пространства проявлений логики LIN $\Omega_{LIN} = (E, \leq_{LIN}, E, I)$ и для логики LIP $\Omega_{LIP} = (E, \leq_{LIP}, E, I)$

Для логик LIN и LIP выполнены аналоги теорем 1-4.

Теорема 6.
Пусть $\Omega_{LP} = (E_0, \leq_{LP}, E_0, I_0)$ — пространство проявлений, построенное для позитивной логики.
Пусть $\Omega = (E, \leq, E, I)$ — пространство проявлений, построенное для логики LIP или LIN. Тогда отображение $f : E_0 \to E$, что $f(e) = (e, 1)$ является разнозначным гомоморфизмом, то есть для любых $e_1, e_2 \in E_0$ имеем $e_1 \leq_{LP} e_2 \Leftrightarrow f(e_1) \leq f(e_2)$.

По-видимому, правило $((e, 0), 0) \sim (e, 1)$ (ничто на ничто получаем нечто) больше подходит для информационных внутренних мер. Кажется сомнительным, чтобы для такого правила подходили внутренние меры аналогичные мерам физического пространства.

Поэтому естественно предполагать, что логика LIN больше подходит как аналог логики высказываний. Для построения моделей физических пространств больше подходят, по-видимому, какие-то варианты позитивных логик.

§ 7. Обобщение логики проявлений на "большие" пространства проявлений.

Напомним, что по **Теореме 1** объектирование можно определить следующим образом. Пусть $\Omega = (E, \leq, E, I)$ — пространство проявлений логик LP, LIP или LIN, $e \in E$ и $e \sim [S_1, ..., S_n]$, тогда
$e = sup\{x \in E | x \leq S_i\}$, то есть $e = sup\{a \in M | a \leq x, x \in X\}$, где $M = E, X = \{S_1, ..., S_n\} \subseteq M$.
Данные преобразования сделаны для того, чтобы перейти на язык статьи "The topology on a complete semilattice". Пусть $\chi = (M, \leq)$ верхняя полная полурешетка является пространством проявлений, тогда полагаем.

$$\lim_{D}(X) = sup\{a \in M | \, \{x \in X | \, a \leq x\} \in D\},$$

где $X \subseteq M$ произвольное множество, D произвольный неглавный ультрафильтр на X. Если сравнить две основные формулы, то увидим сходство определений объектирования в "малых" пространствах и предела в "больших" пространствах. Смысл обеих формул состоит в определении наиболее близкого элемента по отношению к некоторому множеству элементов (в терминах логики проявлений наиболее неразличимого относительно существования). В первом случае множество конечно, во втором случае множество бесконечно. Модели второго типа будем называть **эволюционными**.

В соответствии с **Теоремой 3**, множество
$\Delta = \{[p_1, ..., p_n] \in E | n \in N, p_i \in P\}$ является аналогом базы верхней полной полурешетки решетки ("The topology on a complete semilattice").

§ 8. Внутренняя и внешняя мера.

С пространством проявлений можно связать меры, которые характеризуют в каком-то смысле свойства элементов. Например, мера может характеризовать количество проявлений, которые можно понимать как "внутренние" или количество информации, содержащееся в элементе. Такие меры будем называть внутренними мерами существования или просто внутренними мерами.

Идею сохранения в общем виде сформулировал древнегреческий философ Эпикур, которая звучит примерно так: "невозможно из ничего получить нечто". На языке внутренних мер существования это формулируется так: если $p_1 \triangleright p_2$, тогда $\mu_1(p_1) \geq \mu_1(p_2)$. Отсюда следует закон сохранения "в чистом виде": если $p_1 \triangleleft\triangleright p_2$, тогда $\mu_1(p_1) = \mu_1(p_2)$.

Внешняя мера существования характеризует способность элемента проявлять себя по отношению к элементам, которые можно понимать как "внешние". Такие меры будем называть внешними мерами существования или просто внешними мерами. Внешнюю меру можно понимать как меру инвариантности (в общем смысле) по отношению к другим проявлениям.

Свойство полной инвариантности (или большой инвариантности) проявления p в общем виде на языке внешней меры выглядит примерно так: $\mu_0(p) = max(>> 1) \Leftrightarrow$ для всех(или почти всех) проявлений q (или определенного вида) имеем
$q \triangleright p$.

Пусть $\Omega = (M, \leq, E, I)$ — пространство проявлений.

Определение.

Внешняя мера это функция $\mu_0 : M \to R$ со свойствами:
1) если $e_1, e_2 \in F, e_1 \geq e_2$, тогда $\mu_0(e_1) \leq \mu_0(e_2)$
2) если $\mu_0(\{e_1, e_2\}) = 0$, тогда
$\mu_0([e_1, e_2]) = \mu_0(e_1) + \mu_0(e_2)$

Внутренняя мера это функция $\mu_1 : F \to R$ со свойствами:
1) если $e_1, e_2 \in F, e_1 \geq e_2$, тогда $\mu_1(e_1) \geq \mu_1(e_2)$
2) если $\mu_1([e_1, e_2]) = 0$ (т.е. e_1, e_2 не имеют взаимных связей), тогда
$\mu_1(\{e_1, e_2\}) = \mu_1(e_1) + \mu_1(e_2)$

Теорема 7.
Пусть $\Omega = (M, \leq, E, I)$ — пространство проявлений, $\mu_0 : M \to R$ — внешняя мера, $\mu_1 : M \to R$ — внутренняя мера, тогда
1) если $e_1 \sim e_2$, тогда $\mu_i(e_1) = \mu_i(e_2)$.
2) если $e \in M$ и для любого $p \in M$ имеем $p \triangleright e$, тогда
$e \sim [x|x \in M]$ и $\mu_0(e) = \mu_0([x|x \in M]) = max\{x|x \in M\}$.

Примеры:
Пусть $\Omega = (E, \leq, E, I)$ — пространство проявлений логик LP, LIP или LIN.

1) Пусть $e \in E$.
Полагаем
$\mu_0(e) = |\{p \in P | e \leq p\}|$,
$\mu_1(e) = |\{p \in P | e \geq p\}|$.
Имеем
$[p_1, p_2] \geq [p_1, p_2, p_3]$,
$\mu_0([p_1, p_2]) = 2$,
$\mu_0([p_1, p_2, p_3]) = 3$,
$\mu_0([p_1, p_2]) \leq \mu_0([p_1, p_2, p_3])$.
$\{p_1, p_2, p_3\} \geq \{p_1, p_2\}$,
$\mu_1(\{p_1, p_2\}) = 2$,
$\mu_1(\{p_1, p_2, p_3\}) = 3$,
$\mu_1(\{p_1, p_2, p_3\}) \geq \mu_1(\{p_1, p_2\})$.

2) Пусть $\Omega = (E, \leq, E, I)$ — пространство проявлений логики LIP или

LIN, P— совокупность первичных элементов.

Пусть $e \in E$, $S_1, ..., S_n \subseteq P$, что $e \sim [S_1, ..., S_n]$, тогда полагаем $\mu_0(e) = n$.
Имеем
$\{p_1, p_2\} \geq [p_1, p_2]$,
$\mu_0(\{p_1, p_2\}) = 1$,
$\mu_0([p_1, p_2]) = 3$, то есть
$\mu_0(\{p_1, p_2\}) \leq \mu_0([p_1, p_2])$.

Определим $\mu_1(e)$ как меру количества информации, содержащейся в e. Определим ее из следующих соображений. В нашем случае количество возможных состояний определяется состоянием проявлений p_1, p_2, каждое из которых может либо существовать, либо не существовать, то есть всего $2^2 = 4$ вариантов:
$S_1 = \{(p_1, 0), (p_2, 0)\}$
$S_2 = \{(p_1, 0), (p_2, 1)\}$
$S_3 = \{(p_1, 1), (p_2, 0)\}$
$S_4 = \{(p_1, 1), (p_2, 1)\}$
Пусть $e \in E$. Полагаем $\mu_1(e) = |\{S_i | e \geq (S_i, 0)\, or\, e \geq (S_i, 1)\}|$.
Рассмотрим примеры.
Пусть $e_1 = (\{(p_1, 0), (p_2, 1)\}, 1)$, тогда
$e_1 \geq (S_1, 0)$, $e_1 \geq (S_2, 1)$, $e_1 \geq (S_3, 0)$, $e_1 \geq (S_3, 0)$, $e_1 \geq (S_4, 0)$,
то есть $\mu_1(e_1) = 4$.

Пусть $e_2 = (\{(p_1, 1), (p_2, 0)\}, 0)$, тогда $e_2 \geq (S_3, 0)$.
Для остальных S_i состояние не определено, то есть $\mu_1(e_2) = 1$.

Пусть $e_3 = (p_1, 0)$, тогда определены $e_3 \geq (S_3, 0), e_3 \geq (S_4, 0)$, то есть $\mu_1(e_3) = 2$.

Заметим, что $e_3 \geq e_2$ и $\mu_1(e_3) \geq \mu_1(e_2)$.

Приведенные в примерах 1),2) функции удовлетворяют условиям в определении внутренней и внешней меры.

Естественно предполагать, что при любом разумном определении функции, характеризующей количество информации, содержащейся в проявлениях, данная функция будет удовлетворять по крайней мере первому условию для внутренней меры, что подтверждает наличие закона сохранения информации при разумном опять же определении информационных пространств.

§ 9. Примеры. Физика.

Заметим, что схемы данного раздела не являются полноценной моделью потому, что мы не строим полного пространства физических проявлений и полных интерпретаций. Поэтому все рассуждения в данном разделе не являются доказательством. Их можно рассматривать скорее как гипотезу и оценку. Такие оценки возможно могут помочь при построении полных физических моделей и их интерпретаций.

Рассмотрим пространство физических проявлений. Мы предполагаем, что имеем процедуру подсчета энергии (если интерпретируем энергию как числовую функцию). Рассмотрим некоторую совокупность физических проявлений P. Пусть $E_1 : P \to R$ энергия.

Проявление $p \in P$ будем считать материей $\Leftrightarrow E_1(p) > 0$.

Следующее свойство является предположением. Для любых проявлений $p_1, p_2 \in P$ имеем: если из существования p_1 следует существование p_2, тогда $E_1(p_1) \geq E_1(p_2)$ (из $p_1 \triangleright p_2$ следует $E_1(p_1) \geq E_1(p_2)$).

Заметим, что если прояления $p.q \in P$ независимы, то есть не взаимодействуют, тогда энергия их взаимодействия равна нулю. В этом случае мы имеем $E_1(\{p,q\}) = E_1(p) + E_1(q)$. Заметим, что для более точного соответствия внутренней мере существования, мы должны иметь $E_1([p,q]) = 0$, то есть мы должны интерпретировать $[p,q]$ как проявление, соответствующее взаимодействию p и q.

Закон сохранения для сильно детерминированных пространств физических проявлений можно сформулировать следующим образом. Если $p_1 \sim p_2$, тогда $E_1(p_1) = E_1(p_2)$.

В современной физике процессу измерения уделяется большое внимание. Мы можем получать первичные факты о мире в процессе измерения. И мы и процесс измерения являемся частью физического мира. В процессе измерения мы находимся в определенном контексте, связанным с процессом измерения. С этим контекстом связано определенное пространство проявлений и соответствующий ему детерминизм. Проявления и детерминизм фиксируются в виде первичных фактов. На основе первичных фактов строятся модели. Отсюда следует, что дополнительный детерминизм, сопутствующий процессу измерения и построению модели может стать частью физической модели. Насколько является существенным такое предопределение дополнитеольного детерминизма попробуем понять дальше в рамках логики проявлений на примере двух моделей времени.

Пусть $T = \{t \in R | t_0 \leq t \leq t_1\}, t_0, t_1 \in R$.

В первой модели время будем рассматривать в виде электора $T_1 = [t \in T]$. Будем считать, что элементы электора T_1 не существуют совместно в контексте электора, то есть если существует электор T_1, то существует один и только один элемент электора T_1.

Во второй модели время будем представлять в виде интервала, то есть множества. Мы отождествляем множество T с соответствующим электором (T_2). В этом случае все элементы электора существуют совместно в контексте существования электора, то есть если существует T_2, то существуют все элементы электора T_2.

Рассмотрим некоторую замкнутую систему физических проявлений

$M(t)$ относительно некоторой инерциальной системы отсчета S. Пусть $t_0 \leq t \leq t_1$ является наибольшим интервалом, на котором система замкнута. Время моделируем в виде электора $T_1 = [t|t_0 \leq t \leq t_1]$.

Исходные предположения следующие.

1) Считаем, что существует некоторое пространство проявлений $\Omega = (M, \leq, E, I)$, моделирующее физическое пространство, с которым мы работем. Все остальные рассуждения будут связаны со свойствами этого пространства. Это пространство является гипотетическим, поскольку пока непонятно как его строить. Для не очень строгих рассуждений общего вида, которым нужно придать определенную обоснованность этого достаточно. Будем считать, что (за исключением внутренней меры $\mu_1 : M \to R$) все используемые в примере проявления и электоры являются элементами этого пространства Ω, в частности, электор T_1 и элементы $E, M(t)$.

1) Существует некоторое множество элементов $M(t) \in M, t \in T \subseteq M$ и элемент $E \in M$, что проявление E является объектированием набора $M(t), t \in T$, то есть $E \sim [M(t)|t \in T]$.

2) Будем считать, что $(E, t) \sim M(t), t \in T$.

Данное условие выглядит вполне естественным так как пара (E, t) однозначно определяет $M(t)$ и наоборот. Если в контексте траектории считать, что $t \sim M(t)$, то $(E, t) \sim ([M(t)|t \in T], M(t)) \sim M(t)$. Фактическое введение эквивалентности $t \sim M(t)$ некорректно, так как при этом мы связываем момент времени с одним элементом и одной точкой пространства.

3) Пусть $\mu_1 : M \to R$ является внутренней мерой.

Мы находимся в условии Теоремы 5.

Очевидно, что в этих условиях имеем следующее.

i) Из 2) следует $\mu_1(E, t) = \mu_1(M(t)), t \in T$.

ii) Если $\mu_1(E, t) = \mu_1(E), t \in T$, тогда имеем $\mu_1(E) = \mu_1(M(t_1)) = \mu_1(M(t_2)), t_1, t_2 \in T$, то есть выполнен закон сохранения для внутренней меры $\mu_1()$.

Заметим, что при моделировании времени электором $[t \in T]$, нам приходится моделировать траекторию системы электором $[M(t)|t \in T]$ с несовместимыми элементами. Для того, чтобы получить закон сохранения для внутренней меры $\mu_1()$ в данной ситуации мы:

1) вводим электор E, который считаем проявлением, соответствующим энергии.

2) Полагаем $\mu_1(E, t) = \mu_1(E), t \in T$.

Оба эти условия являются существенными.

Теперь рассмотрим вместо 2) следующее условие

2') $E \geq M(t), t \in T$.

Получаем эквивалентное условие $E \geq \{M(t)|t \in T\}$.

Получаем также $M(t_1) \geq E \geq M(t_2), t_1, t_2 \in T$, то есть $\mu_1(M(t_1)) = \mu_1(M(t_2)) = \mu_1(E)$ и $\mu_1(E, t) = \mu_1(E)$. То есть при условии 1) из 2') следует 2), то есть выполняется закон сохранения. Из условия 2'), из существования E следует существование траектории $M(t), t \in T$ как электора $\{M(t)|t \in T\}$, то есть совместное существование элементов $M(t), t \in T$.

Рассмотрим условия
2") Существует $\{M(t)|t \in T\}$.
2"') Существует $\{t|t_0 \leq t \leq t_1\}$.
Условия не удается описать в контексте данной модели, но очевидно, что условие 2") сильнее условия 2'), а условие 2"') сильнее условия 2").

Условия 2") соответствуют модели траектории, элементы которой существуют совместно. Условия 2"') соответствуют модели времени, элементы которой существуют совместно.

Какие выводы можно сделать? Если время и траектория моделируются []-электорами, то для наличия закона сохранения приходится вводить дополнительные условия:
1) Определять энергию E как отдельное проявление. Численное значение энергии можно рассматривать как интерпретацию E в виде внутренней меры существования.
Альтернативные условия 2) или 2'):
2) условие $\mu_1(E, t) = \mu_1(E), t \in T$ является самым слабым условием. Является внешним по отношению к модели, поэтому непонятно почему оно должно выполняться.
2') Условие $E \geq M(t), t \in T$ или эквивалентное ему условие $E \geq \{M(t)|t \in T\}$ является более сильным. Постулируется наличие совместного существования элементов траектории в контексте существования электора E. То есть элементы траектории определяют электор E и наоборот, электор E задает траекторию в совокупности. Такое условие является промежуточным между 2) и 2'),2"). Это условие кажется более предпочтительным, так как является внутренним условием рассматриваемой модели. Это условие также предполагает рассматривать энергию как проявление.

2'),2") Эти условия соответствуют классическим $\{\}$-моделям, принятым в физике. В данных условиях для формулировки закона сохранения нет необходимости рассматривать энергию как отдельное проявление. Достаточно энергию рассматривать как внутреннюю меру существования. Действительно, предположим, что мы находимся в контексте существования $\{M(t)|t \in T\}$. Это означает, что элементы $M(t), t \in T$ существуют совместно, то есть $M(t_1) \sim M(t_2), t_1, t_2 \in T$, откуда $\mu_1(M(t_1)) = \mu_1(M(t_2)), t_1, t_2 \in T$. Из последнего равенства следует закон сохранения в обычном виде для внутренней меры $\mu_1()$.

Предположим, что мы находимся в условиях того же рассматриваемого пространства, то есть выполнено условие 1), то есть энергию представляем в виде электора E. Теперь попробуем разобраться с интерпретацией E в виде внешней меры существования.

Рассмотрим как и раньше два варианта. Для начала предположим, что траектория представляется в виде электора $[M(t)|t \in T]$ с несовместимыми элементами.

Имеем $E \sim [M(t)|t \in T]$. В соответствии с примерами внешней меры, рассмотренными раньше, естественной внешней мерой в данном случае является какая-то мера количества элементов электора $[M(t)|t \in T]$. В качестве такой меры естественно взять величину интервала времени T. Получаем, что в качестве интерпретации энергии E в качестве внешней меры (меры инвариантности) можно взять
$\mu_0(E) = \mu_0([M(t)|t \in T]) = t_1 - t_0$.

Осталось проверить второе условие для внешней меры. Заметим, что проявления $M(t_1), M(t_2), t_1 \neq t_2$ не могут существовать совместно, то есть внешняя мера их совместного существования равна нулю. Получаем, что естественно предполагать, что $\mu_0(\{M(t)|t \in T\}) = 0$. Напомним, что мы понимаем в данном случае $\{M(t)|t \in T\}$ как электор. Этот электор соответствует совместному существованию, входящих в него элементов.

Рассмотрим вторую модель. Предположим, что траектория представляется в виде электора $\{M(t)|t \in T\}$, то есть с совместно существующими элементами в контексте существования электора траектории. Будем считать, что мы находимся в условиях 2'), то есть $E \geq \{M(t)|t \in T\}$.

Имеем $\mu_0(E) = \mu_0(M(t)) = \mu_0(\{M(t)|t \in T\}) = \mu_0([M(t)|t \in T])$.

В одном из примеров, рассмотренном в разделе для определения мер, мы определили внешнюю меру элемента e как $\mu_0(e) = |\{p \in P|p \triangleright e\}|$. Мы можем определить меру похожим способом. Так как $E \geq M(t) \geq [M(t)|t \in T]$ и $M(t_1) \sim M(t_2), t_1, t_2 \in T$, то естественно в качестве такой меры взять количество различных с точки зрения эквивалентности $\sim$ элементов p, для которых $p \geq [M(t)|t \in T]$. Но мы имеем только один класс эквивалентности с таким своймством. Поэтому естественно полагать, что $\mu_0([M(t)|t \in T]) = 1$.

В результате получаем следующее. При первичной интерпретации времени как электора [...] мы оцениваем внешнюю меру энергии E как $E_0 = t_1 - t_0$, то есть как временной интервал, на котором сохраняется E. При первичной интерпретации времени как множества, то есть электора $\{....\}$, мы оцениваем внешнюю меру как $E_0 = 1$.

Подведем итоги и оценим сходства и различия двух моделей времени.
1) Если мы задаем время $\{\}$-моделью , то это соответствует тому, что мы добавляем к []-модели детерминизм $\{M(t)|\, t \in T\} \sim [M(t)|\, t \in T]$.
2) В рамках []-модели для того, чтобы определить закон сохранения энергии (внутренней меры) приходится предполагать, что энергия E является проявлением того же пространства проявлений, что и система $M(t)$ и является объектированием набора $\{M(t)|\, t \in T\}$, то есть $E \sim [M(t)|\, t \in T]$. При этом делается дополнительное предположение, что $E \sim E(t), t \in T$.

Численное значение энергии (в обычном смысле) является интерпретацией

энергии E в виде внутренней меры существования $\mu_1()$. С энергией E связана также внешняя мера существования $\mu_0()$, пропорциональная величине временного интервала T.
3) Рассмотрим случай $\{\}$-модели времени. В этом случае имеем $M(t_1) \sim M(t_2), t_1, t_2 \in T$, то есть $\mu_1(M(t_1)) = \mu_1(M(t_2))$. То есть в предположении $\{M(t)|\, t \in T\} \sim [M(t)|\, t \in T]$ и того, что энергия есть внутренняя мера существования мы получаем закон сохранения энергии.

То есть в данном случае нет необходимости понимать энергию как отдельное проявление. Нет необходимости считать, что энергия является объектированием набора $\{M(t)|t \in T\}$. Собственно эту интерпретацию энергии мы и имеем в рамках стандартных моделей физики, что оказывается вполне закономерным.

Мы видим, что рассмотренные две модели и интерпретации энергии сильно различаются, хотя и в том и другом случае мы получаем закон сохранения энергии. Для того, чтобы определить действительное влияние дополнительного детерминизма, необходимо перевести существующие физические модели, например, вывод сохранения энергии как следствие инвариантности законов движения относительно сдвигов во времени на язык логики проявлений. При этом необходимо рассматривать модель времени как []-электор с несовместимыми элементами. Если получится сделать вывод закона сохранения, тогда влияние рассматриваемого дополнительного детерминизма в данном случае нет. Если не получится, то скорее всего, влияние есть.

Наличие разных типов физических моделей и интерпретаций может помочь выявить дополнительный детерминизм, который появляется на этапах построения моделей.

В рамках логики проявлений естественно также предполагать, что
1) Частицы являются "сгустками" проявлений.
2) Энергия на макро уровне есть результат объектирования материальных тел (уровень частиц мы не рассматривали).
3) Численное значение энергии на макро уровне есть функция, которая является частным случаем внутренних мер существования.
4) В контексте логики проявлений естественно рассматривать физические закономерности как результат объектирования по отношению к материи, движению материи.
5) В контексте логики проявлений, естественно предполагать, что наш физический мир как совокупность закономерностей, физических структур (например наличие атомов, наличие определенных частиц, одинаковости подобных частиц и тд), наличие структуры пространства и времени и т.д. является проявлением в более обширном пространстве проявлений, соответствующим максимуму внешней меры существования этого пространства (наиболее неразличим со всем исходным пространством в обобщенном смысле, является результатом объектирования исходного пространства

в обобщенном смысле). Такого типа "большие" пространства и модели рассматривались в разделе 7 (Обобщение логики проявлений на "большие" пространства проявлений).

Многообразие возможных проявлений такого пространства, судя по тому, что оно произвело наше пространство физических проявлений, может допускать существование проявлений любого уровня сложности.

Заметим, что термин "эволюционные" здесь весьма условен потому, что детерминизм в таких пространствах может быть стационарной системой отношений, и не иметь отношения к течению нашего времени. Эволюционными они названы потому, что
i) есть большое многообразие проявлений
ii) есть механизм выбора, вариативности проявлений по свойству способности проявлять себя по отношению к другим проявлениям (степени инвариантности, по степени реальности).

В случае физического пространства такой детерминизм возможно является внешним по отношению к нашему времени.
6) Естественно возникает вопрос о существовании более общих, чем энергия мер существования, связанных с физическим пространством. Эти меры могут быть связаны, например, с информационным пространством, в которое естественным образом погружены физические проявления как это сделано в логиках LIN и LIP.

§ 10. Примеры. Эволюция.

Рассмотрим одну из общих закономерностей "больших" рельных пространств проявлений. На языке философов это звучит примерно так. В пространстве проявлений субстанционный поток направлен из пространства проявлений в субстанцию.

В переводе на язык логики проявлений, можем наиболее общие свойства таких пространств описать следующим образом.
1) Есть большое многообразие проявлений.
2) Есть механизм выбора, вариативности проявлений по свойству способности проявлять себя по отношению к другим проявлениям (степени инвариантности, степени реальности).
3) Направленность эволюции во времени в направлении проявлений большей реальности.
Совокупность проявлений "большой" реальности это закономерности и свойства, выработанные в процессе эволюции. Для биологических пространств это свойства живых организмов и систем. Для общественных пространств это правила и нормы существования, принципы устройства общества и т.д.. Для человека это свойства его личности, выработанные в процессе жизни, его образ жизни и т.д..

Исходная идея исследований состояла в следующем. Было замечено, что существуют "большие" пространства проявлений, в которых как бы из ниоткуда с течением времени появляются закономерности.

К таким пространствам были отнесены биологическое, общественное и пространство проявлений человека (души, психики, сознания и тд).

К таким пространствам было отнесено и физическое пространство. Предполагалось, что физические закономерности в нем существуют благодаря существованию внешнего по отношению к нему пространству проявлений, в рамках которого и происходит формирование привычного нам физического пространства. Предполагается, что для этого пространства выполнены 1),2), но не 3), так как такое формирование скорее всего является внешним по отношению к нашему времени, с которым связаны закономерности нашего пространства. Внешнее пространство может просто задавать определенный детерминизм, определяющий существование нашего пространства.

Привычные нам эволюционные пространства, рассмотренные выше естественно связаны с эволюцией во времени потому, что они находятся в нашем физическом пространстве, поэтому для них предполагается 1),2),3).

Для моделирования и интерпретации таких пространств больше подходят "эволюционные" модели, но мы пока рассмотрим самую простую модель эволюции во времени в контексте логики проявлений.

Пусть p, q —некоторые проявления, обладающие следующим свойством $p \triangleright q$ неразличимо относительно существования с q. Пусть μ_1 — некоторая внутренняя мера, определенная на тех же проявлениях, тогда в силу эквивалентности $p \triangleright q$ и q по определению внутренней меры мы имеем, что $\mu_1(p \triangleright q) = \mu_1(q)$. Предположим теперь, что наши проявления существуют во времени и при этом, p предшествует q. Если мы рассматриваем внутреннюю меру $\mu_1()$ как некоторую "энергию", то получаем, что "энергия" движения $\mu_1(p \triangleright q)$ равна "энергии" результата $\mu_1(q)$. Мы предполагаем, что такая "энергия" является основной движущей силой в эволюционирующих пространствах. Эта энергия является следствием неразличимости процесса и результата этого процесса с точки зрения существования. Попросту говоря, $\mu_1(q)$ является стимулом движения, определяет потенциальную "энергию" движения $p \to q$. Чем больше значение $\mu_1(q)$, тем больше потенциальная энергия движения $p \to q$.

Пусть теперь $\mu_0()$ — некоторая внешняя мера существования. Для внешней меры мы также имеем, что $\mu_0(p \to q) = \mu_0(q)$. В чем смысл данного свойства? Внешняя мера связана со способностью проявлять себя. Чем больше у проявления способность проявлять себя по отношению к другим проявлениям (например, способность адаптации в внешним условиям), тем больше значение меры. Например, чем более адаптивным является состояние q, тем более адаптивным, устойчивым является движение к данному состоянию и наоборот. Получаем, что большое значение внешней меры в данном случае соответствует устойчивому движению к адаптивному состоянию. Таким образом, внешняя мера соответствует направлению движения, направлению эволюции пространства проявлений. В итоге получаем, что внутренняя мера соответствует энергии движения $p \to q$, а внешняя мера соответствует направлению движения. Чем больше внешняя мера, тем большее адаптивным является и движение к результату и сам результат. То есть само движение и цель равноценны с точки зрения существования.

Таким образом, эволюцией движет стремление существовать. Существование является внутренним стимулом эволюции.

Направление эволюции задается адаптацией к условиям опять же с целью существования. На этом пути создаются свойства для адаптации, в частности, формируется стремление существовать.

Данные закономерности справедливы для различных пространств проявлений, поэтому существование правильнее понимать в самом широком смысле, а не только в узком смысле выживания.

Мы получили в пространстве проявлений логики проявлений следующий результат. Детерменизм $p_1 \triangleright p_2$ имеем место в пространстве проявлений $\Leftrightarrow \mu_0(p_1 \triangleright p_2) = max$. По существу это свойство означает, что детерменизм определяется элементами наиболее неразличимыми со всем пространством проявлений. Такие проявления обладают максимумом реальности.

Мы предполагаем, что данная гипотеза верна для достаточно "больших" реальных пространств проявлений. Под "большими" мы понимаем пространства проявлений с большим многообразием проявлений. В эволюционирующих пространствах эволюция направлена в направлении максимума внешней меры существования. Данную формулировку можно сформировать в точности как предыдущую, если учесть, что для эволюционирующих пространств имеет место свойство $p \triangleright q \sim q$.

Меры существования являются вспомогательными понятиями. И меры существования и направленность эволюции представляют из себя некоторые проявления, которые также оцениваются с точки зрения реальности. Но реальность как мера не является точным понятием, а дает некоторое приблизительное распределение, поэтому на практике выбор этих элементов (например для моделирования) всегда связан с некоторым приближением, выбором некоторого усредненного варианта, соответствующего максимуму реальности (также как в теории вероятности при нормальном распределении в качестве наиболее адекватной оценки лучше выбрать элемент соответствующий максимуму распределения, хотя на деле это некоторое среднее значение).

Мы предполагаем, что энергия как внутренняя мера является результатом объектирования материи. То же самое мы предполагаем и для другий внутренних мер существования. Внешнюю меру с максимумом значения вполне можно рассматривать как предел в неразличимости по существованию. Использование мер существования упрощает формулировку понятий и понимание языка логики проявлений.

В контексте логики проявлений и эволюционных пространств естественно задать вопрос о происхождении жизни. Всвязи с тем, что внешнее физическое пространство (по отношению к нашему физическому пространству) должно обладать неограниченным потециалом проявлений, то естественно задать вопрос о том является ли жизнь некоторым вполне отдельным пространством проявлений, связанным с миром атомов и молекул или есть часть этого мира. Возможно жизнь во всей соввокупности наиболее общих проявлений является результатом объектирования в каком-то смысле по отношению к молекулам, сложным молекулам, своим собственным проявленийям и т.д. по цепочке.

Рассмотрим похожую ситуацию из раздела "Примеры. Физика." В разделе "Примеры. Физика." мы выяснили, что есть по крайней мере два способа описания энергии, которым соответствуют две разные модели на языке логики проявлений.

Первый способ (классический) состоит в том, что энергия есть числовая функция, которая связана с движением объектов. Такой подход достигается введением дополнительного детерменизма, связанного с моделированием времени в виде обычного интервала.

Второй способ связан с моделированием времени в виде электора $[t|t_0 \leq t \leq t_1]$, в котором различные моменты времени не существуют совместно. Такая модель времени вынуждает рассматривать энергию как одно из проявлений физического пространства проявлений наряду с объектами. Энергия как числовая функция является интерпретацией такой энергии в виде внутренней меры существования. При таком подходе энергия является отдельным проявлением реальности, неразрывно связанным с объектами.

По аналогии с энергией, жизнь также можно рассматривать с точки зрения двух различных подходов. При первом подходе, жизнь является сложной организацией молекул, то есть является свойством молекул и связей между молекулами. При втором подходе жизнь является отдельным проявлением (скорее целым пространством проявлений), которое неразрывно связано с молекулами и связями между молекулами. При данном подходе мы вынуждены признать, что это пространство проявлений должно эволюционировать и усложняться параллельно с эволюцией и усложнением молекул и связей между ними. Естественно также ожидать в таком случае, что пространство должно также объектировать связи между этим пространством и молекулами, объектировать свои элементы, которые объектируют молекулы и т.д. по цепочке.

11. Философия проявлений.

Принцип существования: p существует $\Leftrightarrow E(p) > 0$ можно обобщить.

Существует то и только то, что себя проявляет, то есть p существует $\Leftrightarrow \mu_0(p) > 0, \mu_1(p) > 0$ ($\mu_0(), \mu_1()$ - некоторые нам неизвестные внутренняя и внешняя меры существования самого большого пространства проявлений, включающего все проявления).

License agreement

В процессе работы над основными идеями эволюционных моделей существенное влияние оказали работы: Аристотель(идеи субстанции), В.И.Вернадский, К.Ф.Браун (закономерности эволюции), К.Гедель (идеи конструктивизма), Д.Гильберт (идеи оснований математики и аксиоматизации физики), И.Кант (идеи инвариантности), Н.Н.Моисеев (идеи эволюции в моделировании физических закономерностей), И.Р.Пригожин (идеи порядка из хаоса), идеи буддизма, идеи современной физики и многие другие.

REFERENCES

[1] M.Born, Atomic physics, 1963, MIR.
[2] A.Einstein, The Evolution of physics,1965,NAUKA.
[3] В.Гейзенберг, Физика и философия, 1989, Наука.
[4] Ч. Дарвин, Происхождение видов.
[5] D. Hilbert, P. Bernays, Foundations of Mathematics, 1982, NAUKA.
[6] H.E.Kalu Rinpoche, Foundations of Tibetan Buddhism, 2004.
[7] E.P. Wigner, Symmetries and reflections,1971,MIR.