

Тень улыбки "Чеширского кота" (топологический аспект)

В.А. Касимов (E-mail: quadrica-m@mail.ru)



Согласно ^[1], рассмотрим пару фотонов в "спутанном" состоянии, двигающихся в противоположных направлениях. Каждый из фотонов находится в состоянии с круговой поляризацией. По способу "приготовления" волновой функции двухчастичной системы ясно, что каждый фотон может обладать полным набором квантовых чисел, включая поляризацию. Назовём фотон "Чеширским котом", а его линейную поляризацию (одну из двух возможных), как "улыбку". Таким образом, мы имеем двух котов, у каждого из которых может появиться своё собственное выражение лица (улыбка или наоборот), что мы сможем увидеть как результат измерения (в фотонном варианте).

Суть результатов эксперимента А. Аспека заключается в экспериментальном установлении тесной корреляционной связи между улыбками двух котов (при соответствующей ориентации анализаторов в исходной формулировке задачи). При неизвестном выражении лица первого кота выражение лица второго кота также неизвестно. Ситуация кардинально меняется, если мы обратим внимание на ближнего кота: если мы увидим вблизи себя улыбающегося кота, автоматически выражение лица второго кота становится улыбающимся и наоборот, если на нас смотрит недовольный кот, второй кот также рассердится. Ситуация такова, что наш взгляд (измерение поляризации ближнего фотона) инициирует посыл гримасы дальнему коту (определённость поляризации дальнего фотона). Чем не "пересылка" нематериального качества через расстояние (и даже по неизвестному пути)?

Итак, *Чеширский кот* и его *улыбка*. Понятно, что на нормальном физическом языке речь идёт об объекте и о некотором его неотъемлемом свойстве, которое не отделимо от объекта. Поэтому если объект меняется, то и свойство должно "следовать" за ним. Другими словами, мы должны быть уверены в том, что при изменении объекта сохраняется его целостность: то есть в процессе изменения — до и после изменения, мы имеем дело с одним и тем же объектом. Начнём с формулировки физической постановки задачи о соотношении (целостности) объекта и какого-либо его свойства. В результате решения должно получиться что-то на мотив передачи свойств на расстоянии ...

Предварительные замечания. О сохранении целостности изменяющейся системы будем говорить как о *генетическом тождестве системы* в процессе изменения. Генетическое тождество физической системы фиксируется с помощью функции состояния и уравнений эволюции этого состояния как способа описания изменения целостной системы.

Роль таких функций состояния в классической механике играют лагранжиан L , гамильтониан H или действие S . Решения уравнений эволюции систем, описываемых перечисленными функциями для точечных физических систем (уравнений движения) дают результаты в виде непрерывных функций координат как функций времени, описывающих траекторию движения, поскольку в самих функциях L, H, S присутствуют только координаты, их производные по времени и сопутствующие параметры. В этом случае эволюция точечной системы будет сводиться к изменению положения точки в пространстве, а конечной целью решений уравнений эволюции (для точечной системы — динамических уравнений) является определение координат точки, как функций времени. Генетическая же тождественность движущейся точки самой себе определяется непрерывностью движения. Именно непрерывность

механического движения позволяет нам "сместить" само понятие генетического тождества точечного объекта в топологическую ипостась, то есть отслеживать генетическое тождество точечного объекта в механике по его непрерывному движению. Это самое мы и наблюдаем в обычной жизни, то есть на макроуровне физического описания.

Таким образом, *в топологии классической механики генетическое тождество объекта задаётся непрерывностью движения*. Эту топологию будем называть *точечно-метрической классической топологией (ТМК-топология)*.

Однако точечные системы и их конструкции можно наделять и такими характеристиками как заряд, импульс, форма, "цвет" и другими "улыбками", включая квантовомеханические, что наделяет наше воображение иллюзиями того, что и для всех систем возможно установить генетическое тождество с помощью непрерывного движения, описываемого в *ТМК-топологии*. Эти иллюзии исчезают при рассмотрении задач квантовой механики.

Первое. В квантовой механике отсутствуют точечные прообразы для применения концепции *ТМК-топологии*.

Второе. В квантовой теории роль функций состояния квантовой системы играют волновые функции или вектора линейного гильбертова пространства; роль уравнений эволюции – волновые уравнения. Если функции состояния в классической механике – лагранжиан и гамильтониан имеют вполне понятный смысл, связанный с такими измеримыми характеристиками, как энергия, импульс, координаты, время и поэтому являются вполне подходящими¹⁾ для роли однозначно и понятно определяемых функций состояния системы, то в квантовой механике волновые функции и вектора состояний просто-напросто неизмеримы, то есть ненаблюдаемы. В классической механике есть пример и такой функции состояния – это действие S . Эта функция слишком "абстрактна" по сравнению с лагранжианом и гамильтонианом и физически неизмерима. Возникновение же "тени" действия S в фазе волновой функции квантовой системы усугубляет её неизмеримость как функции состояния: у волновой функции появляется принципиально неизмеримый параметр - фаза, а само определение вектора состояния возможно только с точностью до этой фазы.

Физическая ненаблюдаемость волновых функций и ограниченная применимость *ТМК-топологии* не дают возможности использовать непрерывность в качестве инструмента определения генетического тождества квантовых объектов. Таким образом, **в квантовой теории однозначная идентификация объекта и отслеживание его эволюции по непрерывной траектории становятся невозможными**.

Третье. Следует отметить, что в нерелятивистской квантовой механике ещё сохраняется своеобразная возможность одночастичного описания. Однако в релятивистской теории и эта определённость исчезает: с рождением релятивистской квантовой теории эра одночастичного описания квантовой механики закончилась. Кроме того, принцип тождественности частиц в квантовой теории не даёт возможности и пересчитать число частиц квантовой системы. Последнее замечание касается и нерелятивистской, и релятивистской квантовых теорий.

Что можно сказать о парадоксе, возникновение которого продемонстрировали два Чеширских кота с помощью результатов экспериментов Аспека. Напомним, что необходимость

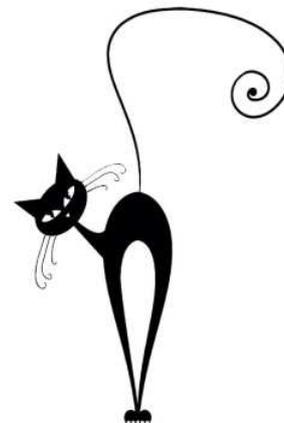
¹⁾ "осязаемыми и обняемыми", то есть вполне наблюдаемыми и измеряемыми - непосредственно или косвенно.

выполнения принципа генетического тождества предполагает сохранение целостности системы при её изменениях.

В отношении фотонной версии проблемы возможны два варианта её решения:

1. Рассматривать двухфотонную систему, как состоящую из двух целостных подсистем (фотонов).
2. Рассматривать её как единую целостную систему. Линейность волнового уравнения позволяет работать с агрегатной волновой функцией, получаемой как суперпозиции решений для первого и второго фотонов.

В первом случае необходимо вскрыть механизм передачи свойства на расстоянии. Здесь следует отметить противоречие по поводу скорости распространения возмущения (в виде улыбки) между первым и вторым котами. Ведь, расстояние между котами ничем не регламентируется, а значит и скорость передачи возмущения может быть сколь угодно большой. Но это противоречит основополагающему принципу СТО, утверждающему существование инварианта максимальной скорости и вытекающим из этого преобразованиям Лоренца для точечных объектов.



Во втором случае необходимо констатировать факт существования неточечных квантовых объектов. Преобразования же Лоренца для 4-координат точечных событий просто-напросто не применимы для неточечных объектов, вследствие неприменимости *ТМК-топологии* к описываемым событиям.

Причиной же возникновения парадокса является разделение системы, описываемой одной волновой функцией на части, описываемыми двумя волновыми функциями. И здесь, в конце концов, мы должны либо описать механизм передачи свойства, либо констатировать существования неточечных систем.

Так или иначе, но результаты экспериментов Аспека говорят об ограниченной применимости точечных преобразований Лоренца. Появляется необходимость обратиться к истокам возникновения концепции *ТМК-топологии*.

ТМК-топология²⁾

При математическом описании физических явлений используется в основном точечно-метрическая классическая топология, воплощённая в методах математического анализа. Необходимо отметить важные особенности возникновения и применения *ТМК-топологии* к решению задач пространственно-временных отношений, что даст нам недвусмысленный намёк на ограниченность её применимости. Чтобы понять, в чём причина этой ограниченности, необходимо вернуться к истокам возникновения и применения концепции непрерывности точечно-метрической классической топологии.

Носителями концептуальных пространственных отношений в *ТМК-топологии* являются безразмерные точки. Соответственно этому, необходимо подтвердить возможность существования физических объектов не имеющих размеров, представимых точками. В физике носителями пространственно-временных отношений являются точечные *события*. Разберём предметно

²⁾ Чтобы избежать понятийной путаницы здесь под термином *пространство* подразумевается концептуальное пространство, с которым работает математика. В физическом же контексте мы будем говорить о пространственно-временных отношениях. Необходимость различения этих понятий очевидна.

несколько теорем математического анализа и выясним, как соотносятся точки концептуального пространства с точечными событиями пространственно-временных отношений в физике.

Важным свойством концептуального пространства является его *полнота*: пространство R называется полным, если там сходится любая фундаментальная последовательность Коши. Понятие полноты пространства - базовое для математического анализа и гарантирует применимость мощного аппарата математического анализа. Свойство полноты пространства позволяет ввести понятия близости точечных элементов, *генетической тождественности точек* при движении, четко определять предельные свойства множеств, сходимости, предела и других логически сопутствующих моментов и элементов дифференциального и интегрального исчисления. Сама же сходимость последовательностей, предельные переходы, то есть топологические свойства пространства формализуются введением метрики пространства для регламентации близости элементов.

В качестве базовых критериев полноты метрического пространства можно привести следующие теоремы математического анализа:

1. *Для того чтобы метрическое пространство R было полным, необходимо и достаточно, чтобы в нём всякая последовательность вложенных друг в друга замкнутых шаров, радиусы которых стремятся к нулю, имела непустое пересечение.* Теорема о вложенных шарах.

Другими словами можно сказать так: уменьшая размеры шара (используя свойство метричности пространства), можно бесконечно близко подойти к центру шара (топология близости). Точка центра шара существует в силу полноты пространства. С физической точки зрения при этом весьма понятными представляются понятия расстояний, их измерений и близости точечных элементов пространства.

2. *Каждое метрическое пространство R имеет пополнение, и это пополнение единственно с точностью до изометрии, оставляющей неподвижными точки из R .* Теорема о возможности пополнения метрического пространства.

Возникновение посторонних (фиктивных) событий, обусловленное пополнением пространства и "рождение" ньютоновой концепции непрерывных пространственно-временных отношений.

3. *Полное метрическое пространство R не может быть представлено в виде объединения счетного числа нигде неплотных множеств.* Теорема Бэра.

Эта теорема соотносит наши концептуальные рассуждения с возможностью сопоставления их с опытом и утверждает невозможность с помощью ограниченного числа измерений (и даже их бесконечно-счётного числа) представить плотное пространство.

Основными противоречивыми моментами применения *ТМК-топологии* к решению пространственно-временных задач в физике являются следующие:

- ☞ В микромире отсутствуют объекты, которым можно сопоставить точки концептуального пространства и удовлетворить T1.
- ☞ Возникновение фиктивных событий в силу T2 и невозможность опытным путём подтвердить полноту пространственно-временных отношений физических событий в силу T3. Это в первую очередь относится к парадоксу близнецов (СТО, ОТО)^[3].

Задачи со сверхсветовыми скоростями

Формализация понятий близости элементов, непрерывности их преобразований - предмет топологии. Безусловно, парадокс ЭПР и связанные с ним вопросы локальности и причинности имеют топологическое содержание. Однако есть и другие модели, которые ставят вопросы локальности и точечной локализации в более наглядной форме. Рассмотрим некоторые из них на примере трёх несложных задач.

О том, что рассмотрение физических объектов, нелокализованных точечно, приводит к парадоксам и противоречиям с принципами СТО (принципами относительности и причинности, преобразованиями Лоренца) можно увидеть на решениях простых задач, обсуждение которых представлено в ^{[1], [2]}.

Задача 1. Пусть инерциальная система отсчёта Σ' движется вдоль общей оси X со скоростью V относительно неподвижной лабораторной системы Σ . Вдоль всей *положительной* оси X' размещены лампочки. В момент времени $t' = 0$ вспыхивают все лампочки. Какую картину “увидит” наблюдатель системы Σ на своей оси X ? Рассмотрим продолжение сценария: лампочки вспыхивают и гаснут через конечный промежуток времени τ' . **Примечание:** в момент времени $t = t' = 0$ начала координат систем Σ и Σ' совпадали: $x = x' = 0$.

С точки зрения наблюдателя системы Σ в точке $x' = x = 0$ в момент времени $t' = t = 0$ возникнет “бегущий зайчик” вспышек вдоль оси X . Скорость движения этого зайчика определяется формулой:

$$U = c \frac{c}{V}, \text{ здесь } c - \text{ скорость света} \quad (1)$$

Эта скорость будет тем больше, чем меньше скорость V движения системы Σ' относительно Σ . В пределе $V=0$ эта скорость обратится в ∞ . Далее будем полагать $c = 1$.

Пусть лампочки синхронно относительно системы Σ' гаснут в момент времени τ' . По тем же самым причинам в момент времени τ возникнет “бегущий зайчик” выключений лампочек вдоль оси X . Скорость движения этого “зайчика” будет также равна U . Фронт же “светлого зайчика”, возникшего в системе Σ в момент включения лампочек, к моменту времени τ удалится на расстояние R :

$$R = \tau U = \frac{\tau'}{\sqrt{1-V^2}} \frac{1}{V} \quad (2)$$

и будет продолжать своё движение с прежней скоростью U .

Таким образом, после одновременного выключения в системе Σ' всех лампочек, наблюдатель системы Σ зафиксирует появление распространяющегося *вправо* вдоль оси X со скоростью U цуга светящихся лампочек длиной l : лампочки правого фронта последовательно вспыхивают, а лампочки левого фронта этого цуга последовательно гаснут.

Обобщая, можем сказать: с точки зрения наблюдателя системы Σ , в момент времени $t = 0$ начинает формироваться цуг светящихся лампочек, правый фронт которого распространяется со скоростью U вдоль оси X ; в момент времени τ формирование цуга заканчивается и цуг светящихся лампочек, как целое, начинает движение вдоль оси X . Длина этого цуга l определяется по формулам:

$$l = \frac{\tau'}{\sqrt{1-V^2}} \left(\frac{1}{V} - V \right) \approx \frac{\tau'}{\sqrt{1-V^2}} \frac{1}{V}. \quad (3)$$

Последнее равенство подразумевает выполнение условия $V \ll 1$

Первый парадокс возникает при рассмотрении всей оси $X = (-\infty, +\infty)$, заполненной лампочками, вспыхивающими синхронно в системе Σ' .

Согласно решению задачи с полубесконечной осью $X = (0, +\infty)$, световой цуг в системе Σ зарождается в точке $x = 0$ и далее продолжается двигаться вдоль положительного направления оси X : просто в варианте задачи с полубесконечной осью существует начальная точка $x = 0$. В формулировке же задачи с бесконечной осью $X = (-\infty, +\infty)$ такая точка имеет координату $x =$

$-\infty$, а преобразования Лоренца приводят к решению, согласно которому световой цуг для возможности его наблюдения должен совершить "путешествие" из точки $x = -\infty$ в точку с конечной координатой и с конечной скоростью $U = c (c/V)$. Очевидно, что при таких условиях невозможно появления цуга в точках оси X , удалённых на конечном расстоянии от начала координат. То есть решение с помощью преобразований Лоренца утверждает, что в системе отсчёта Σ невозможно наблюдение светящегося цуга лампочек.

Другой результат даёт решение с использованием принципа относительности, согласно которому наблюдаемые физические явления должны "выглядеть одинаково" во всех инерциальных системах отсчёта. Если рассматривать светимость, как атрибут или неотъемлемую характеристику нелокального объекта, то согласно принципу относительности наблюдатель системы Σ должен обязательно зафиксировать проявление этого атрибута.

Сопоставляя картины событий в обеих системах отсчёта, можно видеть, что системы отсчёта Σ и Σ' оказываются неравноправными: в системе Σ' лампочки положительной полуоси зажигаются все и сразу, а в системе Σ они никогда не зажгутся все, поскольку у распространяющегося зайчика конечная скорость, а длина оси бесконечна. *Таким образом, мы наблюдаем явное противоречие между точечными преобразованиями Лоренца и принципом относительности.*

Задача 2. Вдоль отрезка $O'A'$ инерциальной системы отсчёта Σ' , движущейся со скоростью V относительно лабораторной системы отсчёта Σ вдоль общей оси X , размещены лампочки (см. рис.1). Длина отрезка $|O'A'|$ равна L' . Благодаря синхронному включению лампочек в момент времени $t' = 0$ в системе Σ' вспыхивают все лампочки отрезка $O'A'$, а при выключении в момент $t' = \tau'$ все лампочки синхронно гаснут. Какую картину "увидит" наблюдатель системы Σ на своей оси X ?

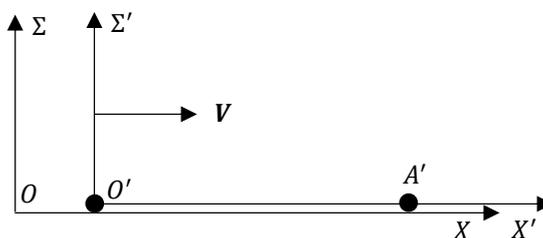


Рис. 1

Наблюдатель системы Σ увидит следующую картину: в момент времени $t_{initial} = 0$ в точке O' рождается световой цуг, который начинает распространяться вдоль оси X . Достигнув точки A' , он начинает ею "поглощаться". Процесс заканчивается полным "поглощением".

Задний фронт цуга достигает движущейся точки A' в момент времени t_{final} , К этому моменту точка A' приобретёт координату x_{final} ; t_{final} и x_{final} определяются по формулам:

$$t_{final} = \frac{\tau' + VL'}{\sqrt{1 - V^2}}; \quad x_{final} = \frac{L' + V\tau'}{\sqrt{1 - V^2}} \quad (4)$$

так что эффективная³⁾ скорость w его распространения определяется согласно формуле

$$w = \frac{L' + V\tau'}{\tau' + VL'}. \quad (5)$$

При $\tau' \sim 0$ получаем

$$w = \frac{1}{V}, \quad (6)$$

³⁾ эффективная скорость передачи информации определяется по признакам начала и конца передачи информации.

что вполне соответствует результату решения предыдущей задачи.

Из (5) следует, что $w > 1$ при выполнении условия $\tau' < L'$. В метрической системе единиц это означает, что $w > c$ при $\tau' < L'/c$; здесь c - скорость распространения света.

Процесс распространения сигнала в системе Σ может интерпретировать как передачу информации из движущейся точки O' в движущуюся точку A' . При этом начало передачи информации зафиксирует наблюдатель системы Σ в начале системы координат при $x_{initial} = 0$ в момент времени $t_{initial} = 0$; конец же передачи зафиксирует другой наблюдатель этой же системы в точке x_{final} в момент времени t_{final} , определяемых согласно (4). Существенным обстоятельством здесь является то, что передача информации осуществляется со сверхсветовой скоростью, что, казалось бы, противоречит принципам СТО.

Выход из этого “парадокса” прост. Можно заметить, что в процедуре передачи информации ни первый, ни второй из наблюдателей системы Σ не участвуют. Наблюдатели же системы Σ' , зажигающие каждый свою лампочку действовали совершенно независимо по своим синхронизированным часам и по заранее подготовленной команде, то есть они (все) владели полной информацией ещё до её передачи, включая и тех, которые располагаются по краям отрезка $O'A'$ и между которыми наблюдатели системы Σ и зафиксировали сверхсветовую передачу информации. Это замечания снимает возникший парадокс СТО. Однако, изменив немного условие задачи, мы вернёмся к парадоксу о сверхсветовой передаче информации.

Задача 3. В дополнение к условию задачи 2 введём ещё одного наблюдателя в точке B' (см. рис. 2), которая отстоит от точки A' вдоль оси X' на конечном расстоянии. Как и в условии предыдущей задачи, благодаря синхронному включению и выключению лампочек вдоль отрезка $O'A'$ системы Σ' в момент времени $t' = 0$ вспыхивают все лампочки отрезка, а в момент $t' = \tau'$ все лампочки синхронно гаснут. Как будет выглядеть картина передачи информации в системе Σ от наблюдателя в точке O' к наблюдателю в точке B' ?

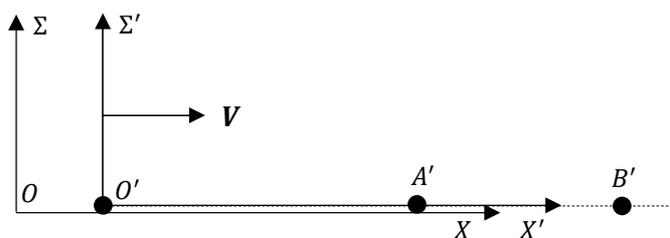


Рис. 2

Отметим, что ввод наблюдателя B' необходим для осуществления реальной процедуры передачи информации из точки O' в точку B' . Именно так это и будет, поскольку наблюдатель B' не связан с наблюдателями, включающими и выключающими лампочки по заранее заданному предписанию.

Согласно решению предыдущей задачи, наблюдатель системы отсчёта Σ увидит следующую картину: из точки O' начинает распространяться передний фронт цуга со сверхсветовой скоростью $U = 1/V$. Распространение цуга прекращается в движущейся точке A' , в которой он “поглощается”. Задний фронт цуга будет распространяться со скоростью света, поскольку в сторону точки B' будет продолжать распространяться уже реальный световой сигнал от точки A' (как свет далёкой звезды из точки O'). Результирующая картина для наблюдателя системы Σ будет такой: из точки O' в точку B' приходит световой сигнал (*начало связи*). Время,

затрачиваемое на прохождение сигналом пути $O'B'$, будет меньше времени, требуемого прохождением этого пути светом. Таким образом “передача информации” произошла со сверхсветовой скоростью.

Однако в приведённых рассуждениях мы изобразили только начало процесса передачи информации. Чтобы закончить передачу этой порции информации, то есть передать признак *конца связи*, нам необходимо прекратить процесс передачи. Для этого надо послать вдогонку “тёмный зайчик”, что соответствует одновременному выключению всех лампочек в системе Σ' . Но тогда время передачи информации будет определяться временем распространения заднего фронта светового сигнала. А это время определяется временем прохождения реальным световым сигналом в системе Σ' расстояния $O'B'$ от самой удалённой лампочки O' . Поскольку скорость распространения света – инвариант преобразований Лоренца, все противоречия снимаются для всех инерциальных систем отсчёта. Однако именно здесь и возникает парадоксальный нюанс: перед тем, как послать “тёмный зайчик”, можно послать другой признак конца бита – сигнал другого цвета. *Чередую отсылки “тёмных” и “разноцветных зайчиков”, можно надеяться на то, что всё же можно наладить канал передачи информации со сверхсветовой скоростью.*

Таким образом, модуляция свойства “цвет” цуга светящихся лампочек, несущего битовую информацию даёт надежду наладить перенос информации со скоростью, превышающей скорость распространения светового сигнала, а модуляция фазы фотона синглетной пары построить аналогичный механизм и в опытах Аспека.

Анализ результатов решения задач про лампочки

Заслуживает внимания тот факт, что при существовании формальных кинематических решений задач 1, 2, 3 на основе использования точечных преобразований Лоренца можно сформулировать вариант задачи 1 с бесконечной осью, для которого формальное кинематическое решение противоречит решению на основе использования принципа относительности, что обуславливает появление неустранимого противоречия между точечным представлением событий и принципом относительности, и приводит к необходимости обратить внимание на ряд нюансов, касающихся топологии пространственно-временных отношений в решениях представленных задач.

Кинематическое решение задачи 1 для полубесконечной оси $[0, +\infty)$ описывает с помощью точечных преобразований Лоренца превращение пространственной бесконечности и точечного момента времени (система Σ') во временную бесконечность и пространственную точечность, распространяющуюся в процессе движения (система Σ). Топологическим параметром этого преобразования является скорость. Аналогичные особенности характерны и для двух других задач. Ограниченность скорости распространения сигнала приводит к разным картинам проявления событий включения лампочек, что, безусловно, означает неравноправность систем отсчёта и воспринимается, как противоречие с принципом относительности: в одной инерциальной системе свойство светимости появляется одномоментно, в другой системе отсчёта – “по частям”. Невозможность воплощения начальных условий задачи снимает это противоречие, но чисто технически.

Кинематического же решения задачи для бесконечной оси $(-\infty, +\infty)$ вообще не существует. Однако применение принципа относительности позволяет получить концептуальное решение, при котором пространственная бесконечность и точечность времени сохраняются при переходе из одной инерциальной системы отсчёта Σ' в другую Σ .

Если отрезок лампочек в задаче 2 рассматривать в системе Σ' как единый неточечный

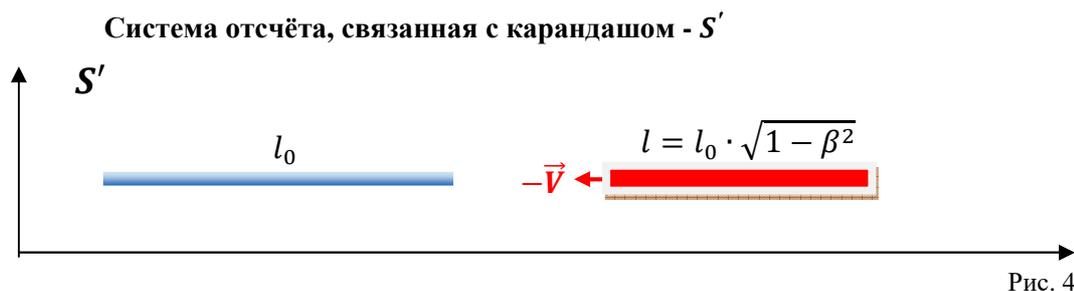
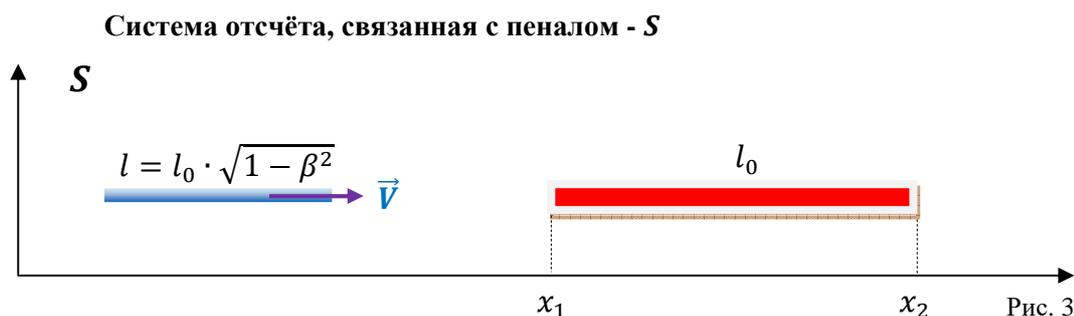
объект, при переходе в систему Σ с помощью преобразований Лоренца возникает естественное противоречие: там этот целостный объект возникает не сразу, а “по частям”. Пространственная неточность объекта превращается при преобразовании Лоренца во временную неточность, а одномоментное динамическое время (синхронизированные разноместные часы) превращается в эволюционное (упорядоченность становления целостного объекта) – явление абсолютно новое для физики.

Несвязный объект позволяет выбором системы отсчёта осуществить передачу информации со сверхсветовой скоростью. Это демонстрируется решением задачи 3. В отличие от предыдущих случаев здесь наблюдатель системы Σ зафиксирует реальную процедуру передачи данных от наблюдателя O' к наблюдателю B' со скоростью, превышающей скорость распространения стандартного эталонного сигнала.

Нетрудно заметить, что пара “спутанных” фотонов в мысленном эксперименте Аспека также представляет собой пример несвязного объекта. Действительно, хотя симметризованный вектор состояния и описывает пару фотонов, однако они неразличимы. Совсем не ясно, как можно подсчитать неразличимые объекты. Вектор же состояния $|\Psi(v_1, v_2)\rangle$ при $v_1 = v_2$ описывает один квантовомеханический объект. Какой фотон (первый или второй) из этих двух окажется на левом поляризаторе, а какой из них окажется на правом поляризаторе? Здесь становится вполне возможным говорить о том, что единый квантовомеханический объект находится сразу в двух пространственных точках.

О релятивистской задаче про карандаш и пенал

Пенал и карандаш в состоянии покоя имеют одинаковые линейные размеры. Рассмотрим ситуацию, когда карандаш летит по направлению к пеналу (рис. 3). Согласно СТО длина карандаша сокращается, что обеспечивает возможность его полного погружения в пенал. В тот момент, когда карандаш полностью входит в пенал, пенал закрывается. Как меняется картина при рассмотрении ситуации в системе отсчёта, связанной с карандашом? Рисунки представляют момент времени $t = t' = 0$.



Согласно принципу относительности о равноправии инерциальных систем отсчёта, если события произошли в одной из них, то их заметят и наблюдатели любой из

инерциальных систем отсчёта. Сами события имеют статус абсолютности, а меняться могут только их пространственно-временные координаты. Мы не будем употреблять слов типа "сокращение" размеров и интервалов времени, используем только преобразования Лоренца для координат событий.

Рассмотрим движение карандаша относительно пенала с скоростью \vec{V} вдоль общей оси X . С пеналом свяжем инерциальную систему отсчёта S (пенал в этой системе отсчёта находится в состоянии покоя), а с карандашом - систему S' (в этой системе отсчёта в состоянии покоя находится карандаш). Начальные условия задачи: часы систем отсчёта синхронизированы в моменты времени $t = t' = 0$; пенал в этот момент времени находится в состоянии покоя с координатами своих концов x_1 и x_2 ; $x_2 - x_1 = l_0$.

Нас интересуют три события:

- встреча правого конца карандаша с левым концом пенала - начало рассматриваемого процесса (нулевое событие);
- встреча левого конца карандаша с левым концом пенала - момент возможности закрытия пенала (первое событие);
- встреча правого конца карандаша с правым концом пенала - момент возможного взлома дна пенала карандашом (второе событие).

Введём обозначения координат этих событий.

Для системы отсчёта S :

x_0, t_0 - координата и момент встречи правого конца карандаша и левого конца пенала;
 x_1, t_1 - координата и момент встречи левых концов карандаша и пенала;
 x_2, t_2 - координата и момент встречи правых концов карандаша и пенала.

Для системы отсчёта S' :

x'_0, t'_0 - координата и момент встречи правого конца карандаша и левого конца пенала;
 x'_1, t'_1 - координата и момент встречи левых концов карандаша и пенала;
 x'_2, t'_2 - координата и момент встречи правых концов карандаша и пенала.

Связь между координатами при переходе $S \leftrightarrow S'$ устанавливается с помощью преобразований Лоренца:

<i>(прямые)</i>	<i>(обратные)</i>
$x = \frac{x' + V t'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}};$	$x' = \frac{x - V t}{\sqrt{1 - V^2/c^2}};$
$y = y';$	$y' = y;$
$z = z';$	$z' = z;$
$t = \frac{t' + \frac{V}{c^2} x'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}};$	$t' = \frac{t - \frac{V}{c^2} x}{\sqrt{1 - V^2/c^2}};$

Решение задачи заключается в последовательном применении преобразований Лоренца к координатам одного и того же события. Переход от нештрихованных формул к штрихованным производится с помощью прямых преобразований, а от штрихованных к нештрихованным - с помощью обратных преобразований. В данном случае они принимают вид:

$$x_0 = x_1, \quad t_0 \quad \text{(Событие 0)}$$

$$x'_0 = \frac{x_1 - V t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad t'_0 = \frac{t_0 - \frac{V}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad \text{(Событие 0')}$$

$$x'_1 = \frac{x_1 - Vt_0 - l_0\sqrt{1-\beta^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad t'_1 = \frac{l_0}{V} + \frac{(t_0 - \frac{V}{c^2}x_1)}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad (\text{Событие } 1')$$

поскольку

$$x'_1 = x'_0 - l_0, \quad t'_1 = t'_0 + \frac{l_0}{V},$$

$$x'_1 = x'_0 - l_0 = \frac{x_1 - Vt_0}{\sqrt{1-\beta^2}} - l_0 = \frac{x_1 - Vt_0 - l_0\sqrt{1-\beta^2}}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

$$t'_1 = t'_0 + \frac{l_0}{V} = \frac{l_0}{V} + \frac{t_0 - \frac{V}{c^2}x_1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

$$x_1, \quad t_1 = t_0 + \frac{l_0\sqrt{1-\beta^2}}{V}, \quad (\text{Событие } 1)$$

поскольку

$$t_1 = \frac{t'_1 + \frac{V}{c^2}x'_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{Vt_0 - \frac{V^2}{c^2}x_1 + l_0\sqrt{1-\beta^2} + \beta^2(x_1 - Vt_0 - l_0\sqrt{1-\beta^2})}{V(1-\beta^2)} = t_0 + \frac{l_0\sqrt{1-\beta^2}}{V}.$$

$$x_2 = x_1 + l_0, \quad t_2 = t_0 + \frac{l_0}{V}. \quad (\text{Событие } 2)$$

$$x'_2 = \frac{x_1 - Vt_0}{\sqrt{1-\beta^2}}; \quad t'_2 = \frac{l_0}{V}\sqrt{1-\beta^2} + \frac{t_0 - \frac{V}{c^2}x_1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad (\text{Событие } 2')$$

поскольку

$$x'_2 = \frac{x_2 - Vt_2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{x_1 + l_0 - V(t_0 + \frac{l_0}{V})}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{x_1 - Vt_0}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

$$t'_2 = \frac{t_2 - \frac{V}{c^2}x_2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{t_0 + \frac{l_0}{V} - \frac{V}{c^2}(x_1 + l_0)}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{l_0}{V}\sqrt{1-\beta^2} + \frac{t_0 - \frac{V}{c^2}x_1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Анализ результатов решения задачи про карандаш и пенал

Как и следовало ожидать, порядок наступления событий в системе отсчёта S , связанной с пеналом, представляется рядом: нулевое, первое, второе. Это не так для наблюдателя системы S' . Для него порядок наступления первого и второго изменится, а ряд событий будет следующим: нулевое, второе, первое.

Однако для точечных событий парадигма СТО не нарушается и парадокса, можно сказать не наступает⁴⁾. В СТО, относительно любой пары событий можно говорить о том является ли она парой пространственноподобных или времениподобных событий. Это отношение инвариантно

⁴⁾ За исключением того, что интервал (4-"расстояние") между такими событиями принимает мнимое значение.

относительно преобразований Лоренца.

Времениподобные события имеют возможность состоять в причинной связи между собой, поскольку могут быть связанными сигналом, скорость распространения которого не превышает скорости света. Множество этих событий называется в СТО *световым конусом*. В силу инвариантности отношения принадлежности к световому конусу возможность причинной обусловленности сохраняется при переходах между инерциальными системами отсчёта. Существует система отсчёта, в которой подобные события происходят в одной точке пространства.

Пространственноподобные события не могут состоять в причинной связи, поскольку скорость распространения сигнала, могущего связать такие события должна превосходить скорость света. Существует система отсчёта, в которой подобные пространственно-разнесённые события происходят одновременно. В данной задаче такой системой отсчёта является та, в которой карандаш и пенал сближаются друг с другом с равными величинами скоростей. Пространственноподобные события связаны мнимым интервалом.

Парадокс же возникает при рассмотрении топологических моментов задачи.

У наблюдателя системы S имеется возможность в интервал времени от t_1 до t_2 остановить движение карандаша, поскольку второе событие после первого наступит через интервал времени $\Delta t = t_2 - t_1 = (l_0/V)\sqrt{1 - \beta^2}$. В этом случае событие встречи правых концов карандаша и пенала не произойдёт. Однако у наблюдателя системы S' такая возможность отсутствует: событие взлома дна пенала для него неотвратимо при наступлении события встречи правого конца карандаша и левого конца пенала - просто в силу порядка их наступления. В этом суть возникшего парадокса, а именно - топологическая: нарушается отношение входимости.

Таким образом, в этой задаче возникает топологический парадокс, связанный с нарушением отношения входимости для нелокализованных объектов.

Связь первого и второго событий осуществляется посредством карандаша, то есть нелокализованного точечно объекта. Между тем используемые преобразования координат - точечные.

Ответ на возможность существования точечно нелокализованных физических объектов и неправомерное использование для них точечных преобразований может дать эксперимент, идея которого описана выше.

И ещё ...

Абсолютно твердое тело

Предположим, что существуют топологически целостные объекты, которые в метрической топологии имеют конечные размеры. *Результаты экспериментов Аспека позволяют об это, по крайней мере, говорить.*

Известно также утверждение о невозможности существования абсолютно твёрдых тел. Этот вывод сделан на основе СТО, утверждающей невозможность превышения скорости распространения сигнала скорости света. Однако подобные выводы методологически неверны, поскольку доказать "несуществование" логически невозможно, можно лишь привести какое-либо рассуждение к противоречию. Но из этого никак не может следовать факт несуществования, а можно лишь зафиксировать факт возникновения противоречия. Поэтому и вывод становится не концептуальным, а чисто техническим моментом фиксирования противоречия. Но в чём же состоит возникшее противоречие? Ответ очевиден: в неправомерности применения точечных преобразований Лоренца к неточечным объектам. Рассмотрим это на более наглядном примере.

Задачи о лампочках

В собственной системе отсчёта объект от момента включения и до момента выключения лампочек остаётся тождественным самому себе. В лабораторной же системе отсчёта объект эволюционирует, то есть изменяется и перестаёт быть тождественным самому себе в период между включением и выключением лампочек по часам собственной системы отсчёта. Собственно, это и есть нарушение принципа относительности для нелокализованных точечно объектов: в двух инерциальных системах отсчёта один и тот же неточечный объект ведёт себя по разному.

Парадокс близнецов

Аналогичные аргументы правомерности применения точечных преобразований Лоренца можно высказать и о так называемом "парадоксе близнецов", оперирующим неточечными временными объектами (возраст братьев). Однако здесь явно проявляется ещё один эффект, обязанный утверждению 2). Подробнее этот эффект рассмотрен в [2]. Разрешение же парадокса близнецов в рамках соблюдения принципа относительности становится возможным при дискретизации (квантовании) эволюционного времени, то есть при смене топологии временной оси. И здесь же заметим, что если возраст братьев-близнецов измерять числом оборотов Земли вокруг Солнца (то есть в дискретных годах), то по возвращении из путешествия брата-космонавта возраст у близнецов окажется одинаковым, поскольку число произошедших событий (оборотов Земли вокруг Солнца) за время путешествия космонавта - абсолютный инвариант для обоих братьев.

Макроприближение

При рассмотрении задач, в которых размеры физических объектов много меньше характерных размеров рассматриваемых систем, *ТМК-топология* является приемлемым приближением. Однако и здесь возникают проблемы, связанные с "рождением" фиктивных событий при пополнении пространства, например в СТО при обсуждении эффектов деформации длин, промежутков времени и т.д.

1. Касимов В.А. *Некоторые топологические парадоксы СТО (ЭПР)*. Новосибирск, 2014 г.
<https://www.academia.edu/32427340/>
2. Касимов В.А. *Пространство, время, движение*. "Сибпринт", Новосибирск, 2013 г.
<https://www.academia.edu/36065258/>
3. Касимов В.А. Парадокс близнецов. Новосибирск, 2014 г.
<https://www.academia.edu/32443266/>

Для связи:

quadrica-m@mail.ru

Авторский семинар

<http://my.mail.ru/community/physiks.princips/?ref=cat>

<http://quadrica.ucoz.net/>

<https://independent.academia.edu/KasimovVladimir>

<https://vk.com/public128913510>

<https://www.facebook.com/quadrica.m>

<http://orcid.org/0000-0002-1435-9220>

В.А. Касимов. Тень улыбки "Чеширского кота"

Аннотация

Предлагается обсуждение некоторых топологических парадоксов, возникающих в теории относительности

V.A.Kasimov. The shadow of the smile of the "Cheshire cat"

Abstract

Offers a discussion of some topological paradoxes arising in the theory of relativity.