Великая теорема Ферма. Доказательство П.Ферма

Памяти МАМЫ

Противоречие: В равенстве $A^n=A^n+B^n$ [...=(A+B)R] любой простой сомножитель r (r≠n, простое n>2) числа R имеет (в базе n) единичное окончание 0...01 бесконечной длины.

Все вычисления проводятся в системе счисления с простым основанием n>2.
ВТФ доказывается для **базового** случая с AB не кратным n:
1°) $C^n=A^n+B^n$ [...=(A+B)R или ...=(A+B)(nR)] (см. http://vixra.org/abs/1707.0174)), где
2°) числа A, B, C, R и A+B взаимно простые,
с помощью **Теоремы** о степенно-степенном биноме:
3°) Каждый простой делитель r (r≠n) сомножителя *R* бинома
$A^{n\wedge k}+B^{n\wedge k}=(A^{n\wedge\{k-1\}}+B^{n\wedge\{k-1\}})R$, где числа A и B взаимно простые и k>1, имеет вид:
$r=dn^k+1$ (доказательство см. в Приложении)

Доказательство ВТФ

Пусть r – простой сомножитель числа R, отличный от n.
Возьмем числа xr+A и yr+B из уравнений
4°) $xr+A=A^{n\wedge k}$ и $yr+B=B^{n\wedge k}$, где x и y имеют целые решения (см. Приложение) и k сколь-угодно большое, и рассмотрим число
5°) $D=(xr+A)^n+(yr+B)^n=(xr+A+yr+B)T$, которое делится на r (т.к. $A^{n\wedge k}+B^{n\wedge k}$ имеет сомножитель A^n+B^n, равный (A+B)R), а его сомножитель (xr+A+yr+B) не делится на r (см. 2°). Таким образом, по заданному простому числу r мы находим сколь-угодно большое k, число r является сомножителем числа T и, согласно 3°, имеет вид:
$r=dn^{k+1}+1$.

Из чего следует истинность ВТФ.

У меня нет ни малейшего сомнения в том, что Пьер Ферма имел в виду именно это доказательство великой теоремы.
==========

Мезос (Франция)

29 марта 2018

==========

ПРИЛОЖЕНИЕ

Теорема о степенно-степенном биноме.

Каждый простой делитель (отличный от простого n>2) сомножителя R бинома $A^{n\wedge k}+B^{n\wedge k}=(A^{n\wedge\{k-1\}}+B^{n\wedge\{k-1\}})R$, где числа A и B взаимно простые и k>1, имеет вид: $r=dn^k+1$.

Доказательство

Допустим, что среди простых делителей сомножителя R есть делитель вида: $r=dn^{k-1}+1$, где d не кратно n. Тогда числа

1°) $A^{n\wedge k}+B^{n\wedge k}$ и, согласно малой теореме Ферма для простой степени r,

2°) $A^{dn\wedge(k-1)}-B^{dn\wedge(k-1)}$ (где d четно) делятся на r.

Теорема о НОД двух степенных биномов $A^{dn}+B^{dn}$ и $A^{dq}+B^{dq}$, где натуральные A и B взаимно простые, n [>2] и q [>2] взаимно простые и d>0, утверждает, что наибольший общий делитель (не считая n) этих биномов равен A^d+B^d .

В нашем случае НОД, кратный r, есть число $A^{n\wedge(k-1)}+B^{n\wedge(k-1)}$, которое является взаимно простым с числом R. Следовательно, никакой сомножитель r вида $r=dn^{n\wedge(k-1)}+1$ не принадлежит числу R. Из чего следует истинность Теоремы.

***

Целое решение уравнения $xr+A=A^{n\wedge k}$ (и $yr+B=B^{n\wedge k}$).

Обозначение: V // r – число V делится на r и r является сомножителем числа V.

Из $xr+A=A^{n\wedge k}$ ➔ $A(A^{n\wedge k-1}-1)$ // r ➔

число n^k-1 // r-1 (требование малой теоремы Ферма для делимости $A^{r-1}-1$ на r), т.е. $n^k-1=v(r-1)$, где $r-1=s_1s_2\ldots s_m$ и $s_1, s_2, \ldots s_m$ – простые сомножители числа r-1. ➔

$k=M(s_1-1)(s_2-1)\ldots(s_m-1)$ – требование малой теремы ферма для делимости степени n^k-1 на числа $s_1, s_2, \ldots s_m$. После этого $A(A^{v(r-1)}-1)$ // r ➔ откуда находим $x=A(A^{v(r-1)}-1)/r$.

Таким образом, по заданному простому числу r мы находим такое k, что $xr+A=A^{n\wedge k}$.

Думаю, нет необходимости комментровать виртуозность мышления П.Ферма.