相對論角度變化

愛因斯坦的狹義相對論提到有鐘慢尺縮的效應，鐘慢尺縮分別對應到的是時間和長度變量，也就是 Noether 對稱的能量和動量，但是另一個對稱的角動量與角度並未述及，本文即在探討狹義相對論所會造成的角度變化效應。

根據洛倫茲變換，分別從 S 系和從 S’來描述沿 X 軸進行的光信號:

$$\mathrm{X} = \mathrm{ct}$$

$$\mathrm{X}' = \mathrm{ct}'$$

此時令 c=ωr

$$\mathrm{X} = \omega\mathrm{rt}$$

$$\mathrm{X}' = \omega\mathrm{rt}'$$

而

$$\mathrm{V} = \omega'\mathrm{r}$$

求方程式聯立，得到新洛倫茲因子:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\omega'^2}{\omega^2}}}$$

可得

$$\mathrm{X}' = \gamma(X-\omega' rt)$$

當 X=rθ

$$\theta' = \gamma(\theta-\omega' t)$$

而

$$\mathrm{t}' = \gamma\left(t-\theta*\frac{\omega'}{\omega^2}\right)$$

由上兩式可得相對角速度加成公式:

$$\mu' = \frac{d\theta'}{dt'} = \frac{d\theta-\omega' dt}{dt-\frac{\omega'}{\omega^2}d\theta} = \frac{\mu-\omega'}{1-\frac{\mu*\omega'}{\omega^2}}$$

由以上 X 和θ公式類比，當速度越接近光速則角度變化越顯著。
並也可導出力的相對論變化:

$$\mathrm{Fy} = \frac{\mathrm{dPy}}{\mathrm{dt}} = \frac{\frac{\mathrm{dPy}}{\mathrm{dt}'}}{\frac{\mathrm{dt}}{\mathrm{dt}'}} = \frac{\frac{\mathrm{dPy}'}{\mathrm{dt}'}}{\gamma\left(1+\frac{\omega'\mathrm{d}\theta'}{\omega^2\mathrm{dt}'}\right)} = \frac{\frac{\mathrm{Fy}'}{\gamma}}{1+\frac{\omega'}{\omega^2}\left(\frac{\mu-\omega'}{1-\frac{\mu*\omega'}{\omega^2}}\right)}$$

由於旋力即為重力的相對論效應所產生的力，由上式可知當中心質量自轉角速度等於周邊質量公轉角速度時達到平衡不再有旋力。同理也可得相對應的動量

式:

$$\mathrm{Px}' = \gamma\left(Px - \frac{\omega' E}{\omega^2}\right)$$

可得:

$$\mathrm{Fx}' = \frac{Fx - \left(\omega'/_{\omega^2}\right) dE/dt}{1 - \omega'\mu/\omega^2}$$

又 dE/dt=Fx*μ=-Fx’*μ

則:

$$\mathrm{Fx} = \mathrm{Fx}'\left(1 - \frac{2\mu\omega'}{\omega^2}\right)$$

可見重力的相對論效應就是旋力，旋力乃重力狹義相對論的必然結果。