Bevis av Eulers formel

Upphovsman och författare **Carl-Gustav Hedenby**[1]
Dokumentet initierat 30 januari 2017

Extrakt
Författaren bevisar Eulers formel för imaginär exponential utan att använda serieutvecklingar.

Bakgrund
Den så benämnda Eulers formel $e^{i\theta}=cos\theta+isin\theta$ där e är basen i det naturliga logaritmsystemet, i är imaginära enheten och θ en vinkel, brukar bevisas med att vänster och höger led ersätts med serieutvecklingar. Författaren kom den 27 januari 2017 på att ekvationen kan bevisas utan serier. Jag äger ingen kännedom om att någon sådan presentation förefinnes idag.

Bevisning
Man definierar en konstant i med egenskapen att $i^2=-1$. Bilda sedan funktionen $f(\theta)=cos\theta+isin\theta$ med derivatan $f'(\theta)=-sin\theta+icos\theta$. Då är

$$f'(\theta) = \mathrm{i}f(\theta)$$

som har lösningen

$$f(\theta) = \mathrm{a}e^{\mathrm{i}\theta}$$

där a är en konstant som bestäms av nollvinkeln

$$f(0) = \cos(0) + \mathrm{i}\sin(0) = \mathrm{a}e^{\mathrm{i}0}$$

så att $a=1$. Därmed är det bevisat att

$$f(\theta) = \cos\theta + \mathrm{i}\sin\theta = e^{\mathrm{i}\theta}.$$

Utskrifvet och publicerat 3 februari 2017.

[1] Född i Malmö 7 juli 1952. Sverige. Pseudonym Rei Beaumanner.