From the General theory of Relativity to nonsingular theory of gravity

Alexander P. Sobolev
sapsolto@mail.ru

August 29, 2016

Abstract

The article presents some results of a nonsingular theory of gravity (hereinafter - NTG) based on the axiomatics which differs somewhat from the axioms of the general theory of relativity (GR) and free from the internal problems inherent to GR. Nonsingular space kinematics is constructed on this basis. It is proved that from the condition of energy positivity follows: global isotropy of homogeneous space, existence of a change of the acceleration - deceleration eras and negative value of the scalar curvature of space. Nonsingular basic phenomenological model of evolution of the Universe is constructed, described by the smooth one-parametrical dependence from the moment of the beginning of evolution to an arbitrary point of time, coordinated with the observational astronomical data but without an involvement of the hypotheses of the existence of a dark energy, dark matter and inflatons. The particle-like solution of the NTG equations for the static isotropy metric is found. The behavior of the solution in the region of weak fields is specified on the basis of correspondence principle with GR. It is shown that in the certain region of space the distributions of fields can exist, for which the equality of inertial (defined according to Mach's principle) and gravitational mass is satisfied. The horizon characteristic for the solutions of GR equations in the isotropic case is absent in NTG.

Keywords: Gravitational Physics, Space Kinematics, Cosmology.

1. Introduction

One hundred years ago at the derivation of the gravitational equations from the variational principle D. Hilbert formulated an axiom of the general invariance of the action relative to arbitrary transformations of coordinates.

The success of the canonical theory of gravity ostensibly corroborated validity of such assumption and it has acquired the status of the fundamental principle eventually.

However Penrose's and Hawking's proof of the theorems on singularity of the solutions of GR equations is a sufficient cause to doubt a possibility to describe on its basis phenomena in the microcosm and in the scale of the universe.

In the light of the new experimental data [1] GR doesn't seem as unshakeable as before any more. For an explanation of the received results within this theory it was necessary to introduce certain hypothetical entities which haven't been found yet.

The Nobel lecture of B. P. Schmidt [2] comes to the end with the statement: «An enormous body of theoretical work has been undertaken in response to the discovery of the accelerating Universe. Unfortunately, no obvious breakthrough in our understanding has yet occurred – cosmic acceleration remains the same mystery that it was in 1998. The future will see bigger and better experiments that will increasingly test consistency of our Universe with the Flat Λ-CDM Model. If a difference were to emerge, thereby disproving a Cosmological Constant as the source of acceleration, it would provide theorists with a new observational signature of the source of the acceleration. Short of seeing an observational difference emerge, we will need to wait for a theoretical revelation that can explain the standard model, perhaps informed by a piece of information from an unexpected source».

In our opinion, just general covariance of the equations is a source of the troubles of GR. Detected on the stage of its formation, today these troubles have become the whole set of problems unresolved so far: the problem of energy, singularities, black holes, cosmological constant, cold dark matter, and finally the problem of description of the elementary particles which appears in the canonical theory of gravitation as "micro black holes".

An obvious way to construct the non-generally covariant theory of gravity, as we see it, is in the aprioristic introduction of constraints that restrict the choice of coordinate system. Such attempts have repeatedly been made in last one hundred years; the example of it is the unimodular theory of gravity whose origins date back to Einstein. Generally an appearance of the edges of space-time manifold is a consequence of the constraints introduction. In the presence of the differential constraint there is an opportunity to choose a position of the edge so that to single out nonsingular region of the manifold.

The article presents some results of a theory of gravity free from the internal problems inherent to GR.

2. Gravitational field equations

Our basic assumption is that the components of the metric tensor $g_{\mu\nu}$ are constrained by the conservation law:

$$\frac{\partial}{\partial x^{\mu}}\left(\sqrt{-g}\,g^{\mu\nu}\Gamma^{\rho}_{\nu\rho}\right)=0,\ \Gamma^{\rho}_{\nu\rho}=\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial\sqrt{-g}}{\partial x^{\nu}},\ g=\det\left(g_{\mu\nu}\right),\ (\mu,\nu=0,1,2,3). \tag{2.1}$$

To obtain the rest of the gravitational field equations on the mass shell, proceeding from the Hilbert action and introducing the Lagrange multiplier – the scalar field Φ, write the action for the gravitational field in the presence of the constraint (2.1) as:

$$S_{gr}=-\frac{c^3}{16\pi G}\int\left(R+\Lambda\right)\sqrt{-g}\,d^4x,\ \Lambda=\Gamma^{\rho}_{\mu\rho}g^{\mu\nu}\frac{\partial\Phi}{\partial x^{\nu}}. \tag{2.2}$$

The presence in Lagrangian of the additional members besides to the scalar curvature leads to the occurrence of the energy density tensor of the gravitational field in the Hilbert-Einstein equations when the metric is varying.

$$R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R=\frac{8\pi G}{c^4}(\varepsilon_{gr})_{\mu\nu}+\frac{8\pi G}{c^4}(\varepsilon_{mat})_{\mu\nu}, \tag{2.3}$$

$$\frac{16\pi G}{c^4}(\varepsilon_{gr})_{\mu\nu}=-g_{\mu\nu}\frac{\partial}{\partial x^{\rho}}\left(g^{\rho\lambda}\frac{\partial\Phi}{\partial x^{\lambda}}\right)-\Gamma^{\rho}_{\mu\rho}\frac{\partial\Phi}{\partial x^{\nu}}-\Gamma^{\rho}_{\nu\rho}\frac{\partial\Phi}{\partial x^{\mu}}. \tag{2.4}$$

These equations together with (2.1) are sufficient to determine the components of the metric and the field Φ. *The equations are covariant relative to the local unimodular and global scale transformations of coordinates.*

3. Space kinematics

Since now the gravitational field has certain energy that in contrast to GR the metric is nontrivial even in the absence of any matter. It is natural to consider all the components of the metric tensor in that initially empty space as not dependent on the space-like coordinates. If the spatial metric is non-degenerate then the most general expression for the space-time interval can be reduced to the form [3] by the unimodular coordinates transformation:

$$ds^2=g_{00}(x^0)(dx^0)^2+g_{mn}(x^0)dx^m dx^n,\ \gamma=-\det(g_{mn})>0,\ (m,n=1,2,3). \tag{3.1}$$

An absence of the general invariance of the action (3.2) doesn't allow us to eliminate the metric component g_{00}, therefore the expressions for the nonzero components of the curvature tensor are rather different from the expressions given in [3].

$$R^0_0=-\frac{1}{2\sqrt{g_{00}}}\frac{d}{dx^0}\left(\frac{1}{\gamma\sqrt{g_{00}}}\frac{d\gamma}{dx^0}\right)-\frac{1}{4g_{00}}g^{mk}\frac{dg_{kp}}{dx^0}g^{pn}\frac{dg_{nm}}{dx^0}, \tag{3.2}$$

$$R_k^p = -\frac{1}{2\sqrt{\gamma g_{00}}}\frac{d}{dx^0}\left(\sqrt{\frac{\gamma}{g_{00}}}g^{mp}\frac{dg_{km}}{dx^0}\right). \tag{3.3}$$

Nonzero components of the energy-momentum tensor density:

$$\left(\varepsilon_{gr}\right)_0^0 = -\frac{c^4}{16\pi G}\left[\frac{d}{dx^0}\left(\frac{1}{g_{00}}\frac{d\Phi}{dx^0}\right)+\frac{2}{g_{00}\sqrt{g_{00}\gamma}}\frac{d\sqrt{g_{00}\gamma}}{dx^0}\frac{d\Phi}{dx^0}\right], \tag{3.4}$$

$$\left(\varepsilon_{gr}\right)_k^p = -\frac{c^4}{16\pi G}\frac{d}{dx^0}\left(\frac{1}{g_{00}}\frac{d\Phi}{dx^0}\right)\delta_k^p. \tag{3.5}$$

The gravitational field equations will have the form:

$$\frac{d}{dx^0}\left(\frac{1}{g_{00}}\frac{d\sqrt{\gamma g_{00}}}{dx^0}\right)=0, \tag{3.6}$$

$$-\frac{1}{2\sqrt{g_{00}}}\frac{d}{dx^0}\left(\frac{1}{\gamma\sqrt{g_{00}}}\frac{d\gamma}{dx^0}\right)-\frac{1}{4g_{00}}g^{mk}\frac{dg_{kp}}{dx^0}g^{pn}\frac{dg_{nm}}{dx^0}=\frac{\sqrt{\gamma g_{00}}}{2}\frac{d}{dx^0}\left(\frac{1}{g_{00}\sqrt{\gamma g_{00}}}\frac{d\Phi}{dx^0}\right), \tag{3.7}$$

$$-\frac{d}{dx^0}\left(\sqrt{\frac{\gamma}{g_{00}}}g^{mp}\frac{dg_{km}}{dx^0}\right)=\delta_k^p\frac{d}{dx^0}\left(\frac{\sqrt{\gamma g_{00}}}{g_{00}}\frac{d\Phi}{dx^0}\right). \tag{3.8}$$

Eq. (3.8) shows that:

$$g^{mp}\frac{dg_{km}}{dx^0}+\delta_k^p\frac{d\Phi}{dx^0}=\sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}}L_k^p. \tag{3.9}$$

The constant matrix L_k^p is not arbitrary. Since eq. (3.9) shows

$$\frac{dg_{kn}}{dx^0}+g_{kn}\frac{d\Phi}{dx^0}=\sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}}g_{np}L_k^p, \tag{3.10}$$

that the matrix must satisfy the conditions:

$$g_{np}(x^0)L_k^p \equiv g_{kp}(x^0)L_n^p. \tag{3.11}$$

For the metric tensor of the general form this condition will be accomplished only in case when the matrix L_k^p is proportional to the single matrix. Otherwise the matrix $L_k^p = diag(L_1, L_2, L_3)$ and the metric tensor must also be diagonal.

Simplifying eq. (3.9) on p and k indexes:

$$3\frac{d\Phi}{dx^0}=-\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{dx^0}+\sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}}L_k^k, \tag{3.12}$$

and the system of equations (3.9) takes the form

$$g^{pm}\frac{dg_{km}}{dx^0}=\frac{1}{3\gamma}\frac{d\gamma}{dx^0}\delta_k^p+\sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}}\left(L_k^p-\frac{1}{3}\delta_k^p L_n^n\right). \tag{3.13}$$

Eq. (3.13) shows that:

$$g^{mk}\frac{dg_{kp}}{dx^0}g^{pn}\frac{dg_{nm}}{dx^0}=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{dx^0}\right)^2+\frac{g_{00}}{\gamma}\left[L_k^p L_p^k-\frac{1}{3}\left(L_n^n\right)^2\right]. \tag{3.14}$$

Using this expression and eq. (3.12) it is possible to eliminate Φ and all spatial metric components from the equation (3.7) and after introduction of the proper time $cdt=\sqrt{g_{00}}dx^0$ to write it as:

$$3\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{dt}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{dt}\right)^2+\frac{3c^2}{2\gamma}[L_k^p L_p^k-\frac{1}{3}(L_n^n)^2]=g_{00}\sqrt{\gamma}\frac{d}{dt}\frac{1}{\gamma g_{00}}\left(\frac{1}{\sqrt{\gamma}}\frac{d\gamma}{dt}-cL_n^n\right). \tag{3.15}$$

Eq. (3.6) implies

$$\frac{1}{g_{00}}\frac{dg_{00}}{dt}+\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{dt}=\frac{1}{T\sqrt{\gamma}}, T=const. \qquad (3.16)$$

This equation allows to eliminate g00 from (3.15) and to write the equation for the function γ:

$$2\frac{d}{d\tau}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{d\tau}\right)+\frac{1}{\gamma\sqrt{\gamma}}\frac{d\gamma}{d\tau}-\frac{\sigma}{\gamma}=0, \sigma=B_n^n-\frac{3}{2}[B_k^p B_p^k-\frac{1}{3}(B_n^n)^2], \qquad (3.17)$$

where τ=t/T dimensionless proper time, $B_k^p=cTL_k^p$ - matrix of the dimensionless constants. The order of the equation (3.17) can be lowered at the function u(γ) introduction - dimensionless rate of change of the volume factor - $\sqrt{\gamma}$

$$u=\frac{d\sqrt{\gamma}}{d\tau}. \qquad (3.18)$$

The equation takes the form:

$$8\gamma u\frac{du}{d\gamma}=4u^2-2u+\sigma, \frac{4udu}{4u^2-2u+\sigma}=\frac{d\sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma}}. \qquad (3.19)$$

It is remarkable that when **σ > 1/4** determinant of the spatial metrics isn't equal to zero anywhere. Therefore in this case there are no singularities.

Integrating the equation (3.19) we find that:

$$\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_{\min}}}=f(u), \quad f(u)=\sqrt{\frac{4u^2-2u+\sigma}{\sigma}}\exp\left[\frac{1}{\sqrt{4\sigma-1}}\left(arctg\frac{4u-1}{\sqrt{4\sigma-1}}+arctg\frac{1}{\sqrt{4\sigma-1}}\right)\right], \qquad (3.20)$$

where $\sqrt{\gamma_{\min}}$ - the minimum value of $\sqrt{\gamma}$ at u = 0.

Differentiating (3.20) with respect to τ gives:

$$\frac{1}{\sqrt{\gamma_{\min}}}\frac{d\sqrt{\gamma}}{d\tau}=\frac{df(u)}{du}\frac{du}{d\tau}, \quad \frac{df}{du}=\frac{4u}{4u^2-2u+\sigma}f(u). \qquad (3.21)$$

Hence we find the solution of the equation (3.17) in the parametric form in consideration of (3.18), (3.20).

$$\tau-\tau_{st}=\sqrt{\gamma_{\min}}\int_0^u\frac{4f(y)}{4y^2-2y+\sigma}dy, \sqrt{\gamma}=\sqrt{\gamma_{\min}}f(u). \qquad (3.22)$$

Evolution of space begins in the time point τ_{st} from a state of rest with the minimal volume factor.

Consider the expression (3.4) for the energy density on the field equations. Using the relations (3.12) and (3.16), we can transform (3.4) as follows:

$$(\varepsilon_{gr})_0^0=\rho_{gr}=\frac{c^2}{48\pi GT^2}\left[\frac{d}{d\tau}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{d\tau}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{d\tau}\right)^2+\frac{1}{2\sqrt{\gamma}\gamma}\frac{d\gamma}{d\tau}-\frac{1}{2\gamma}B_k^k\right]. \qquad (3.23)$$

Using the equation (3.17), we eliminate the second derivative, then

$$\rho_{gr}=\frac{c^2}{48\pi GT^2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{d\tau}\right)^2-\frac{3}{4\gamma}[B_k^p B_p^k-(B_k^k)^2]\right]=\frac{c^2}{48\pi GT^2\gamma}\left[2u^2-\frac{3}{4}[B_k^p B_p^k-(B_k^k)^2]\right] \qquad (3.24)$$

The first term in the brackets vanishing at the small values of ***u***, the second term characterizing the global anisotropy of space is constant, positive and enters into the expression for the energy density with a minus sign. *The energy density will be positive only in case when homogeneous space is isotropic.*

In this case the solution of the equations (3.13) can be presented in the form:

$$g_{kn}=-\gamma^{1/3}\delta_{kn}, \qquad (3.25)$$

and the interval

$$ds^2 = c^2(dt)^2 - \gamma^{1/3}(t)dx^m dx^n. \tag{3.26}$$

Introduce the Hubble parameter H and the acceleration parameter q (instead of the deceleration parameter [4]) according to the modern representations:

$$H \equiv \frac{1}{6T\gamma}\frac{d\gamma}{d\tau}, \quad q \equiv 1 + \frac{1}{6H^2T^2}\frac{d}{d\tau}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{d\tau}\right). \tag{3.27}$$

The substitution of these expressions in (3.17) allows us to derive the equation describing change of the acceleration-deceleration eras.

$$q = \frac{3}{4}\left(\frac{\sqrt{\sigma}}{u(\gamma)} - \frac{1}{\sqrt{\sigma}}\right)^2 + 1 - \frac{3}{4\sigma}. \tag{3.28}$$

This implies that two scenarios are possible. When σ>3/4 the acceleration (q>0) is only possible. When 3/4 > σ > 1/4 the change of the eras is possible: acceleration-deceleration-acceleration. The change of the eras happens at the values

$$u_1 = \frac{\sigma}{1+\sqrt{1-4\sigma/3}} > \frac{\sqrt{3}}{4(\sqrt{3}+\sqrt{2})} \approx 0.1376, \; u_2 = \frac{\sigma}{1-\sqrt{1-4\sigma/3}} < \frac{\sqrt{3}}{4(\sqrt{3}-\sqrt{2})} \approx 1.3624. \tag{3.29}$$

Discovered recently **[1]** *the change of the eras indicates that the second scenario takes place.* The maximum value of the deceleration is reached at $u=\sigma$

$$q_{\max} = 1 - \frac{3}{4\sigma} > -2. \tag{3.30}$$

After the onset of the second era of the acceleration, q asymptotically approaches unity according to (3.28).

The energy density of the gravitational field (3.24) is related with the Hubble parameter as:

$$\rho_{gr} = \frac{3c^2H^2(\tau)}{8\pi G}. \tag{3.31}$$

Thus, *space is homogeneous and isotropic and has proper energy. And the density of the space energy is equal to the critical density at any moment of time*. The Hubble parameter reaches the maximum value during the era of the first acceleration at $u = \sigma/2 < u_1$

$$H_{\max} = \frac{\sqrt{\sigma}}{6T\sqrt{\gamma_{\min}}}\exp\left(-\frac{arctg\sqrt{4\sigma-1}}{\sqrt{4\sigma-1}}\right), \tag{3.32}$$

and then monotonously decreases, tending to the constant value

$$H_\infty = \frac{1}{6T\sqrt{\gamma_{\min}}}\exp\left(-\frac{1}{\sqrt{4\sigma-1}}\left(arctg\frac{1}{\sqrt{4\sigma-1}} + \frac{\pi}{2}\right)\right). \tag{3.33}$$

Determined by the relations (3.5) the spatial components of the energy-momentum tensor density are equal on the field equations to:

$$\left(\varepsilon_{gr}\right)_k^p = \frac{c^2}{48\pi GT^2}\left[\frac{d}{d\tau}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{d\tau}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{d\tau}\right)^2 - \frac{1}{2\sqrt{\gamma\gamma}}\frac{d\gamma}{d\tau} + \frac{1}{2\gamma}B_n^n\right]\delta_k^p, \tag{3.34}$$

and differ from expression for the energy density in the sign of the last two members. These components can possess both the positive and negative values during evolution. Eliminating the second derivate again by means of the equation (3.17) and assuming $(\varepsilon_{gr})_m^n = -p_{gr}\delta_m^n$ as it is accepted for macroscopic mediums, write the gravitational field pressure as:

$$p_{gr} = -\frac{c^2}{48\pi GT^2}\frac{2u^2 - 2u + \sigma}{\gamma}. \tag{3.35}$$

This implies when 0.25 < σ < 0.5 there is a change of the pressure sign at the following ***u*** values:

$$u_3 = \frac{1-\sqrt{1-2\sigma}}{2} > \frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}} \approx 0.146, \quad u_4 = \frac{1+\sqrt{1-2\sigma}}{2} < \frac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}} \approx 0.8536 \tag{3.36}$$

The gravitational field has a positive pressure in the interval $u_3<u<u_4$, in other cases it has a negative pressure.

Let us consider the curvature tensor. Substituting the relations (3.13), (3.14) in (3.2), (3.3) we will find the expressions for the curvature tensor on the field equations:

$$R_0^0 = -\frac{1}{2c^2}\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{dt}\right) - \frac{1}{12c^2}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{dt}\right)^2,$$

$$R_k^k = -\frac{1}{2c^2\sqrt{\gamma}}\frac{d}{dt}\left(\frac{\sqrt{\gamma}}{\gamma}\frac{d\gamma}{dt}\right).$$

Excepting the second derivatives, write the expressions for the scalar curvature of space-time ^4R and space ^3R.

$$^3R = R_k^k = -\frac{1}{4c^2T^2\gamma}(4u^2 - 2u + \sigma) = -\frac{(4u-1)^2 + 4\sigma - 1}{16c^2T^2\gamma} < 0. \tag{3.37}$$

$$^4R = R_0^0 + R_k^k = -\frac{1}{2c^2T^2\gamma}\left(\frac{8}{3}u^2 - 2u + \sigma\right). \tag{3.38}$$

(3.37) implies *the space curvature is always negative*. But the space-time curvature changes during evolution and possesses at first negative, then positive and at last again negative values.

According (3.31), (3.32) the maximum density of the gravitational field energy is equal

$$\rho_{gr\max} = \frac{c^2\sigma}{96\pi G T^2\gamma_{\min}}\exp\left(-\frac{2arctg\sqrt{4\sigma-1}}{\sqrt{4\sigma-1}}\right). \tag{3.39}$$

Assumed that σ=1/4 for definiteness, connect the constant value

$$T\sqrt{\gamma_{\min}} \approx \frac{1}{8e}\left(\frac{c^2}{6\pi\cdot G\cdot\rho_{gr\max}}\right)^{1/2} \tag{3.40}$$

with the maximum energy density.

Now (3.22) can be written as:

$$t - t_{st} = T\sqrt{\gamma_{\min}}\int_0^u \frac{4f(y)}{4y^2 - 2y + \sigma}dy,\quad H(u) = \frac{1}{3T\sqrt{\gamma_{\min}}}\frac{u}{f(u)}. \tag{3.41}$$

According (3.20) f(u) depends on the constant σ only. Substituting in these relations the current values [5] of the time from the beginning of evolution till now (t_0-t_{st} = 4.355•10^{17} sec) and Hubble parameter (H_0 = 2.181•10^{-18}sec^{-1}) gives, taking into account (3.40), couple of equations for two unknown – σ and the value of parameter **u** at the current time.

It is considered to be the maximum energy density equal to the Planck's energy density in the standard cosmological model. Providing that $\rho_{gr\max} = \varepsilon_{Pl}$ the solution of the system of equations (3.41) according to data at the current time is:

$$\sigma^0 = 0.250119943,\quad u^0 = 6.119897974. \tag{3.42}$$

The results of the calculations of other parameters for this case are presented in Table 1.

$\rho_{gr\max} = \varepsilon_{Pl}$; $T\sqrt{\gamma_{\min}}$ =5.798463086·10^{-46} sec; σ^0=0.250119943; u^0=6.119897974					
u	q	z	^{3}R, cm^{-2}	t-t$_{st}$, sec	H, sec^{-1}
6.119897974	0.7599	0	-4.382·10^{-56}	4.358·10^{17}	2.181·10^{-18}
1.362298981	0	0.850004	-6.309·10^{-56}	1.876·10^{17}	3.074·10^{-18}
0.853468568	-0.5	1.416151	-9.216·10^{-56}	1.129·10^{17}	4.290·10^{-18}
0.4	-1.5776	4.831122	-1.126·10^{-54}	1.305·10^{16}	2.826·10^{-17}
0.35	-1.7544	7.804654	-5.944·10^{-54}	4.160·10^{15}	8.514·10^{-17}
0.3	-1.9157	24.3401	-8.520·10^{-52}	1.959·10^{14}	1.739·10^{-15}
0.250119943	-1,9986	1.740781·10^{11}	-1.062·10^{6}	7.092·10^{-16}	4.702·10^{14}
0.146531432	-0.5	9.818436·10^{20}	-1.223·10^{67}	4.071·10^{-45}	4.943·10^{43}
0.137701018	0	1.017771·10^{21}	-1.787·10^{67}	3.361·10^{-45}	5.174·10^{43}
0.125059971	1	1.058713·10^{21}	-2.801·10^{67}	2.610·10^{-45}	5.289·10^{43}
0	∞	1.172766·10^{21}	-2.069·10^{68}	0	0

$\rho_{gr\max} = 10^{46}$g·cm^{-1}sec^{-2};$T\sqrt{\gamma_{\min}}$ =1.296575763·10^{-11}sec; σ^0=0.2505961314; u^0=6.117403956					
u	q	z	^{3}R, cm^{-2}	t-t$_{st}$, sec	H, sec^{-1}
6.117403956	0.75982	0	-4.382·10^{-56}	4.358·10^{17}	2.181·10^{-18}
1.362007273	0	0.849896	-6.309·10^{-56}	1.876·10^{17}	3.074·10^{-18}
0.853131610	-0.5	1.416264	-9.219·10^{-56}	1.129·10^{17}	4.291·10^{-18}
0.4	-1.5753	4.819468	-1.120·10^{-54}	1.313·10^{16}	2.810·10^{-17}
0.35	-1.7514	7.757364	-5.828·10^{-54}	4.230·10^{15}	8.381·10^{-17}
0.3	-1.9117	23.5132	-7.317·10^{-52}	2.166·10^{14}	1.575·10^{-15}
0.250596131	-1,9929	2.510051·10^{5}	-4.756·10^{-29}	236.74	0.001413
0.146868390	-0.5	3.483573·10^{9}	-0.0245	9.1035·10^{-11}	2.214·10^{9}
0.137992728	0	3.611425·10^{9}	-0.0358	7.5143·10^{-11}	2.317·10^{9}
0.125298066	1	3.757034·10^{9}	-0.0562	5.8328·10^{-11}	2.369·10^{9}
0	∞	4.162766·10^{9}	-0.4146	0	0

TABLE 1. Space kinematics at two different values of the maximum energy density.

The results of similar calculation, but with the maximum energy density equal to that at which the electroweak phase transition occurs, are shown in the same table. The comparison of these data shows that the results of the calculation are in good agreement up to the red shift at least,

$$z(u) = \left(\sqrt{\frac{\gamma(u^0)}{\gamma(u)}} \right)^{1/3} - 1\,, \quad z(0.3) \approx 24\,. \tag{3.43}$$

despite the difference in the value of the maximum energy density on more than fifty orders. This circumstance excludes doubts in a possibility of the unambiguous description of space evolution in this range of the red shift variation.

So, the following properties of space are a consequence of the assumption of the constraint (2.1) between the components of the metric tensor existing:

- is homogeneous;
- is globally isotropy;
- is material, possesses an energy and pressure that able to have both positive and negative values;
- has negative space curvature limited on an absolute value
- has the acceleration-deceleration-acceleration eras;
- is the only source of the Universe energy.

An existing of this new law of nature doesn't contradict to the latest observational astronomical data on the Universe evolution.

4. Phenomenological model of the Universe evolution.

So, we have shown that *Space* exists, unique material space.

From the speech delivered by A. Einstein in 1930, "The strange conclusion to which we have come is this – it now appears that space will have to be regarded as a primary thing and that matter is derived from it, so to speak, as a secondary result. Space is now turning around and eating up matter. We have always regarded matter as a primary thing and space as a secondary result. Space is now having its revenge, so to speak, and is eating up matter. But that is still a pious wish." [6].

Space is the main, but not the only form of existence of matter structures in the Universe. The gravitational field intensity increase will lead inevitably to appearance of new matter structures in process of evolution what in turn can significantly influence on its kinematics eventually.

Consider phenomenologically influences of matter on process of evolution of the Universe.

Let matter be born in some time point in Space described above. Owing to the homogeneity and isotropy of space the energy-momentum tensor of matter can be written as $(\varepsilon_{mat})_\mu^\nu = diag\,(\rho_{mat}, -p_{mat}, -p_{mat}, -p_{mat})$.

In the presence of matter the gravitational field equations will take a form:

$$\frac{d}{dx^0}\left(\frac{1}{g_{00}}\frac{d\sqrt{\gamma g_{00}}}{dx^0}\right)=0,$$

$$-\frac{1}{\sqrt{g_{00}}}\frac{d}{dx^0}\left(\frac{1}{\gamma\sqrt{g_{00}}}\frac{d\gamma}{dx^0}\right)-\frac{1}{6g_{00}}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{dx^0}\right)^2=\sqrt{\gamma g_{00}}\frac{d}{dx^0}\left(\frac{1}{g_{00}\sqrt{\gamma g_{00}}}\frac{d\Phi}{dx^0}\right)+\frac{8\pi G}{c^4}(\rho+3p)_{mat}, \quad (4)$$

$$-\frac{1}{3\sqrt{\gamma g_{00}}}\frac{d}{dx^0}\left(\frac{1}{\sqrt{\gamma g_{00}}}\frac{d\gamma}{dx^0}\right)=\frac{1}{\sqrt{\gamma g_{00}}}\frac{d}{dx^0}\left(\frac{\sqrt{\gamma g_{00}}}{g_{00}}\frac{d\Phi}{dx^0}\right)-\frac{8\pi G}{c^4}(\rho-p)_{mat}.$$

Repeating all the computation taking into account these additional members, we have the following equation instead (3.19)

$$8u\frac{du}{d\gamma}-\frac{4u^2-2u+\sigma}{\gamma}+\frac{48\pi GT^2}{c^2}\left((\rho+p)_{mat}-\frac{1}{4\gamma}\int_0^u(\rho-p)_{mat}\left(\frac{du}{d\gamma}\right)^{-1}du\right)=0, \quad (4.1)$$

and it's supposed that the pressure and density of matter are equal to zero in the initial time.

The equations for the energy and pressure are also modified in this case; instead of (3.31) and (3.35) we have

$$\rho_{gr}+\rho_{mat}=\frac{c^2}{24\pi GT^2}\frac{u^2}{\gamma}\equiv\frac{3c^2H^2(\tau)}{8\pi G}. \quad (4.2)$$

$$p_{gr}=-\frac{c^2}{48\pi GT^2}\frac{2u^2-2u+\sigma}{\gamma}+\rho_{mat}-\frac{1}{4\gamma}\int_0^u(\rho-p)_{mat}\left(\frac{du}{d\gamma}\right)^{-1}du. \quad (4.3)$$

According to the observation data there is macroscopic matter, electromagnetic radiation, and neutrino in the Universe at the present time. These components weakly interact among themselves. In this case, owing to the equality to zero of the covariant derivative of matter energy-momentum density tensor, the «conservation» laws for each type of matter are satisfied separately [3,4]

$$d\rho = -(\rho + p)\frac{d\sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma}}. \tag{4.4}$$

The pressure can be considered equal to zero for baryon matter, $p=\rho/3$ for an electromagnetic radiation, for neutrinos the similar relation will be valid until it is possible to neglect their weight. Eq. (4.4) shows that:

$$\rho_m = \rho_m^0 \frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}},\ \rho_r = \rho_r^0 \left(\frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}}\right)^{4/3},\ \rho_v = \rho_v^0 \left(\frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}}\right)^{4/3}. \tag{4.5}$$

The values relating to the current time are marked by upper index. It is authentically known that the energy density of the two first components is respectively equal Ω_m=0.0499 and Ω_r=5.46·10^{-5} of the critical energy density at the present time [5]. Data are less defined for neutrinos $\Omega\nu$<5.52·10^{-3}. The relations (4.5) describe the dependence of ρ_{mat}, p_{mat} on the bulk factor at times not too far from the present.

$$\rho_{mat} = \rho_m^0 \frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}} + (\rho_r^0 + \rho_v^0)\left(\frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}}\right)^{4/3},\ p_{mat} = \frac{1}{3}(\rho_r^0 + \rho_v^0)\left(\frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}}\right)^{4/3},\ u_b \le u. \tag{4.6}$$

As approaching to the beginning of evolution, the conditions (under which these relations are valid) are violated. If at the initial time there is a birth of matter due to the gravitational field energy, then the covariant derivative of matter energy-momentum density tensor not be equal to zero anymore because of interaction existing, and instead of this, owing to the Bianchi identity the relation (4.2) holds.

To redefine the dependences of ρ_{mat}, p_{mat} at the beginning of evolution, assume

$$\rho_{mat} = \lambda\rho_{gr},\ \lambda < 1,\ p_{mat} = \frac{1}{3 + \mu_1 u + \mu_2 u^2}\rho_{mat}, \quad 0 \le u \le u_b. \tag{4.7}$$

Eliminating the gravitation energy density from the relations (4.2), (4.7) we have

$$\rho_{mat} = \frac{c^2}{24\pi G T^2}\frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{u^2}{\gamma},\ 0 \le u \le u_b. \tag{4.8}$$

We define constant coefficients λ and μ_1, μ_2 in these relations from conditions of a smooth conjugation of the dependences (4.6), (4.7) when $u=u_b$. For the implementation of this procedure it is necessary to have the dependence $\gamma(u)$. *Further within phenomenological approach and using the expressions which ρ_{mat}, p_{mat} include, we will consider that this dependence is determined as a first approximation by the relation* (3.20). From the conditions of a smooth conjugation follows that:

$$2u_b^2\left[\Omega_m \frac{f(u_b)}{f(u^0)} + \frac{4}{3}\Omega\left(\frac{f(u_b)}{f(u^0)}\right)^{2/3}\right] - (2u_b - \sigma^0)\left[\Omega_m \frac{f(u_b)}{f(u^0)} + \Omega\left(\frac{f(u_b)}{f(u^0)}\right)^{2/3}\right],\ \Omega = \Omega_r + \Omega_v. \tag{4.9}$$

$$\frac{\lambda}{1+\lambda} = \left(\frac{u^0}{u_b}\right)^2\left[\Omega_m \frac{f(u_b)}{f(u^0)} + \Omega\left(\frac{f(u_b)}{f(u^0)}\right)^{2/3}\right]. \tag{4.10}$$

$$\frac{1}{\mu(u)} \equiv 3 + \mu_1 u + \mu_2 u^2 = 3\left(1 - \frac{u}{u_b}\right)^2 + \left[\frac{\Omega_m}{\Omega}\left(\frac{f(u_b)}{f(u^0)}\right)^{1/3} + 1\right]\frac{8uu_b^3 + u^2(4u_b^2 - 6u_b + 3\sigma^0)}{u_b^2(4u_b^2 - 2u_b + \sigma^0)}. \tag{4.11}$$

The equation (4.9) allows us to find a quantity u_b, and then the relations (4.10), (4.11) allow to evaluate the complexes which include desired parameters.

The results of calculations for two values of the maximum energy density are presented in Table 2.

$\rho_{gr\max} = \varepsilon_{Pl}$; $T\sqrt{\gamma_{\min}}$ =5.798463086·10^{-46}sec; σ^0=0.250119943; u^0=6.119897974; Ω=5.57·10^{-3}			
u_b	λ/(1+λ)	μ1	μ2
0.7820	0.2324	17.14	-4.791
$\rho_{gr\max} = 10^{46}$ g·cm^{-1}sec^{-2}; $T\sqrt{\gamma_{\min}}$ =1.296575763·10^{-11}sec; σ^0=0.2505961314; u^0=6.117403956; Ω=5.57·10^{-3}			
u_b	λ/(1+λ)	μ1	μ2
0.7817	0.2324	17.14	-4.795

TABLE2. Solutions of the equations of a smooth conjugation for two values of the maximum energy density.

Results of calculations coincide so that an error is considerably smaller than an error of observational data. The value in the second column - 0.2324 is the maximum fraction of matter energy density in relation to the Universe energy density for all time of its existence. Thus, *the main part of the Universe energy is Space energy,* it amount to about 95% in present, and this fraction continues to grow with the lapse of time.

Substituting (4.7 - 4.11) in (4.1) we derive in the second approximation the equation describing the initial stage of the Universe evolution from u=0 to $u=u_b$ (Space kinematics gives the first approximation of Universe evolution). The solution of this equation can be written by a quadrature.

$$\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_{\min}}} = \varphi(u) = \exp\left[\int_0^u \frac{4udu}{4u^2 - 2u + \sigma - \frac{2\lambda u^2}{1+\lambda}\left(1+\mu(u)\right) + \frac{\lambda}{1+\lambda}\int_0^u \left(1-\mu(u)\right)\frac{4u^3du}{4u^2-2u+\sigma^0}}\right], \quad (4.13)$$

$$t - t_{st} = T\sqrt{\gamma_{\min}}\int_0^u \frac{4\varphi(u)du}{4u^2 - 2u + \sigma - \frac{2\lambda u^2}{1+\lambda}\left(1+\mu(u)\right) + \frac{\lambda}{1+\lambda}\int_0^u \left(1-\mu(u)\right)\frac{4u^3du}{4u^2-2u+\sigma^0}}. \quad (4.14)$$

Appearing in these relations constant σ differs from σ^0, generally speaking, and just as it was made in the previous section, has to be defined together with the value of ***u*** at the current time from a condition of the equality of the evaluated time of the Universe existence and Hubble parameter to their values observed now. For this purpose it is necessary to find at first the solution of evolution equations at the values of ***u*** lager than u_b. Substituting (4.7 - 4.11) in (4.1) we derive in a second approximation the equation describing the stage of the Universe evolution at $u>u_b$. The solution of this equation can be written by a quadrature.

$$\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma(u_b)}} = \psi(u) =$$

$$\exp\int_{u_b}^{u}\left\{\begin{array}{l} 4u^2 - 2u + \sigma - 2u^{02}\left[\Omega_m \frac{f(u)}{f(u^0)} + \frac{4}{3}\Omega\left(\frac{f(u^0)}{f(u)}\right)^{1/3}\right] + \frac{\lambda}{1+\lambda}\int_0^{u_b}(1-\mu(u))\frac{4u^3du}{4u^2-2u+\sigma^0} \\ + u^{02}\int_{u_b}^{u}\left[\Omega_m \frac{f(u)}{f(u^0)} + \frac{2}{3}\Omega\left(\frac{f(u^0)}{f(u)}\right)^{1/3}\right]\frac{4udu}{4u^2-2u+\sigma^0} \end{array}\right\}^{-1} 4udu$$

(4.15)

$$t - t(u_b) = T\sqrt{\gamma(u_b)} \times$$
$$\int_{u_b}^{u} \left\{ \begin{array}{l} 4u^2 - 2u + \sigma - 2u^{02}\left[\Omega_m \dfrac{f(u)}{f(u^0)} + \dfrac{4}{3}\Omega\left(\dfrac{f(u^0)}{f(u)}\right)^{1/3}\right] + \dfrac{\lambda}{1+\lambda}\displaystyle\int_0^{u_b}(1-\mu(u))\dfrac{4u^3du}{4u^2 - 2u + \sigma^0} \\ + u^{02}\displaystyle\int_{u_b}^{u}\left[\Omega_m \dfrac{f(u)}{f(u^0)} + \dfrac{2}{3}\Omega\left(\dfrac{f(u^0)}{f(u)}\right)^{1/3}\right]\dfrac{4udu}{4u^2 - 2u + \sigma^0} \end{array} \right\}^{-1} 4\psi(u)du$$

(4.16)

It is possible to construct a priori only the parameterized collection of dependences between which the dispersion increases as approaching to the edge of space-time manifold. The range of the parameters changes can be restricted a posteriori. Such opportunity is limited only by a resolving power of the observer's astronomical instruments in the case of the Universe itself. The fact of the observation doesn't lead to a "reduction of the Universe wave function" at all but only defines more precisely our knowledge about the possible range of the initial parameters variation.

5. Static isotropic metrics

Consider static spherically-symmetric metrics. The most general expression for space-time interval can be reduced to the form by the unimodular coordinates transformation [4]:

$$ds^2 = F(r)(dx^0)^2 - \frac{G(r)}{r^2}(\bar{x}\cdot d\bar{x})^2 - C(r)(d\bar{x}\cdot d\bar{x})$$

The constraint (2.1) is invariant relative to such transformations, but now in contrast to GR its existence doesn't allow to reduce quantity of the required metrics components till two.

Using the Kronecker symbols δ_{mn} , write the metric tensor $g_{\mu\nu}$ as:

$$g_{00} = F(r), \quad g_{0m} = 0, \quad g_{mn} = -C(r)\cdot\delta_{mn} - G(r)\frac{x_m x_n}{r^2}, \quad x_m = x^m, \tag{5.1}$$

$$g(r) = \det g_{\mu\nu} = -FC^2(C+G).$$

The tensor $g^{\mu\nu}$ (inverse to the metric tensor):

$$g^{00} = \frac{1}{F(r)}, \quad g^{0m} = 0, \quad g^{mn} = -\frac{1}{C(r)}\delta^{mn} + \frac{G(r)}{C(C+G)}\frac{x^m x^n}{r^2}. \tag{5.2}$$

$$g_{mn}g^{nk} = \delta_m^k.$$

In the presence of the constraint (2.1) it is more convenient to proceed not from the equations derived at the action variation on the metrics components, but to choose as one of the varied functions $\Delta(r) = \sqrt{-g(r)}$.

The constraint gives the following contribution to the action:

$$\Lambda = \frac{\partial\Phi}{\partial x^\mu} g^{\mu\nu}\frac{1}{2g}\frac{\partial g}{\partial x^\nu} = -\frac{\Phi'(r)g'(r)}{2(C+G)g} = -\frac{\Phi'(r)\Delta'(r)}{\Delta^3}FC^2 \tag{5.3}$$

(The stroke hereinafter denotes differentiating with respect to r)

Other terms can be found using the known results of calculations [3,4]. The scalar curvature and volume element are generally covariant, therefore they can be found using "spherical" coordinates.

In "spherical" coordinates space-time interval is:

$$ds^2 = F(r)(dx^0)^2 - G(r)dr^2 - C(r)\left(dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\varphi^2\right).$$

By analogy to the "standard" form [4] write it as follows:

$$ds^2 = F(r)(dx^0)^2 - A(r)dr^2 - r^{*2}(r)\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right), \tag{5.4}$$

where $A(r)=G(r)+C(r)$, $r^*(r)=rC^{1/2}(r)$.

For this metrics the nonvanishing components of the connection differ slightly from the corresponding components of the "standard" form [4]:

$$\Gamma^t_{tr}=\Gamma^t_{rt}=\frac{F'}{2F},\quad \Gamma^r_{rr}=\frac{A'}{2A},\qquad \Gamma^r_{\theta\theta}=-\frac{r^*r^{*\prime}}{A},\qquad \Gamma^r_{\varphi\varphi}=-\frac{r^*r^{*\prime}\sin^2\theta}{A},\quad \Gamma^r_{tt}=\frac{F'}{2A},$$

$$\Gamma^\theta_{r\theta}=\Gamma^\theta_{\theta r}=\frac{r^{*\prime}}{r^*},\ \Gamma^\theta_{\varphi\varphi}=-\sin\theta\cos\theta,\ \Gamma^\varphi_{\varphi r}=\Gamma^\varphi_{r\varphi}=\frac{r^{*\prime}}{r^*},\qquad \Gamma^\varphi_{\varphi\theta}=\Gamma^\varphi_{\theta\varphi}=ctg\,\theta.$$

The expression for the curvature tensor changes accordingly it.

Using the expressions for the components of the connection, find the scalar curvature:

$$R=\frac{1}{2F}\left(\frac{F'}{A}\right)'+\frac{1}{2A}\left(\frac{F'}{F}\right)'+\frac{2}{r^{*2}}\left(\frac{r^*r^{*\prime}}{A}\right)'+\frac{2}{A}\left(\frac{r^{*\prime}}{r^*}\right)'-\frac{2}{r^{*2}}+\frac{2}{A}\left[\left(\frac{r^{*\prime}}{r^*}\right)^2+\frac{r^{*\prime}F'}{r^*F}\right].$$

Singling out the divergent term, it can be written in the form:

$$R=\frac{1}{r^{*2}\sqrt{AF}}\frac{d}{dr}\left[r^{*2}\sqrt{AF}\left(\frac{F'}{AF}+\frac{4r^{*\prime}}{r^*A}\right)\right]-2\left[\frac{r^{*\prime}F'}{r^*AF}+\frac{1}{A}\left(\frac{r^{*\prime}}{r^*}\right)^2+\frac{1}{r^{*2}}\right].\tag{5.5}$$

The action for the gravitational field:

$$S_{gr}=-\frac{c^3}{16\pi G}\int(R+\Lambda)\sqrt{AF}\,r^{*2}\sin\theta\,drd\theta d\varphi dx^0.$$

Substituting here the expression (5.5) for R and (5.3) for Λ, omitting the divergent term and taking into account that $A=\Delta^2/FC^2$ we have:

$$S_{gr}=\frac{c^3}{8\pi G}\int\left(\frac{\Delta}{r^{*2}}+\frac{r^{*2}F}{\Delta r^4}(r^{*\prime})^2+\frac{1}{\Delta r^4}r^{*3}r^{*\prime}F'+\frac{\Phi'\Delta' r^{*4}F}{2\Delta^2r^4}\right)r^2\sin\theta\,drd\theta d\varphi dx^0.$$

Introduce a variable $\xi=r^3$ instead of r, then the action takes the form:

$$S_{gr}=\frac{3c^3}{8\pi G}\int\left(\frac{\Delta}{9r^{*2}}+\frac{Fr^{*2}}{\Delta}\left(\frac{dr^*}{d\xi}\right)^2+\frac{1}{\Delta}r^{*3}\frac{dr^*}{d\xi}\frac{dF}{d\xi}+\frac{Fr^{*4}}{2\Delta^2}\frac{d\Phi}{d\xi}\frac{d\Delta}{d\xi}\right)d\xi\sin\theta\,d\theta d\varphi dx^0.$$

From a principle of least action find the gravitational field equations in space free from matter:

$$\frac{d}{d\xi}\left(\frac{r^{*4}F}{\Delta^2}\frac{d\Delta}{d\xi}\right)=0,\tag{5.6}$$

$$\frac{1}{9r^{*2}}-\frac{r^{*2}}{\Delta^2}\left(\frac{dr^*}{d\xi}\right)^2F-\frac{r^{*3}}{\Delta^2}\frac{dr^*}{d\xi}\frac{dF}{d\xi}-\frac{1}{2\Delta^2}\frac{d}{d\xi}\left(r^{*4}F\frac{d\Phi}{d\xi}\right)=0,\tag{5.7}$$

$$\frac{r^{*2}}{\Delta}\left(\frac{dr^*}{d\xi}\right)^2-\frac{d}{d\xi}\left(\frac{r^{*3}}{\Delta}\frac{dr^*}{d\xi}\right)+\frac{r^{*4}}{2\Delta^2}\frac{d\Delta}{d\xi}\frac{d\Phi}{d\xi}=0,\tag{5.8}$$

$$-\frac{2\Delta}{9r^{*3}}-2r^*\frac{d}{d\xi}\left(\frac{r^*F}{\Delta}\frac{dr^*}{d\xi}\right)-r^{*3}\frac{d}{d\xi}\left(\frac{1}{\Delta}\frac{dF}{d\xi}\right)+2\frac{r^{*3}F}{\Delta^2}\frac{d\Delta}{d\xi}\frac{d\Phi}{d\xi}=0.\tag{5.9}$$

Equation (5.6) implies:

$$\frac{r^{*4}F}{\Delta^2}\frac{d\Delta}{d\xi}=\alpha,\tag{5.6'}$$

where α is a constant with the dimension of length.

Multiply the equation (5.7) by 2Δ, subtract from result - (5.8), multiplied by $2F$, and add the result to the equation (5.9), multiplied by r^*, after simple transformations reduce the equation to the form:

$$\frac{d}{d\xi}\left[\frac{r*^4}{\Delta}\left(\frac{dF}{d\xi}+F\frac{d\Phi}{d\xi}\right)\right]=0.$$

This implies:

$$\frac{r*^4\,F}{\Delta}\left(\frac{1}{F}\frac{dF}{d\xi}+\frac{d\Phi}{d\xi}\right)=\beta,$$

where β is one more constant with the dimension of length. Using (5.6') this equation can be written in the form:

$$\frac{1}{F}\frac{dF}{d\xi}+\frac{d\Phi}{d\xi}=\sigma\frac{1}{\Delta}\frac{d\Delta}{d\xi},\ \sigma=\frac{\beta}{\alpha}.$$

Taking into account that the function Φ(r) is defined accurate within a constant, find:

$$\Phi=-\ln(F\Delta^{-\sigma}). \tag{5.7'}$$

Rewrite the equation (5.8) as follows:

$$\frac{1}{\Delta}\left(\frac{r*dr*}{d\xi}\right)^2+r*^2\frac{d}{d\xi}\left(\frac{r*}{\Delta}\frac{dr*}{d\xi}\right)=\frac{r*^4}{2\Delta^2}\frac{d\Delta}{d\xi}\frac{d\Phi}{d\xi}.$$

After the substitution of this expression in the equation (5.9) it takes the form:

$$r*^4\frac{d}{d\xi}\left(\frac{1}{\Delta}\frac{dF}{d\xi}\right)+2r*^2\frac{d}{d\xi}\left(\frac{Fr*}{\Delta}\frac{dr*}{d\xi}\right)-4\left[\frac{1}{\Delta}\left(\frac{r*dr*}{d\xi}\right)^2+r*^2\frac{d}{d\xi}\left(\frac{r*}{\Delta}\frac{dr*}{d\xi}\right)\right]F+\frac{2\Delta}{9r*^2}=0$$

This equation is equivalent to the following:

$$\frac{d}{d\xi}\left[\frac{r*^6}{\Delta}\frac{d}{d\xi}\left(\frac{F}{r*^2}\right)\right]+\frac{2\Delta}{9r*^2}=0.$$

Integrating this equation over ξ we have:

$$\frac{d}{d\xi}\left(\frac{F}{r*^2}\right)-\beta_1\frac{\Delta}{r*^6}+\frac{2}{9}\frac{\Delta}{r*^6}\int_0^\xi\frac{\Delta}{r*^2}d\xi=0,$$

where $\beta_1=\left[\frac{r*^6}{\Delta}\frac{d}{d\xi}\left(\frac{F}{r*^2}\right)\right]_{\xi=0}$ is one more constant with the dimension of length. This constant is equal to zero for the Minkowski metric. Let us assume further $\beta_1=0$ in order that the Minkowski metric could be the solution of this system of equations (in case when the constant α is equal to zero).

$$\frac{d}{d\xi}\left(\frac{F}{r*^2}\right)+\frac{2}{9}\frac{\Delta}{r*^6}\int_0^\xi\frac{\Delta}{r*^2}d\xi=0. \tag{5.9'}$$

Integrating one more time, represent the function $F(r)$ in the form:

$$F=\frac{2}{9}r*^2\int_\xi^\infty\left(\int_0^\xi\frac{\Delta}{r*^2}d\xi\right)\frac{\Delta}{r*^6}d\xi.$$

Transform the equation (5.8). Introduce a notation

$$U=\frac{r*}{\Delta}\frac{dr*}{d\xi},$$

and substitute the expressions for derivatives of Δ and Φ from the equations (5.6') and (5.7'), then the equation (5.8) can be put in the form:

$$U^2+r*U\frac{dU}{dr*}=\frac{\alpha U}{2r*F}\frac{d\Phi}{dr*}.$$

$$V=\frac{1}{3r*U},\ \frac{d}{dr*}\frac{1}{V}=\frac{3\alpha}{2r*F}\frac{d\Phi}{dr*}. \tag{5.8'}$$

Passing from the derivatives with respect to $\xi=r^3$ to the derivatives with respect to r^* in all relations and introducing the dimensionless coordinate's r/α and r^*/α (keeping the previous notation r и r^* for them), we can write the initial system of equations as follows:

$$\frac{1}{\Delta}\frac{d\Delta}{dr^*}=\frac{3V(r^*)}{Fr^{*2}}, \tag{5.10}$$

$$V(r^*)=\frac{1}{1-\frac{3}{2}\int\limits_{r^*}^{\infty}\frac{1}{r^*F}\frac{d\Phi}{dr^*}dr^*},\ \Phi=-\ln(F\Delta^{-\sigma}), \tag{5.11}$$

$$F(r^*)=2r^{*2}\int\limits_{r^*}^{\infty}\left(\int\limits_{r^*_{\min}}^{r^*}V(r^*)dr^*\right)\frac{1}{r^{*4}}V(r^*)dr^*. \tag{5.12}$$

$$\frac{\Delta(r^*)r^2}{r^{*2}}\frac{dr}{dr^*}=V(r^*). \tag{5.13}$$

Generally speaking, the nonzero value $r^*_{min}=r^*(0)$ means a presence of *an edge* of space-time manifold.

Consider behavior of the metrics at $r^*_{min}=0$ and the small values r^*. If the integral

$$2\int\limits_{0}^{\infty}\left(\int\limits_{0}^{r^*}V(r^*)dr^*\right)\frac{V(r^*)}{r^{*4}}dr^*=b>0 \tag{5.14}$$

exists, eq.(5.12) implies that the function $F(r^*)\approx b\cdot r^{*2}$ at the small r^*. Then assumed that $V(r^*)\approx b_1\cdot r^{*\nu}\geq 0$, $\Delta(r^*)\approx b_2\cdot r^{*\delta}\geq 0$ and substituting these expressions in (5.8', 5.10) we have:

$$\nu=3,\ \ b_1=\frac{2b}{2-\sigma\delta},\ \delta=\frac{6}{2-\sigma\delta}. \tag{5.15}$$

From the last relation follows:

$$\delta=\frac{1\pm\sqrt{1-6\sigma}}{\sigma}.$$

therefore $\sigma\leq 1/6$.

Integrating the equation (5.13) find at the small values r, r^*:

$$r^3(r^*)=3\int\limits_{0}^{r^*}\frac{V(r^*)}{\Delta(r^*)}r^{*2}dr^*\approx 3\frac{b_1}{b_2}\int\limits_{0}^{r^*}r^{*(5-\delta)}dr^*. \tag{5.16}$$

The last integral exists only at $\boldsymbol{\delta}<6$. In this case

$$\delta=\frac{1-\sqrt{1-6\sigma}}{\sigma},\quad \sigma<\frac{1}{6}. \tag{5.17}$$

Consider now the expression for the energy of the static isotropic gravitational field (Appendix I). In this case

$$E=\frac{c^4\alpha}{4G}\left[\frac{r^{*2}\ F(r^*)}{V(r^*)}\frac{d\ln(F\Delta^{-\sigma})}{dr^*}\Bigg|_{r^*_{\min}}^{r^*\to\infty}-3\ln F\Delta^{-\sigma}(r^*_{\min})\right]. \tag{A.8}$$

The last term in this relation has a logarithmic singularity at $r^*_{min}=0$.

The energy will have the finite value only at $r^*_{min}\neq 0$, that is *in the presence of the edge*. It is possible only at the value $\sigma\geq 1/6$.

The quantity r^*_{min} is an independent parameter and for its definition the additive considerations are necessary. First, suppose that according to Mach's principle inertial mass M_{in} is related to the total gravitational field energy E out of the edge by Einstein's formula $E=M_{in}c^2$. Secondly, in accordance with Etvesh's experiment, we assume the equality of the quantity of this inertial and gravitational mass $M_{in}=M_{gr}$. And at last, based on correspondence principle with GR we assume that at the large values of r^* the first term coefficient of the function $F(r^*)$ expansion in powers of $1/r^*$ is equal to the gravitational radius-to-α ratio.

$$F(r^*) = 1 - \frac{r_{gr}}{\alpha}\frac{1}{r^*} + .. = 1 - \frac{2M_{gr}G}{c^2\alpha}\frac{1}{r^*} + \ldots \tag{5.18}$$

In this case the relation (A.8) passes into the equation defining a quantity r^*_{min}.

$$\frac{r_{gr}}{\alpha} = \frac{2r^*_{\min}\,F(r^*_{\min})}{3V(r^*_{\min})} - \ln\frac{F(r^*_{\min})}{\Delta^{1/6}(r^*_{\min})}. \tag{5.19}$$

The solution of the system of equations (5.10) - (5.13), (5.19) can be found by a successive approximation method. Starting from the trial function $V^{(0)}(r^*)$ at the chosen initial value r^*_{min} it is possible to find the function $F^{(0)}(r^*)$ as a first approximation from (5.12), and then to find $\Delta^{(0)}(r^*)$ from (5.10) and - new value $V^{(1)}(r^*)$ from (5.11). Continue this process before deriving on N step the values of the desired functions with the required accuracy. Find the value of r^*_{min} from the equation (5.19). And then find the function $r(r^*)$ from the equation (5.13).

Construct a trial function. If eq. (5.18) is valid at large values of r^*, then eq. (5.10, 5.11) implies that $V(r^*) \approx 1 - v/r^{*2} + \ldots$ As in the presence of the edge the behavior of the desired functions is not determined at small values of r^*, it is natural to assume that the relative size of r^*_{min} is more than unit. Providing that $r^*_{min} \geq 1$, specify a trial function as follows:

$$V^{(0)}(r^*) = 1 - v/r^{*2}. \tag{5.20}$$

Substituting this expression in eq. (5.12) we find

$$F^{(0)}(r^*) = 1 - \frac{2}{3}\left(r^*_{\min} + \frac{v}{r^*_{\min}}\right)\frac{1}{r^*} + \frac{2}{5}\left(r^*_{\min} + \frac{v}{r^*_{\min}}\right)\frac{v}{r^{*3}} - \frac{v^2}{3}\frac{1}{r^{*4}}. \tag{5.21}$$

Based on correspondence principle, in this approximation we have

$$\frac{r_{gr}}{\alpha} = \frac{2}{3}\left(r^*_{\min} + \frac{v}{r^*_{\min}}\right). \tag{5.22}$$

A constant v can be chosen so that the values of a trial function and first approximation coincide $V^{(0)}(r^*_{\min}) = V^{(1)}(r^*_{\min})$ in the point $r^*=r^*_{min}$. Substituting (5.20), (5.21) in (5.10) we find

$$\ln\Delta^{(0)}(r^*) = -3\int_{r^*}^{\infty}\frac{V^{(0)}(r^*)}{(r^*)^2F^{(0)}(r^*)}dr^*, \tag{5.23}$$

and then from (5.11) we have

$$V^{(1)}(r^*) = \left(1 + \frac{3}{2}\frac{1}{r^*F^{(0)}(r^*)} - \frac{3}{2}\int_{r^*}^{\infty}\left(1 + \frac{V^{(0)}(r^*)}{2r^*F^{(0)}(r^*)}\right)\frac{dr^*}{(r^*)^2F^{(0)}(r^*)}\right)^{-1}. \tag{5.24}$$

In this case

$$v = (1 - V^{(1)}(r^*_{\min}))r^{*2}_{\min}. \tag{5.25}$$

This equation defines v as a function of r^*_{min}.

Spline approximations were used for the calculations in the higher approximations. After five successive approximations, solving the equation (5.19), we find (using six intervals in the calculations) with an error equal to fractions of a percent

$$r^*_{min} \approx 1.74.$$

This value is more than unit, as it was supposed. In a dimensional form

$$r^*_{min} \approx 0.935 r_{gr}.$$

The results of the calculations are presented in Table 3.

σ=1/6 ; x_{max}=0.575 ; r_{gr}/α =1.859				
x=α/r*	*V*(x)	*F*(x)	Δ(x)	$C^{-1/2}(x)=r(x)/r^*$
0	1	1	1	1
0.1	0.9875	0.8160	0.7184	1.1792
0.2	0.9346	0.6381	0.4814	1.3523
0.3	0.8202	0.4746	0.2980	1.4556
0.4	0.6471	0.3386	0.1721	1.4378
0.5	0.4596	0.2366	0.0962	1.2288
0.575	0.3413	0.1813	0.0543	0

TABLE 3. Solution of the system of equations (5.10..5.13) at the value σ=1/6.

The value of one of the metric functions - $C(r)$ increases indefinitely at approaching to the edge, however the determinant of the metric tensor and all invariants of the Riemann tensor are limited at the same time. Indeed the Riemann tensor is generally covariant and the metrics has no singularities in the spherical coordinate system (5.4).

Thus, *at the presence of the constraint (2.1) there is a nonsingular stationary particle-like distribution of the centrosymmetrical gravitational field for which the equality of inertial (defined according to Mach's principle) and gravitational mass is satisfied.* A horizon (existed in the solution of GR equations for centrosymmetrical empty space) is absent in this case.

The calculations were carried out at $\boldsymbol{\sigma}$=1/6. Generally the solution will exist also at the values $\boldsymbol{\sigma}$ lying in some interval adjacent to this value. The parameter $\boldsymbol{\sigma}$ can be chosen arbitrarily in the range of the acceptable values, therefore the distribution of fields in the region of about the gravitational radius will differ among themselves at the identical values of the total energy. Arising in this regard uncertainty generally cannot be eliminated. *Perhaps just this uncertainty underlies the quantum behavior of microscopic objects.*

Appendix I. Energy of the static isotropic gravitational field

By the Bianchi identity in the absence of matter the energy density of the gravitational field $T_\mu^{\ \nu}$ must satisfy to the relation:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^\nu}\left(\sqrt{-g}T_\mu^\nu\right)-\frac{1}{2}\frac{\partial g_{\lambda\rho}}{\partial x^\mu}T^{\lambda\rho}=0$$

In case of a static field the energy of the gravitational field is conserved:

$$E=\int\frac{\partial}{\partial x^\nu}\left(\sqrt{-g}T_0^\nu\right)d^4x=\int T_0^\nu\sqrt{-g}dS_\nu\ , \tag{A.1}$$

where according to (2.4)

$$T_0^\lambda=-\frac{c^4}{16\pi G}\left[\delta_0^\lambda\frac{\partial}{\partial x^\mu}\left(g^{\mu\nu}\frac{\partial\Phi}{\partial x^\nu}\right)-g^{\lambda\eta}\Gamma_{0\rho}^\rho\frac{\partial\Phi}{\partial x^\eta}-g^{\lambda\eta}\Gamma_{\eta\rho}^\rho\frac{\partial\Phi}{\partial x^0}\right],\Gamma_{\lambda\rho}^\rho=\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial\sqrt{-g}}{\partial x^\lambda}\ . \tag{A.2}$$

In a static field the last two terms in this relation are equal to zero and (A.1) (taking into account (A.2)) takes the form:

$$E=-\frac{c^4}{16\pi G}\int\sqrt{-g}\frac{\partial}{\partial x^\mu}\left(g^{\mu\nu}\frac{\partial\Phi}{\partial x^\nu}\right)dV\ . \tag{A.3}$$

Substituting here the expressions for the components of the metric tensor we derive from (5.2):

$$E=\frac{c^4}{16\pi G}\int\sqrt{-g}\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(\frac{r^2}{C+G}\frac{d\Phi}{dr}\right)dV=\frac{c^4}{4G}\left[\int_0^\infty\sqrt{-g}\frac{d}{dr}\left(\frac{r^2}{(C+G)}\frac{d\Phi}{dr}\right)dr\right]. \tag{A.4}$$

Let's consider now that by definition and by the relation (5.13) also:

$$C(r^*)+G(r^*)=\frac{r^4(\sqrt{-g})^2}{r^{*4}F(r^*)},\ \ r^2dr=\frac{V(r^*)}{\sqrt{-g}}r^{*2}dr^*\ . \tag{A.5}$$

Substituting these expressions in (A.4) and passing to the dimensionless coordinate r^*/α, we have:

$$E=\frac{c^4\alpha}{4G}\left[\frac{r^{*2}F(r^*)}{V(r^*)}\frac{d\Phi}{dr^*}\Bigg|_{r^*_{\min}}^{r^*\to\infty}-\int_{r^*_{\min}}^\infty\frac{r^{*2}F(r^*)}{V(r^*)\sqrt{-g}}\frac{d\Phi}{dr^*}\frac{d\sqrt{-g}}{dr^*}dr^*\right]. \tag{A.6}$$

By the relations (5.7'), (5.10)

$$\Phi=-\ln(F\Delta^{-\sigma}),\ \ \frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{d\sqrt{-g}}{dr^*}=\frac{3V}{r^{*2}F},\ \Delta=\sqrt{-g}\ . \tag{A.7}$$

Taking into account these relations

$$E=\frac{c^4\alpha}{4G}\left[-\frac{r^{*2}}{V(r^*)}\frac{dF}{dr^*}\Bigg|_{r^*_{\min}}^{r^*\to\infty}-3\ln F\Delta^{-\sigma}(r^*_{\min})\right]. \tag{A.8}$$

Boundary values of the derivative of the function $F(r^*)$ appear in the relation.

Considering fields behavior at infinity and fact that $dF/dr^*=2F/r^*_{min}$ by the relation (5.12) at $r^*=r^*_{min}$ we find:

$$-\frac{r^{*2}}{V(r^*)}\frac{dF}{dr^*}\Bigg|_{r^*_{\min}}^{r^*\to\infty}=-\frac{r_{gr}}{\alpha}+\frac{2F(r^*_{\min})r^*_{\min}}{V(r^*_{\min})}\ . \tag{A.9}$$

Bibliography

1. A. G. Riess, et al. Astron. J. 116 1009 (1998); B. P. Schmidt, et al. Astrophys. J. 507 46 (1998); S. Perlmutter et al. Astrophys. J. 517 565 (1999).
2. Б. П. Шмидт. УФН, т.183, №10 (2013); B P. Schmidt. The Nobel Foundation 2011.
3. Л. Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теория поля. М., «Наука» (1973).
4. S. Weinberg. Gravitation and Cosmology. (1972).
5. J. Beringer et al. (Particle Data Group), Phys. Rev. D86, 010001 (2012).
6. А. Эйнштейн. Собрание научных трудов. Т.2. М., «Наука», 243 (1966); Science, 71, 1930, 608-609.

От общей теории относительности к несингулярной теории тяготения

Соболев Александр Павлович
sapsolto@mail.ru
29 августа 2016

Аннотация

В статье изложены некоторые результаты несингулярной теории тяготения (далее - НТТ), основанной на аксиоматике несколько отличающейся от аксиом общей теории относительности (ОТО) и свободной от присущих ОТО внутренних проблем. На этой основе построена несингулярная кинематика Пространства. Доказывается, что из условия положительности энергии следует: глобальная изотропия однородного пространства, наличие смены эпох ускорения – замедления и отрицательное значение скалярной кривизны пространства. Построена несингулярная базовая феноменологическая модель эволюции Вселенной, описываемая гладкой однопараметрической зависимостью от момента начала эволюции до произвольного момента времени, согласующаяся с наблюдательными астрономическими данными без привлечения гипотез о существовании темной энергии, темной материи и инфлатонов. Найдено частице – подобное решение уравнений *НТТ* для статической изотропной метрики. Поведение решения в области слабых полей задавалось на основании принципа соответствия с *ОТО*. Показано, что в определенной области пространства могут существовать распределения полей, для которых выполняется равенство инертной (определенной в соответствии с принципом Маха) и гравитационной массы. Характерный для решений уравнений *ОТО* в изотропном случае горизонт в *НТТ* отсутствует.

1. Введение

Сто лет назад при выводе уравнений гравитации из вариационного принципа Д. Гильберт сформулировал аксиому общей инвариантности действия относительно произвольных преобразований координат.

Успех канонической теории тяготения как будто бы подтвердил правильность такого допущения, а само оно со временем обрело статус фундаментального принципа.

Однако доказательство Пенроузом и Хоукингом теорем о сингулярности решений уравнений общей теории относительности (*ОТО*) является достаточным основанием для того, чтобы поставить под сомнение саму возможность описания на ее основе явлений в микромире и в масштабах Вселенной.

В свете новых экспериментальных данных [1] общая теория относительности уже не кажется столь незыблемой, как прежде. Для объяснения полученных результатов в рамках этой теории пришлось ввести некие гипотетические сущности, обнаружить которые пока не удается.

Нобелевская лекция Б. П. Шмидта [2] завершается высказыванием: «Открытие ускоренного расширения Вселенной вызвало огромное количество теоретических исследований. К сожалению, явного прорыва в нашем понимании этой проблемы пока не произошло – космическое ускорение остается столь же загадочным, что и в 1998 г. Будущие эксперименты более точно проверят согласие плоской Λ - CDM - модели с данными наблюдений. Не исключено, что возникнет разногласие, отвергающее космологическую постоянную как причину ускоренного расширения, и теоретикам необходимо будет объяснять этот фундаментальный результат. Надо будет ждать теоретического озарения, которое по-новому истолкует стандартную космологическую модель, возможно, с помощью информации, полученной от совершенно неожиданного источника».

По нашему мнению, именно общая ковариантность уравнений является источником трудностей *ОТО*. Обнаруженные уже на стадии ее формирования, сегодня эти трудности стали совокупностью нерешенных до настоящего времени проблем: проблемы энергии, сингулярностей, черных дыр, космологической постоянной, холодной темной материи, и, наконец, проблемы описания элементарных частиц, предстающих в канонической теории гравитации в облике «микроскопических черных дыр».

Очевидный путь построения *не обще ковариантной теории тяготения* видится в априорном введении связей, ограничивающих выбор системы координат. Такие попытки предпринимались в течение истекших ста лет неоднократно, пример тому унимодулярная теория тяготения, истоки которой восходят к Эйнштейну. В общем случае следствием введения связей является возникновение краев у пространственно - временного многообразия. При наличии дифференциальной связи появляется возможность выбрать положение края таким образом, чтобы выделить не сингулярную область многообразия.

В статье изложены некоторые результаты теории тяготения, свободной от присущих общей теории относительности внутренних проблем.

2. Уравнения гравитационного поля

Наше основное предположение состоит в том, что *компоненты метрического тензора* $g_{\mu\nu}$ *связаны законом сохранения*

$$\frac{\partial}{\partial x^{\mu}}\left(\sqrt{-g}\,g^{\mu\nu}\Gamma^{\rho}_{\nu\rho}\right)=0,\ \Gamma^{\rho}_{\nu\rho}=\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial\sqrt{-g}}{\partial x^{\nu}},\ g=\det\left(g_{\mu\nu}\right),\ (\mu,\nu=0,1,2,3). \qquad (2.1)$$

Чтобы получить остальные уравнения гравитационного поля на массовой поверхности, исходя из действия Гильберта и вводя множитель Лагранжа – скалярное поле Ф, запишем действие при наличии связи (2.1) в виде:

$$S_{gr}=-\frac{c^{3}}{16\pi G}\int\left(R+\Lambda\right)\sqrt{-g}\,d^{4}x,\ \Lambda=\Gamma^{\rho}_{\mu\rho}g^{\mu\nu}\frac{\partial\Phi}{\partial x^{\nu}}. \qquad (2.2)$$

Наличие в лагранжиане помимо скалярной кривизны дополнительных членов приводит при варьировании метрики к появлению тензора плотности энергии гравитационного поля в уравнениях Гильберта-Эйнштейна.

$$R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R=\frac{8\pi G}{c^{4}}(\varepsilon_{gr})_{\mu\nu}+\frac{8\pi G}{c^{4}}(\varepsilon_{mat})_{\mu\nu}, \qquad (2.3)$$

$$\frac{16\pi G}{c^{4}}(\varepsilon_{gr})_{\mu\nu}=-g_{\mu\nu}\frac{\partial}{\partial x^{\rho}}\left(g^{\rho\lambda}\frac{\partial\Phi}{\partial x^{\lambda}}\right)-\Gamma^{\rho}_{\mu\rho}\frac{\partial\Phi}{\partial x^{\nu}}-\Gamma^{\rho}_{\nu\rho}\frac{\partial\Phi}{\partial x^{\mu}}. \qquad (2.4)$$

Этих уравнений вместе с (2.1) достаточно для определения компонент метрики и поля Ф. *Уравнения ковариантны относительно локальных унимодулярных и глобальных масштабных преобразований координат*.

3. Кинематика Пространства

Поскольку теперь гравитационное поле обладает определенной энергией, то в отличие от *ОТО*, метрика будет нетривиальной, даже при отсутствии какой либо материи. В таком *изначально пустом пространстве все компоненты метрического тензора естественно считать не зависящими от пространственно подобных координат*. Если пространственная метрика не вырождена, то наиболее общее выражение для пространственно-временного интервала унимодулярным преобразованием координат может быть приведено к виду [3]:

$$ds^{2}=g_{00}(x^{0})(dx^{0})^{2}+g_{mn}(x^{0})dx^{m}dx^{n},\ \gamma=-\det(g_{mn})>0,\ (m,n=1,2,3). \qquad (3.1)$$

Отсутствие общей инвариантности действия (2.2) не позволяет исключить g_{00} компоненту метрики, поэтому выражения, для отличных от нуля компонент тензора кривизны, несколько отличаются от выражений, приведенных в [3].

$$R_0^0 = -\frac{1}{2\sqrt{g_{00}}}\frac{d}{dx^0}\left(\frac{1}{\gamma\sqrt{g_{00}}}\frac{d\gamma}{dx^0}\right) - \frac{1}{4g_{00}}g^{mk}\frac{dg_{kp}}{dx^0}g^{pn}\frac{dg_{nm}}{dx^0}, \tag{3.2}$$

$$R_k^p = -\frac{1}{2\sqrt{\gamma g_{00}}}\frac{d}{dx^0}\left(\sqrt{\frac{\gamma}{g_{00}}}g^{mp}\frac{dg_{km}}{dx^0}\right). \tag{3.3}$$

Отличные от нуля компоненты тензора плотности энергии-импульса:

$$\left(\varepsilon_{gr}\right)_0^0 = -\frac{c^4}{16\pi G}\left[\frac{d}{dx^0}\left(\frac{1}{g_{00}}\frac{d\Phi}{dx^0}\right) + \frac{2}{g_{00}\sqrt{g_{00}\gamma}}\frac{d\sqrt{g_{00}\gamma}}{dx^0}\frac{d\Phi}{dx^0}\right], \tag{3.4}$$

$$\left(\varepsilon_{gr}\right)_k^p = -\frac{c^4}{16\pi G}\frac{d}{dx^0}\left(\frac{1}{g_{00}}\frac{d\Phi}{dx^0}\right)\delta_k^p. \tag{3.5}$$

Уравнения гравитационного поля будут иметь вид:

$$\frac{d}{dx^0}\left(\frac{1}{g_{00}}\frac{d\sqrt{\gamma g_{00}}}{dx^0}\right) = 0, \tag{3.6}$$

$$-\frac{1}{2\sqrt{g_{00}}}\frac{d}{dx^0}\left(\frac{1}{\gamma\sqrt{g_{00}}}\frac{d\gamma}{dx^0}\right) - \frac{1}{4g_{00}}g^{mk}\frac{dg_{kp}}{dx^0}g^{pn}\frac{dg_{nm}}{dx^0} = \frac{\sqrt{\gamma g_{00}}}{2}\frac{d}{dx^0}\left(\frac{1}{g_{00}\sqrt{\gamma g_{00}}}\frac{d\Phi}{dx^0}\right), \tag{3.7}$$

$$-\frac{d}{dx^0}\left(\sqrt{\frac{\gamma}{g_{00}}}g^{mp}\frac{dg_{km}}{dx^0}\right) = \delta_k^p\frac{d}{dx^0}\left(\frac{\sqrt{\gamma g_{00}}}{g_{00}}\frac{d\Phi}{dx^0}\right). \tag{3.8}$$

Из (3.8) следует:

$$g^{mp}\frac{dg_{km}}{dx^0} + \delta_k^p\frac{d\Phi}{dx^0} = \sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}}L_k^p. \tag{3.9}$$

Постоянная матрица L_k^p не является произвольной. Поскольку из (3.9) следует

$$\frac{dg_{kn}}{dx^0} + g_{kn}\frac{d\Phi}{dx^0} = \sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}}g_{np}L_k^p, \tag{3.10}$$

матрица должна удовлетворять условию:

$$g_{np}(x^0)L_k^p \equiv g_{kp}(x^0)L_n^p. \tag{3.11}$$

Для метрического тензора общего вида это условие будет выполняться только в случае, когда матрица L_k^p пропорциональна единичной матрице. В противном случае матрица $L_k^p = diag(L_1, L_2, L_3)$ и метрический тензор также должен быть диагональным.

Упрощая (3.9) по индексам p и k, получим:

$$3\frac{d\Phi}{dx^0} = -\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{dx^0} + \sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}}L_k^k, \tag{3.12}$$

и система уравнений (3.9) принимает вид

$$g^{pm}\frac{dg_{km}}{dx^0} = \frac{1}{3\gamma}\frac{d\gamma}{dx^0}\delta_k^p + \sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}}\left(L_k^p - \frac{1}{3}\delta_k^p L_n^n\right). \tag{3.13}$$

Из (3.13) следует

$$g^{mk}\frac{dg_{kp}}{dx^0}g^{pn}\frac{dg_{nm}}{dx^0} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{dx^0}\right)^2 + \frac{g_{00}}{\gamma}\left[L_k^p L_p^k - \frac{1}{3}\left(L_n^n\right)^2\right]. \tag{3.14}$$

Используя это выражение и (3.12), можно исключить Φ и все пространственные компоненты метрики из уравнения (3.7), и после введения собственного времени $cdt = \sqrt{g_{00}}dx^0$ записать его в виде:

$$3\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{dt}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{dt}\right)^2+\frac{3c^2}{2\gamma}[L_k^p L_p^k-\frac{1}{3}(L_n^n)^2]=g_{00}\sqrt{\gamma}\frac{d}{dt}\frac{1}{\gamma g_{00}}\left(\frac{1}{\sqrt{\gamma}}\frac{d\gamma}{dt}-cL_n^n\right). \quad (3.15)$$

Из уравнения (3.6) следует

$$\frac{1}{g_{00}}\frac{dg_{00}}{dt}+\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{dt}=\frac{1}{T\sqrt{\gamma}}, T = const. \quad (3.16)$$

Это уравнение позволяет исключить g_{00} из (3.15) и записать уравнение для функции γ:

$$2\frac{d}{d\tau}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{d\tau}\right)+\frac{1}{\gamma\sqrt{\gamma}}\frac{d\gamma}{d\tau}-\frac{\sigma}{\gamma}=0, \sigma=B_n^n-\frac{3}{2}[B_k^p B_p^k-\frac{1}{3}(B_n^n)^2], \quad (3.17)$$

где $\tau=t/T$ безразмерное собственное время, $B_k^p = cTL_k^p$ - матрица безразмерных постоянных. Порядок уравнения (3.17) можно понизить при введении функции $u(\gamma)$ – безразмерной скорости изменения *объемного фактора* - $\sqrt{\gamma}$

$$u=\frac{d\sqrt{\gamma}}{d\tau}. \quad (3.18)$$

Уравнение примет вид:

$$8\gamma u\frac{du}{d\gamma}=4u^2-2u+\sigma,\ \frac{4udu}{4u^2-2u+\sigma}=\frac{d\sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma}}. \quad (3.19)$$

Замечательно, что при **σ > 1/4** определитель пространственной метрики нигде не равен нулю. *Следовательно, в этом случае нет сингулярностей.*

Интегрируя уравнение (3.19), найдем:

$$\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_{\min}}}=f(u),\quad f(u)=\sqrt{\frac{4u^2-2u+\sigma}{\sigma}}\exp\left[\frac{1}{\sqrt{4\sigma-1}}\left(arctg\frac{4u-1}{\sqrt{4\sigma-1}}+arctg\frac{1}{\sqrt{4\sigma-1}}\right)\right], \quad (3.20)$$

где $\sqrt{\gamma_{\min}}$ *- минимальное значение* $\sqrt{\gamma}$ *при* $u = 0$.

Дифференцируя (3.20) по τ, получим:

$$\frac{1}{\sqrt{\gamma_{\min}}}\frac{d\sqrt{\gamma}}{d\tau}=\frac{df(u)}{du}\frac{du}{d\tau},\quad \frac{df}{du}=\frac{4u}{4u^2-2u+\sigma}f(u). \quad (3.21)$$

Отсюда с учетом (3.18), (3.20) найдем в параметрическом виде решение уравнения (3.17)

$$\tau-\tau_{st}=\sqrt{\gamma_{\min}}\int_0^u\frac{4f(y)}{4y^2-2y+\sigma}dy, \sqrt{\gamma}=\sqrt{\gamma_{\min}}f(u). \quad (3.22)$$

Эволюция пространства начинается в момент времени τ_{st} *из состояния покоя с минимальным объемным фактором.*

Рассмотрим выражение (3.4) для плотности энергии на уравнениях поля. Используя соотношения (3.12) и (3.16), преобразуем (3.4) следующим образом:

$$\left(\varepsilon_{gr}\right)_0^0=\rho_{gr}=\frac{c^2}{48\pi GT^2}\left[\frac{d}{d\tau}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{d\tau}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{d\tau}\right)^2+\frac{1}{2\sqrt{\gamma}\gamma}\frac{d\gamma}{d\tau}-\frac{1}{2\gamma}B_k^k\right]. \quad (3.23)$$

Используя уравнение (3.17) исключим вторую производную, тогда

$$\rho_{gr}=\frac{c^2}{48\pi GT^2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{d\tau}\right)^2-\frac{3}{4\gamma}[B_k^p B_p^k-(B_k^k)^2]\right]=\frac{c^2}{48\pi GT^2\gamma}\left[2u^2-\frac{3}{4}[B_k^p B_p^k-(B_k^k)^2]\right] \quad (3.24)$$

Первый член в скобках при малых значениях ***u*** стремится к нулю, второй член, характеризующий глобальную анизотропию пространства, постоянен, положителен и входит в выражение для плотности энергии со знаком минус. *Плотность энергии будет положительной только в том случае, когда однородное пространство изотропно*.

В этом случае решение уравнений (3.13) можно представить в виде:

$$g_{kn} = -\gamma^{1/3}\delta_{kn}, \tag{3.25}$$

а интервал

$$ds^2 = c^2(dt)^2 - \gamma^{1/3}(t)dx^m dx^n. \tag{3.26}$$

Введем параметр Хаббла H и в соответствии *с современными представлениями параметр ускорения* q (*вместо параметра замедления* [4]):

$$H \equiv \frac{1}{6T\gamma}\frac{d\gamma}{d\tau}, \quad q \equiv 1 + \frac{1}{6H^2T^2}\frac{d}{d\tau}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{d\tau}\right). \tag{3.27}$$

Подстановка этих выражений в (3.17) позволяет получить уравнение, описывающее смену эпох ускорения-замедления.

$$q = \frac{3}{4}\left(\frac{\sqrt{\sigma}}{u(\gamma)} - \frac{1}{\sqrt{\sigma}}\right)^2 + 1 - \frac{3}{4\sigma}. \tag{3.28}$$

Отсюда следует, что возможны два сценария. При $\sigma>3/4$ возможно только ускорение ($q>0$). При $3/4 > \sigma > 1/4$ возможна смена эпох: ускорение-замедление-ускорение. Смена эпох происходит при значениях

$$u_1 = \frac{\sigma}{1+\sqrt{1-4\sigma/3}} > \frac{\sqrt{3}}{4(\sqrt{3}+\sqrt{2})} \approx 0.1376,\ u_2 = \frac{\sigma}{1-\sqrt{1-4\sigma/3}} < \frac{\sqrt{3}}{4(\sqrt{3}-\sqrt{2})} \approx 1.3624. \tag{3.29}$$

Обнаруженная недавно смена эпох [1] *указывает на то, что имеет место второй сценарий*.

Максимальная величина замедления достигается при $u=\sigma$

$$q_{\max} = 1 - \frac{3}{4\sigma} > -2. \tag{3.30}$$

После наступления второй эпохи ускорения в соответствии с (3.28) q асимптотически стремится к единице.

Плотность энергии гравитационного поля (3.24) связана с параметром Хаббла соотношением:

$$\rho_{gr} = \frac{3c^2H^2(\tau)}{8\pi G}. \tag{3.31}$$

Таким образом, *пространство однородно и изотропно и обладает собственной энергией*. Причем в любой момент времени *плотность энергии пространства равна критической плотности*. Параметр Хаббла достигает максимального значения в эпоху первого ускорения при $u = \sigma/2 < u_1$

$$H_{\max} = \frac{\sqrt{\sigma}}{6T\sqrt{\gamma_{\min}}}\exp\left(-\frac{arctg\sqrt{4\sigma-1}}{\sqrt{4\sigma-1}}\right), \tag{3.32}$$

а затем монотонно убывает, стремясь к постоянному значению

$$H_\infty = \frac{1}{6T\sqrt{\gamma_{\min}}}\exp\left(-\frac{1}{\sqrt{4\sigma-1}}\left(arctg\frac{1}{\sqrt{4\sigma-1}} + \frac{\pi}{2}\right)\right). \tag{3.33}$$

Пространственные компоненты тензора плотности энергии-импульса, определенные соотношениями (3.5), на уравнениях поля равны:

$$\left(\varepsilon_{gr}\right)_k^p = \frac{c^2}{48\pi GT^2}\left[\frac{d}{d\tau}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{d\tau}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{d\tau}\right)^2 - \frac{1}{2\sqrt{\gamma\gamma}}\frac{d\gamma}{d\tau} + \frac{1}{2\gamma}B_n^n\right]\delta_k^p, \tag{3.34}$$

и отличаются от выражения для плотности энергии знаком последних двух членов. Эти компоненты могут принимать в процессе эволюции как положительные, так и отрицательные значения. Исключая снова вторую производную с помощью уравнение (3.17), и полагая, как это принято для макроскопических сред $(\varepsilon_{gr})_m^n = -\, p_{gr}\delta_m^n$, запишем давление гравитационного поля в виде:

$$p_{gr} = -\frac{c^2}{48\pi G T^2}\frac{2u^2 - 2u + \sigma}{\gamma}. \tag{3.35}$$

Отсюда следует, что при 0.25 < σ < 0.5 происходит изменение знака давления при следующих значениях ***u***:

$$u_3 = \frac{1-\sqrt{1-2\sigma}}{2} > \frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}} \approx 0.146, \quad u_4 = \frac{1+\sqrt{1-2\sigma}}{2} < \frac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}} \approx 0.8536 \tag{3.36}$$

Гравитационное поле имеет положительное давление в промежутке $u_3<u<u_4$, *в остальных случаях его давление отрицательное*.

Рассмотрим тензор кривизны. Подставляя соотношения (3.13), (3.14) в (3.2), (3.3) найдем выражения для тензора кривизны на уравнениях поля:

$$R_0^0 = -\frac{1}{2c^2}\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{dt}\right) - \frac{1}{12c^2}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{dt}\right)^2,$$

$$R_k^k = -\frac{1}{2c^2\sqrt{\gamma}}\frac{d}{dt}\left(\frac{\sqrt{\gamma}}{\gamma}\frac{d\gamma}{dt}\right).$$

Исключая вторые производные, запишем выражения для скалярной кривизны пространства- времени ^4R и скалярной кривизны пространства ^3R.

$$^3R = R_k^k = -\frac{1}{4c^2T^2\gamma}(4u^2 - 2u + \sigma) = -\frac{(4u-1)^2 + 4\sigma - 1}{16c^2T^2\gamma} < 0. \tag{3.37}$$

$$^4R = R_0^0 + R_k^k = -\frac{1}{2c^2T^2\gamma}\left(\frac{8}{3}u^2 - 2u + \sigma\right). \tag{3.38}$$

Из (3.37) следует, что *кривизна пространства всегда отрицательна*. Кривизна же пространства - времени изменяется в процессе эволюции и принимает сначала отрицательные затем положительные и, наконец, снова отрицательные значения.

В силу (3.31), (3.32) максимальная плотность энергии гравитационного поля равна

$$\rho_{gr\max} = \frac{c^2\sigma}{96\pi G T^2\gamma_{\min}}\exp\left(-\frac{2arctg\sqrt{4\sigma-1}}{\sqrt{4\sigma-1}}\right). \tag{3.39}$$

Полагая для определенности σ=1/4, свяжем значение постоянной

$$T\sqrt{\gamma_{\min}} \approx \frac{1}{8e}\left(\frac{c^2}{6\pi\cdot G\cdot\rho_{gr\max}}\right)^{1/2} \tag{3.40}$$

с максимальной плотностью энергии.

Теперь (3.22) можно записать в виде:

$$t - t_{st} = T\sqrt{\gamma_{\min}}\int_0^u \frac{4f(y)}{4y^2 - 2y + \sigma}dy,\ H(u) = \frac{1}{3T\sqrt{\gamma_{\min}}}\frac{u}{f(u)}. \tag{3.41}$$

Согласно (3.20) $f(u)$ зависит только от постоянной σ. При подстановке в эти соотношения современных значений [5]: времени от начала эволюции до текущего момента t_0-t_{st} = $4.355\cdot10^{17}$с и параметра Хаббла H_0 = $2.181\cdot10^{-18}$с$^{-1}$, получим с учетом (3.40) пару уравнений для двух неизвестных – σ и значения параметра ***u*** на текущий момент времени.

$\rho_{gr\max} = \varepsilon_{Pl}$; $T\sqrt{\gamma_{\min}}$ =5.798463086·10^{-46} c; σ^0=0.250119943; u^0=6.119897974					
u	q	z	^{3}R, $см^{-2}$	t-t_{st} , c	H, c^{-1}
6.119897974	0.7599	0	-4.382·10^{-56}	4.358·10^{17}	2.181·10^{-18}
1.362298981	0	0.850004	-6.309·10^{-56}	1.876·10^{17}	3.074·10^{-18}
0.853468568	-0.5	1.416151	-9.216·10^{-56}	1.129·10^{17}	4.290·10^{-18}
0.4	-1.5776	4.831122	-1.126·10^{-54}	1.305·10^{16}	2.826·10^{-17}
0.35	-1.7544	7.804654	-5.944·10^{-54}	4.160·10^{15}	8.514·10^{-17}
0.3	-1.9157	24.3401	-8.520·10^{-52}	1.959·10^{14}	1.739·10^{-15}
0.250119943	-1,9986	1.740781·10^{11}	-1.062·10^{6}	7.092·10^{-16}	4.702·10^{14}
0.146531432	-0.5	9.818436·10^{20}	-1.223·10^{67}	4.071·10^{-45}	4.943·10^{43}
0.137701018	0	1.017771·10^{21}	-1.787·10^{67}	3.361·10^{-45}	5.174·10^{43}
0.125059971	1	1.058713·10^{21}	-2.801·10^{67}	2.610·10^{-45}	5.289·10^{43}
0	∞	1.172766·10^{21}	-2.069·10^{68}	0	0

$\rho_{gr\max} = 10^{46}$ г·$см^{-1}$$c^{-2}$; $T\sqrt{\gamma_{\min}}$ =1.296575763·10^{-11} c; σ^0=0.2505961314; u^0=6.117403956					
u	q	z	^{3}R, $см^{-2}$	t-t_{st} , c	H, c^{-1}
6.117403956	0.75982	0	-4.382·10^{-56}	4.358·10^{17}	2.181·10^{-18}
1.362007273	0	0.849896	-6.309·10^{-56}	1.876·10^{17}	3.074·10^{-18}
0.853131610	-0.5	1.416264	-9.219·10^{-56}	1.129·10^{17}	4.291·10^{-18}
0.4	-1.5753	4.819468	-1.120·10^{-54}	1.313·10^{16}	2.810·10^{-17}
0.35	-1.7514	7.757364	-5.828·10^{-54}	4.230·10^{15}	8.381·10^{-17}
0.3	-1.9117	23.5132	-7.317·10^{-52}	2.166·10^{14}	1.575·10^{-15}
0.250596131	-1,9929	2.510051·10^{5}	-4.756·10^{-29}	236.74	0.001413
0.146868390	-0.5	3.483573·10^{9}	-0.0245	9.1035·10^{-11}	2.214·10^{9}
0.137992728	0	3.611425·10^{9}	-0.0358	7.5143·10^{-11}	2.317·10^{9}
0.125298066	1	3.757034·10^{9}	-0.0562	5.8328·10^{-11}	2.369·10^{9}
0	∞	4.162766·10^{9}	-0.4146	0	0

В стандартной космологической модели принято считать максимальную плотность энергии равной планковской. При условии $\rho_{gr\max} = \varepsilon_{Pl}$ решение системы уравнений (3.41) по данным на текущий момент:

$$\sigma^0 = 0.250119943, \quad u^0 = 6.119897974. \tag{3.42}$$

Результаты расчетов остальных параметров для этого случая представлены в Таблице 1.

Таблица 1. Кинематика Пространства при двух различных значениях максимальной плотности энергии.

Там же приведены результаты аналогичного расчета, но с максимальной плотностью энергии равной той, при которой происходит электро - слабый фазовый переход. Из сравнения эти данных следует, что, по крайней мере, до красного смещения

$$z(u) = \left(\sqrt{\frac{\gamma(u^0)}{\gamma(u)}}\right)^{1/3} - 1, \quad z(0.3) \approx 24, \tag{3.43}$$

результаты расчетов хорошо согласуются между собой, несмотря на отличие в величине максимальной плотности энергии более чем на пятьдесят порядков. Это обстоятельство исключает сомнения в возможности однозначного описания эволюции пространства в этом диапазоне изменения красного смещения.

Итак, следствием предположения о существовании связи (2.1) между компонентами метрического тензора являются следующие свойства пространства:

- однородное;
- глобально изотропное;
- материально, обладает энергией и давлением, могущим иметь как положительное значение, так и отрицательное;
- имеет отрицательную, ограниченную по абсолютной величине кривизну пространства;
- имеет эпохи ускорения – замедления – ускорения;
- является единственным источником энергии Вселенной.

Существование этого нового закона природы не противоречит последним наблюдательным астрономическим данным по эволюции Вселенной.

4. Феноменологическая модель эволюции Вселенной

Итак, мы показали, что существует *Пространство*, единственное в своем роде материальное пространство.

Из речи, произнесенной А. Эйнштейном в 1930 году: «Мы приходим к странному выводу: сейчас нам начинает казаться, что первичную роль играет пространство; материя же должна быть получена из пространства, так сказать, на следующем этапе. Пространство поглощает материю. Мы всегда рассматривали материю первичной, а пространство вторичным. Пространство, образно говоря, берет сейчас реванш и «съедает» материю. Однако все это остается пока лишь сокровенной мечтой» [6].

Пространство представляет собой основную, но не единственную форму существования структур материи во Вселенной. Рост интенсивности гравитационного поля в процессе эволюции неизбежно приведет к появлению новых структур материи, что в свою очередь со временем может существенно повлиять на его кинематику.

Рассмотрим феноменологически влияния материи на процесс эволюции Вселенной.

Пусть в некоторый момент времени в описанном выше Пространстве рождается материя. В силу однородности и изотропности Пространства тензор энергии-импульса материи можно записать в виде $(\varepsilon_{mat})_{\mu}^{\nu} = diag\,(\rho_{mat}, -p_{mat}, -p_{mat}, -p_{mat})$.

При наличии материи уравнения гравитационного поля примут вид:

$$\frac{d}{dx^0}\left(\frac{1}{g_{00}}\frac{d\sqrt{\gamma g_{00}}}{dx^0}\right)=0,$$

$$-\frac{1}{\sqrt{g_{00}}}\frac{d}{dx^0}\left(\frac{1}{\gamma\sqrt{g_{00}}}\frac{d\gamma}{dx^0}\right)-\frac{1}{6g_{00}}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{d\gamma}{dx^0}\right)^2=\sqrt{\gamma g_{00}}\frac{d}{dx^0}\left(\frac{1}{g_{00}\sqrt{\gamma g_{00}}}\frac{d\Phi}{dx^0}\right)+\frac{8\pi G}{c^4}(\rho+3p)_{mat}, \quad (4)$$

$$-\frac{1}{3\sqrt{\gamma g_{00}}}\frac{d}{dx^0}\left(\frac{1}{\sqrt{\gamma g_{00}}}\frac{d\gamma}{dx^0}\right)=\frac{1}{\sqrt{\gamma g_{00}}}\frac{d}{dx^0}\left(\frac{\sqrt{\gamma g_{00}}}{g_{00}}\frac{d\Phi}{dx^0}\right)-\frac{8\pi G}{c^4}(\rho-p)_{mat}.$$

Повторяя все выкладки с учетом этих добавочных членов, вместо (3.19) получим следующее уравнение

$$8u\frac{du}{d\gamma}-\frac{4u^2-2u+\sigma}{\gamma}+\frac{48\pi GT^2}{c^2}\left((\rho+p)_{mat}-\frac{1}{4\gamma}\int_0^u(\rho-p)_{mat}\left(\frac{du}{d\gamma}\right)^{-1}du\right)=0, \qquad (4.1)$$

причем предполагается, что давление и плотность энергии материи равны нулю в начальный момент времени.

Уравнения для энергии и давления в этом случае также видоизменяются, вместо (3.31) и (3.35) получим

$$\rho_{gr} + \rho_{mat} = \frac{c^2}{24\pi G T^2}\frac{u^2}{\gamma} \equiv \frac{3c^2 H^2(\tau)}{8\pi G}. \tag{4.2}$$

$$p_{gr} = -\frac{c^2}{48\pi G T^2}\frac{2u^2 - 2u + \sigma}{\gamma} + \rho_{mat} - \frac{1}{4\gamma}\int_0^u (\rho - p)_{mat}\left(\frac{du}{d\gamma}\right)^{-1} du. \tag{4.3}$$

Согласно наблюдательным данным во Вселенной в настоящее время имеется: барионная материя, электромагнитное излучение и нейтрино. Эти компоненты слабо взаимодействуют между собой. В этом случае в силу равенства нулю ковариантной производной тензора плотности энергии-импульса материи законы «сохранения» для каждого вида материи выполняются в отдельности [3,4]

$$d\rho = -(\rho + p)\frac{d\sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma}}. \tag{4.4}$$

Для барионной материи давление можно считать равным нулю, для электромагнитного излучения $p=\rho/3$, для нейтрино аналогичное соотношение будет справедливо до тех пор, пока можно пренебречь их массой. Из (4.4) следует:

$$\rho_m = \rho_m^0 \frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}},\ \rho_r = \rho_r^0\left(\frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}}\right)^{4/3},\ \rho_\nu = \rho_\nu^0\left(\frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}}\right)^{4/3}. \tag{4.5}$$

Верхним индексом отмечены значения, относящиеся к настоящему моменту времени. Достоверно известно, что плотность энергии двух первых компонентов составляет соответственно Ω_m=0.0499 и Ω_r=5.46·10^{-5} от критической плотности энергии в настоящее время [5]. Для нейтрино данные менее определенные $\Omega\nu$<5.52·10^{-3}. Соотношения (4.5) описывают зависимость ρ_{mat}, p_{mat} от объемного фактора на временах не слишком далеких от настоящего времени.

$$\rho_{mat} = \rho_m^0\frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}} + (\rho_r^0 + \rho_\nu^0)\left(\frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}}\right)^{4/3},\ p_{mat} = \frac{1}{3}(\rho_r^0 + \rho_\nu^0)\left(\frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}}\right)^{4/3},\ u_b \le u. \tag{4.6}$$

По мере приближения к началу эволюции нарушаются условия, при которых справедливы эти соотношения. Если в начальный момент происходит рождение материи за счет энергии гравитационного поля, то из-за наличия взаимодействия ковариантная производная тензора плотности энергии-импульса материи уже не будет равна нулю, а вместо этого в силу тождества Бианки имеет место соотношение (4.2).

Чтобы доопределить зависимости ρ_{mat}, p_{mat} в начале эволюции, положим

$$\rho_{mat} = \lambda\rho_{gr},\ \lambda < 1,\ p_{mat} = \frac{1}{3 + \mu_1 u + \mu_2 u^2}\rho_{mat},\quad 0 \le u \le u_b. \tag{4.7}$$

Исключая плотность энергии гравитации из соотношений (4.2), (4.7), получим

$$\rho_{mat} = \frac{c^2}{24\pi G T^2}\frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{u^2}{\gamma},\ 0 \le u \le u_b. \tag{4.8}$$

Постоянные коэффициенты λ и μ_1, μ_2 в этих соотношениях определим из условий гладкого сопряжения зависимостей (4.6), (4.7) при $u=u_b$. Для реализации этой процедуры необходимо иметь зависимость $\gamma(u)$. *Далее в рамках феноменологического подхода, при использовании выражений включающих* ρ_{mat}, p_{mat} *будем считать, что эта зависимость определена в первом приближении соотношением* (3.20). Из условий гладкого сопряжения следует:

$$2u_b^2\left[\Omega_m \frac{f(u_b)}{f(u^0)}+\frac{4}{3}\Omega\left(\frac{f(u_b)}{f(u^0)}\right)^{2/3}\right]-(2u_b-\sigma^0)\left[\Omega_m \frac{f(u_b)}{f(u^0)}+\Omega\left(\frac{f(u_b)}{f(u^0)}\right)^{2/3}\right],\ \Omega=\Omega_r+\Omega_v\ . \quad (4.9)$$

$$\frac{\lambda}{1+\lambda}=\left(\frac{u^0}{u_b}\right)^2\left[\Omega_m \frac{f(u_b)}{f(u^0)}+\Omega\left(\frac{f(u_b)}{f(u^0)}\right)^{2/3}\right]. \quad (4.10)$$

$$\frac{1}{\mu(u)}\equiv 3+\mu_1 u+\mu_2 u^2=3\left(1-\frac{u}{u_b}\right)^2+\left[\frac{\Omega_m}{\Omega}\left(\frac{f(u_b)}{f(u^0)}\right)^{1/3}+1\right]\frac{8uu_b^3+u^2(4u_b^2-6u_b+3\sigma^0)}{u_b^2(4u_b^2-2u_b+\sigma^0)}. \quad (4.11)$$

Уравнение (4.9) позволяет найти величину u_b, после чего соотношения (4.10), (4.11) позволяют вычислить комплексы, включающие искомые параметры.

Результаты вычислений для двух значений максимальной плотности энергии представлены в Таблице 2.

$\rho_{gr\max}=\varepsilon_{Pl}$; $T\sqrt{\gamma_{\min}}$ =5.798463086·10^{-46} c; σ^0=0.250119943; u^0=6.119897974; Ω=5.57·10^{-3}			
u_b	λ/(1+λ)	μ1	μ2
0.7820	0.2324	17.14	-4.791
$\rho_{gr\max}=10^{46}$ г·см$^{-1}$с$^{-2}$; $T\sqrt{\gamma_{\min}}$ =1.296575763·10^{-11} c; σ^0=0.2505961314; u^0=6.117403956; Ω=5.57·10^{-3}			
u_b	λ/(1+λ)	μ1	μ2
0.7817	0.2324	17.14	-4.795

Таблица 2. Решения уравнений гладкого сопряжения при двух значениях максимальной плотности энергии.

Результаты расчетов совпадают с погрешность значительно меньшей, чем погрешность наблюдательных данных. Величина во втором столбце – 0.2324 это максимальная доля плотности энергии материи по отношению к плотности энергии Вселенной за все время ее существования. Таким образом, *основная часть энергии Вселенной это энергия Пространства*, в настоящее время она составляет около 95% и эта доля со временем продолжает расти.

Подставляя (4.7 - 4.11) в (4.1), получим во втором приближении (первое приближение эволюции Вселенной дает кинематика Пространства) уравнение, описывающее начальный этап эволюции Вселенной от u=0 до u=u_b. Решение этого уравнения может быть записано в квадратурах.

$$\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_{\min}}}=\varphi(u)=\exp\left[\int_0^u \frac{4udu}{4u^2-2u+\sigma-\frac{2\lambda u^2}{1+\lambda}\left(1+\mu(u)\right)+\frac{\lambda}{1+\lambda}\int_0^u\left(1-\mu(u)\right)\frac{4u^3du}{4u^2-2u+\sigma^0}}\right] \quad (4.13)$$

$$t-t_{st}=T\sqrt{\gamma_{\min}}\int_0^u \frac{4\varphi(u)du}{4u^2-2u+\sigma-\frac{2\lambda u^2}{1+\lambda}\left(1+\mu(u)\right)+\frac{\lambda}{1+\lambda}\int_0^u\left(1-\mu(u)\right)\frac{4u^3du}{4u^2-2u+\sigma^0}}\ . \quad (4.14)$$

Фигурирующая в этих соотношениях постоянная σ, вообще говоря, отличается от σ^0 и, подобно тому, как это было сделано в предыдущем разделе, должна определяться вместе со значением ***u*** в настоящее время из условия равенства вычисленного времени существования Вселенной и параметра Хаббла их наблюдаемым в настоящий момент значениям. Для этого необходимо сначала найти решение уравнений эволюции при значениях ***u*** больших, чем u_b. Подставляя (4.7 - 4.11) в (4.1), получим во втором приближении уравнение, описывающее этап эволюции Вселенной при $u > u_b$. Решение этого уравнения может быть записано в квадратурах.

$$\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma(u_b)}} = \psi(u) =$$

$$\exp\int_{u_b}^{u}\left\{\begin{array}{l} 4u^2 - 2u + \sigma - 2u^{02}\left[\Omega_m \dfrac{f(u)}{f(u^0)} + \dfrac{4}{3}\Omega\left(\dfrac{f(u^0)}{f(u)}\right)^{1/3}\right] + \dfrac{\lambda}{1+\lambda}\displaystyle\int_0^{u_b}(1-\mu(u))\dfrac{4u^3du}{4u^2 - 2u + \sigma^0} \\ + u^{02}\displaystyle\int_{u_b}^{u}\left[\Omega_m \dfrac{f(u)}{f(u^0)} + \dfrac{2}{3}\Omega\left(\dfrac{f(u^0)}{f(u)}\right)^{1/3}\right]\dfrac{4udu}{4u^2 - 2u + \sigma^0}\end{array}\right\}^{-1} 4udu$$

(4.15)

$$t - t(u_b) = T\sqrt{\gamma(u_b)}\times$$

$$\int_{u_b}^{u}\left\{\begin{array}{l} 4u^2 - 2u + \sigma - 2u^{02}\left[\Omega_m \dfrac{f(u)}{f(u^0)} + \dfrac{4}{3}\Omega\left(\dfrac{f(u^0)}{f(u)}\right)^{1/3}\right] + \dfrac{\lambda}{1+\lambda}\displaystyle\int_0^{u_b}(1-\mu(u))\dfrac{4u^3du}{4u^2 - 2u + \sigma^0} \\ + u^{02}\displaystyle\int_{u_b}^{u}\left[\Omega_m \dfrac{f(u)}{f(u^0)} + \dfrac{2}{3}\Omega\left(\dfrac{f(u^0)}{f(u)}\right)^{1/3}\right]\dfrac{4udu}{4u^2 - 2u + \sigma^0}\end{array}\right\}^{-1} 4\psi(u)du$$

(4.16)

Априори возможно построить лишь параметризованную совокупность зависимостей, разброс между которыми увеличивается по мере приближения к краю пространственно – временного многообразия. Апостериори диапазон изменения зависимостей может быть сужен. В случае самой Вселенной такая возможность ограничена лишь разрешающей способностью астрономических приборов наблюдателя. Сам факт наблюдения отнюдь не ведет к «редукции волновой функции Вселенной», а лишь уточняет наши знания о возможном диапазоне изменения начальных параметров.

5. Статическая изотропная метрика

Рассмотрим статическую сферически-симметричную метрику. Наиболее общее выражение для пространственно-временного интервала унимодулярным преобразованием координат может быть приведено к виду [4]:

$$ds^2 = F(r)(dx^0)^2 - \frac{G(r)}{r^2}(\bar{x}\cdot d\bar{x})^2 - C(r)(d\bar{x}\cdot d\bar{x})$$

Связь (2.1) инвариантна относительно таких преобразований, но теперь, в отличие от *ОТО*, ее наличие не позволяет уменьшить количество искомых компонент метрики до двух.

Использую символы Кронекера δ_{mn}, запишем метрический тензор $g_{\mu\nu}$ в виде:

$$g_{00} = F(r),\quad g_{0m} = 0,\quad g_{mn} = -C(r)\cdot\delta_{mn} - G(r)\frac{x_m x_n}{r^2},\quad x_m = x^m, \tag{5.1}$$

$$g(r) = \det g_{\mu\nu} = -FC^2(C+G).$$

Тензор $g^{\mu\nu}$ обратный метрическому тензору:

$$g^{00} = \frac{1}{F(r)},\quad g^{0m} = 0,\quad g^{mn} = -\frac{1}{C(r)}\delta^{mn} + \frac{G(r)}{C(C+G)}\frac{x^m x^n}{r^2}. \tag{5.2}$$

$$g_{mn}g^{nk} = \delta_m^k.$$

При наличии связи (2.1) удобнее исходить не из уравнений, получаемых при варьировании действия по компонентам метрики, а выбрать в качестве одной из варьируемых функций $\Delta(r) = \sqrt{-g(r)}$.

Связь дает следующий вклад в действие:

$$\Lambda = \frac{\partial \Phi}{\partial x^{\mu}} g^{\mu\nu} \frac{1}{2g} \frac{\partial g}{\partial x^{\nu}} = -\frac{\Phi'(r) g'(r)}{2(C+G)g} = -\frac{\Phi'(r)\Delta'(r)}{\Delta^3} FC^2 \qquad (5.3)$$

(Штрих здесь и далее обозначает дифференцирование по r).

Остальные члены можно найти, используя известные результаты расчетов [3,4]. Скалярная кривизна и элемент объема общековариантны, поэтому их можно вычислить, используя «сферические» координаты.

В «сферических» координатах пространственно-временной интервал:

$$ds^2 = F(r)(dx^0)^2 - G(r)dr^2 - C(r)\left(dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\varphi^2\right).$$

По аналогии со «стандартной» формой [4] запишем его следующим образом:

$$ds^2 = F(r)(dx^0)^2 - A(r)dr^2 - r^{*2}(r)\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right), \qquad (5.4)$$

где $A(r)=G(r)+C(r)$, $r^*(r)=rC^{1/2}(r)$.

Для данной метрики неисчезающие компоненты связности несколько отличаются от соответствующих компонент «стандартной» формы [4]:

$$\Gamma^t_{tr} = \Gamma^t_{rt} = \frac{F'}{2F}, \quad \Gamma^r_{rr} = \frac{A'}{2A}, \quad \Gamma^r_{\theta\theta} = -\frac{r^* r^{*\prime}}{A}, \quad \Gamma^r_{\varphi\varphi} = -\frac{r^* r^{*\prime}\sin^2\theta}{A}, \quad \Gamma^r_{tt} = \frac{F'}{2A},$$

$$\Gamma^\theta_{r\theta} = \Gamma^\theta_{\theta r} = \frac{r^{*\prime}}{r^*}, \quad \Gamma^\theta_{\varphi\varphi} = -\sin\theta\cos\theta, \quad \Gamma^\varphi_{\varphi r} = \Gamma^\varphi_{r\varphi} = \frac{r^{*\prime}}{r^*}, \quad \Gamma^\varphi_{\varphi\theta} = \Gamma^\varphi_{\theta\varphi} = ctg\,\theta.$$

Соответственно этому изменяется выражение для тензора кривизны.

Используя выражения для компонент связности, найдем скалярную кривизну:

$$R = \frac{1}{2F}\left(\frac{F'}{A}\right)' + \frac{1}{2A}\left(\frac{F'}{F}\right)' + \frac{2}{r^{*2}}\left(\frac{r^* r^{*\prime}}{A}\right)' + \frac{2}{A}\left(\frac{r^{*\prime}}{r^*}\right)' - \frac{2}{r^{*2}} + \frac{2}{A}\left[\left(\frac{r^{*\prime}}{r^*}\right)^2 + \frac{r^{*\prime} F'}{r^* F}\right].$$

Выделяя дивергентный член, можно записать ее в виде:

$$R = \frac{1}{r^{*2}\sqrt{AF}} \frac{d}{dr}\left[r^{*2}\sqrt{AF}\left(\frac{F'}{AF} + \frac{4r^{*\prime}}{r^* A}\right)\right] - 2\left[\frac{r^{*\prime} F'}{r^* AF} + \frac{1}{A}\left(\frac{r^{*\prime}}{r^*}\right)^2 + \frac{1}{r^{*2}}\right]. \qquad (5.5)$$

Действие для гравитационного поля:

$$S_{gr} = -\frac{c^3}{16\pi G}\int (R+\Lambda)\sqrt{AF}\, r^{*2} \sin\theta\, dr d\theta d\varphi dx^0 .$$

Подставляя сюда выражение (5.5) для R и (5.3) для Λ, опуская дивергентный член и учитывая, что $A=\Delta^2/FC^2$, получим:

$$S_{gr} = \frac{c^3}{8\pi G}\int\left(\frac{\Delta}{r^{*2}} + \frac{r^{*2} F}{\Delta r^4}(r^{*\prime})^2 + \frac{1}{\Delta r^4} r^{*3} r^{*\prime} F' + \frac{\Phi'\Delta' r^{*4} F}{2\Delta^2 r^4}\right) r^2 \sin\theta\, dr d\theta d\varphi dx^0 .$$

Вместо r введем переменную $\xi=r^3$, тогда действие примет вид:

$$S_{gr} = \frac{3c^3}{8\pi G}\int\left(\frac{\Delta}{9r^{*2}} + \frac{Fr^{*2}}{\Delta}\left(\frac{dr^*}{d\xi}\right)^2 + \frac{1}{\Delta} r^{*3} \frac{dr^*}{d\xi}\frac{dF}{d\xi} + \frac{Fr^{*4}}{2\Delta^2}\frac{d\Phi}{d\xi}\frac{d\Delta}{d\xi}\right) d\xi \sin\theta\, d\theta d\varphi dx^0 .$$

Из принципа наименьшего действия найдем уравнения гравитационного поля в свободном от материи пространстве:

$$\frac{d}{d\xi}\left(\frac{r^{*4} F}{\Delta^2}\frac{d\Delta}{d\xi}\right) = 0, \qquad (5.6)$$

$$\frac{1}{9r*^2}-\frac{r*^2}{\Delta^2}\left(\frac{dr*}{d\xi}\right)^2 F-\frac{r*^3}{\Delta^2}\frac{dr*}{d\xi}\frac{dF}{d\xi}-\frac{1}{2\Delta^2}\frac{d}{d\xi}\left(r*^4\, F\frac{d\Phi}{d\xi}\right)=0\,, \tag{5.7}$$

$$\frac{r*^2}{\Delta}\left(\frac{dr*}{d\xi}\right)^2-\frac{d}{d\xi}\left(\frac{r*^3}{\Delta}\frac{dr*}{d\xi}\right)+\frac{r*^4}{2\Delta^2}\frac{d\Delta}{d\xi}\frac{d\Phi}{d\xi}=0\,, \tag{5.8}$$

$$-\frac{2\Delta}{9r*^3}-2r*\frac{d}{d\xi}\left(\frac{r*F}{\Delta}\frac{dr*}{d\xi}\right)-r*^3\frac{d}{d\xi}\left(\frac{1}{\Delta}\frac{dF}{d\xi}\right)+2\frac{r*^3\,F}{\Delta^2}\frac{d\Delta}{d\xi}\frac{d\Phi}{d\xi}=0\,. \tag{5.9}$$

Из уравнения (5.6) следует:

$$\frac{r*^4\,F}{\Delta^2}\frac{d\Delta}{d\xi}=\alpha\,, \tag{5.6'}$$

где α – постоянная с размерностью длины.

Умножим уравнение (5.7) на 2Δ, вычтем из результата - (5.8), умноженное на $2F$, и сложим результат с уравнением (5.9), умноженным на $r*$, после несложных преобразований приведем уравнение к виду:

$$\frac{d}{d\xi}\left[\frac{r*^4}{\Delta}\left(\frac{dF}{d\xi}+F\frac{d\Phi}{d\xi}\right)\right]=0\,.$$

Отсюда следует:

$$\frac{r*^4\,F}{\Delta}\left(\frac{1}{F}\frac{dF}{d\xi}+\frac{d\Phi}{d\xi}\right)=\beta\,,$$

где β – еще одна постоянная с размерностью длины. Используя (5.6') это уравнение можно записать в виде:

$$\frac{1}{F}\frac{dF}{d\xi}+\frac{d\Phi}{d\xi}=\sigma\frac{1}{\Delta}\frac{d\Delta}{d\xi}\,,\ \sigma=\frac{\beta}{\alpha}\,.$$

Учитывая, что функция $\Phi(r)$ определена с точностью до постоянной, найдем:

$$\Phi=-\ln(F\Delta^{-\sigma})\,. \tag{5.7'}$$

Уравнение (5.8) перепишем следующим образом:

$$\frac{1}{\Delta}\left(\frac{r*dr*}{d\xi}\right)^2+r*^2\frac{d}{d\xi}\left(\frac{r*}{\Delta}\frac{dr*}{d\xi}\right)=\frac{r*^4}{2\Delta^2}\frac{d\Delta}{d\xi}\frac{d\Phi}{d\xi}\,.$$

После подстановки этого выражения в уравнение (5.9) оно примет вид:

$$r*^4\frac{d}{d\xi}\left(\frac{1}{\Delta}\frac{dF}{d\xi}\right)+2r*^2\frac{d}{d\xi}\left(\frac{Fr*}{\Delta}\frac{dr*}{d\xi}\right)-4\left[\frac{1}{\Delta}\left(\frac{r*dr*}{d\xi}\right)^2+r*^2\frac{d}{d\xi}\left(\frac{r*}{\Delta}\frac{dr*}{d\xi}\right)\right]F+\frac{2\Delta}{9r*^2}=0$$

Это уравнение эквивалентно следующему:

$$\frac{d}{d\xi}\left[\frac{r*^6}{\Delta}\frac{d}{d\xi}\left(\frac{F}{r*^2}\right)\right]+\frac{2\Delta}{9r*^2}=0\,.$$

Интегрируя это уравнение по ξ, получим:

$$\frac{d}{d\xi}\left(\frac{F}{r*^2}\right)-\beta_1\frac{\Delta}{r*^6}+\frac{2}{9}\frac{\Delta}{r*^6}\int_0^{\xi}\frac{\Delta}{r*^2}d\xi=0\,,$$

где $\beta_1=\left[\frac{r*^6}{\Delta}\frac{d}{d\xi}\left(\frac{F}{r*^2}\right)\right]_{\xi=0}$ – еще одна постоянная с размерностью длины. Для метрики Минковского эта постоянная равна нулю. Положим далее $\beta_1=0$ для того, чтобы метрика Минковского могла быть решением данной системы уравнений (в случае, когда константа α равна нулю).

$$\frac{d}{d\xi}\left(\frac{F}{r*^2}\right)+\frac{2}{9}\frac{\Delta}{r*^6}\int_0^{\xi}\frac{\Delta}{r*^2}d\xi=0. \tag{5.9'}$$

Интегрируя еще раз, представим функцию $F(r)$ в виде:

$$F=\frac{2}{9}r*^2\int_{\xi}^{\infty}\left(\int_0^{\xi}\frac{\Delta}{r*^2}d\xi\right)\frac{\Delta}{r*^6}d\xi.$$

Преобразуем уравнение (5.8). Введем обозначение

$$U=\frac{r*}{\Delta}\frac{dr*}{d\xi},$$

и подставим выражения для производных Δ и Φ из уравнений (5.6') и (5.7'), тогда уравнение (5.8) можно записать в виде:

$$U^2+r*U\frac{dU}{dr*}=\frac{\alpha U}{2r*F}\frac{d\Phi}{dr*}.$$

$$V=\frac{1}{3r*U},\quad \frac{d}{dr*}\frac{1}{V}=\frac{3\alpha}{2r*F}\frac{d\Phi}{dr*}. \tag{5.8'}$$

Переходя во всех соотношениях от производных по $\xi=r^3$ к производным по $r*$ и вводя безразмерные координаты r/α и $r*/\alpha$ (*сохраняя для них прежние обозначения* r и $r*$) исходную систему уравнений можно записать следующим образом:

$$\frac{1}{\Delta}\frac{d\Delta}{dr*}=\frac{3V(r*)}{Fr*^2}, \tag{5.10}$$

$$V(r*)=\frac{1}{1-\frac{3}{2}\int_{r*}^{\infty}\frac{1}{r*F}\frac{d\Phi}{dr*}dr*},\ \Phi=-\ln(F\Delta^{-\sigma}), \tag{5.11}$$

$$F(r*)=2r*^2\int_{r*}^{\infty}\left(\int_{r*_{\min}}^{r*}V(r*)dr*\right)\frac{1}{r*^4}V(r*)dr*. \tag{5.12}$$

$$\frac{\Delta(r*)r^2}{r*^2}\frac{dr}{dr*}=V(r*). \tag{5.13}$$

Отличное от нуля значение $r*_{min}= r*(0)$ означает, вообще говоря, наличие *края* у пространственно-временного многообразия.

Рассмотрим поведение метрики при $r*_{min} = 0$ и малых значениях $r*$. Из (5.12) следует, что если существует интеграл

$$2\int_0^{\infty}\left(\int_0^{r*}V(r*)dr*\right)\frac{V(r*)}{r*^4}dr*=b>0, \tag{5.14}$$

то при малых $r*$ функция $F(r*)\approx b\cdot r*^2$. Тогда полагая $V(r*)\approx b_1\cdot r*^{\nu}\geq 0$, $\Delta(r*)\approx b_2\cdot r*^{\delta}\geq 0$ и подставляя эти выражения в (5.8', 5.10), получим:

$$\nu=3,\ b_1=\frac{2b}{2-\sigma\delta},\ \delta=\frac{6}{2-\sigma\delta}>0. \tag{5.15}$$

Из последнего соотношения следует:

$$\delta=\frac{1\pm\sqrt{1-6\sigma}}{\sigma}.$$

поэтому $\sigma\leq 1/6$.

Интегрируя уравнение (5.13) найдем при малых значениях r, $r*$:

$$r^3(r*)=3\int_0^{r*}\frac{V(r*)}{\Delta(r*)}r*^2dr*\approx 3\frac{b_1}{b_2}\int_0^{r*}r*^{(5-\delta)}dr*. \tag{5.16}$$

Последний интеграл существует только при $\boldsymbol{\delta} < 6$. В этом случае

$$\delta = \frac{1-\sqrt{1-6\sigma}}{\sigma}, \quad \sigma < \frac{1}{6}. \tag{5.17}$$

Рассмотрим теперь выражение для энергии статического изотропного гравитационного поля (см. Приложение I). В этом случае

$$E = \frac{c^4\alpha}{4G}\left[\frac{r*^2}{V(r*)} \frac{F(r*)\, d\ln(F\Delta^{-\sigma})}{dr*}\Bigg|_{r*_{\min}}^{r*\to\infty} - 3\ln F\Delta^{-\sigma}(r*_{\min}) \right]. \tag{П.8}$$

Последний член в этом соотношении имеет логарифмическую особенность при $r*_{min}$=0. Энергия будет иметь конечное значение лишь при $r*_{min} \neq 0$, то есть при *наличии края*. Это возможно, только при значении $\sigma \geq 1/6$.

Величина $r*_{min}$ является независимым параметром и для её определения необходимы добавочные соображения. Положим, во-первых, в соответствии с *принципом Маха*, что инертная масса M_{in} связана с полной энергией гравитационного поля E вне края формулой Эйнштейна $E=M_{in}c^2$. Во-вторых, в соответствии *с экспериментом Этвеша* примем, что эта инертная масса совпадает по величине с массой гравитационной $M_{in}= M_{gr}$. И, наконец, на основании *принципа соответствия с ОТО* положим при больших значениях $r*$ коэффициент при первом члене разложения функции $F(r*)$ по степеням $1/r*$ равным отношению гравитационного радиуса к α

$$F(r*) = 1 - \frac{r_{gr}}{\alpha}\frac{1}{r*} + .. = 1 - \frac{2M_{gr}G}{c^2\alpha}\frac{1}{r*} + \ldots \tag{5.18}$$

В этом случае соотношение (П.8) переходит в уравнение, определяющее величину $r*_{min}$.

$$\frac{r_{gr}}{\alpha} = \frac{2r*_{\min} F(r*_{\min})}{3V(r*_{\min})} - \ln\frac{F(r*_{\min})}{\Delta^{1/6}(r*_{\min})}. \tag{5.19}$$

Решение системы уравнений (5.10) - (5.13), (5.19) можно найти методом последовательных приближений. Начиная с пробной функции $V^{(0)}(r*)$ и выбранном начальном значении $r*_{min}$ можно найти в первом приближении из (5.12) функцию $F^{(0)}(r*)$, а затем из (5.10) - $\Delta^{(0)}(r*)$ и новое значение $V^{(1)}(r*)$ из (5.11). Продолжаем этот процесс до получения на N-ном шаге значений искомых функций с требуемой точностью. Значение размера поры найдем из уравнения (5.19). А затем из уравнения (5.13) найдем функцию $r(r*)$.

Построим пробную функцию. Если при больших значениях $r*$ справедливо (5.18), то тогда из (5.10, 5.11) следует $V(r*) \approx 1-v/r*^2+...$ Поскольку при наличии края поведение искомых функций при малых значениях $r*$ не определено, естественно предположить, что относительный размер $r*_{min}$ больше единицы. При $r*_{min} \geq 1$, зададим пробную функцию следующим образом:

$$V^{(0)}(r*) = 1 - v/r*^2. \tag{5.20}$$

Подставляя это выражение в (5.12), найдем

$$F^{(0)}(r*) = 1 - \frac{2}{3}(r*_{\min} + \frac{v}{r*_{\min}})\frac{1}{r*} + \frac{2}{5}(r*_{\min} + \frac{v}{r*_{\min}})\frac{v}{r*^3} - \frac{v^2}{3}\frac{1}{r*^4}. \tag{5.21}$$

В этом приближении, исходя из принципа соответствия, получим

$$\frac{r_{gr}}{\alpha} = \frac{2}{3}(r*_{\min} + \frac{v}{r*_{\min}}). \tag{5.22}$$

Постоянную величину v можно выбрать так, чтобы в точке $r*=r*_{min}$ значения пробной функции и первого приближения совпадали $V^{(0)}(r*_{\min}) = V^{(1)}(r*_{\min})$. Подставляя (5.20), (5.21) в (5.10), найдем

$$\ln\Delta^{(0)}(r^*) = -3\int_{r^*}^{\infty}\frac{V^{(0)}(r^*)}{(r^*)^2 F^{(0)}(r^*)}dr^*, \qquad (5.23)$$

а затем из (5.11)

$$V^{(1)}(r^*) = \left(1+\frac{3}{2}\frac{1}{r^*F^{(0)}(r^*)} - \frac{3}{2}\int_{r^*}^{\infty}\left(1+\frac{V^{(0)}(r^*)}{2r^*F^{(0)}(r^*)}\right)\frac{dr^*}{(r^*)^2F^{(0)}(r^*)}\right)^{-1}. \qquad (5.24)$$

В этом случае

$$v = (1 - V^{(1)}(r^*_{\min}))r^{*2}_{\min}. \qquad (5.25)$$

Это уравнение определяет v в зависимости от r^*_{min}.

В более высоких приближениях при вычислениях использовались сплайн аппроксимации. После пяти последовательных приближений, решая уравнение (5.19), найдем (при использовании в расчетах шести интервалов) с погрешностью в доли процента

$$r^*_{min} \approx 1.74.$$

Это значение, как и предполагалось, больше единицы. В размерном виде

$$r^*_{min} \approx 0.935 r_{gr}.$$

Результаты расчетов представлены в Таблице 3.

σ=1/6 ; x_{max}=0.575 ; r_{gr}/α =1.859				
x=α/r*	V(x)	F(x)	Δ(x)	$C^{-1/2}(x)=r(x)/r^*$
0	1	1	1	1
0.1	0.9875	0.8160	0.7184	1.1792
0.2	0.9346	0.6381	0.4814	1.3523
0.3	0.8202	0.4746	0.2980	1.4556
0.4	0.6471	0.3386	0.1721	1.4378
0.5	0.4596	0.2366	0.0962	1.2288
0.575	0.3413	0.1813	0.0543	0

Таблица 3. Решение системы уравнений (5.10..5.13) при значении σ=1/6.

Значение одной из метрических функций - $C(r)$ неограниченно возрастает при приближении к краю, однако детерминант метрического тензора и все инварианты тензора Римана при этом ограничены. Действительно, тензор Римана общековариантен, а в сферической системе координат (5.4) метрика особенностей не имеет.

Таким образом, *при наличии связи (2.1) имеется несингулярное стационарное частице - подобное распределение центрально-симметричного гравитационного поля, для которого выполняется равенство инертной (определенной в соответствии с принципом Маха) и гравитационной массы*. Горизонт, присутствовавший в решении уравнений *ОТО* для центрально-симметричного пустого пространства, в этом случае отсутствует.

Расчеты проведены при **σ**=1/6. В общем случае решение будет существовать и при значениях **σ**, лежащих в некотором интервале, примыкающем к этому значению. В диапазоне допустимых значений параметр **σ** может быть выбран произвольно, поэтому, при одинаковых значениях полной энергии, распределения полей в области порядка гравитационного радиуса будут различаться между собой. Возникающая в связи с этим неопределенность в общем случае не может быть устранена. *Возможно, именно эта неопределенность лежит в основе квантового поведения микроскопических объектов.*

Приложение I. Энергия статического изотропного гравитационного поля.

В отсутствии материи в силу тождества Бианки плотность энергии гравитационного поля $T_\mu^{\ \nu}$ должна удовлетворять соотношению:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^\nu}\left(\sqrt{-g}T_\mu^\nu\right)-\frac{1}{2}\frac{\partial g_{\lambda\rho}}{\partial x^\mu}T^{\lambda\rho}=0$$

В случае статического поля сохраняется энергия гравитационного поля:

$$E=\int\frac{\partial}{\partial x^\nu}\left(\sqrt{-g}T_0^\nu\right)d^4x=\int T_0^\nu\sqrt{-g}dS_\nu\ , \qquad (П.1)$$

где в соответствии с (2.4)

$$T_0^\lambda=-\frac{c^4}{16\pi G}\left[\delta_0^\lambda\frac{\partial}{\partial x^\mu}\left(g^{\mu\nu}\frac{\partial\Phi}{\partial x^\nu}\right)-g^{\lambda\eta}\Gamma_{0\rho}^\rho\frac{\partial\Phi}{\partial x^\eta}-g^{\lambda\eta}\Gamma_{\eta\rho}^\rho\frac{\partial\Phi}{\partial x^0}\right],\Gamma_{\lambda\rho}^\rho=\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial\sqrt{-g}}{\partial x^\lambda}\ . \qquad (П.2)$$

В статическом поле последние два члена в этом соотношении равны нулю и (П.1) с учетом (П.2) принимает вид:

$$E=-\frac{c^4}{16\pi G}\int\sqrt{-g}\frac{\partial}{\partial x^\mu}\left(g^{\mu\nu}\frac{\partial\Phi}{\partial x^\nu}\right)dV\ . \qquad (П.3)$$

Подставляя сюда выражения для компонент метрического тензора из (5.2) получим:

$$E=\frac{c^4}{16\pi G}\int\sqrt{-g}\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(\frac{r^2}{C+G}\frac{d\Phi}{dr}\right)dV=\frac{c^4}{4G}\left[\int_0^\infty\sqrt{-g}\frac{d}{dr}\left(\frac{r^2}{(C+G)}\frac{d\Phi}{dr}\right)dr\right]. \qquad (П.4)$$

Учтем теперь, что по определению, а также в силу соотношения (5.13)

$$C(r^*)+G(r^*)=\frac{r^4(\sqrt{-g})^2}{r^{*4}F(r^*)},\ r^2dr=\frac{V(r^*)}{\sqrt{-g}}r^{*2}dr^*\ . \qquad (П.5)$$

Подставляя эти выражения в (П.4) и переходя к безразмерной координате r^*/α, получим:

$$E=\frac{c^4\alpha}{4G}\left[\frac{r^{*2}F(r^*)}{V(r^*)}\frac{d\Phi}{dr^*}\Bigg|_{r^*_{\min}}^{r^*\to\infty}-\int_{r^*_{\min}}^{\infty}\frac{r^{*2}F(r^*)}{V(r^*)\sqrt{-g}}\frac{d\Phi}{dr^*}\frac{d\sqrt{-g}}{dr^*}dr^*\right]. \qquad (П.6)$$

В силу соотношений (5.7'), (5.10)

$$\Phi=-\ln(F\Delta^{-\sigma}),\ \frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{d\sqrt{-g}}{dr^*}=\frac{3V}{r^{*2}F},\Delta=\sqrt{-g}\ . \qquad (П.7)$$

С учетом этих соотношений

$$E=\frac{c^4\alpha}{4G}\left[-\frac{r^{*2}}{V(r^*)}\frac{dF}{dr^*}\Bigg|_{r^*_{\min}}^{r^*\to\infty}-3\ln F\Delta^{-\sigma}(r^*_{\min})\right]. \qquad (П.8)$$

В соотношении фигурируют граничные значения производной функции $F(r^*)$.

Учитывая поведение полей на бесконечности и тот факт, что в силу соотношения (5.12) при $r^*=r^*_{min}$ $dF/dr^*=2F/r^*_{min}$, найдем:

$$-\frac{r^{*2}}{V(r^*)}\frac{dF}{dr^*}\Bigg|_{r^*_{\min}}^{r^*\to\infty}=-\frac{r_{gr}}{\alpha}+\frac{2F(r^*_{\min})r^*_{\min}}{V(r^*_{\min})}\ . \qquad (П.9)$$

Список литературы

1. A. G. Riess, et al. Astron. J. 116 1009 (1998); B. P. Schmidt, et al. Astrophys. J. 507 46 (1998); S. Perlmutter et al. Astrophys. J. 517 565 (1999).
2. Б. П. Шмидт. УФН, т.183, №10 (2013); B P. Schmidt. The Nobel Foundation 2011.
3. Л. Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теория поля. М., «Наука» (1973).
4. S. Weinberg. Gravitation and Cosmology. (1972).
5. J. Beringer et al. (Particle Data Group), Phys. Rev. D86, 010001 (2012).
6. А. Эйнштейн. Собрание научных трудов. Т.2. М., «Наука», 243 (1966); Science, **71**, 1930, 608-609.