Инвариантное тождество и доказательства ВТФ и гипотезы Била

(элементарный аспект)

Reuven Tint

Number Theorist, Israel

Email: reuven.tint@gmail.com

www.ferm-tint.blogspot.co.il

Аннотация. Приведено инвариантное тождество,использованное для доказательства ВТФ и гипотезы Била.

§1

Доказательство ВТФ

1.1.Получено следующее тождество:

$$\boldsymbol{m} = \frac{(\boldsymbol{x_1} + \boldsymbol{x_2})^2 + (\boldsymbol{x_1} + \boldsymbol{x_3})^2 + \cdots + (\boldsymbol{x_1} + \boldsymbol{x_{m+2}})^2 + (\boldsymbol{x_2} + \boldsymbol{x_3})^2 + \cdots}{\boldsymbol{x_1^2} + \boldsymbol{x_2^2} + \cdots + \boldsymbol{x_{m+2}^2}}$$

$$\frac{\ldots + (\boldsymbol{x_2} + \boldsymbol{x_{m+2}})^2 + \cdots + (\boldsymbol{x_{m+1}} + \boldsymbol{x_{m+2}})^2 - (\boldsymbol{x_1} + \boldsymbol{x_2} + \cdots + \boldsymbol{x_{m+2}})^2}{\boldsymbol{x_1^2} + \boldsymbol{x_2^2} + \cdots + \boldsymbol{x_{m+2}^2}}$$

Здесь,

$0 \leq m < \infty$- произвольные целые положительные числа, включая нуль;

x_i- произвольные элементы произвольных числовых систем, включая нуль;

$1 \leq i \leq m+2$ - индексы.

Значение каждого "m" не зависит от значений элементов множеств, входящих в это инвариантное тождество.

1.2."Великая теорема Ферма ". "Для любого натурального n >2 уравнение $a^n + b^n = c^n$ не имеет натуральных решений a,b ,c."

1.2.1. Доказательство для n = 1 и,например, m=1 .

$$m = 1 \equiv \frac{(x_1 + x_2)^1 + (x_1 + x_3)^1 + (x_2 + x_3)^1 - (x_1 + x_2 + x_3)^1}{x_1^1 + x_2^1 + x_3^1} =$$

$$= \frac{2(x_1^1 + x_2^1 + x_3^1) - (x_1^1 + x_2^1 + x_3^1)}{x_1^1 + x_2^1 + x_3^1} = 1 - \frac{A_1 = 0}{x_1^1 + x_2^1 + x_3^1}$$

$A_1 = 0$ – условие необходимое.

1.2.1.1.Пусть $x_1 = a^1, x_2 = b^1, a^1 + b^1 = z$ – натуральное число при произвольных натуральных «a « и «b». Но $a^1 + b^1 = c^1 = z$, значит,

$c = z^{\frac{1}{1}}$– натуральное число – условие достаточное.

1.2.2. Доказательство для n = 2 и m=1 .

$$m = 1 \equiv \frac{(x_1 + x_2)^2 + (x_1 + x_3)^2 + (x_2 + x_3)^2 - (x_1 + x_2 + x_3)^2}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} =$$
$$= \frac{2(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) - (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = 1 - \frac{A_2 = 0}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$$

и $A_2 = 0$ – условие необходимое.

1.2.2.1.Пусть $x_1 = a^2, x_2 = b^2, a^2 + b^2 = z$ – натуральное число при «a» и «b» произвольных натуральных числах . И $A_2 = 0$.Но если $a^2 + b^2 = c^2$, с = $p^2 + q^2$ - будет натуральным при $a = p^2 - q^2$ и $b = 2\,p\,q$ (p и q – натуральные). Тогда, $c^2 = z^2$ и $c = z^{\frac{2}{2}}$ –будет натуральным -условие достаточное.

1.2.3. Доказательство для n = 3 , m = 1.

$$m = 1 \neq \frac{(x_1 + x_2)^3 + (x_1 + x_3)^3 + (x_2 + x_3)^3 - (x_1 + x_2 + x_3)^3}{x_1^3 + x_2^3 + x_3^3} =$$
$$= \frac{2(x_1^3 + x_2^3 + x_3^3) - (x_1^3 + x_2^3 + x_3^3)}{x_1^3 + x_2^3 + x_3^3} = 1 - \frac{A_3 = 6\,x_1 x_2 x_3}{x_1^3 + x_2^3 + x_3^3}$$

$A_3 = 6\,x_1 x_2 x_3 \neq 0$- условие необходимое.

1.2.3.1. Пусть $x_1 = a^3, x_2 = b^3, a^3 + b^3 = z$ –натуральное число при произвольных натуральных a , b и $A_3 \neq 0$.Предположим,что $a^3 + b^3 = c^3$. Тогда, $c^6 = z^2$, с = $z^{\frac{2}{6}} = z^{\frac{1}{3}}$ - не может быть натуральным числом – условие достаточное.

1.2.4. Доказательство для n > 2 и m = 1 .

$$m = 1 \neq \frac{(x_1+x_2)^n + (x_1+x_3)^n + (x_2+x_3)^n - (x_1+x_2+x_3)^n}{x_1^3 + x_2^3 + x_3^3} =$$

$$= \frac{2(x_1^n + x_2^n + x_3^n) - (x_1^n + x_2^n + x_3^n)}{x_1^n + x_2^n + x_3^n} = 1 - \frac{A_n \neq 0}{x_1^n + x_2^n + x_3^n}$$

Для n > 2 $A_n \neq 0$ - условие необходимое.

1.2.5.

$$m \neq \frac{\sum_{i=1,i<j}^{i=m+1,j=m+2}\left(x_i + x_j\right)^n - (x_1 + x_2 + \cdots + x_{m+2})^n}{x_1^n + x_2^n + \cdots + x_{m+2}^n} =$$

$$= \frac{(m+1)(x_1^n + x_2^n + \cdots + x_{m+2}^n) - (x_1^n + x_2^n + \cdots + x_{m+2}^n + A_n \neq 0)}{x_1^n + x_2^n + \cdots + x_{m+2}^n} =$$

$$= m - \frac{A_n \neq 0}{x_1^n + x_2^n + \cdots + x_{m+2}^n}$$

для $n > 2$ $A_n \neq 0$ - условие необходимое.

1.2.5. 1.

Пусть $x_1 = a^n, x_2 = b^n, a^n + b^n = z$ - натуральное число при произвольных натуральных «a» и «b» .Предположим ,что для n > 2 $a^n + b^n = c^n$. Тогда , c^{2n} = z^2 и c = $z^{\frac{1}{n}}$, что возможно только для n = 1 и n = 2 (с учетом п.1.2.2.)-условие достаточное.

1.3. Таким образом , для n >2 $A_n \neq 0$ и c = $z^{\frac{1}{n}}$ являются необходимыми и достаточными условиями неразрешимости уравнения $a^n + b^n = c^n$ в натуральных числах a,b,c .

1.4. Из §1, в конечном итоге, следует,что для n > 2 $A_n \neq 0$ является необходимым и достаточным условием неразрешимости уравнения $a^n + b^n = c^n$ в натуральных числах a,b,c. Доказательство завершено.

§2

Доказательство гипотезы Била

2.1. Гипотеза Била : «Верно ли,что если A^x + B^y =C^z,где A,B,C,x,y,z-натуральные и x,y,z>2 ,то A,B,C имеют общий простой делитель» (Википедия. «Открытые математические проблемы»,в частности,открытые(нерешенные)математические проблемы).

2.1.1.Пусть дополнительно к п.2.1. § 2 в A^x + B^y =C^z (A,B,C)=1-взаимно просты (как будет показано ниже в §3, дополнение существенно), x_1=A^x , x_2=B^y, A^x +B^y=r_C натуральное число при произвольных натуральных A и B. Предположим,что A^x + B^y =C^z при x,y,z>2. Тогда,по аналогии с § 1 вышеизложенного C^{2z} = r_c^2 и C = $r_C^{\frac{1}{z}}$- не может быть натуральным числом.

2.1.2.По аналогии с п.2.1.1. § 2 – операции с C^z– B^y =A^x = r_A и C^z– A^x = B^y=r_B .

2.1.3.**Таким образом ,уравнение A^x + B^y =C^z при (A,B,C) = 1 и x,y,z >2 – натуральных неразрешимо в натуральных числах,а значит, не может иметь общего простого делителя. Доказательство завершено.**

Примечание.

Но имеем,например, 3^5 + 10^2 =7^3, 2^7 + 17^3 =71^2 , 7^2 + 2^5 =3^4.

§3

3.1Если, в частности, A +B=C,(A,B,C)=1-взаимно просты,то уравнения A_1+B_1= C_1 ((A_1, B_1, C_1)≠1 – функции A,B,C)имеют бесчисленное множество решений в натуральных числах при, в частности,(x,y,z)=1-произвольных натуральных ,и имеют общий простой делитель.

3.2.1. Представим

$$A + B \equiv C,$$

где A, B произвольные натуральные числа, в виде

$$A^{\alpha x-pyz=1} + B^{\beta y-qxz=1} \equiv C^{\gamma z-mxy=1} \quad [\mathbf{1}]$$

Умножив $[\mathbf{1}]$ на

$$A^{pyz}B^{qxz}C^{mxy}$$

, получим

$$(A^{\alpha}B^{qz}C^{my})^{x} + (A^{pz}B^{\beta}C^{mx})^{y} \equiv$$

$$\equiv (A^{py}B^{qx}C^{\gamma})^{z} \;\; [\mathbf{2}].$$

Все значения параметров показателей степени $[\mathbf{2}]$ находятся из уравнений

$$\begin{aligned} \alpha x - pyz = 1 \\ \beta y - qxz = 1 \quad [\mathbf{3}] \\ \gamma z - mxy = 1 \end{aligned}$$

, где $x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, p, q, m$ -соответствующие решениям уравнений $[\mathbf{3}]$ натуральные числа.

3.2.1. Если $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0, p_0, q_0, m_0$ какие-либо (или минимальные) решения уравнений целых положительных числах при фиксированных значениях $x, y, z,$
то

$$\begin{aligned} \alpha = \alpha_0 + yzQ_1 \quad p = p_0 + xQ_1 \\ \beta = \beta_0 + xzQ_2 \quad q = q_0 + yQ_2 \\ \gamma = \gamma_0 + xyQ_3 \quad m = m_0 + zQ_3, \end{aligned}$$

Q_1, Q_2, Q_3 −произвольные натуральные (целые) числа, или нуль, и

$$\begin{aligned} (A^{\alpha_0+yzQ_1}B^{q_0z+yzQ_2}C^{m_0y+yzQ_3})^{x} + \\ +(A^{p_0z+xzQ_1}B^{\beta_0+xzQ_2}C^{m_0x+xzQ_3})^{y} = \\ = (A^{p_0y+xyQ_1}B^{q_0x+xyQ_2}C^{\gamma_0+xyQ_3})^{z}. \end{aligned} \qquad [4]$$

3.3 Пусть $AP + BP \equiv CP$ $[\mathbf{5}]$ при произвольных натуральных числах A и B ,где P -произвольное простое число. Тогда, с учётом $[\mathbf{2}]$

$$(P^{\alpha+qz+my}A^{\alpha}B^{qz}C^{my})^{x}+(P^{pz+\beta+mx}A^{pz}B^{\beta}C^{mx})^{y}\equiv$$
$$\equiv(P^{py+qx+\gamma}A^{py}B^{qx}C^{\gamma})^{z}\quad[\mathbf{6}]$$

3.3.1 $A=2; B=3; C=5; P=7$

$$x=4; y=5; z=7$$

Тогда,

$$\alpha\times4-p\times5\times7=1$$
$$\alpha=9; p=1$$
$$\beta\times5-q\times4\times7=1$$
$$\beta=17; q=3$$
$$\gamma\times7-m\times4\times5=1$$
$$\gamma=3; m=1.$$

Отсюда,

$$(7^{35}\times2^{9}\times3^{21}\times5^{5})^{4}+(7^{28}\times2^{7}\times3^{17}\times5^{4})^{5}=$$
$$=(7^{20}\times2^{5}\times3^{12}\times5^{3})^{7}.$$

3.3.2 $[(2A^{ab+1})^{b}]^{\boldsymbol{a}}+[(2A^{ab+1})^{a}]^{\boldsymbol{b}}=(2A^{ab})^{ab+1}$

Литература:

Reuven Tint (www.ferm-tint.blogspot.co.il) «Уникальное инвариантное тождество и вытекающие из него уникальные следствия(элементарный аспект)