Хмельник С. И.

Второе решение уравнений Максвелла

Аннотация

Предлагается новое решение уравнений Максвелла для вакуума. Предварительно отмечается, что доказательство единственности известного решения основано на законе сохранения энергии, который не соблюдается (для мгновенных значений) в известном решении. Предлагаемое решение не нарушает закон сохранения энергии. Кроме того, в этом решении электрическая и магнитная компоненты напряженностей в электромагнитной волне сдвинуты по фазе.

Приводится подробное доказательство для заинтересованного читателя.

Оглавление

1. Введение

В последнее время критика справедливости уравнений Максвелла слышится со всех сторон. Уверенность критиков создается, прежде всего, нарушением закона сохранения энергии. И, действительно, "*плотность потока электромагнитной энергии (модуль вектора Умова-Пойнтинга) «пульсирует» по гармоническому закону. Не нарушается ли здесь закон сохранения энергии?*" [1]. Безусловно, нарушается, если электромагнитная волна удовлетворяет известному решению уравнений Максвелла. Но ведь другого решения нет: "*Доказательство единственности решения в общих чертах сводится к следующему. Если имеется два различных решения, то их разность вследствие линейности системы тоже является решением, но при нулевых зарядах и токах и нулевых начальных и граничных условиях. Отсюда, пользуясь* *выражением для энергии электромагнитного поля и законом сохранения энергии заключаем, что разность решений тождественно равна нулю, т. е. решения одинаковы. Тем самым единственность решения уравнений Максвелла доказана*" [2]. Таким образом, <u>единственность решения доказывается на основе применения того закона, который нарушается в этом решении.</u>

Другим результатом, следующим из существующего решения, является синфазность электрической и магнитной компонент напряженностей в электромагнитной волне. Это противоречит представлению о беспрерывном преобразовании электрической и магнитной компонент энергии в электромагнитной волне. В [1], например, этот факт относится к "порокам современной классической электродинамики".

Такие результаты, следующие из известного решения уравнений Максвелла, позволяют усомниться в достоверности уравнений Максвелла. Подчеркнем, однако, что эти результаты следуют только из найденного решения. Но это решение, как указано выше, может быть иным.

Ниже выводится другое решение уравнений Максвелла, в котором плотность потока электромагнитной энергии остается постоянной во времени, а электрическая и магнитная компоненты напряженностей в электромагнитной волне сдвинуты по фазе.

2. Решение уравнений Максвелла

Вначале рассмотрим решение уравнений Максвелла для вакуума. Эти уравнения в системе СГС имеют вид [3]:

$$rot(E)+\frac{1}{c}\frac{\partial H}{\partial t}=0,$$

$$rot(H)-\frac{1}{c}\frac{\partial E}{\partial t}=0,$$

$$div(E)=0,$$

$$div(H)=0.$$

В системе цилиндрических координат $r,\ \varphi,\ z$ эти уравнения имеют вид:

$$\frac{E_r}{r}+\frac{\partial E_r}{\partial r}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial E_\varphi}{\partial \varphi}+\frac{\partial E_z}{\partial z}=0, \tag{1}$$

$$\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial E_z}{\partial \varphi}-\frac{\partial E_\varphi}{\partial z}=M_r, \tag{2}$$

$$\frac{\partial E_r}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial r}=M_\varphi, \tag{3}$$

$$\frac{E_\varphi}{r}+\frac{\partial E_\varphi}{\partial r}-\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial E_r}{\partial \varphi}=M_z, \tag{4}$$

$$\frac{H_r}{r}+\frac{\partial H_r}{\partial r}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial H_\varphi}{\partial \varphi}+\frac{\partial H_z}{\partial z}=0, \tag{5}$$

$$\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial H_z}{\partial \varphi}-\frac{\partial H_\varphi}{\partial z}=J_r, \tag{6}$$

$$\frac{\partial H_r}{\partial z}-\frac{\partial H_z}{\partial r}=J_\varphi, \tag{7}$$

$$\frac{H_\varphi}{r}+\frac{\partial H_\varphi}{\partial r}-\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial H_r}{\partial \varphi}=J_z, \tag{8}$$

$$J=\frac{1}{c}\frac{\partial E}{\partial t}, \tag{9}$$

$$M=-\frac{1}{c}\frac{\partial H}{\partial t}. \tag{10}$$

Для сокращения записи в дальнейшем будем применять следующие обозначения:

$$co=-\cos(\alpha\varphi+\chi z+\omega t), \tag{11}$$

$$si=\sin(\alpha\varphi+\chi z+\omega t), \tag{12}$$

где α, χ, ω – некоторые константы. Представим неизвестные функции в следующем виде:

$$J_r.=j_r(r)co, \tag{13}$$

$$J_\varphi.=j_\varphi(r)si, \tag{14}$$

$$J_z.=j_z(r)si, \tag{15}$$

$$H_r.=h_r(r)co, \tag{16}$$

$$H_\varphi.=h_\varphi(r)si, \tag{17}$$

$$H_z.=h_z(r)si, \tag{18}$$

$$E_r.=e_r(r)si, \tag{19}$$

$$E_\varphi.=e_\varphi(r)co, \tag{20}$$

$$E_z.=e_z(r)co, \tag{21}$$

$$M_r.=m_r(r)co, \tag{21}$$

$$M_\varphi.=m_\varphi(r)si, \tag{22}$$

$$M_z.=m_z(r)si, \tag{23}$$

где $j(r),\ h(r),\ e(r),\ m(r)$ - некоторые функции координаты r.

Непосредственной подстановкой можно убедиться, что функции (13-23) преобразуют систему уравнений (1-10) с тремя аргументами $r,\ \varphi,\ z$ в систему уравнений с одним аргументом r и неизвестными функциями $j(r),\ h(r),\ e(r),\ m(r)$.

В приложении 1 показано, что у такой системы **<u>существует</u>** решение, имеющее следующий вид:

$$\frac{e_r(r)}{r} + e_r'(r) - \frac{e_\varphi(r)}{r}\alpha = 0, \tag{24}$$

$$\frac{e_\varphi(r)}{r} + e_\varphi'(r) + \frac{e_r(r)}{r}\cdot\alpha = 0, \tag{25}$$

$$\frac{h_r(r)}{r} + h_r'(r) - \frac{h_\varphi(r)}{r}\alpha = 0, \tag{26}$$

$$\frac{h_\varphi(r)}{r} + h_\varphi'(r) + \frac{h_r(r)}{r}\cdot\alpha = 0, \tag{27}$$

$$h_\varphi(r) = e_r(r), \tag{28}$$

$$h_r(r) = -e_\varphi(r), \tag{29}$$

$$\chi = \frac{\omega}{c} \tag{30}$$

Тем самым мы получили монохроматическое решение системы уравнений (1-10). Переход к полихроматическому решению может быть выполнен с помощью преобразования Фурье. Очевидно, если решение существует в цилиндрической системе координат, то оно существует и в любой иной системе координат.

Таким образом, мы получили общее решение уравнений Максвелла в вакууме.

3. Потоки энергии

Плотность потока электромагнитной энергии – вектор Пойнтинга

$$S = \eta E \times H, \tag{1}$$

где

$$\eta = c/4\pi. \tag{2}$$

В цилиндрических координатах $r,\ \varphi,\ z$ плотность потока электромагнитной энергии имеет три компоненты $S_r,\ S_\varphi,\ S_z$, направленные вдоль радиуса, по окружности, вдоль оси соответственно. Они определяются по формуле

$$S=\begin{bmatrix} S_r \\ S_\varphi \\ S_z \end{bmatrix}=\eta(E\times H)=\eta\begin{bmatrix} E_\varphi H_z - E_z H_\varphi \\ E_z H_r - E_r H_z \\ E_r H_\varphi - E_\varphi H_r \end{bmatrix}. \qquad (4)$$

Из (2.12-2.17, 3.4) следует, что поток, проходящий через сечение данное сечение волны в данный момент времени,

$$\overline{S}=\begin{bmatrix} \overline{S_r} \\ \overline{S_\varphi} \\ \overline{S_z} \end{bmatrix}=\eta\iint\limits_{r,\varphi}\begin{bmatrix} s_r\cdot si^2 \\ s_\varphi\cdot si\cdot co \\ s_z\cdot si\cdot co \end{bmatrix}dr\cdot d\varphi. \qquad (5)$$

где

$$\begin{aligned} s_r &= (e_\varphi h_z - e_z h_\varphi) \\ s_\varphi &= (e_z h_r - e_r h_z). \\ s_z &= (e_r h_\varphi - e_\varphi h_r) \end{aligned} \qquad (6)$$

В приложении 1 показано, что $h_z(r)=0$, $e_z(r)=0$. Следовательно, $s_r=0,\ s_\varphi=0$, т.е. поток энергии распространяется только вдоль оси oz и равен

$$\overline{S}=\overline{S_z}=\eta\iint\limits_{r,\varphi}[s_z\cdot si\cdot co]dr\cdot d\varphi. \qquad (7)$$

Найдем s_z. Из (2.28, 2.29) получаем:

$$e_r h_\varphi = e_r^2, \qquad (8)$$

$$e_\varphi h_r = -e_\varphi^2. \qquad (9)$$

Из (7, 8, 9) получаем:

$$s_z=(e_r^2+e_\varphi^2). \qquad (10)$$

Таким образом,

$$\overline{S}=\eta\iint\limits_{r,\varphi}\left[(e_r^2+e_\varphi^2)\cdot si\cdot co\right]dr\cdot d\varphi. \qquad (11)$$

В приложении 2 показано, что при постоянной скорости c распространения волны из (11) следует

$$\overline{S}=\frac{\alpha c}{4\pi}(\cos(4\alpha\pi)-1)\int\limits_r\left((e_r^2+e_\varphi^2)dr\right). \qquad (12)$$

Поток (12) не зависит от $t,\ \varphi,\ z$. Главное, что эта величина не изменяется во времени, и это <u>соответствует закону сохранения энергии</u>.

4. Напряженности

Система уравнений (2.24-2.29) определена – имеется 6 уравнений для 4-х функций $e_r,\ e_\varphi,\ h_r,\ h_\varphi$ и двух скаляров $\alpha,\ \omega$. Рассматривая эту систему, можно заметить, что она эквивалентна двум уравнениям (2.24, 2.25) для функций $e_r,\ e_\varphi$. Две другие функции $h_r,\ h_\varphi$ определяются по (28, 29) и удовлетворяют уравнениям (26, 27).

Два дифференциальных уравнения (2.24, 2.25) могут быть решены при данных начальных условиях и данном α. Предварительно рассмотрим уравнения вида

$$\frac{Ay}{x} - y' = 0, \tag{1}$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$y = x^A, \tag{2}$$

Уравнения (2.24, 2.25) могут быть заменены уравнениями вида

$$\left(e_r + e_\varphi\right)' + \frac{\left(e_r + e_\varphi\right)}{r}(1-\alpha) = 0, \tag{3}$$

$$\left(e_r - e_\varphi\right)' - \frac{\left(e_r - e_\varphi\right)}{r}(1+\alpha) = 0, \tag{4}$$

В соответствии с (2) находим:

$$\left(e_r + e_\varphi\right) = r^{\alpha-1}, \tag{5}$$

$$\left(e_r - e_\varphi\right) = r^{\alpha+1}, \tag{6}$$

Отсюда следует:

$$e_r = \frac{1}{2}\left(r^{\alpha-1} + r^{\alpha+1}\right), \tag{7}$$

$$e_\varphi = \frac{1}{2}\left(r^{\alpha-1} - r^{\alpha+1}\right). \tag{8}$$

При этом

$$\left(e_r^2 + e_\varphi^2\right) = \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{2}\left(r^{\alpha-1} + r^{\alpha+1}\right)\right)^2 + \\ \left(\frac{1}{2}\left(r^{\alpha-1} - r^{\alpha+1}\right)\right)^2 \end{pmatrix} \tag{9}$$

или

$$\left(e_r^2+e_\varphi^2\right)=\left(r^{2(\alpha-1)}+r^{2(\alpha+1)}\right) \tag{10}$$

Из (10, 3.12) находим:

$$\overline{S}=\frac{\alpha c}{4\pi}\left(\cos(4\alpha\pi)-1\right)\int_r\left(r^{2(\alpha-1)}+r^{2(\alpha+1)}\right)dr\,. \tag{11}$$

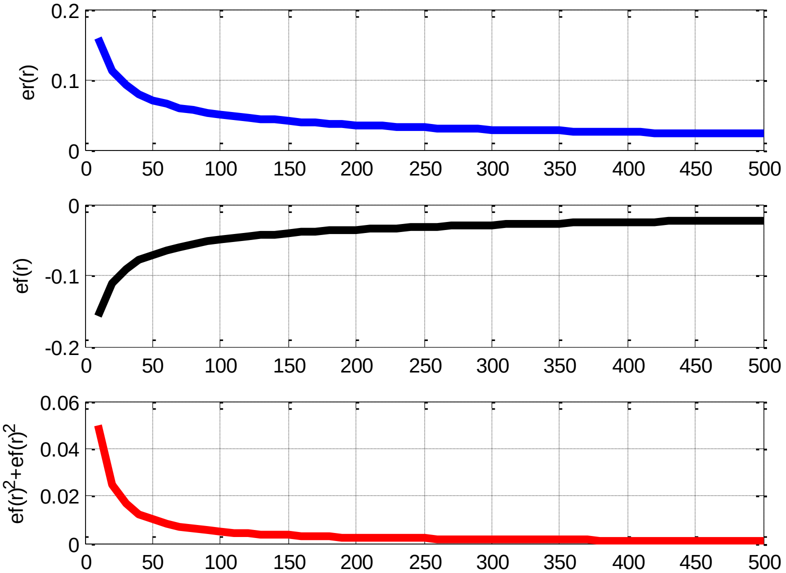

Fig.1. SecondSolMax.m

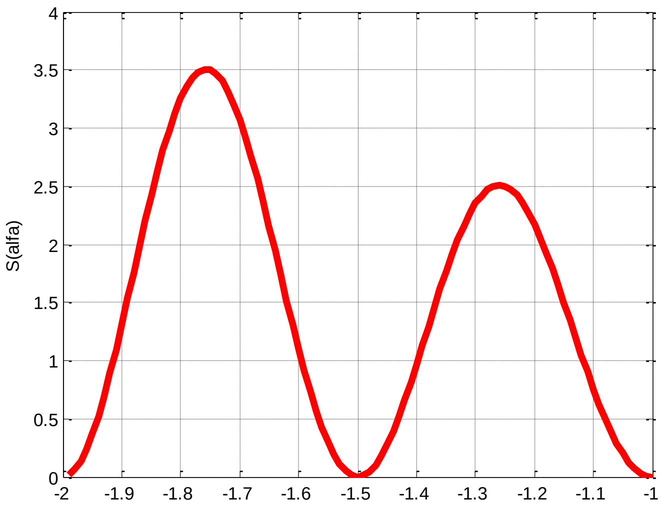

Fig.2. SecondSolMax.m

При $\alpha < -1$ функции (7, 8) являются убывающими по модулю. На рис. 1 показаны, например, графики функций (7, 8, 10) при $\alpha = -1.5$. При этом интеграл

$$S_{\text{int}} = \int_r \left(r^{2(\alpha-1)} + r^{2(\alpha+1)} \right) dr \to 0.0022$$

Величина ω должна быть задана, а величина α определяется при заданном потоке мощности. На рис. 2 показан график функции $S(\alpha) = \alpha(1 - \cos(4\alpha\pi))$.

На рис. 3 для демонстрации противофазности компонент волны (2.13-2.23) показаны функции

$$co = -\cos(\alpha\varphi + \chi z + \omega t),\ si = \sin(\alpha\varphi + \chi z + \omega t)$$

или эквивалентные им при $z = ct$ функции

$$co = -\cos\left(\alpha\varphi + \frac{2\omega}{c} z\right), \quad si = \sin\left(\alpha\varphi + \frac{2\omega}{c} z\right)$$

при $\varphi = 0,\ \dfrac{2\omega}{c} = 0.1$ в виде $co = -\cos(z), \quad si = \sin(z)$.

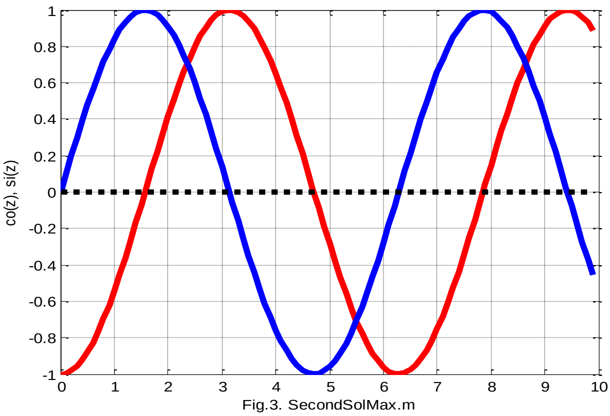

Fig.3. SecondSolMax.m

5. Обсуждение

Полученное решение описывает волну. Его основные отличия от известного решения состоят в следующем:

1. Мгновенный (а не средний по некоторому периоду) поток энергии **не** изменяется во времени, что соответствует закону сохранения энергии.
2. Поток энергии имеет положительное значение.
3. Магнитная и электрическая напряженности на некоторой оси координат $r,\ \varphi,\ z$ находятся в противофазе.

4. Решение для магнитных и электрических напряженностей является <u>вещественным</u>.
5. Решение существует при <u>постоянной скорости</u> распространения волны.

Приложение 1.

Рассматривается решение уравнений (2.1-2.10) в виде функций (2.13-2.23). Далее производные по r будем обозначать штрихами. Перепишем уравнения (2.1-2.10) с учетом (2.11, 2.12) в виде

$$\frac{e_r(r)}{r} + e_r'(r) - \frac{e_\varphi(r)}{r}\alpha - \chi \cdot e_z(r) = 0, \tag{1}$$

$$-\frac{1}{r} \cdot e_z(r)\alpha + e_\varphi(r)\chi = m_r(r), \tag{2}$$

$$-e_r(r)\chi - e_z'(r) = m_\varphi(r), \tag{3}$$

$$\frac{e_\varphi(r)}{r} + e_\varphi'(r) + \frac{e_r(r)}{r} \cdot \alpha = m_z(r), \tag{4}$$

$$\frac{h_r(r)}{r} + h_r'(r) - \frac{h_\varphi(r)}{r}\alpha - \chi \cdot h_z(r) = 0, \tag{5}$$

$$-\frac{1}{r} \cdot h_z(r)\alpha + h_\varphi(r)\chi = j_r(r), \tag{6}$$

$$-h_r(r)\chi - h_z'(r) = j_\varphi(r), \tag{7}$$

$$\frac{h_\varphi(r)}{r} + h_\varphi'(r) + \frac{h_r(r)}{r} \cdot \alpha - j_z(r) = 0, \tag{8}$$

$$j = \frac{\omega}{c} e \tag{9}$$

$$m = -\frac{\omega}{c} h \tag{10}$$

Умножим (8) на $(-\chi)$ и учтем (9). Тогда получим:

$$-\frac{\chi \cdot h_\varphi(r)}{r} - \chi \cdot h_\varphi'(r) - \frac{\chi \cdot h_r(r)}{r} \cdot \alpha + \frac{\chi\omega}{c} \cdot e_z(r) = 0, \tag{11}$$

или

$$-\frac{c\chi}{\omega}\frac{h_\varphi(r)}{r} - \frac{c\chi}{\omega}h_\varphi'(r) - \frac{c\chi}{\omega}\frac{h_r(r)}{r} \cdot \alpha + \chi \cdot e_z(r) = 0, \tag{12}$$

Сравнивая (1) и (12), замечаем, что они совпадают, если

$$\frac{c\chi}{\omega} h_\varphi(r) = e_r(r), \tag{13}$$

$$-\frac{c\chi}{\omega}h_r(r)=e_\varphi(r). \tag{14}$$

Важно отметить, что такое сравнение справедливо только при $e_z(r)\neq 0$. В уравнениях (13, 14) сделаем замену в соответствии с (9):

$$\chi h_\varphi(r)=j_r(r), \tag{15}$$

$$-\chi h_r(r)=j_\varphi(r). \tag{16}$$

Уравнения (15, 16) совпадают с (6, 7) при $h_z(r)=0$. Отсюда следует

<u>Лемма 1.</u> Система уравнений (1, 5-9) при $e_z(r)\neq 0$ совместима только при $h_z(r)=0$.

Рассмотрим теперь случай, когда $e_z(r)=0$. При этом в соответствии с (9) $j_z(r)=0$ и исходная система (1, 5-8) примет вид:

$$\frac{e_r(r)}{r}+e_r'(r)-\frac{e_\varphi(r)}{r}\alpha=0, \tag{17}$$

$$\frac{h_r(r)}{r}+h_r'(r)-\frac{h_\varphi(r)}{r}\alpha-\chi\cdot h_z(r)=0, \tag{18}$$

$$-\frac{1}{r}\cdot h_z(r)\alpha+h_\varphi(r)\chi=j_r(r), \tag{19}$$

$$-h_r(r)\chi-h_z'(r)=j_\varphi(r), \tag{20}$$

$$\frac{h_\varphi(r)}{r}+h_\varphi'(r)+\frac{h_r(r)}{r}\cdot\alpha=0, \tag{21}$$

Подставим (9) в (17). Тогда получим:

$$\frac{j_r(r)}{r}+j_r'(r)-\frac{j_\varphi(r)}{r}\alpha=0, \tag{22}$$

Подставим (19, 20) в (22). Тогда получим:

$$-\frac{1}{r^2}\cdot h_z(r)\alpha+\frac{1}{r}\cdot h_\varphi(r)\chi-\frac{1}{r}\cdot h_z'(r)\alpha+h_\varphi'(r)\chi-\left(-h_r(r)\chi-h_z'(r)\right)\frac{\alpha}{r}=0$$

или

$$-\frac{1}{r^2}\cdot h_z(r)\alpha+\frac{1}{r}\cdot h_\varphi(r)\chi+h_\varphi'(r)\chi+h_r(r)\frac{\chi\alpha}{r}=0 \tag{23}$$

$$\frac{h_\varphi(r)}{r}+h_\varphi'(r)+\frac{h_r(r)}{r}\cdot\alpha=0, \tag{21}$$

При этом для вычисления трех напряженностей получим три уравнения (19, 21, 23). Исключим $h_\varphi'(r)$ из (21, 23):

$$-\frac{1}{r^2}\cdot h_z(r)\alpha+\frac{1}{r}\cdot h_\varphi(r)\chi-\left(\frac{1}{r}\cdot h_\varphi(r)+h_r(r)\frac{\alpha}{r}\right)\chi+h_r(r)\frac{\chi\alpha}{r}=0$$

или $\frac{-1}{r^2}\cdot h_z(r)\alpha=0$ или $h_z(r)=0$. Таким образом, и при $j_z(r)=0$ должно соблюдаться условие $h_z(r)=0$. Отсюда следует

Лемма 2. Система уравнений (1, 5-9) при $e_z(r)=0$ совместима только при $h_z(r)=0$.

Из леммы 1 и леммы 2 следует

Лемма 3. Система уравнений (1, 5-9) совместима только при $h_z(r)=0$ и, в соответствии с (10), $m_z(r)=0$.

Аналогично, доказывается

Лемма 4. Система уравнений (1-5, 10) совместима только при $e_z(r)=0$ и, в соответствии с (9), $j_z(r)=0$.

Из леммы 3 и леммы 4 следует

Лемма 5. Система уравнений (1-10) совместима только при $h_z(r)=0$, $e_z(r)=0$, $m_z(r)=0$, $j_z(r)=0$.

Следовательно, исходная система уравнений (1-10) принимает вид:

$$\frac{e_r(r)}{r}+e_r'(r)-\frac{e_\varphi(r)}{r}\alpha=0, \tag{24}$$

$$e_\varphi(r)\chi=-\frac{\omega}{c}h_r(r), \tag{25}$$

$$-e_r(r)\chi=-\frac{\omega}{c}h_\varphi(r), \tag{26}$$

$$\frac{e_\varphi(r)}{r}+e_\varphi'(r)+\frac{e_r(r)}{r}\cdot\alpha=0, \tag{27}$$

$$\frac{h_r(r)}{r}+h_r'(r)-\frac{h_\varphi(r)}{r}\alpha=0, \tag{28}$$

$$h_\varphi(r)\chi=\frac{\omega}{c}e_r(r), \tag{29}$$

$$-h_r(r)\chi=\frac{\omega}{c}e_\varphi(r), \tag{30}$$

$$\frac{h_\varphi(r)}{r}+h_\varphi'(r)+\frac{h_r(r)}{r}\cdot\alpha=0. \tag{31}$$

Умножим уравнения (26, 29). Тогда получим:

$$-e_r(r)h_\varphi(r)\chi^2=-\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 e_r(r)h_\varphi(r)$$

или

$$\chi = \frac{\omega}{c} \qquad (32)$$

Подставляя (32) в (26, 29), получаем:

$$h_\varphi(r) = e_r(r), \qquad (33)$$

Таким образом, при условии (32) уравнения (26, 29) эквивалентны одному уравнению (36). Аналогичное соотношение следует из (25, 30):

$$h_r(r) = -e_\varphi(r), \qquad (34)$$

Итак, система уравнений (24-31) эквивалентна системе уравнений (24, 27, 28, 31-34).

Приложение 2.

В (3.11) показано, что поток энергии, проходящий через сечение волны,

$$\overline{S} = \eta \iint_{r,\varphi} \left[\left(e_r^2 + e_\varphi^2\right) \cdot si \cdot co \right] dr \cdot d\varphi . \qquad (1)$$

Пусть скорость распространения волны постоянна и равна с. Тогда

$$z = ct . \qquad (2)$$

Тогда из (2, 2.11, 2.12, 2.30) получаем:

$$co = -\cos(\alpha\varphi + \chi z + \omega t) = -\cos\left(\alpha\varphi + \frac{2\omega}{c} z\right) \qquad (3)$$

и, аналогично,

$$si = \sin\left(\alpha\varphi + \frac{2\omega}{c} z\right). \qquad (4)$$

Имея в виду (3, 4), перепишем (1) в виде:

$$\overline{S} = \frac{-1}{2} \eta \iint_{r,\varphi} \left[\left(e_r^2 + e_\varphi^2\right) \sin\left(2\left(\alpha\varphi + \frac{2\omega}{c} z\right)\right)\right] dr d\varphi . \qquad (5)$$

При z=0 на оси oz имеем:

$$\overline{S} = \frac{-1}{2} \eta \iint_{r,\varphi} \left[\left(e_r^2 + e_\varphi^2\right) \sin(2\alpha\varphi) \right] dr d\varphi . \qquad (6)$$

Далее из (6) находим:

$$\overline{S} = -\frac{\eta}{2} \int_r \left(\left(e_r^2 - e_\varphi^2\right) \left(\int_\varphi \sin(2\alpha\varphi) d\varphi \right) dr \right). \qquad (7)$$

Имеем:

$$\int_{\varphi}\sin(2\alpha\varphi)d\varphi=\int_{0}^{2\pi}\sin(2\alpha\varphi)d\varphi=\Big|_{0}^{2\pi}(-2\alpha\cos(2\alpha\varphi))= \\ =-2\alpha(\cos(4\pi\alpha)-1)=2\alpha(1-\cos(4\pi\alpha)) \quad (8)$$

Из (7, 8) получаем:

$$\overline{S}=-\alpha\eta(1-\cos(4\alpha\pi))\int_{r}\left(\left(e_r^2+e_\varphi^2\right)dr\right). \quad (9)$$

Подставляя сюда (3.2), окончательно получаем:

$$\overline{S}=\frac{\alpha c}{4\pi}(\cos(4\alpha\pi)-1)\int_{r}\left(\left(e_r^2+e_\varphi^2\right)dr\right). \quad (10)$$

Очевидно, при любом выборе точки z=0 на оси oz последнее соотношение сохраняется.

Литература

1. Канн К.Б. Электродинамика. Электромагнитные волны, http://electrodynamics.narod.ru/em-waves.html
2. Ток смещения и система уравнений Максвелла, http://www.webpoliteh.ru/subj/dinamo/767-25-tok-smeshheniya-i-sistema-uravnenij-maksvella.html
3. Розанов Н.Н. Специальные разделы математической физики. Часть 3. Электромагнитные волны в вакууме. ИТМО. Санкт-Петербург, 2005.