

# Концепция скалярно-векторного потенциала в электродинамике и её практическое значение

Ф. Ф. Менде

Физико-технический институт низких температур имени Б. И. Веркина НАН Украины

Бытует мнение, что основной заслугой Максвелла в электродинамике является введения понятия тока смещения и вихревых полей, что дало возможность записать волновые уравнения для электромагнитных волн. Следует отметить, что в трактате вводится не только ток смещения и вихревые поля, но и векторный потенциал магнитного поля, что является не менее важной заслугой, чем введение указанных понятий. Во времена Максвелла не было того аппарата векторного исчисления, которым пользуются сегодня, и свои уравнения он записывал в кватернионной форме, используя для записи уравнений индукции субстанциональную (полную) производную. Использование этой производной требует учёта не только локальных частных производных по времени, но и её конвективной составляющей, которая связана с движением системы отсчёта, в которой определяются поля. Именно эту составляющую и опустили Герц и Хевисайд, записав уравнения электродинамики в частных производных. В таком искажённом виде эти уравнения и дошли до нас, и их принято считать уравнениями Максвелла, хотя это и не так. И если бы они этого не сделали, то развитие электродинамики могло пойти по другому пути. Основным уравнением индукции, на который опирается Максвелл в своём трактате, является закон индукции Фарадея, который вводит понятие магнитного потока. Этот закон записывается в полных производных и указывает на то, каким образом изменение магнитного поля приводит к возникновению электрических полей в неподвижной и движущейся системе отсчёта. Но до Максвелла и в его время отсутствовал закон симметричный закону индукции Фарадея, который указывал на то, каким образом изменение электрических полей приводит к появлению магнитных полей. Такой закон в то время установить не представлялось возможным по причине малой чувствительности измерительных приборов. Поэтому в трактате Максвелла решена только половина вопросов, касающихся законов индукции. Более того, поскольку Максвеллом не были записаны оба симметричных закона, он не смог установить те следствия, которые из такой симметрии следуют. Оказалось, что дальнейшее развитие идей Максвелла об использовании при записи законов индукции субстанциональной производной приводит к новому результату, который заключается в том, что скалярный потенциал заряда зависит от его скорости. Учёт такой зависимости даёт возможность ввести новое понятие скалярно-векторного потенциала. Более того, оказывалось, что зависимость скалярного потенциала от скорости является основой всех динамических законов электродинамики, которые связаны с движением зарядов. Данная статья обобщает результаты работ, посвящённые указанной тематике.

Ключевые слова: уравнения Максвелла, закон Ампера, Закон Фарадея, законы индукции, скалярный потенциал, векторный потенциал, субстанциональная производная.

## 1. Введение

Трактат Максвелла [1] является бесценным наследием для физики, но многие учёные его просто не читали и поэтому не понимают всей его значимости. Более того, последователи Максвелла Герц и Хевисайд, переписав уравнения индукции в частных производных, исказили наследие гениального мыслителя [2]. В таком виде эти уравнения и дошли до нас, и их принято считать уравнениями Максвелла, хотя это и не так. Бытует мнение, что основной заслугой Максвелла является введение понятия тока смещения и вихревых полей, что дало возможность записать волновые уравнения для электромагнитных волн. Длительное время трактат Максвелла не находил поддержки среди ведущих специалистов в области электродинамики того времени и только экспериментальное открытие Герцем электромагнитных волн поставило точку в этом вопросе. Следует отметить, что в трактате вводится не только ток смещения, но и векторный потенциал магнитного поля, что является не менее важной заслугой, чем введение тока смещения. Но мы остановимся на одном факте в трактате, который на сегодняшний день практически полностью забыт, и который имеет не менее важное значение, чем введение тока смещения и векторного потенциала. Во времена Максвелла не было того аппарата векторного исчисления, которым пользуются сегодня, и свои уравнения он записывал в кватернионной форме, требующей использования для записи уравнений индукции субстанционально (полной) производной. Использование этой производной требует учёта не только локальных частных производных по времени, но и её конвективной составляющей, которая связана с движением системы отсчёта, в которой определяются поля. Именно эту составляющую и опустили Герц и Хевисайд, записав уравнения электродинамики в частных производных. И если бы они этого не сделали, то развитие электродинамики могло пойти по другому пути.

Основным уравнением индукции, на который опирается Максвелл в своём трактате, является закон индукции Фарадея (будем его называть законом магнитоэлектрической индукции, т.к. возникновение электрических полей обязано изменениям магнитных полей), который вводит понятие магнитного потока. Этот закон также записывается в полных производных и указывает на то, каким образом изменение магнитного поля приводит к возникновению электрических полей в неподвижной и движущейся системе отсчёта. Но до Максвелла и в его время отсутствовал закон симметричный закону индукции Фарадея, который указывал на то, каким образом изменение электрических полей приводит к появлению магнитных полей. Такой закон в то время установить не

представлялось возможным по причине малой чувствительности измерительных приборов. Поэтому в трактате Максвелла решена только половина вопросов, касающихся законов индукции. Более того, поскольку Максвеллом не были записаны оба симметричных закона, он не смог установить те следствия, которые из такой симметрии следуют. Опыт Роуланда, проведенный в 1876, доказал, что конвекционный ток свободных зарядов в движущемся проводнике по своему магнитному действию тождествен току проводимости в неподвижном проводнике. Этот опыт показал, что должен существовать закон электромагнитной индукции, симметричный закону Фарадея. Но это важное обстоятельство и его следствия до появления работы [3] в научной литературе не обсуждалось. Оказалось, что дальнейшее развитие идей Максвелла об использовании субстанциональной производной при записи законов индукции приводит к новому результату, который заключается в том, что скалярный потенциал заряда зависит от его скорости [4-7]. Учёт этой зависимости даёт возможность ввести новое понятие скалярно-векторного потенциала. Более того, оказывалось, что зависимость скалярного потенциала от скорости является основой всех динамических законов электродинамики, которые связаны с движением зарядов. Концепция скалярно-векторного потенциала является той основой, которая объединяет две разрозненные части электродинамики, делая её единой стройной наукой. Данная статья обобщает результаты работ, посвящённые указанной тематике.

## **2. Динамические потенциалы и поля движущихся зарядов**

Новые идеи не возникают на пустом месте, их появлению предшествует накопление и осмысление ранее полученных результатов. Классическая электродинамика состоит из двух, не связанных между собой частей [8,9]. С одной стороны это уравнения Максвелла, определяющие волновые процессы в материальных средах, с другой стороны - силовое взаимодействие токонесущих систем, которое определяет сила Лоренца. Сила Лоренца ещё со времён Лоренца и Пуанкаре вводится как экспериментальный постулат и её физическая природа не ясна [10-11]. То, что эти две части электродинамики до сих пор не были объединены в рамках единой теории, говорит о том, что классическую электродинамику пока нельзя считать завершённой физической теорией. Нельзя не отметить тот факт, что с физической точки зрения существование силы Лоренца вызывает недоумение. Мы не знаем ни одного закона механики, когда на тело, движущееся

равномерно и прямолинейно, действует сила, направленная нормально к направлению движения, и эта сила зависит от скорости тела. Следует полагать, что с физической точки зрения это какой-то новый закон, выходящий за рамки существующих понятий.

Законы индукции, записанные с использованием субстанциональной производной имеют симметричный вид [3-9]:

$$\begin{aligned} \oint \vec{E}' dl' &= - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s} + \oint [\vec{v} \times \vec{B}] dl' \\ \oint \vec{H}' dl' &= \int \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{s} - \oint [\vec{v} \times \vec{D}] dl' \end{aligned} \quad (2.1)$$

или

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{E}' &= - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \text{rot} [\vec{v} \times \vec{B}] \\ \text{rot} \vec{H}' &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} - \text{rot} [\vec{v} \times \vec{D}] \end{aligned} \quad (2.2)$$

В этих соотношениях:  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  - электрическое и магнитное поле,  $\vec{D}$  и  $\vec{B}$  - электрическая и магнитная индукция,  $\vec{v}$  - относительная скорость между штрихованной и исходной системой отсчёта (ИСО).

И если запись закона магнитоэлектрической индукции (закона Фарадея) в соотношениях (2.1) можно встретить в существующей литературе [12], то запись закона электромагнитной индукции (в соотношениях (2.1) это второе уравнение) до появления работы [3] не была известна.

Для постоянных полей преобразования (2.2) имеют вид:

$$\begin{aligned} \vec{E}' &= [\vec{v} \times \vec{B}] \\ \vec{H}' &= - [\vec{v} \times \vec{D}] \end{aligned} \quad (2.3)$$

В соотношениях (2.1-2.3), предполагающих справедливость преобразований Галилея, штрихованные и не штрихованные величины представляют поля в движущейся и неподвижной ИСО соответственно. Следует отметить, что преобразования (2.3) ранее

можно было получить только из преобразований Лоренца. Как видно в первом приближении они совпадают с результатами специальной теории относительности (СТО).

Соотношения (2.3) свидетельствуют о том, что в случае относительного движения систем отсчета, между полями  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  существует перекрестная связь, т.е. движение в полях  $\vec{H}$  приводит к появлению полей  $\vec{E}$  и наоборот. Из этих соотношений вытекают дополнительные следствия, которые впервые были рассмотрены в работе [3].

Электрическое поле  $E = \frac{g}{2\pi\epsilon r}$  за пределами заряженного длинного стержня, на единицу длины которого приходится погонный заряд  $g$ , убывает по закону  $\frac{1}{r}$ , где  $r$  - расстояние от оси стержня до точки наблюдения.

Если параллельно оси в поле  $E$  начать двигать со скоростью  $\Delta v$  другую ИСО, то в ней появится дополнительное магнитное поле  $\Delta H = \epsilon E \Delta v$ . Если теперь по отношению к уже движущейся ИСО начать двигать третью систему отсчета со скоростью  $\Delta v$ , то уже за счет движения в поле  $\Delta H$  появится добавка к электрическому полю  $\Delta E = \mu \epsilon E (\Delta v)^2$ . Данный процесс можно продолжать и далее, в результате чего может быть получен ряд, дающий величину электрического поля  $E'_v(r)$  в движущейся ИСО при достижении скорости  $v = n\Delta v$ , когда  $\Delta v \rightarrow 0$ , а  $n \rightarrow \infty$ . В конечном итоге в движущейся ИСО величина динамического электрического поля окажется больше, чем в исходной и определится соотношением:

$$E'(r, v_{\perp}) = \frac{gch \frac{v_{\perp}}{c}}{2\pi\epsilon r} = Ech \frac{v_{\perp}}{c}.$$

Если речь идет об электрическом поле одиночного заряда  $e$ , то его электрическое поле будет определяться соотношением:

$$E'(r, v_{\perp}) = \frac{ech \frac{v_{\perp}}{c}}{4\pi\epsilon r^2}, \quad (2.4)$$

где  $v_{\perp}$  - нормальная составляющая скорости заряда к вектору, соединяющему движущийся заряд и точку наблюдения.

Выражение для скалярного потенциала, создаваемого движущимся зарядом, для этого случая запишется следующим образом:

$$\varphi'(r, v_{\perp}) = \frac{ech \frac{v_{\perp}}{c}}{4\pi\epsilon r} = \varphi(r)ch \frac{v_{\perp}}{c}, \quad (2.5)$$

где  $\varphi(r)$  - скалярный потенциал неподвижного заряда. Потенциал  $\varphi'(r, v_{\perp})$  может быть назван скалярно-векторным, т.к. он зависит не только от абсолютной величины заряда, но и от скорости и направления его движения по отношению к точке наблюдения. Не трудно видеть, что полученное соотношение с точностью до квадратичных членов разложения соответствующих функций в ряд совпадает с результатами СТО, в которой скалярный потенциал определяется соотношением [13].

$$\varphi'(r, v) = \frac{\varphi(r)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Применяя для вычисления преобразования магнитных полей тот же метод, получаем:

$$H'(v_{\perp}) = Hch \frac{v_{\perp}}{c}.$$

где  $v_{\perp}$  есть скорость ИСО нормальная к направлению магнитного поля.

Если применить полученные результаты к электромагнитной волне и обозначить компоненты полей параллельные скорости ИСО, как  $E_{\uparrow}$  и  $H_{\uparrow}$ , а  $E_{\perp}$  и  $H_{\perp}$ , как компоненты нормальные к ней, то при преобразовании полей компоненты, параллельные скорости не изменятся, а компоненты, нормальные направлению скорости преобразуются по правилу.

$$\begin{aligned} \vec{E}'_{\perp} &= \vec{E}_{\perp} ch \frac{v}{c} + \frac{v}{c} \vec{v} \times \vec{B}_{\perp} sh \frac{v}{c}, \\ \vec{B}'_{\perp} &= \vec{B}_{\perp} ch \frac{v}{c} - \frac{1}{vc} \vec{v} \times \vec{E}_{\perp} sh \frac{v}{c}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

где  $c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}}$  – скорость света.

Преобразования полей (2.6) были впервые получены в работе [3]. Итерационный метод, используемый для получения приведенных преобразований, нельзя считать строгим, поскольку не ясна его сходимос

Более строгий вывод можно получить в матричной форме [14].

Рассмотрим совокупность ИСО таких, что ИСО  $K_1$  движется со скоростью  $\Delta v$  относительно ИСО  $K$ , ИСО  $K_2$  движется с такой же скоростью  $\Delta v$  относительно  $K_1$  и т.д. Если модуль скорости  $\Delta v$  мал (по сравнению со скоростью света  $c$ ), то для поперечных составляющих полей в ИСО  $K_1, K_2, \dots$  имеем:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{1\perp} &= \vec{E}_\perp + \Delta\vec{v} \times \vec{B}_\perp & \vec{B}_{1\perp} &= \vec{B}_\perp - \Delta\vec{v} \times \vec{E}_\perp / c^2 \\ \vec{E}_{2\perp} &= \vec{E}_{1\perp} + \Delta\vec{v} \times \vec{B}_{1\perp} & \vec{B}_{2\perp} &= \vec{B}_{1\perp} - \Delta\vec{v} \times \vec{E}_{1\perp} / c^2 \end{aligned} \quad (2.7)$$

и т. д. При переходе к каждой следующей ИСО поля получают приращения  $\Delta\vec{E}$  и  $\Delta\vec{B}$

$$\Delta\vec{E} = \Delta\vec{v} \times \vec{B}_\perp, \quad \Delta\vec{B} = -\Delta\vec{v} \times \vec{E}_\perp / c^2 \quad (2.8)$$

где поля  $\vec{E}_\perp$  и  $\vec{B}_\perp$  относятся к текущей ИСО. Направляя декартову ось  $x$  вдоль  $\Delta\vec{v}$ , перепишем (2.8) в компонентах вектора

$$\Delta E_y = -B_z \Delta v, \quad \Delta E_z = B_y \Delta v, \quad \Delta B_y = E_z \Delta v / c^2 \quad (2.9)$$

Соотношение (2.9) можно представить в матричной форме

$$\Delta U = AU \Delta v \quad U = \begin{pmatrix} E_y \\ E_z \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix}$$

Если предположить, что скорость системы суммируется по классическому закону сложения скоростей, т.е. скорость конечной ИСО  $K' = K_N$  относительно исходной  $K$  есть  $v = N\Delta v$ , то получим матричную систему дифференциальных уравнений

$$\frac{dU(v)}{dv} = AU(v) \quad (2.10)$$

С независимой от скорости  $v$  матрицей системы  $A$ . Решение системы выражается через матричную экспоненту  $\exp(vA)$ :

$$U' \equiv U(v) = \exp(vA)U, \quad U = U(0) \quad (2.11)$$

Здесь  $U$  - матрица-столбец полей в системе  $K$ , а  $U'$  - матрица-столбец полей в системе  $K'$ . Подставляя (2.11) в систему (2.10), убеждаемся, что  $U'$  действительно является решением системы (2.10):

$$\frac{dU(v)}{dv} = \frac{d[\exp(vA)]}{dv}U = A\exp(vA)U = AU(v)$$

Остаётся найти эту экспоненту разложением её в ряд:

$$\exp(va) = E + vA + \frac{1}{2!}v^2A^2 + \frac{1}{3!}v^3A^3 + \frac{1}{4!}v^4A^4 + \dots$$

где  $E$  - единичная матрица размером  $4 \times 4$ . Для этого удобно записать матрицу  $A$  в блочной форме

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -\alpha \\ \alpha/c^2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad 0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Тогда

$$A^2 = \begin{pmatrix} -\alpha^2/c^2 & 0 \\ 0 & -\alpha/c^2 \end{pmatrix}, \quad A^3 = \begin{pmatrix} 0 & \alpha^3/c^2 \\ -\alpha^3/c^4 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A^4 = \begin{pmatrix} \alpha^4/c^4 & 0 \\ 0 & \alpha^4/c^4 \end{pmatrix}, \quad A^5 = \begin{pmatrix} 0 & -\alpha^5/c^4 \\ \alpha^5/c^6 & 0 \end{pmatrix} \dots$$

И элементы матричной экспоненты имеют вид

$$[\exp(vA)]_{11} = [\exp(vA)]_{22} = I - \frac{v^2}{2!c^2} + \frac{v^4}{4!c^4} - \dots,$$

$$[\exp(vA)]_{21} = -c^2 [\exp(vA)]_{12} = \frac{\alpha}{c} \left( \frac{v}{c} I - \frac{v^3}{3!c^3} + \frac{v^5}{5!c^5} - \dots \right),$$

где  $I$  - единичная матрица  $2 \times 2$ . Нетрудно видеть, что  $-\alpha^2 = \alpha^4 = -\alpha^6 = \alpha^8 = \dots = I$ , поэтому окончательно получаем

$$\exp(vA) = \begin{pmatrix} Ich v/c & -c\alpha sh v/c \\ (\alpha sh v/c)/c & Ich v/c \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} ch v/c & 0 & 0 & -csh v/c \\ 0 & ch v/c & csh v/c & 0 \\ 0 & (ch v/c)/c & ch v/c & 0 \\ -(sh v/c)/c & 0 & 0 & ch v/c \end{pmatrix}$$

Теперь возвращаемся к (2.11) и подставляя туда  $\exp(vA)$ , находим

$$E'_y = E_y ch v/c - cB_z sh v/c, \quad E'_z = E_z ch v/c + cB_y sh v/c,$$

$$B'_y = B_y ch v/c + (E_z/c) sh v/c, \quad B'_z = B_z ch v/c - (E_y/c) sh v/c,$$

Или в векторной записи

$$\vec{E}'_{\perp} = \vec{E}_{\perp} ch \frac{v}{c} + \frac{v}{c} \vec{v} \times \vec{B}_{\perp} sh \frac{v}{c},$$

$$\vec{B}'_{\perp} = \vec{B}_{\perp} ch \frac{v}{c} - \frac{1}{vc} \vec{v} \times \vec{E}_{\perp} sh \frac{v}{c},$$
(2.12)

Это и есть преобразования (2.6)

## 1. Фазовая абберация и поперечный эффект Доплера

Классическая электродинамика не может объяснить явление фазовой абберации электромагнитных волн. Это явление можно объяснить при помощи преобразований (2.6). Будем считать, что имеются компоненты плоской волны  $H_z$  и  $E_x$ , распространяющейся в направлении  $y$ , а штрихованная система движется в направлении оси  $x$  со скоростью  $v_x$ . Тогда компоненты полей в штрихованной системе координат в соответствии с соотношениями (2.6) запишутся:

$$\begin{aligned}
E'_x &= E_x, \\
E'_y &= H_z sh \frac{v_x}{c}, \\
H'_z &= H_z ch \frac{v_x}{c}.
\end{aligned}$$

Таким образом, имеется неоднородная волна, имеющая в направлении распространения компоненту  $E'_y$ .

Запишем суммарное поле  $E'$  в движущейся ИСО:

$$E' = \left[ (E'_x)^2 + (E'_y)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = E_x ch \frac{v_x}{c}. \quad (3.1)$$

Если вектор  $\vec{H}'$  по-прежнему ортогонален оси  $y$ , то вектор  $\vec{E}'$  теперь наклонен к ней на угол  $\alpha$ , определяемый соотношением:

$$\alpha \cong sh \frac{v}{c} \cong \frac{v}{c}. \quad (3.2)$$

Это и есть фазовая абберрация. Именно на такой угол приходится наклонять телескоп по ходу движения Земли вокруг Солнца, чтобы наблюдать звезды, находящиеся в действительности в зените.

Вектор Пойнтинга теперь также направлен уже не по оси  $y$ , а находясь в плоскости  $xy$ , наклонен к оси  $y$  на угол, определяемый соотношениями (3.2). Отношение же абсолютных величин векторов  $\vec{E}'$  и  $\vec{H}'$  в обеих системах остались одинаковыми. Однако абсолютная величина самого вектора Пойнтинга увеличилась. Таким образом, даже поперечное движение инерциальной системы по отношению к направлению распространения волны увеличивает ее энергию в движущейся системе. С физической точки зрения это явление понятно. Можно привести пример с дождевыми каплями. Когда они падают вертикально, то энергия у них одна. Но в инерциальной системе, двигающейся нормально к вектору их скорости, к этой скорости добавляется вектор скорости инерциальной системы. При этом абсолютная величина скорости капель в инерциальной

системе будет равна корню квадратному из суммы квадратов указанных скоростей. Такой же результат дает нам и соотношение (3.1).

Нетрудно показать, что, если поляризация электромагнитной волны изменится, то результат останется прежним. Преобразования по отношению к векторам  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  симметричны, единственным отличием будет то, что теперь получится волна, у которой появится в направлении распространения компонента  $H'_y$ .

Такие волны имеют в направлении своего распространения дополнительные вектора электрического или магнитного поля, и в этом они похожи на  $E$  и  $H$  волны, распространяющиеся в волноводах. В данном случае такая волна, у которой фазовый фронт наклонен к вектору Пойнтинга на угол, определяемый соотношением (3.2), возникает в свободном пространстве. Полученная волна является суперпозицией плоской

волны с фазовой скоростью  $c = \sqrt{\frac{1}{\mu\epsilon}}$  и д волны, имеющую бесконечную фазовую скорость, и ортогональную к направлению распространения плоской волны.

Поперечный эффект Доплера, который обсуждается давно, до сих пор не нашел своего уверенного экспериментального подтверждения. Для наблюдения звезды из движущейся ИСО необходимо наклонять телескоп по ходу движения на угол, определяемый соотношением (3.2). Но в данном случае звезда, наблюдаемая при помощи телескопа в зените, будет в действительности находиться несколько позади видимого положения. Ее угловое смещение от видимого положения при этом будет определяться соотношением (3.2). Но это будет означать, что такая звезда по отношению к наблюдателю имеет радиальную составляющую скорости, определяемую соотношением

$$v_r = v \sin \alpha$$

Поскольку для малых значений углов  $\sin \alpha \cong \alpha$ , а  $\alpha = \frac{v}{c}$ , то доплеровский сдвиг частоты составит

$$\omega_{d\perp} = \omega_0 \frac{v^2}{c^2}. \quad (3.3)$$

Данный результат численно совпадает с результатами СТО, но он принципиально отличается от её результатов тем, что в СТО считается, что поперечный эффект Доплера, определяемый соотношением (3.3), существует на самом деле, в то время как в данном случае это только кажущийся эффект. Если сравнить результаты преобразований полей (3.5) с преобразованиями СТО, то нетрудно увидеть, что они совпадают с точностью до квадратичных членов отношения скорости движения заряда к скорости света.

#### **4. Силовое взаимодействие токонесущих систем, униполярная индукция и пондеромоторные силы**

В общепринятой форме уравнения Максвелла не содержат в себе информации о силовом взаимодействии токонесущих систем. В классической электродинамике для расчета такого взаимодействия используют закон Ампера. При этом нужно рассчитать магнитное поле в заданной области пространства, а затем, используя силу Лоренца находить силы, действующие на заряды. При таком подходе неясным остается вопрос о том, к чему приложены силы реакции по отношению к тем силам, которые действуют на движущиеся заряды.

Концепция магнитного поля возникла в значительной степени благодаря наблюдениям за силовым взаимодействием токонесущих и намагниченных систем. Особенно показательным является опыт с железными опилками, которые выстраиваются около полюсов магнита или вокруг кольцевого витка с током в четкие геометрические фигуры. Эти фигуры и послужили поводом для введения такого понятия, как силовые линии магнитного поля. При любом силовом взаимодействии, в соответствии с третьим законом Ньютона, всегда существует равенство сил действия и противодействия, а также всегда имеются те элементы силовой системы, к которым эти силы приложены. Большим недостатком концепции магнитного поля является то, что она не даёт ответа на этот вопрос, т.к. магнитное поле выступает как самостоятельная субстанция, с которой и происходит взаимодействие движущихся зарядов.

Экспериментально известно, что силы взаимодействия в токонесущих системах приложены к тем проводникам, движущиеся заряды которых создают магнитное поле. Однако в существующей концепции силового взаимодействия таких систем, основанной

на понятиях магнитного поля и силы Лоренца, положительно заряженная решетка не участвует в формировании сил взаимодействия. То, что положительно заряженные ионы принимают непосредственное участие в силовых процессах, говорит уже тот факт, что в процессе сжатия плазмы, при протекании через нее постоянного тока происходит сжатие и ионов (так называемый пинч-эффект).

Рассмотрим этот вопрос на основе концепции скалярно-векторного потенциала [8-9]. Будем считать, что скалярно-векторный потенциал одиночного заряда определяется соотношением (2.6), и что электрические поля, создаваемые этим потенциалом, действуют на все окружающие заряды, в том числе и на заряды положительно заряженной решетки.

Рассмотрим с этих позиций силовое взаимодействие между двумя параллельными проводниками (рис. 1), по которым текут токи. Будем считать, что  $g_1^+$ ,  $g_2^+$  и  $g_1^-$ ,  $g_2^-$  представляют соответственно неподвижные и движущиеся погонные (приходящиеся на единицу длины проводника) заряды.

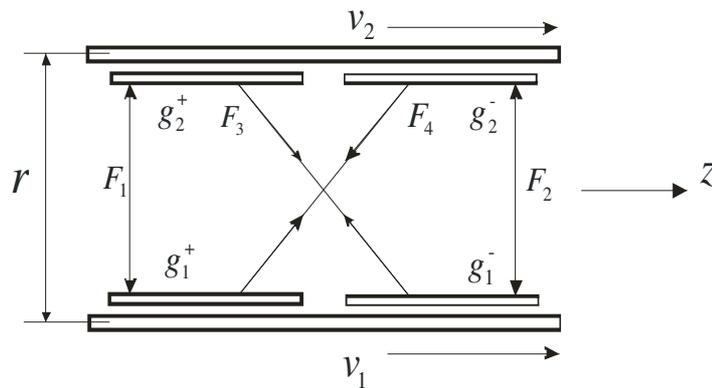


Рис. 1. Схема силового взаимодействия токонесущих проводов двухпроводной линии с учетом положительно заряженной решетки.

Заряды  $g_1^+$ ,  $g_2^+$  представляют положительно заряженную решетку в нижнем и верхнем проводниках. Будем также считать, что оба проводника до начала движения зарядов являются электронейтральными, т.е. в проводниках имеется две системы вложенных разноименных зарядов с удельной плотностью на  $g_1^+$ ,  $g_1^-$  и  $g_2^+$ ,  $g_2^-$ ,

которые равны по абсолютной величине и которые нейтрализуют друг друга. На рис. 1 эти системы для большего удобства рассмотрения сил взаимодействия раздвинуты по оси  $z$ . Подсистемы с отрицательным зарядом (электроны) могут двигаться со скоростями  $v_1$  и  $v_2$ . Силу взаимодействия между нижним и верхним проводниками будем искать в виде суммы четырех сил, обозначение которых понятно из рисунка. Силы отталкивания  $F_1$  и  $F_2$  будем брать со знаком минус, а силы притяжения  $F_3$  и  $F_4$  будем брать со знаком плюс.

Для единичного участка двухпроводной линии силы, действующие между отдельными подсистемами, запишутся

$$\begin{aligned}
 F_1 &= -\frac{g_1^+ g_2^+}{2\pi\epsilon r}, \\
 F_2 &= -\frac{g_1^- g_2^-}{2\pi\epsilon r} ch \frac{v_1 - v_2}{c}, \\
 F_3 &= +\frac{g_1^- g_2^+}{2\pi\epsilon r} ch \frac{v_1}{c}, \\
 F_4 &= +\frac{g_1^+ g_2^-}{2\pi\epsilon r} ch \frac{v_2}{c}.
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Складывая силы, получим величину суммарной силы, приходящейся на единицу длины проводника,

$$F_\Sigma = \frac{g_1 g_2}{2\pi\epsilon r} \left( ch \frac{v_1}{c} + ch \frac{v_2}{c} - ch \frac{v_1 - v_2}{c} - 1 \right). \tag{4.2}$$

В данном выражении в качестве  $g_1$  и  $g_2$  взяты абсолютные величины погонных зарядов, а знаки сил учтены в выражении в скобках. Для случая  $v \ll c$ , возьмем только

два первых члена разложения в ряд  $ch \frac{v}{c}$ , т.е. будем считать, что  $ch \frac{v}{c} \cong 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$ . Из

соотношения (4.2) получаем

$$F_{\Sigma 1} = \frac{g_1 v_1 g_2 v_2}{2\pi \epsilon c^2 r} = \frac{I_1 I_2}{2\pi \epsilon c^2 r}, \quad (4.3)$$

где в качестве  $g_1$  и  $g_2$  взяты абсолютные величины удельных зарядов, а  $v_1$  и  $v_2$  берутся со своими знаками.

Поскольку магнитное поле прямого провода, по которому течёт ток  $I$ , определяем соотношением

$$H = \frac{I}{2\pi r},$$

то из соотношения (4.3) получаем:

$$F_{\Sigma 1} = \frac{I_1 I_2}{2\pi \epsilon c^2 r} = \frac{H_1 I_2}{\epsilon c^2} = I_2 \mu H_1,$$

где  $H_1$  - магнитное поле, создаваемое током  $I_1$ , текущем в нижнем проводнике, в области верхнего проводника.

Аналогично

$$F_{\Sigma 1} = I_1 \mu H_2,$$

где  $H_2$  - магнитное поле, создаваемое верхним проводником в области нижнего проводника. Таким образом сила взаимодействия, вычисленная с применением магнитного поля равна

$$F_{\Sigma 1} = \frac{I_1 I_2}{2\pi \epsilon c^2 r}$$

Эти соотношения совпадают с соотношением (4.3).

Таким образом, соотношение (4.3) представляет закон Ампера для токонесущих систем, но получено оно не феноменологическим путем на основании введения феноменологического магнитного поля, а на основе вполне понятных физических процедур, в предположении того, что скалярный потенциал заряда зависит от скорости. В формировании сил взаимодействия в данном случае непосредственное участие принимает

решетка, чего нет в модели магнитного поля. В рассмотренной модели определены места приложения сил. В рассмотренном случае взят только первый член разложения в ряд  $ch \frac{v}{c}$ . Для скоростей  $v \sim c$  следует брать все члены разложения. Этим предлагаемый метод отличается от метода расчёта силовых взаимодействий на основе концепции магнитного поля. Если учесть это обстоятельство, то связь между силами взаимодействия и скоростями зарядов оказывается нелинейной. Это, в частности, приводит к тому, что закон силового взаимодействия токнесущих систем является асимметричным. При одинаковых значениях токов, но при разных их направлениях, силы притяжения и отталкивания становятся неодинаковыми. Силы отталкивания оказываются большими, чем силы притяжения. Эта разница невелика и определяется выражением

$$\Delta F = \frac{v^2}{2c^2} \frac{I_1 I_2}{2\pi \epsilon c^2 \epsilon},$$

но при скоростях носителей зарядов близких к скорости света она может оказаться вполне ощутимой.

Уберем решетку верхнего проводника (рис. 1), оставив только свободный электронный поток. При этом исчезнут силы  $F_1$  и  $F_3$ , и это будет означать взаимодействие нижнего проводника с потоком свободных электронов, движущихся со скоростью  $v_2$  на месте расположения верхнего проводника. При этом значение силы взаимодействия определяется как:

$$F_{\Sigma} = \frac{g_1 g_2}{2\pi \epsilon r} \left( ch \frac{v_2}{c} - ch \frac{v_1 - v_2}{c} \right). \quad (4.4)$$

Сила Лоренца предполагает линейную зависимость между силой, действующей на заряд, движущийся в магнитном поле, и его скоростью. Однако в полученном соотношении зависимость величины силы от скорости электронного потока будет нелинейной. Из соотношения (4.4) нетрудно видеть, что с ростом  $v_2$  отклонение от линейного закона

увеличивается, и в случае, когда  $v_2 \gg v_1$ , сила взаимодействия стремится к нулю. Это очень важный результат. Именно этот феномен и наблюдали в своих известных экспериментах Томпсон и Кауфман, когда заметили, что с ростом скорости электронного пучка он хуже отклоняется магнитным полем. Результаты своих наблюдений они связали с ростом массы электрона. Как видим причина здесь другая.

Отметим ещё один интересный результат. Из соотношения (4.3), с точностью до квадратичных членов, сила взаимодействия электронного потока с прямолинейным проводником, по которому протекает ток, можно определить из соотношения

$$F_{\Sigma} = \frac{g_1 g_2}{2\pi\epsilon r} \left( \frac{v_1 v_2}{c^2} - \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{c^2} \right). \quad (4.5)$$

Из выражения (4.5) следует, что при однонаправленном движении электронов в проводнике и в электронном потоке сила взаимодействия при выполнении условия

$$v_1 = \frac{1}{2} v_2 \text{ отсутствует.}$$

Поскольку скорость электронного потока обычно гораздо выше скорости носителей тока в проводнике, то вторым членом в скобках в соотношении (4.5) можно пренебречь. Тогда, поскольку

$$H_1 = \frac{g_1 v_1}{2\pi\epsilon c^2 r}$$

магнитное поле, создаваемое нижним проводником в месте движения электронного потока, получим:

$$F_{\Sigma} = \frac{g_1 g_2}{2\pi\epsilon r} \frac{v_1 v_2}{c^2} = g_2 \mu v_2 H.$$

В данном случае, полученное значение силы в точности совпадает со значением силы Лоренца. Учитывая, что

$$F_{\Sigma} = g_2 E = g_2 \mu v_2 H,$$

можно считать, что на заряд, движущийся в магнитном поле, действует электрическое поле  $E$ , направленное нормально к направлению движения заряда. Данный результат также с точностью до квадратичных членов  $\frac{v^2}{c^2}$  совпадает с результатами концепции магнитного поля и определяет силу Лоренца, действующую со стороны магнитного поля на поток движущихся электронов. Таким образом, сила Лоренца является следствием зависимости скалярного потенциала заряда от скорости и это новый, ранее не известный результат.

Одним из важных противоречий концепции магнитного поля является то, что два параллельных пучка одноименных зарядов, двигающихся с одинаковой скоростью в одном направлении, должны притягиваться. Но если перейти в систему отсчёта, двигающуюся вместе с зарядами, то сила исчезает. В данной модели этого противоречия уже нет. Если считать, что скорости зарядов в верхнем и нижнем проводе равны, а решетка отсутствует, т.е. оставить только электронные потоки, то останется только сила отталкивания  $F_2$  независимо от того движутся заряды или нет.

Таким образом, движущийся электронный поток взаимодействует одновременно и с движущимися электронами в нижней проволоке, и с её решеткой, а сумма этих сил взаимодействия и называется силой Лоренца. Эта сила и действует на движущийся поток электронов.

Закономерно возникает вопрос, а создаёт ли магнитное поле сам движущийся поток электронов в отсутствие зарядов решетки или положительных ионов в плазме? Рассмотренная схема показывает, что эффект силового взаимодействия между токнесущими системами требует в обязательном порядке учёта положительно заряженной решетки. Поэтому сам движущийся электронный поток не может создавать того эффекта, который создаётся при его движении в положительно заряженной решетке. В то же время, если рассмотреть два параллельно движущихся потока электронов, то возникает дополнительная сила взаимодействия, зависящая от относительной скорости этих потоков.

Продемонстрируем ещё один подход к проблеме силового взаимодействия токнесущих систем. Констатация факта наличия сил между токнесущими системами указывает на то, что существует какое-то поле скалярного потенциала, градиент которого и обеспечивает указанную силу. Но что это за поле? Соотношение (4.3) даёт только

значение силы, но не говорит о том, градиент какого скалярного потенциала эти силы обеспечивает. Будем поддерживать постоянными токи  $I_1$  и  $I_2$ , и начнём сближать или удалять проводники. Работа, которая при этом будет затрачена, и есть тот потенциал, градиент которого даёт силу. Проинтегрировав соотношение (4.3) по  $r$ , получаем величину энергии:

$$W = \frac{I_1 I_2 \ln r}{2\pi\epsilon c^2}.$$

Эта энергия, в зависимости от того удаляются проводники друг от друга, или сближать, может быть положительной или отрицательной. Когда проводники удаляют, то энергия положительна, а это означает, что, поддерживая ток в проводниках постоянным, генератор, создающий токи, отдаёт энергию. Это явление и лежит в основе работы всех электродвигателей. Если проводники сближаются, то работу совершают внешние силы, над источником, поддерживающим в них постоянство токов.

Соотношение для энергии можно переписать и так:

$$W = \frac{I_1 I_2 \ln r}{2\pi\epsilon c^2} = I_2 A_{z1} = I_1 A_{z2},$$

где

$$A_{z1} = \frac{I_1 \ln r}{2\pi\epsilon c^2}$$

есть  $Z$ - компонента векторного потенциала, создаваемая нижним проводником в месте расположения верхнего проводника, а

$$A_{z2} = \frac{I_2 \ln r}{2\pi\epsilon c^2}$$

есть  $Z$ - компонента векторного потенциала, создаваемая верхним проводником в месте расположения нижнего проводника.

Рассмотренный подход демонстрирует ту большую роль, которую играет векторный потенциал в вопросах силового взаимодействия токонесущих систем и преобразования электрической энергии в механическую. Такой подход также ясно указывает на то, что

сила Лоренца есть следствие взаимодействия токонесущих систем с полем векторного потенциала, создаваемого другими токонесущими системами. И важным обстоятельством является то, что формирование векторного потенциала обязано зависимости скалярного потенциала от скорости. С физической точки зрения это ясно. Движущиеся заряды, в связи с наличием зависимости их скалярного потенциала от скорости, создают скалярное поле, градиент которого и даёт силу. Но создание любого силового поля требует затрат энергии. Эти затраты и совершает генератор, создавая токи в проводниках. При этом в окружающем пространстве создаётся особое поле, которое взаимодействует с другими движущимися зарядами по особым векторным правилам, при которых только скалярное произведение вектора скорости заряда и векторного потенциала даёт потенциал, градиент которого и даёт силу, действующую на движущийся заряд. Это и есть сила Лоренца.

Несмотря на простоту и очевидность такого подхода, этот простой механизм до настоящего времени не был окончательно осознан. По этой причине сила Лоренца до сих пор в классической электродинамике вводилась аксиоматическим способом.

Рассмотрим случай, когда заряд движется между двумя безграничными параллельными плоскостями, по которым течёт удельный ток  $I$ , (рис. 2). Этот ток течёт по нормали к плоскости рисунка, а заряд движется параллельно току.

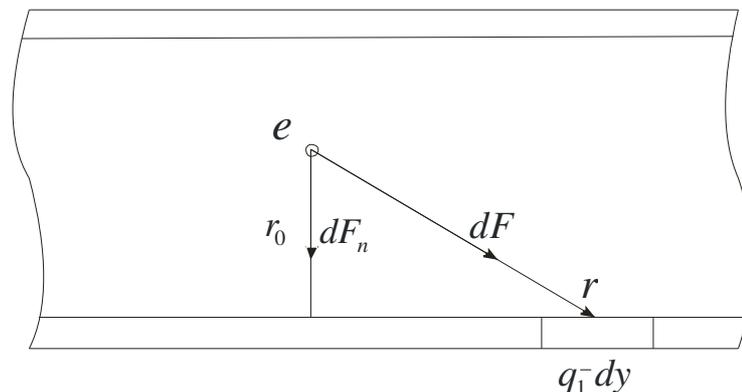


Рис.2. Схема взаимодействия движущегося точечного заряда с токами, текущими по параллельным проводящим плоскостям.

Учитывая соотношение (4.9), запишем элемент силы, действующей на движущийся заряд со стороны элемента тока, текущего нормально к элементу  $dy$

$$dF = \frac{dz \, dy \, n v_1 q_2 v_2}{2\pi\epsilon c^2 r}. \quad (4.6)$$

В этом соотношении  $dz$  это толщина слоя, по которому течёт ток, а  $n$  - плотность электронов.

Перепишем соотношение (4.6), учитывая что  $dy = \frac{r_0 d\alpha}{\sin^2 \alpha}$ ,  $r = \frac{r_0}{\sin \alpha}$ , а также то, что  $\frac{dF_n}{dF} = \sin \alpha$ , где  $dF$  - элемент силы, направленный параллельно  $r$ , а  $dF_n$  - элемент силы, направленный нормально к  $r_0$ :

$$dF_n = \frac{dz \, n v_1 g_2 v_2 d\alpha}{2\pi\epsilon_0 c^2}.$$

Проинтегрировав это выражение, получим полную силу, действующую на движущийся заряд со стороны одной полуплоскости:

$$F = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dz \, n v_1 g_2 v_2 d\alpha}{2\pi\epsilon_0 c^2} = \frac{dz \, n v_1 g_2 v_2}{4\epsilon_0 c^2}.$$

Учитывая, что в случае, когда элемент  $dz$  равен единичной длине, выполняется соотношение  $dz \, n v_1 = I = H$ , а также то, что на заряд действуют силы со стороны четырёх полуплоскостей (две со стороны нижней плоскости и две со стороны верхней), окончательно получаем:

$$F_{\Sigma} = \frac{g_2 v_2 H}{\epsilon_0 c^2} = \mu g_2 v_2 H.$$

И опять конечный результат совпал с результатами концепции магнитного поля.

Таким образом, результаты, полученные с учётом введения скалярно-векторного потенциала и концепции магнитного поля, полностью совпадают, если учитывать только квадратичные члены разложения гиперболического косинуса в ряд. В случае учёта членов разложения более высоких порядков, когда скорости движения зарядов велики, такого совпадения не будет и связь между силой и скоростью становится нелинейной, и концепция магнитного поля уже не даст правильных результатов.

Достоинством данного метода рассмотрения взаимодействия между токнесущими системами и зарядами является то, что он указывает на конкретные места приложения сил, действующих между их неподвижными элементами и движущимися зарядами, чего нет в концепции магнитного поля. Рассмотренный подход даёт возможность определить силы взаимодействия между любыми токнесущими системами при любой их конфигурации, и показывает, что такие понятия, как магнитный векторный потенциал и магнитное поле для стационарных процессов это следствие зависимости скалярного потенциала заряда от скорости его движения. В случае же нестационарных процессов, когда возникает ускорение заряда, при решении задачи следует учитывать эффекты запаздывания.

Теперь можно проверить работает ли рассмотренный механизм взаимодействия токнесущих систем в случае длинной линии (рис.3), по которой распространяется электромагнитная волна.

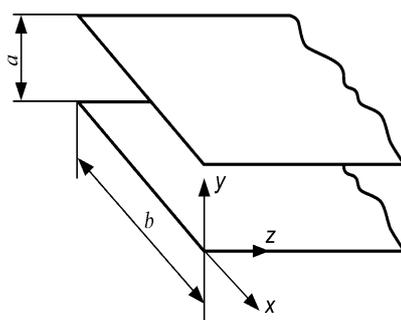


Рис. 3 Двухпроводная линия, состоящая из двух идеально проводящих плоскостей.

Напряженность электрического поля между плоскостями линии определяется соотношением:

$$E = \frac{g_{\square}}{\epsilon_0}, \quad (4.7)$$

$g_{\square}$  - заряд, приходящийся на единичный квадрат поверхности длинной линии.

Удельный ток, приходящийся на единицу ширины линии, магнитное и электрическое поле в ней связаны соотношением

$$I = g_{\square} v = H = \frac{E}{Z_0}. \quad (4.8)$$

Из этого соотношения получаем

$$v = \frac{E}{g_{\square} Z_0}. \quad (18.13)$$

Поскольку токи в плоскостях линии направлены в противоположных направлениях, то, учитывая соотношения (4.7 – 4.9), значение силы отталкивания, приходящейся на единичный квадрат поверхности, запишем:

$$F_{\square} = \frac{g_{\square}^2 v^2}{2\epsilon_0 c^2} = \frac{1}{2} \mu_0 H^2.$$

Таким образом, концепция скалярно-векторного потенциала и в данном случае даёт правильный ответ.

Рассмотрим ещё одно интересное следствие, вытекающее из приведенного рассмотрения. Если в качестве плоскостей линии использовать сверхпроводник, то магнитное поле на его поверхности, равное удельному току, можно определить из соотношения:

$$H = nev\lambda, \quad (4.10)$$

где  $\lambda = \sqrt{\frac{m}{ne^2\mu}}$  - глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник.

Если подставить значение глубины проникновения в соотношение (4.10), то получим неожиданный результат:

$$H = v \sqrt{\frac{nm}{\mu}}.$$

Оказывается, что величина магнитного поля не зависит от величины зарядов носителей тока, а зависит от их массы. Таким образом, удельная энергия магнитных полей

$$W_H = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{nmv^2}{2} \quad (4.11)$$

равна удельной кинетической энергии движения зарядов. Но магнитное поле, связанное с движением носителей тока в поверхностном слое сверхпроводника, существует не только на его поверхности и в скин-слое. Объём, занимаемый магнитными полями, несоизмеримо больший, чем объём этого слоя. Если обозначить длину линии, изображённой на рис. 2, как  $l$ , то объём скин-слоя в сверхпроводящих плоскостях линии составит  $2lb\lambda$ . Энергию магнитных полей в этом объёме определяем из соотношения:

$$W_{H,\lambda} = nmv^2 lb\lambda,$$

энергия же магнитных полей, накопленная между плоскостями линии, составит:

$$W_{H,a} = \frac{nmv^2 lba}{2} = \frac{1}{2} lba\mu_0 H. \quad (4.12)$$

Если учесть, что глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводниках составляет несколько сотен ангстрем, то при макроскопических размерах линии можно считать, что полную энергию магнитных полей в ней определяют соотношением (4.12). Поэтому, образование магнитных полей  $H$  между плоскостями линии, которые возникают в связи с движением зарядов в скин-слое, требует таких же затрат энергии, как если бы весь объём линии был заполнен частицами, движущимися со скоростью  $V$ , плотность которых и масса составляют соответственно  $n$  и  $m$ .

Очевидно, что эффективная масса электрона по сравнению с массой свободного электрона в данном случае возрастает при этом в  $\frac{a}{2\lambda}$  раз. Это является следствием того, что механическое движение электронов приводит не только к накоплению их

кинетической энергии в скин-слое, но и по причине зависимости их скалярного потенциала от скорости, в линии происходит также накопление и потенциальной энергии, градиент которой даёт силу, действующую на проводящие плоскости линии. Таким образом, становится понятной природа эффективной массы электрона, которая в данном случае зависит, в основном, не от его массы, а от конфигурации проводников, по которым электрон двигается.

Униполярная индукция была открыта ещё Фарадеем почти 200 лет тому назад, но в классической электродинамике окончательного ответа на то, как и почему работает униполярный генератор, нет до настоящего времени [15]. Особо непонятен случай, когда имеется вращающийся намагниченный проводящий цилиндр, при движении которого между неподвижными контактами, подключёнными к его оси и образующей, возникает э.д.с. Ещё более непонятен случай, когда вместе с цилиндрическим магнитом вращается проводящий диск, а неподвижные контакты подключены к оси диска и его образующей. Конкретные ответы на все эти вопросы могут быть получены в рамках концепции скалярно-векторного потенциала [16,17].

Рассмотрим случай, когда имеется одиночный длинный проводник, по которому течёт ток. Будем по-прежнему считать, что в проводнике имеется система взаимно вложенных зарядов положительной решетки  $g^+$  и свободных электронов  $g^-$ , которые в отсутствие тока нейтрализуют друг друга (рис.4).

Электрическое поле, создаваемое неподвижной решеткой в зависимости от расстояния  $r$  от оси проводника, совпадающего с осью  $Z$ , определяется из соотношения

$$E^+ = \frac{g^+}{2\pi\epsilon r} \quad (4.14)$$

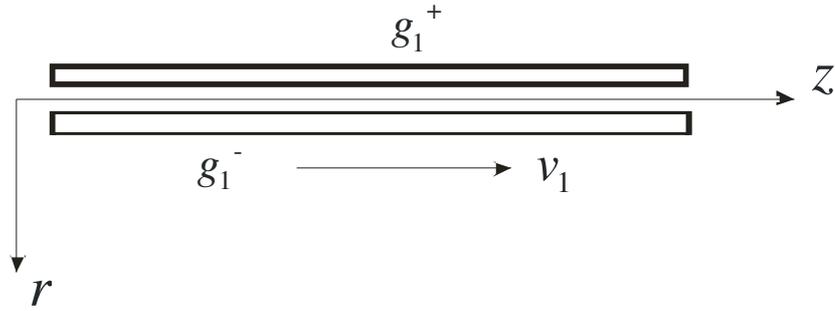


Рис. 4. Проводник, по которому течёт ток.

При этом считается, что направление вектора электрического поля совпадает с направлением  $r$ . Если электронный поток движется со скоростью  $v_1$ , то электрическое поле этого потока определяется равенством

$$E^- = -\frac{g^-}{2\pi\epsilon r} ch \frac{v_1}{c} \cong -\frac{g^-}{2\pi\epsilon r} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{c^2} \right). \quad (4.15)$$

Складывая (4.14) и (4.15), получаем:

$$E^- = -\frac{g^- v_1^2}{4\pi\epsilon c^2 r}$$

Это означает, что вокруг проводника с током имеется электрическое поле, соответствующее отрицательному заряду проводника. Однако это поле имеет незначительную величину, поскольку в реальных случаях  $v$  значительно меньше  $c$ . Это поле может быть обнаружено только при плотностях токов, которые могут быть достигнуты в сверхпроводниках, что экспериментально подтверждено в работах [11, 18].

Рассмотрим случай, когда проводник, по которому со скоростью  $v_1$  текут электроны, движется в обратном направлении со скоростью  $v$  (Рис. 5). В этом случае соотношения (4.14) и (4.15) примут вид

$$E^+ = \frac{g^+}{2\pi\epsilon r} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right) \quad (4.16)$$

$$E^- = -\frac{g^-}{2\pi\epsilon r} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{(v_1 - v)^2}{c^2} \right) \quad (4.17)$$

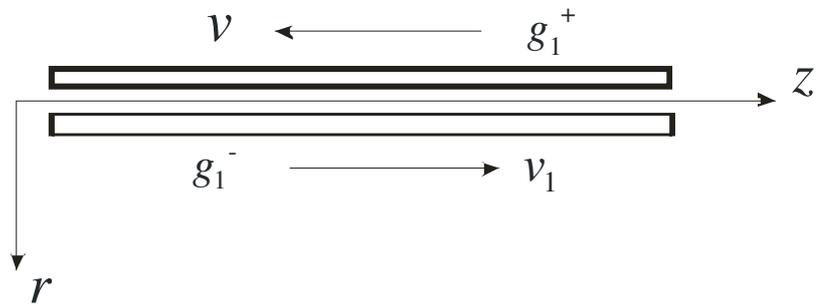


Рис. 5. Движущийся проводник с током.

Складывая (4.16) и (4.17), получаем:

$$E^+ = \frac{g}{2\pi\epsilon r} \left( \frac{v_1 v}{c^2} - \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{c^2} \right) \quad (4.18)$$

В данном соотношении в качестве погонного заряда взята его абсолютная величина. Поскольку скорость механического движения проводника значительно больше, чем дрейфовая скорость электронов, вторым членом в скобках можно пренебречь. При этом из (4.18) получаем

$$E^+ = \frac{g v_1 v}{2\pi \epsilon c^2 r}. \quad (4.19)$$

Полученный результат означает, что вокруг движущегося проводника, по которому течёт ток, образуется электрическое поле, определяемое соотношением (4.19), что равнозначно появлению на этом проводнике удельного положительного заряда равного

$$g^+ = \frac{g v_1 v}{c^2}$$

Если проводник свернуть в кольцо и вращать его так, чтобы линейная скорость его частей была равна  $v$ , то вокруг такого кольца появится электрическое поле, соответствующее наличию на кольце указанного удельного заряда. Но это означает, что вращающийся виток, который и является вращающимся магнитом, приобретает удельный электрический заряд на самой проволоке, из которой он состоит. При движении линейного проводника с током электрическое поле будет наблюдаться по отношению к неподвижному наблюдателю, но если наблюдатель будет двигаться вместе с проводником, то такие поля будут отсутствовать.

Как получается униполярная индукция, при которой на неподвижных щётках образуется разность потенциалов, легко понять из рис. 6.

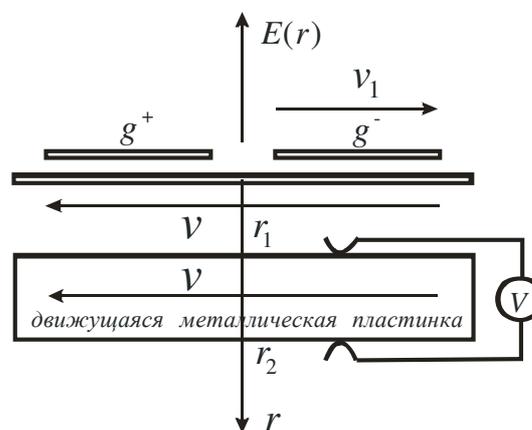


Рис. 6. Схема формирования э.д.с. униполярной индукции.

Будем считать, что  $r_1$  и  $r_2$  координаты точек касания подвижных щёток, которые скользят по металлической пластине, движущейся с такой же скоростью что и проводник, по которому течёт ток. Эти щётки подключены к вольтметру, который также неподвижен. Тогда, можно вычислить разность потенциалов между этими контактами, проинтегрировав соотношение (4.19):

$$U = \frac{gv_1v}{2\pi\epsilon c^2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{gv_1v}{2\pi\epsilon c^2} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Но чтобы к нагрузке, в данном случае к вольтметру, приложить эту разность потенциалов, необходимо скользящие щётки замкнуть перемычкой, на которой нет указанной разности потенциалов. Но поскольку металлическая пластина движется совместно с проводником, то на ней разность потенциалов отсутствует. Она и служит той перемычкой, которая даёт возможность превратить такой составной контур в источник э.д.с. по отношению к вольтметру.

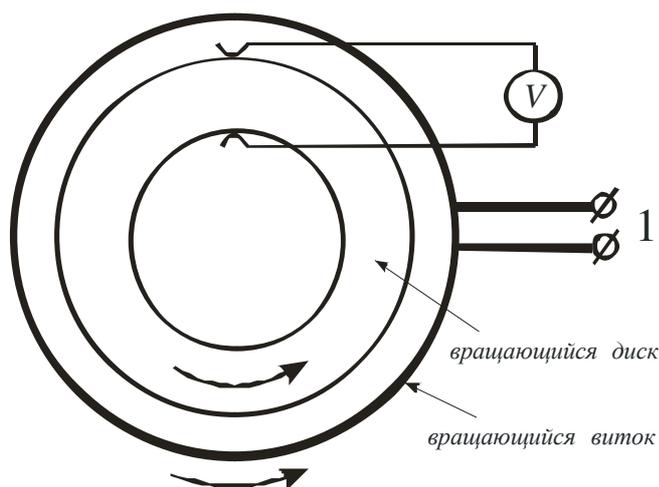


Рис. 7. Схема униполярного генератора с вращающимся магнитом и вращающимся проводящим кольцом.

Теперь можно проволоку свернуть в кольцо (рис. 7) из одного или нескольких витков, и запитать его от источника тока. Причём контакты 1 следует вывести на кольцевые коллекторы, находящиеся на оси вращения и к ним присоединить трущиеся неподвижные щётки. Таким образом, можно получить вращающийся магнит. В этот магнит следует поместить проводящий диск с отверстием, вращающийся совместно с витками магнита, и при помощи неподвижных щёток, скользящих по образующим диска, подать напряжение на вольтметр. В качестве предельного случая можно взять сплошной металлический диск и подключить скользящие щётки к образующей диска и его оси. Вместо вращающегося витка с током можно взять диск, намагниченный в осевом направлении, который эквивалентен витку с током, при этом будет получен такой же эффект.

Возможны различные сочетания вращающихся магнитов и дисков

Случай с неподвижным магнитом и вращающимся проводящим диском характеризуется следующей схемой (рис. 8), если проводящую пластину свернуть в кольцо:

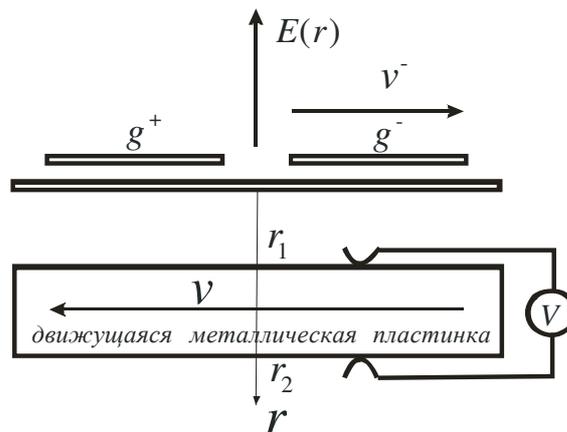


Рис. 8. Случай неподвижного магнита и вращающегося диска.

В этом случае выполняются следующие соотношения:

Электрическое поле, генерируемое во вращающемся диске движущимися электронами определяется соотношением

$$E^- = -\frac{g^-}{2\pi\epsilon r} ch \frac{v_1 - v}{c} = -\frac{g^-}{2\pi\epsilon r} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{(v_1 - v)^2}{c^2} \right),$$

а неподвижными ионами

$$E^+ = \frac{g^+}{2\pi\epsilon r} ch \frac{v}{c} = \frac{g^-}{2\pi\epsilon r} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right).$$

Суммарная напряженность электрического поля при этом составит

$$E_\Sigma = \frac{g}{2\pi\epsilon r} \left( \frac{vv_1}{c^2} \right),$$

а разность потенциалов между точками  $r_1$  и  $r_2$  в системе координат, движущейся вместе с пластиной, будет равна

$$U = \frac{g(r_2 - r_1)}{2\pi\epsilon r} \left( \frac{vv_1}{c^2} \right).$$

Поскольку в неподвижной по отношению к магниту цепи вольтметра индуцированная разность потенциалов отсутствует, то указанная разность потенциалов и будет равна э.д.с. рассмотренного генератора. Как и ранее движущуюся проводящую пластинку можно свернуть в диск с отверстием, а проволоку, по которой течёт ток в кольцо с током, которое является эквивалентом магнита, намагниченного в торцевом направлении.

Таким образом, концепция зависимости скалярного потенциала заряда от относительной скорости даёт ответы на все поставленные вопросы.

В контексте сказанного следует обратить внимание ещё на одно физическое явление, которое до настоящего времени не нашло в рамках классической электродинамики своего физического обоснования и объяснения. Природа пондеромоторного (механического) действия электрических и магнитных полей приложенных к поверхности образцов до сих пор остаётся неясной. В работе [18] хоть и указывает на потенциальную функцию тока в магнитном поле, но не указывает, что градиенты этой функции и являются следствием возникновения пондеромоторных сил. Из соотношений, полученных в этой работе, следует, что в процессах пондеромоторного взаимодействия очень важную роль играет векторный потенциал, но физическая природа возникновения этого потенциала, также не раскрывается. Что же касается пондеромоторного действия электромагнитных волн, то это феномен с точки зрения уравнений электродинамики вообще не рассматривается, а электромагнитной волне приписывается механический импульс [15] и далее этот вопрос рассматривается с точки зрения закона сохранения импульса. При таком подходе оказывается, что природа пондеромоторного действия постоянных полей и электромагнитных волн различна.

Пондеромоторные силы возникают на границе раздела двух сред, которая может быть резкой, когда электродинамические характеристики среды меняются скачкообразно. Но такие силы возникают и при плавном изменении характеристик среды, и как в этом случае пользоваться законом сохранения импульса, при прохождении через такую границу ЭМ волн, не ясно.

При падении волны на границу раздела на ней возникают токи, которые приводят толи к полному, толи к частичному отражению волны или изменению её направления. В свою очередь, наличие таких токов приводит к тому, что на границе в некоторой области возникают градиенты потенциальной энергии, которые и приводят к силовым действиям в области границы. Такой подход не только с физической точки зрения ясен и понятен, но его применение не делает различия между постоянными и переменными полями, наводящими токи в области границы. К тому же он меняет идеологический подход к возникновению пондеромоторных сил при падении на границу раздела ЭМ волны [9]. Этот эффект рассматривается не как следствие наличия у ЭМ волны механического импульса, а как следствие действия тех токов, которые в области границы наводит падающая на эту границу волна.

Наиболее легко это можно понять на примере сверхпроводников [19], при падении на них ЭМ волн или наличия на их поверхности постоянных магнитных полей. В

сверхпроводниках плотность тока однозначно связана с векторным потенциалом, а скалярное произведение тока на векторный потенциал есть потенциальная энергия. Но поскольку токи в сверхпроводнике убывают по экспоненциальному закону, то и потенциальная энергия этих токов убывает таким же образом. Но градиент потенциальной энергии даёт силу. Отсюда и возникает сила, возникающая на поверхность и в толще сверхпроводящего слоя, куда проникают токи. Вот каким опосредованным образом поле «давит» на поверхность сверхпроводника.

С этих позиций можно рассмотреть пондеромоторное действие электрических и магнитных полей на любую границу раздела. Методика во всех случаях одинакова. Следует вычислить токи и векторный потенциал в области границы, а затем найти скалярное произведение этих величин [9]. Градиент этого произведения и даст силы, действующие на поверхность. При таком подходе вычисление зависимости градиента потенциальной энергии от координаты даёт информацию о внутренних механических напряжениях, действующих в области границы.

## 5. Законы электро-электрической индукции

Поскольку любой процесс распространения электрических полей и потенциалов всегда связан с запаздыванием, введём запаздывающий скалярно-векторный потенциал, считая, что поле этого потенциала распространяется в данной среде со скоростью  $c$  [9, 20]:

$$\varphi(r, t) = \frac{e ch \frac{v_{\perp}\left(t-\frac{r}{c}\right)}{c}}{4\pi \varepsilon_0 r}, \quad (5.1)$$

где  $v_{\perp}\left(t-\frac{r}{c}\right)$  – составляющая скорости заряда  $e$ , нормальная к

вектору  $\vec{r}$  в момент времени  $t' = t - \frac{r}{c}$ ,  $r$  – расстояния между зарядом и точкой, в которой определяется поле, в момент времени  $t$ .

Используя соотношение  $\vec{E} = -grad \varphi(r, t)$ , найдём поле в точке 1 (рис. 9) .

Градиент числового значения радиуса вектора  $\vec{r}$  есть скалярная функция двух точек: начальной точки радиуса вектора и его конечной точки (в данном случае это точка 1 на оси  $x$  и точка 0 в начале координат). Точка 1 является точкой истока, а точка 0 - точкой наблюдения. При определении градиента от функции, содержащей радиус в зависимости от условий задачи необходимо различать два случая: 1) точка истока фиксирована и  $\vec{r}$  рассматривается как функция положения точки наблюдения; и 2) точка наблюдения фиксирована и  $\vec{r}$  рассматривается как функция положения точки истока.

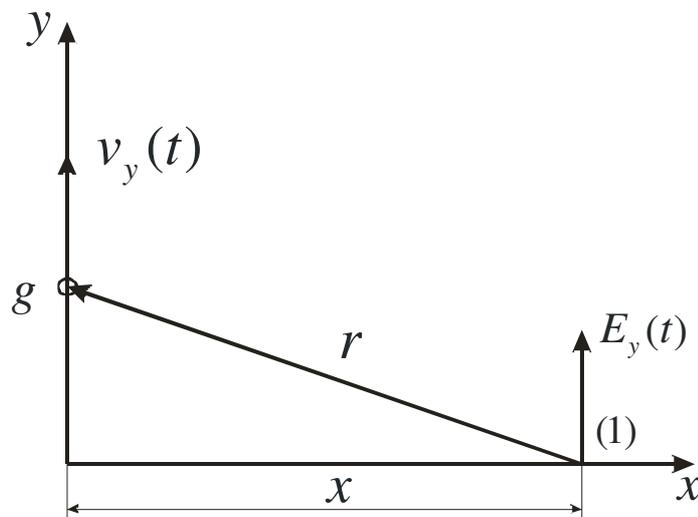


Рис. 9. Схема формирования индуцированного электрического поля.

Будем считать, что заряд  $e$  совершает колебательное движение вдоль оси  $y$ , в окрестности точки 0, которая является точкой наблюдения, а точкой истока является фиксированная точка 1 и  $\vec{r}$  рассматривается как функция положения заряда. Тогда значение электрического поля в точке 1 запишем:

$$E_y(1) = -\frac{\partial \varphi_{\perp}(r, t)}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y} \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r(y, t)} ch \frac{v_y\left(t - \frac{r(y, t)}{c}\right)}{c}$$

При условии, что амплитуда колебаний заряда значительно меньше, чем расстояние до точки наблюдения, можно считать радиус вектор постоянной величиной. При этом условии получаем:

$$E_y(x, t) = -\frac{e}{4\pi\epsilon_0 cx} \frac{\partial v_y\left(\frac{t-x}{c}\right)}{\partial y} sh \frac{v_y\left(\frac{t-x}{c}\right)}{c}, \quad (5.2)$$

где  $x$  - фиксированная точка на оси  $x$ .

Учитывая, что 
$$\frac{\partial v_y\left(\frac{t-x}{c}\right)}{\partial y} = \frac{\partial v_y\left(\frac{t-x}{c}\right)}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial v_y\left(\frac{t-x}{c}\right)}{\partial t} \frac{1}{v_y\left(\frac{t-x}{c}\right)}$$

из (5.2) получаем:

$$E_y(x, t) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 cx} \frac{1}{v_y\left(\frac{t-x}{c}\right)} \frac{\partial v_y\left(\frac{t-x}{c}\right)}{\partial t} sh \frac{v_y\left(\frac{t-x}{c}\right)}{c}. \quad (5.3)$$

Это и есть полный закон излучения движущегося заряда.

Если взять только первый член разложения  $sh \frac{v_y\left(\frac{t-x}{c}\right)}{c}$ , то из (5.3) получим:

$$E_y(x, t) = -\frac{e}{4\pi\epsilon_0 c^2 x} \frac{\partial v_y\left(\frac{t-x}{c}\right)}{\partial t} = -\frac{ea_y\left(\frac{t-x}{c}\right)}{4\pi\epsilon_0 c^2 x}, \quad (5.4)$$

где  $a_y\left(\frac{t-x}{c}\right)$  - запаздывающее ускорение заряда. Это соотношение является волновым уравнением и определяет как амплитудные, так и фазовые характеристики волны электрического поля, излучаемого движущимся зарядом.

Если в качестве направления излучения взять вектор, лежащий в плоскости  $xu$ , и составляющий с осью  $y$  угол  $\alpha$ , то соотношение (5.4) принимает вид:

$$E_y(x, t, \alpha) = -\frac{ea_y\left(\frac{t-x}{c}\right) \sin \alpha}{4\pi\epsilon_0 c^2 x}. \quad (5.5)$$

Соотношение (5.5) определяет диаграмму направленности излучения. Поскольку в данном случае есть осевая симметрия относительно оси  $y$ , то можно вычислить полную диаграмму направленности рассмотренного излучателя. Эта диаграмма соответствует диаграмме направленности дипольного излучателя.

Поскольку  $\frac{ev_z\left(\frac{t-x}{c}\right)}{4\pi x} = A_H\left(\frac{t-x}{c}\right)$  - запаздывающий векторный потенциал, то соотношение

(5.5) можно переписать

$$E_y(x, t, \alpha) = -\frac{ea_y\left(\frac{t-x}{c}\right) \sin \alpha}{4\pi\epsilon_0 c^2 x} = -\frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial A_H\left(\frac{t-x}{c}\right)}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial A_H\left(\frac{t-x}{c}\right)}{\partial t}$$

Опять получено полное совпадение с уравнениями запаздывающего векторного потенциала в классической электродинамике, но векторный потенциал введён здесь не эвристическим феноменологическим способом, а с использованием понятия запаздывающего скалярно-векторного потенциала. Следует отметить одно важное обстоятельство: в уравнениях Максвелла электрические поля, представляющие волну,

являются вихревыми. В данном же случае электрические поля получены путём вычисления градиента запаздывающего скалярно-векторного потенциала.

Продemonстрируем ещё одну возможность, которую открывает соотношение (5.5). В электродинамике существует такое понятие, как электрический диполь и дипольное излучение [15], когда заряды, колеблющиеся в электрическом диполе, излучают электромагнитные волны. Два заряда с противоположными знаками имеют дипольный момент:

$$\vec{p} = e\vec{d}, \quad (5.6)$$

где вектор  $\vec{d}$  направлен от отрицательного заряда к положительному. Поэтому ток может быть выражен, через производную дипольного момента по времени

$$e\vec{v} = e \frac{\partial \vec{d}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{p}}{\partial t}$$

Следовательно

$$\vec{v} = \frac{1}{e} \frac{\partial \vec{p}}{\partial t},$$

и

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \frac{1}{e} \frac{\partial^2 \vec{p}}{\partial t^2}.$$

Подставляя данное соотношение в выражение (5.5), получаем закон излучения колеблющегося диполя.

$$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi r \epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 p \left( t - \frac{x}{c} \right)}{\partial t^2}. \quad (5.7)$$

Это также хорошо известное соотношение [15].

Таким образом, в процессе колебаний электрического диполя создаются электрические поля двух видов. Во-первых, это электрические индукционные поля излучения, представляемые соотношениями (5.4), (5.5) и (5.6), связанные с ускорением заряда. С

другой стороны, вокруг колеблющегося диполя образуются электрические поля статического диполя, которые изменяются во времени в связи с тем, что расстояние между зарядами зависит от времени. Именно энергия этих квазистатических полей свободно колеблющихся зарядов диполя и расходуется на излучение. Суммарное же значение поля вокруг такого диполя в любой момент времени определяют как суперпозицию полей статического диполя и полей излучения.

Законы (5.4), (5.5), (5.7) - это законы прямого действия, в которых уже нет ни магнитных полей, ни векторных потенциалов. Т.е. те строительные леса, которыми являлись магнитное поле и магнитный векторный потенциал, уже сняты и они нам больше не нужны.

Используя соотношение (5.5) можно получить законы отражения и рассеивания как для одиночных зарядов, так и, для любого их количества. Если какой-либо заряд или группа зарядов подвергаются действию внешнего (стороннего) электрического поля, то такие заряды начинают осуществлять вынужденное движение, и каждый из них излучает электрические поля в соответствии с соотношением (5.5). Суперпозиция электрических полей, излучаемых всеми зарядами, является отраженной электрической волной.

Если на заряд действует стороннее электрическое поле  $E'_y = E'_{y0} \sin \omega t$ , то ускорение заряда определяют как:

$$a = -\frac{e}{m} E'_{y0} \sin \omega t.$$

С учётом этого соотношение (5.5) принимает вид

$$E_y(x, t, \alpha) = \frac{e^2 \sin \alpha}{4\pi\epsilon_0 c^2 m x} E'_{y0} \sin \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) = \frac{K}{x} E'_{y0} \sin \omega \left( t - \frac{x}{c} \right), \quad (5.8)$$

где коэффициент  $K = \frac{e^2 \sin \alpha}{4\pi\epsilon_0 c^2 m}$  может быть назван коэффициентом рассеивания

(переизлучения) одиночного заряда в заданном направлении, поскольку он определяет способность заряда переизлучать действующее на него внешнее электрическое поле.

Волне электрического поля (5.5) сопутствует волна тока смещения:

$$j_y(x, t) = \epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{e \sin \alpha}{4\pi c^2 x} \frac{\partial^2 v_y \left( t - \frac{x}{c} \right)}{\partial t^2}.$$

Если заряд осуществляет своё движение под воздействием стороннего электрического поля  $E' = E'_0 \sin \omega t$ , то ток смещения в дальней зоне определяется из соотношения

$$j_y(x, t) = -\frac{e^2 \omega}{4\pi c^2 m x} E'_{y0} \cos \omega \left( t - \frac{x}{c} \right). \quad (5.9)$$

Суммарная волна, которая представляет распространение электрических полей (5.8) и токов смещения (5.9), может быть названа электротоковой. В этой волне ток смещения отстаёт от волны электрического поля на  $\frac{\pi}{2}$ . Впервые этот термин и определение такой волны было дано в работах [8,9].

Параллельно с электрическими волнами можно ввести магнитные волны, если положить, что

$$\vec{j} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \text{rot} \vec{H}, \quad (5.10)$$

$$\text{div} \vec{H} = 0$$

Введённое таким образом магнитное поле является вихревым. Сравнивая (5.9) и (5.10) получаем:

$$\frac{\partial H_z(x,t)}{\partial x} = \frac{e^2 \omega \sin \alpha}{4\pi c^2 m x} E'_{y0} \cos \omega \left( t - \frac{x}{c} \right).$$

Интегрируя это соотношение по координате, находим значение магнитного поля

$$H_z(x,t) = \frac{e^2 \sin \alpha}{4\pi c m x} E'_{y0} \sin \omega \left( t - \frac{x}{c} \right). \quad (5.11)$$

Таким образом, соотношения (5.8), (5.9) и (5.11) могут быть названы законами электро-электрической индукции, т.к. дают непосредственную связь между прикладываемыми к заряду сторонними электрическими полями и полями и токами, индуцируемыми этим зарядом в его окрестности. Сам же заряд выступает в данном случае в роли трансформатора, обеспечивающего такое преизлучение. Магнитное поле, которое можно вычислить при помощи соотношения (5.11), направлено нормально и к электрическому полю и к направлению распространения, а их отношение в каждой точке пространства составляет:

$$\frac{E_y(x,t)}{H_z(x,t)} = \frac{1}{\epsilon_0 c} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = Z,$$

где  $Z$  - волновое сопротивление свободного пространства.

Поля, входящие в это соотношение и составляют электромагнитную волну.

Волновое сопротивление определяет активную мощность потерь на единичной площадке, расположенной нормально к направлению распространения волны:

$$P = \frac{1}{2} Z E_{y0}^2.$$

Поэтому электротоковая волна, пересекая такую площадку, переносит через неё мощность, определяемую данным соотношением, что находится в согласии с теоремой Пойнтинга о потоке мощности электромагнитной волны. Поэтому, для нахождения всех параметров, характеризующих волновой процесс, распространения и переноса энергии посредством полей, достаточно рассмотрения лишь электротоковой волны и знания волнового сопротивления пространства. При этом совсем не обязательно вводить такое

понятие, как магнитное поле и его векторный потенциал, хотя ничего незаконного в этом нет. В такой постановке соотношения, полученные для электрического и магнитного поля, полностью удовлетворяют теореме Гельмгольца. Эта теорема гласит, что всякое однозначное и непрерывное векторное поле  $\vec{F}$ , обращающееся в ноль в бесконечности, может быть представлено, и притом единственным образом, в виде суммы градиента некоторой скалярной функции  $\varphi$  и ротора некоторой векторной функции  $\vec{C}$ , дивергенция которой равна нулю:

$$\vec{F} = \text{grad}\varphi + \text{rot}\vec{C},$$

$$\text{div}\vec{C} = 0.$$

Следовательно, должно существовать чёткое разделение полей на градиентные и вихревые. Видно, что в полученных выражениях для индуцируемых полей такое разделение имеется. Электрические поля носят градиентный характер, а магнитные – вихревой.

Таким образом, построение электродинамики нужно было начинать с признания зависимости скалярного потенциала от скорости. Но в том-то и дело, что природа очень глубоко прячет свои секреты, и, чтобы прийти к такому простому выводу, пришлось пройти путь длиной почти в два столетия. Металлические опилки, которые так дружно выстраивались вокруг полюсов магнита, прямым образом указывали на наличие каких-то силовых полей потенциального характера, но на это не обратили внимания, поэтому и оказалось, что все разглядели только верхушку айсберга, значительная часть которого оставалась невидимой так долго.

С учётом всего сказанного следует полагать, что в основе статических и динамических явлений в электродинамике лежит единственный закон, определяемый соотношением (5.1) и предполагающий зависимость скалярного потенциала заряда от скорости его движения. Из этого соотношения следует и статическое взаимодействие зарядов, и законы силового взаимодействия в случае их взаимного движения, и законы излучения и рассеивания. Такой подход позволил объяснить с позиций классической электродинамики фазовую аберрацию и поперечный эффект Доплера, которые в рамках существующей классической электродинамики объяснения не имели. После всего сказанного можно снять строительные леса, такие как магнитное поле и магнитный

векторный потенциал, которые почти двести лет не позволяли увидеть здание электродинамики во всём его величии и красоте.

Заметим, однако, что одно из основных уравнений индукции (5.4) можно было получить непосредственно из закона Ампера, ещё задолго до того, как появились уравнения Максвелла. Закон Ампера, выраженный в векторной форме, определяет магнитное поле в точке  $x, y, z$  в следующем виде:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

где  $I$  - ток в элементе  $d\vec{l}$ ,  $\vec{r}$  - вектор, направленный из  $d\vec{l}$  в точку  $x, y, z$ .

Можно показать, что

$$\left[ \frac{d\vec{l}\vec{r}}{r^3} \right] = \text{grad} \left( \frac{1}{r} \right) \times d\vec{l}$$

и, кроме того, что

$$\text{grad} \left( \frac{1}{r} \right) \times d\vec{l} = \text{rot} \left( \frac{d\vec{l}}{r} \right) - \frac{1}{r} \text{rot} d\vec{l}.$$

Но ротор  $d\vec{l}$  равен нулю и поэтому окончательно

$$\vec{H} = \text{rot} \int I \left( \frac{d\vec{l}}{4\pi r} \right) = \text{rot} \vec{A}_H$$

где

$$\vec{A}_H = \int I \left( \frac{d\vec{l}}{4\pi r} \right). \quad (5.12)$$

Замечательным свойством этого выражения является то, что векторный потенциал зависит от расстояния до точки наблюдения как  $\frac{1}{r}$ . Именно это свойство и позволяет получить законы излучения.

Поскольку  $I = gv$ , где  $g$  есть погонный заряд, из (5.12) получаем:

$$\vec{A}_H = \int \frac{gv d\vec{l}}{4\pi r}.$$

Для одиночного заряда  $e$  это соотношение принимает вид:

$$\vec{A}_H = \frac{e\vec{v}}{4\pi r},$$

а поскольку

$$\vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{A}}{\partial t},$$

то

$$\vec{E} = -\mu \int \frac{g \frac{\partial v}{\partial t} d\vec{l}}{4\pi r} = -\mu \int \frac{ga d\vec{l}}{4\pi r}, \quad (5.13)$$

где  $a$  - ускорение заряда.

Для одиночного заряда это соотношение выглядит следующим образом:

$$\vec{E} = -\frac{\mu e \vec{a}}{4\pi r}. \quad (5.14)$$

Если в соотношениях (5.13) и (5.14) учесть, что потенциалы распространяются с конечной скоростью и учесть запаздывание  $\left(t - \frac{r}{c}\right)$ , а также учесть, что для вакуума  $\mu = \frac{1}{\epsilon_0 c^2}$ ,

эти соотношения примут вид:

$$\vec{E} = -\mu \int \frac{ga(t - \frac{r}{c}) d\vec{l}}{4\pi r} = -\int \frac{ga(t - \frac{r}{c}) d\vec{l}}{4\pi\epsilon_0 c^2 r}, \quad (5.15)$$

$$\vec{E} = -\frac{e\vec{a}(t - \frac{r}{c})}{4\pi\epsilon_0 c^2 r}. \quad (5.16)$$

Соотношения (5.15) и (5.16) представляют, как показано выше (см. (5.4)), волновые уравнения. Отметим, что эти уравнения - это решение уравнений Максвелла, но в данном случае они получены непосредственно из закона Ампера, вообще не прибегая к уравнениям Максвелла. Остаётся только задать вопрос, почему электродинамика в своё время не пошла этим путём. Ответ сводится к тому, что во времена Ампера не было известно, что поля могут запаздывать.

## **6. Формирование электрических полей индукции и магнитного векторного потенциала**

Ранее уже указывалось на то, что решение задач взаимодействия движущихся зарядов в классической электродинамике мы решаем путем введения магнитного поля или векторного потенциала, которые являются полями посредниками. На движущийся или неподвижный заряд силовое действие может оказывать только электрическое поле. Поэтому возникает естественный вопрос, а нельзя ли установить законы прямого действия, минуя поля посредники, которые давали бы ответ о прямом взаимодействии движущихся и неподвижных зарядов. Такой подход сразу давал бы ответ и об источниках и местах приложения сил действия и противодействия. Используя скалярно-векторный потенциал для решения вопросов силового взаимодействия токонесущих систем, мы уже показали, что именно такой подход дает возможность понять структуру таких сил и места их приложения. Сейчас мы покажем, что применение скалярно-векторного потенциала дает возможность установить и прямые законы индукции, когда непосредственно свойства движущегося заряда без участия каких-либо вспомогательных полей дают

возможность вычислить электрические поля индукции, генерируемые движущимся зарядом [9].

Рассмотрим диаграмму распространения тока и напряжения в отрезке длинной линии, представленной на рис. 6. На этом рисунке фронт волны занимает отрезок линии длиной  $z_2$ , следовательно, время такого переходного процесса равно  $t = \frac{z_2}{c}$ . Это то время, за которое напряжение на входе линии вырастает от нуля до своего номинального значения. Длительность данного переходного процесса является регулируемой, и зависит от того, по какому закону мы увеличиваем напряжение на входе линии, Сейчас мы попытаемся понять, откуда берется та напряженность поля, которая заставляет заряды в проводниках, расположенных вблизи токонесущих элементов линии, двигаться в направлении противоположном направлению движения зарядов в первичной (индуцирующей) линии. Это как раз тот вопрос, на который до сих пор нет физического ответа. Для решения этого вопроса можно воспользоваться векторным потенциалом, но это не решение вопроса, поскольку причины возникновения такого потенциала, до появления концепции скалярно-векторного потенциала не были известны.

Предположим, что за время переходного процесса напряжение на входе линии возрастает по линейному закону и за время  $\Delta t$  достигает своего максимального значения  $U$ , после чего его рост прекращается. Тогда в самой линии переходной процесс займет участок  $z_1 = c\Delta t$ . Изобразим этот участок отдельно, как показано на рис. 10. На участке  $z_1$  происходит ускорение зарядов от их нулевой скорости (правее участка  $z_1$ ) до значения скорости, определяемого соотношением

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}},$$

где  $e$  и  $m$  - заряд и масса носителей тока, а  $U$  - падение напряжения на участке  $z_1$ . Тогда зависимость скорости носителей тока от координаты будет иметь вид:

$$v^2(z) = \frac{2e}{m} \frac{\partial U}{\partial z} z. \quad (6.1)$$

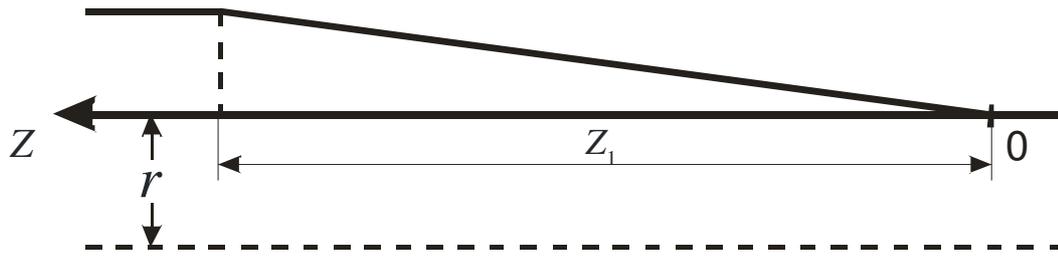


Рис. 10. Фронт волны тока, распространяющейся в длинной линии

Поскольку за время переходного процесса принята линейная зависимость напряжения от времени, то имеет место равенство

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{U}{z_2} = E_z,$$

где  $E_z$  - напряженность поля, ускоряющая заряды на участке  $z_1$ . Следовательно, соотношение (6.1) можно переписать

$$v^2(z) = \frac{2e}{m} E_z z.$$

Используя значение скалярно-векторного потенциала (2.6), вычислим его как функцию  $z$  на некотором расстоянии  $r$  от линии

$$\varphi(z) = \frac{e}{4\pi \epsilon_0 r} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2(z)}{c^2} \right) = \frac{e}{4\pi \epsilon_0 r} \left( 1 + \frac{eE_z z}{mc^2} \right). \quad (6.2)$$

При записи соотношения (6.2) использованы только первые два члена разложения гиперболического косинуса в ряд.

Пользуясь формулой  $E = -grad \varphi$ , и продифференцировав соотношение (6.2) по  $z$ , получаем

$$E_z' = -\frac{e^2 E_z}{4\pi \epsilon_0 r m c^2}, \quad (6.3)$$

где  $E'_z$  - электрическое поле, индуцируемое на расстоянии  $r$  от проводника линии. Около  $E$  мы поставили штрих в связи с тем, что вычисленное поле движется вдоль проводника линии со скоростью света, индуцируя в окружающих линию проводниках индукционные токи, противоположные тем, которые текут в индуцирующей линии. Ускорение  $a$ , испытываемое зарядом  $e$  в поле  $E$ , определяется соотношением  $a_z = \frac{eE_z}{m}$ . С учетом этого из (6.3) получаем

$$E'_z = -\frac{ea_z}{4\pi \epsilon_0 rc^2}. \quad (6.4)$$

Таким образом, заряды, ускоряемые в отрезке линии  $Z_1$ , индуцируют на расстоянии  $r$  от этого участка электрическое поле, определяемое соотношением (6.4). Направление этого поля обратно полю, приложенного к ускоряемым зарядам. Таким образом, получен закон прямого действия, который указывает на то, какие электрические поля генерируют вокруг себя заряды, ускоряемые в проводнике. Этот закон можно называть законом электро-электрической индукции, так как он, минуя поля посредники (магнитное поле или векторный потенциал), дает прямой ответ на то, какие электрические поля генерирует вокруг себя ускоряемый заряд. Данный закон дает также ответ о месте приложения сил взаимодействия между зарядами. Именно это соотношение, а не закон Фарадея, следует считать основным законом индукции, т.к. именно оно устанавливает причину появления индукционных электрических полей вокруг движущегося заряда. В чем заключается разница между предлагаемым подходом и ранее существующим. Ранее считалось, что движущийся заряд генерирует векторный потенциал, а уже изменяющийся векторный потенциал генерирует электрическое поле. Соотношение (6.4) дает возможность исключить эту промежуточную процедуру и перейти непосредственно от свойств движущегося заряда к индукционным полям. Покажем, что из этого соотношению следует и введенный ранее феноменологическим путем векторный потенциал, а, следовательно, и магнитное поле. Связь между векторным потенциалом и электрическим полем, которая следует из соотношения (6.4) можно записать

$$E'_z = -\frac{e}{4\pi \epsilon_0 rc^2} \frac{\partial v_z}{\partial t} = -\mu \frac{\partial A_H}{\partial t},$$

откуда, интегрируя по времени, получаем

$$A_H = \frac{ev_z}{4\pi r}$$

Это соотношение соответствует определению векторного потенциала. Теперь видно, что векторный потенциал есть прямое следствие зависимости скалярного потенциала заряда от скорости. Введение и векторного потенциала и магнитного поля это полезный математический приём, который позволяет упростить решение ряда электродинамических задач, однако, следует помнить, что первоосновой введение этих полей является скалярно-векторный потенциал.

## 7. Краткие выводы

Бытует мнение, что основной заслугой Максвелла в электродинамике является введения понятия тока смещения и вихревых полей, что дало возможность записать волновые уравнения для электромагнитных волн. Следует отметить, что в трактате вводится не только ток смещения и вихревые поля, но и векторный потенциал магнитного поля, что является не менее важной заслугой, чем введение указанных понятий. Во времена Максвелла не было того аппарата векторного исчисления, которым пользуются сегодня, и свои уравнения он записывал в кватернионной форме, используя для записи уравнений индукции субстанциональную (полную) производную. Использование этой производной требует учёта не только локальных частных производных по времени, но и её конвективной составляющей, которая связана с движением системы отсчёта, в которой определяются поля. Именно эту составляющую и опустили Герц и Хевисайд, записав уравнения электродинамики в частных производных. В таком искаженном виде эти уравнения и дошли до нас, и их принято считать уравнениями Максвелла, хотя это и не так. И если бы они этого не сделали, то развитие электродинамики могло пойти по другому пути.

Основным уравнением индукции, на который опирается Максвелл в своём трактате [], является закон индукции Фарадея, который вводит понятие магнитного потока. Этот закон записывается в полных производных и указывает на то, каким образом изменение магнитного поля приводит к возникновению электрических полей в неподвижной и движущейся системе отсчёта. Но до Максвелла и в его время отсутствовал закон симметричный закону индукции Фарадея, который указывал на то, каким образом

изменение электрических полей приводит к появлению магнитных полей. Такой закон в то время установить не представлялось возможным по причине малой чувствительности измерительных приборов. Поэтому в трактате Максвелла решена только половина вопросов, касающихся законов индукции. Более того, поскольку Максвеллом не были записаны оба симметричных закона, он не смог установить те следствия, которые из такой симметрии следуют. Опыты Роуланда, которые были проведены гораздо позже, показали, что должен существовать закон индукции, симметричный закону Фарадея. Но это важное обстоятельство и его следствия до появления работ [3-11] в научной литературе не обсуждалось. Оказалось, что дальнейшее развитие идей Максвелла об использовании субстанциональной производной при записи законов индукции приводит к новому результату, который заключается в том, что скалярный потенциал заряда зависит от его скорости. Учёт такой зависимости даёт возможность ввести новое понятие скалярно-векторного потенциала. Более того, оказывалось, что зависимость скалярного потенциала от скорости является основой всех динамических законов электродинамики, которые связаны с движением зарядов. Концепция скалярно-векторного потенциала является той основой, которая объединяет две разрозненные части электродинамики, делая её единой стройной наукой. Данная статья обобщает результаты работ, посвящённые указанной тематике.

До настоящего времени ряд законов электродинамики вводится при помощи постулатов. Примером тому является специальная теория относительности. Ещё со времён Лоренца и Пуанкаре таким же способом вводится и сила Лоренца. В классической электродинамике не нашло своего объяснения и явление фазовой абберации электромагнитных волн, неясны также физические причины поперечного эффекта Доплера и силового взаимодействия токонесущих систем.

В 1988 г была депонирована работа [3], в которой было показано, что при использовании субстанциональной производной при записи законы индукции они имеют симметричный вид, и из этих законов следует зависимость скалярного потенциала заряда от скорости. Этот новый результат позволил ввести понятие скалярно-векторного потенциала, при помощи которого удалось объяснить физику динамических законов электродинамики, связанных с движением зарядов. Но до 2013 года официальные научные журналы отказывались публиковать результаты этой работы, и только в 2013 году в журнале Инженерная физика появилась первая публикация по этому вопросу [10]. После этого ряд международных научных журналов начали публиковать статьи по указанной тематике, и на протяжении 2013-2015 годов было опубликовано более 10 таких

статей. В этих статьях показана большая перспектива использования концепции скалярно-векторного потенциала в классической электродинамике, что дало возможность объяснить физику её динамических законов, основываясь не на постулатах, а на законах индукции. Проведенное рассмотрение показало, что результаты концепции скалярно-векторного потенциала с точностью до квадратичных членов совпадают с СТО. Несовпадение наблюдается только в членах четвёртой степени, что вполне достаточно для практического использования указанной концепции, поскольку указанные отклонения пока экспериментальному измерению не поддаются. Хотя концепция скалярно-векторного потенциала и не обеспечивает такую точность как СТО, но, как показано в статье, она не только даёт возможность правильно объяснить целый ряд физических явлений, которые до этого в классической электродинамике объяснения не имели, но и раскрывает физику таких явлений без использования постулатов. Более того, оказывалось, что зависимость скалярного потенциала от скорости является основой всех законов электродинамики, связанных с движением зарядов. Концепция скалярно-векторного потенциала также явилась той основой, которая объединяет две разрозненные части электродинамики, делая её единой стройной наукой. Данная статья обобщает результаты работ, посвящённые указанной тематике.

## Список Литературы

1. Джемс Клерк Максвелл *Избранные сочинения по теории электрического поля* (Государственное издательство технико-теоретической литературы, Москва, 1954)
2. Генрих Герц *Электрическая сила* (С. Петербург, 1894)
3. Менде Ф Ф ВИНИТИ №774-В88 Деп. (1988)
4. Менде Ф Ф *Существуют ли ошибки в современной физике* (Харьков, Константа, 2003)
5. Менде Ф Ф *Непротиворечивая электродинамика* (Харьков, НТМТ, 2008)
6. Mende F F arXiv: physics/0402084
7. Mende F F arXiv: physics/0506083
8. Менде Ф Ф *Великие заблуждения и ошибки физиков XIX-XX столетий. Революция в современной физике* (Харьков, НТМТ, 2010)
9. Менде Ф Ф *Новая электродинамика. Революция в современной физике* (Харьков, НТМТ, 2012)

10. Менде Ф Ф *Инженерная физика* (2) 3 (2013)
11. Mende F F *International Journal of Physics* **2** (6) 211 (2014)
12. Дж. Джексон *Классическая электродинамика* (Мир, Москва, 1965)
13. Левич В Г *Курс теоретической физики* (М: Физматгиз, 1962)
14. Менде Ф Ф *Прикладная физика и математика* (4) 59 (2015)
15. Фейнман Р Лейтон Р Сэндс М *Фейнмановские лекции по физике* (М: Мир, 1977)
16. Менде Ф Ф *Инженерная физика* (6) 7 (2013)
17. Mende F F *International Journal of Physics* **2** (6) 202 (2014)
18. Тамм И Е *Основы теории электричества* (М.: Наука, 1989)
19. Менде Ф Ф, Спицын А И *Поверхностный импеданс сверхпроводников* (Киев, Наукова думка, 1985)
20. Mende F F *International Journal of Physics*, 2014, **2**, (8) 231 (2014)