Essai

Conjecture de Legendre : $\forall\ n \in \mathbb{N}^*$, $\exists$ au moins 1 nombre premier dans $[n^2, (n+1)^2]$.

Définition : $G(n) = \frac{8.n}{\pi^2}.\prod_{3 \leq p_i \leq n}\left(\frac{p_i}{p_i+1}\right)$ est une fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ et à valeurs réelles strictement positives et $G(n) < G(n+1)$.

Définition : *p(n)* est le nombre d'entiers premiers compris entre n^2 et $(n+1)^2$.

Lemme 3 *:* $\forall n : n \geq 2, \exists c_n > 0$ tel que $G(n) = c_n.p(n)$.

Résultat 1 : $p(n) \sim \frac{n}{\ln n}$, $p(10^4)$= 1081 et $p(10^5)$= 8668 d'où :

$$c_n \sim \frac{8.\ln n}{\pi^2}.\prod_{3 \leq p_i \leq n}\left(\frac{p_i}{p_i+1}\right) \sim \left(\frac{\pi}{3}\right)^2, \text{ et } G(n) \sim \left(\frac{\pi}{3}\right)^2.\frac{n}{\ln n}.$$

Résultat 2 : $\lim_{n\to\infty} c_n = 2e^{-\gamma}$ = 1,12291896713377 et γ = 0,57721566.

Exemples numériques :

n = 3, *p(3)= 2* *car 11 et 13* $\epsilon\ [9, 16]$ *et G(3) = 1,8237813056*
n= 4, p(4)= 3 *car 17,19 et 23* $\epsilon\ [16, 25]$ *et G(4) = 2,4317084074*
n = 5 *p(5) =2* *car 29 et 31* $\epsilon\ [25, 36]$ *et G(5) = 2,5330295911*

Le Résultat 1 est de M. Christophe Delaunay (Université de Besançon).
Le Résultat 2 vient de M. Clément Sire (Directeur du Laboratoire de Physique Théorique de Toulouse).

madanibouabdallah@hotmail.fr