NOMBRE PAIR EGAL A LA SOMME DE 2 NOMBRES PREMIERS

Le nombre 1 est un nombre qui n'est divisible par aucun autre nombre que lui-même. Dans cette étude, nous considérons le nombre 1 comme étant un nombre premier.

1 SUITE DES NOMBRES PREMIERS

La suite des nombres premiers est constituée de l'ensemble des nombres entiers positifs dans lequel sont supprimés :
- tous les nombres pairs sauf le nombre 2; le premier multiple à disparaître est le nombre 4 ou 2^2.
- tous les multiples de 3 sauf le nombre 3; le premier multiple à disparaître est le nombre 9 ou 3^2.
- tous les multiples de 5 sauf le nombre 5; le premier multiple à disparaître est le nombre 25 ou 5^2.
- tous les multiples de 7 sauf le nombre 7; le premier multiple à disparaître est le nombre 49 ou 7^2.
- ....
- ....
- tous les multiples de y sauf le nombre y; le premier multiple à disparaître est le nombre y^2.
- ....
- ....

Cette suite de nombres premiers est illimitée .

2 SOMME DE 2 NOMBRES EGALE A 2N

Les différentes possibilités de sommes 2 nombres entiers égales à 2n sont les suivantes :

1 + (2n – 1) = 2n
2 + (2n – 2) = 2n
3 + (2n – 3) = 2n
……………….
……………….
n + n = 2n
……………….
……………….
(2n – 3) + 3 = 2n
(2n – 2) + 2 = 2n
(2n – 1) + 1 = 2n
Les possibilités de somme 1 + (2n – 1) et (2n – 1) + 1 sont identiques, puis
les possibilités de somme 2 + (2n – 2) et (2n – 2) + 2 sont identiques, puis
………………………………………………………………..
………………………………………………………………..
les possibilités de somme (n – 1) + [2n –- (n - 1)] et [2n – (n – 1)] + (n – 1) sont identiques, puis
il existe une seule possibilité n + n
La quantité de possibilités de sommes égales à 2n est donc égale à n. . Ces possibilités sont :
1 + (2n – 1) = 2n
2 + (2n – 2) = 2n
3 + (2n – 3) = 2n
……………….
……………….
n + n = 2n

3 Etude des n associations

Avant suppression de multiples de nombres premiers, il existe n possibilités de sommes égale à 2n ; nous n'étudierons donc les suppressions des multiples de nombres premiers que sur ces n sommes ou n associations de 2 nombres.

Nous disposons ces sommes sous la forme suivante :
1, .2, 3, 4.; 5, ...…....n –1, n . Les compléments à 2n sont respectivement
2n-1, 2n-2, 2n-3, 2n-4, 2n-5, ...n + 1, n.

Dans la suite des nombres de 1 à n de la première ligne, les nombres pairs sont équirépartis tous les 2 nombres à partir de 0, les multiples de 3 sont équirépartis tous les 3 nombres à partir de 0, les multiples de 5 sont équirépartis tous les 5 nombres à partir de 0, ………………… les multiples de z sont équirépartis tous les z nombres à partir de 0

NOMBRE PAIR EGAL A LA SOMME DE 2 NOMBRES PREMIERS

Dans cette suite de nombres de 1 à n, si nous supprimons les nombres pairs, la quantité des nombres restants est au moins égale à n/2 par défaut. **Voir ANNEXE A**
Si nous supprimons les nombres pairs et les multiples du nombre premier 3, la quantité des nombres restants est au moins égale à n/3 par défaut.
Si nous supprimons les nombres pairs, les multiples du nombre premier 3, et les multiples du nombre premier 5, la quantité des nombres restants est au moins égale à n/5 par défaut.
……………………………………………………………………………………………………..
……………………………………………………………………………………………………..
Si nous supprimons les nombres pairs, les multiples du nombre premier 3, les multiples du nombre premier 5, ………….., les multiples du nombre premier z, la quantité des nombres restants est au moins égale à n/z par défaut.

Dans les associations des nombres de 1 à n associés respectivement aux nombres de 2n –1 à n, si nous observons les nombres pairs, les multiples du nombre premier 3, les multiples du nombre premier 5, ……………………. les multiples du nombre premier z, nous constatons :

- que les associations comprenant des nombres pairs des 2 lignes, sont équiréparties de 1 sur 2
- que les associations comprenant des multiples de 3 des 2 lignes sont équiréparties 2 par 2 autour de n – 3/2 modulo 3.
- que les associations comprenant des multiples de 5 des 2 lignes sont équiréparties 2 par 2 autour de n – 5/2 modulo 5.
- ……………………………………………………………………
- ……………………………………………………………………
- que les associations comprenant des multiples de z des 2 lignes sont équiréparties 2 par 2 autour de n – z/2 modulo z.

Après suppression des nombres pairs, des multiples du nombre premier 3, des multiples du nombre premier 5, ………….., des multiples du nombre premier z, la quantité des nombres restants dans la première ligne est au moins égale à n/z par défaut.

Après suppression des nombres pairs, des multiples du nombre premier 3, des multiples du nombre premier 5, ………….., des multiples du nombre premier z, la quantité des nombres restants dans la deuxième ligne est au moins égale à n/z par défaut.

Si nous démontrons que la quantité d'associations restantes est au moins égale à (n/z par défaut)/2; puis si quelle que soit n, il reste toujours au moins une association, alors la conjecture de GOLDBACH est vraie quelle que soit n..

4 Associations restantes après suppression des multiples de 2, des multiples de 3, des multiples de 5, ……………………………..des multiples de u, des n associations

Si nous supprimons tous les nombres pairs, les nombres pairs de la première ligne sont associés aux nombres pairs de la deuxième ligne ; la quantité totale d'associations supprimées par les 2 lignes est égale à n/2 par défaut.
Après suppression des nombres pairs, la quantité d'associations restante est au moins égale à n – n/2 par défaut, qui est au moins égale à n/2 par défaut.

Après suppression des nombres pairs et des multiples de 3, la quantité d'associations restante est au moins égale n[1/2]*[2/3] par défaut. Les nombres 2 et 3 étant premiers et donc premiers entre eux, quelle que soit n, la quantité d'associations restante est au moins égale n/6 par défaut. **Voir ANNEXE B.1**
Si n est multiple de 3, après suppression des nombres pairs et des multiples de 3, la quantité d'associations restante est au moins égale n/3 par défaut.

Après suppression des nombres pairs, des multiples de 3 et des multiples de 5, la quantité d'associations restante est au moins égale n[1/2]*[2/3][3/5] par défaut. Les nombres 2,3 et 5 étant premiers et donc premiers entre eux, quelle que soit n, la quantité d'associations restante est au moins égale n/10 par défaut. **Voir ANNEXE B.2**

Après suppression des nombres pairs, des multiples de 3, des multiples de 5 et des multiples de 7, la quantité d'associations restante est au moins égale n[1/2]*[2/3]*[3/5]*[5/7] par défaut. Les nombres 2,3,5 et 7 étant premiers et donc premiers entre eux, quelle que soit n, la quantité d'associations restante est au moins égale n/14 par défaut. **Voir ANNEXE B.3**

Nous avons démontré qu'après suppression des nombres pairs, quelle que soit n, la quantité d'associations est au moins égale à n/2 par défaut.
Nous avons démontré qu'après suppression des nombres pairs et des multiples de 3, la quantité d'associations est au moins

égale à n/6 par défaut.
Nous avons démontré qu'après suppression des nombres pairs, des multiples de 3 et des multiples de 5 nombre premier immédiatement supérieur à 3 que la quantité d'associations est au moins égale à n/10 par défaut.
Nous avons vérifié qu'après suppression des nombres pairs, des multiples de 3, des multiples de 5 et des multiples de 7 nombre premier immédiatement supérieur à 5 que la quantité d'associations est au moins égale à n/14 par défaut.
Il en résulte compte tenu qu'à partir du nombre 5, l'écart entre 2 nombres premiers consécutifs est toujours au moins égal à 2, qu'après suppression des nombres pairs, des multiples de 3, des multiples de 5 et des multiples de 7, ………………… et des multiples d'un nombre premier u, la quantité d'associations est au moins égale à n[1/2]*[1/3]*[3/5]*……………….*[(u – 2)/u] qui est au moins égal à n/2u.

A noter le cas particulier où n est multiple de 3, la quantité totale d'associations après suppression des multiples de 3 des 2 lignes n'est pas égale à n/3 mais à 2n/3. Après suppression des nombres pairs, des multiples de 3, des multiples de 5,…………………….. des multiples du nombre premier u, la quantité totale d'associations restante est au moins égale à n[1/2]*[2/3]*[3/5]*……………….*[(u – 2)/u] qui est au moins égal à n/u.

5 DISPONIBILITE DE SOMMES DE NOMBRES PREMIERS EGALES A 2N

Après suppression de l'ensemble des multiples de 2, 3, 5 ,7, 11,…..et u de la suite des nombres de 1 à 2n, quelle que soit n, la quantité d'associations est toujours au moins égale à n/2u par défaut ou 2n/4u par défaut ou $[(2n)^{1/2}*(2n)^{1/2}/4u$ par défaut.

Si nous supprimons les multiples des nombres premiers inférieurs à $(2n)^{1/2}$, nous supprimons tous les nombres non premiers des 2n nombres. Avec $u < (2n)^{1/2}$, la quantité d'associations est toujours au moins égale à $(2n)^{1/2}/4$ par défaut.

Plus le nombre pair est grand, plus le nombre $(2n)^{1/2}/4$ est grand (proportionnel à la racine du nombre pair) .Quel que soit le nombre pair, la quantité d'associations est toujours au moins égale à la valeur entière du quart de la racine du nombre pair.

Pour les nombres pairs inférieurs à 16, $(2n)^{1/2}/4$ est inférieur à 1 ne garantit pas de possibilité de somme, mais il est aisé de vérifier qu'au moins une possibilité de somme existe pour chacun de ces 7 petits nombres pairs.

Si 2n est multiple de 3, la quantité d'associations est toujours au moins égale à n/u au lieu de 2n/u, la quantité est doublée.

6 CONCLUSION

Tout nombre pair est la somme de 2 nombres premiers.
Plus le nombre pair est grand, plus les possibilités de somme de 2 nombres premiers sont importantes. Ces possibilités sont toujours au moins égales à la valeur entière du quart de la racine du nombre pair. Si le nombre pair est multiple de 3, ces possibilités de somme de 2 nombres premiers sont doublées.

Annexe A

Quantités de nombres restants après suppression des nombres pairs, des multiples de 3, des multiples de 5, ………………………………. des multiples de z, de la suite des nombres de 1 à n

Quelle que soit n, la quantité de nombres pairs, est égale à n/2 par défaut ; après suppression des nombres pairs, la quantité de nombres restants est égale à n - n/2 par défaut, qui est au moins égale à n/2 par défaut.

Quelle que soit n, la quantité de nombres pairs, est égale à n/2 par défaut; la quantité de multiples de 3, est égale à n/3 par défaut. Les nombres 2 et 3 sont premiers et donc premiers entre eux, après suppression des nombres pairs et des multiples de 3, la quantité de nombres restants est égale à n - n/2 par défaut - n/3 par défaut + n/(2*3) par défaut. Cette quantité est égale à n[1 - 1/2 par défaut]*[1 - 1/3 par défaut], qui est au moins égale à n(1/2)*(2/3) par défaut. Quelle que soit n cette valeur est au moins égale à n/3 par défaut. (voir NOTA 1).

Quelle que soit n, la quantité de nombres pairs, est égale à n/2 par défaut; la quantité de multiples de 3, est égale à n/3 par défaut, la quantité de multiples de 5, est égale à n/5 par défaut. Les nombres 2, 3 et 5 sont premiers et donc premiers entre eux, après suppression des nombres pairs, des multiples de 3 et des multiples de 5, la quantité de nombres restants est égale à n - n/2 par défaut - n/3 par défaut - n/5 par défaut + n/(2*3) par défaut + n/(2*5) par défaut + n/(3*5) par défaut - n/(2*3*5) par défaut. Cette quantité est égale à n[1 - 1/2 par défaut]*[1 - 1/3 par défaut]*[1 - 1/5 par défaut], qui est au moins égale à (n/3)*(4/5) par défaut et à fortiori au moins égale à (n/3)*(3/5) par défaut, puis quelle que soit n cette valeur est au moins égale à n/5 par défaut. (voir NOTA 1).

Quelle que soit n, la quantité de nombres pairs, est égale à n/2 par défaut; la quantité de multiples de 3, est égale à n/3 par défaut, la quantité de multiples de 5, est égale à n/5 par défaut, la quantité de multiples de 7, est égale à n/7 par défaut. Les nombres 2, 3, 5 et 7 sont premiers et donc premiers entre eux, après suppression des nombres pairs, des multiples de 3, des multiples de 5 et des multiples de 7, la quantité de nombres restants est égale à n - n/2 par défaut - n/3 par défaut - n/5 par défaut - n/7 par défaut + n/(2*3) par défaut + n/(2*5) par défaut + n/(2*7) par défaut + n/(3*5) par défaut + n/(3*7) par défaut + n/(5*7) par défaut - n/(2*3*5) par défaut - n/(2*3*7) par défaut - n/(2*5*7) par défaut - n/(3*5*7) par défaut + n/(2*3*5*7) par défaut. Cette quantité est égale à n[1 - 1/2 par défaut]*[1 - 1/3 par défaut]*[1 - 1/5 par défaut]*[1 - 1/7 par défaut], qui est au moins égale à (n/3)*(4/5)*(6/7) par défaut, et à fortiori au moins égale à (n/3)*(3/5)*(5/7) par défaut, puis quelle que soit n cette valeur est au moins égale à n/7 par défaut. **(voir NOTA 1)**.

Nous avons démontré qu'après suppression des nombres pairs, la quantité de nombres restants quelle que soit n est au moins égale à n/2 par défaut.
Nous avons démontré qu'après suppression des nombres pairs et des multiples de 3, la quantité de nombres restants quelle que soit n est au moins égale à n(1/2)*(2/3) par défaut. Quelle que soit n cette valeur est au moins égale à n/3 par défaut.
Nous avons démontré qu'après suppression des nombres pairs, des multiples de 3 et des multiples de 5 nombre premier immédiatement supérieur à 3 que la quantité de nombres restants quelle que soit n est au moins égale à (n/3)*(4/5) par défaut, puis quelle que soit n cette valeur est au moins égale à n/5 par défaut.
Nous avons vérifié qu'après suppression des nombres pairs, des multiples de 3, des multiples de 5 et des multiples de 7 nombre premier immédiatement supérieur à 5 que la quantité de nombres restants quelle que soit n est au moins égale à (n/3)*(4/5)*(6/7) par défaut, puis quelle que soit n cette valeur est au moins égale à n/7 par défaut.
Il en résulte qu'après suppression des nombres pairs, des multiples de 3, des multiples de 5, des multiples de 7, des multiples de 11, ………………………….., et des multiples du nombre premier z, la quantité de nombres restants est au moins égale à (n/3)*(4/5)*(6/7)*(10/11) ………………. *[(z – 1)/z] par défaut. Cette quantité est au moins égale à (n/3)*(3/5)*(5/7)*(7/11) ………………. *(y/z) par défaut. Les nombres 3, 5, 7, 11, …………z étant premiers et donc premiers entre eux ; quelle que soit n, cette quantité est au moins égale à n/z par défaut.

Annexe B.1

Associations restantes après suppression des multiples d'un nombre premier p et des multiples d'un nombre premier q, des n associations

Si n est quelconque, après suppression des multiples de p, la quantité d'associations supprimées par la première ligne est de n/p par défaut. Les associations supprimées par la deuxième ligne sont différentes de celles de la première ligne. La quantité totale d'associations supprimées par les 2 lignes est égale à (2n – 1)/p par défaut.

Si n est quelconque, après suppression des multiples de q, la quantité d'associations supprimées par la première ligne est de n/q par défaut. Les associations supprimées par la deuxième ligne sont différentes de celles de la première ligne. La quantité totale d'associations supprimées par les 2 lignes est égale à (2n – 1)/q par défaut.

Certaines associations sont supprimées 2 fois (par les multiples de p et par les multiples de q.
Ces associations de 4 types sont constituées par :
- les multiples de p de la première ligne associés aux multiples de q de la première ligne
- les multiples de p de la deuxième ligne associés aux multiples de q de la deuxième ligne
- les multiples de p de la première ligne associés aux multiples de q de la deuxième ligne
- les multiples de q de la première ligne associés aux multiples de p de la deuxième ligne

Les associations des 1^{ier} et 2^{ième} types sont les associations constituées par les multiples de p de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de q respectivement de la suite des nombres de 1 à 2n – 1. La quantité d'associations est égale à (2n – 1)/pq par défaut (voir NOTA 2).

Les associations des 3^{ième} et 4^{ième} types sont les associations constituées par les multiples de p de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de q respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1. La quantité d'associations est égale à (2n – 1)/p*q par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

La quantité totale d'associations supprimées 1 fois est (2n – 1)/p par défaut + (2n – 1)/q par défaut.
La quantité totale d'associations supprimées 2 fois est de (2n – 1)/pq par défaut + (2n – 1)/p*q par défaut ou par excès.
La quantité totale d'associations restantes est égale à n moins la quantité totale d'associations supprimées 1 fois, plus la quantité totale d'associations supprimées 2 fois, c'est à dire n – [(2n – 1)/p par défaut + (2n – 1)/q par défaut - (2n – 1)/pq par défaut - (2n – 1)/p*q par défaut ou par excès].

La quantité (2n – 1)/q par défaut, représente la quantité supprimée par les multiples de q, des 2n – 1 nombres consécutifs. Cette quantité ne peut pas être supérieure à la quantité supprimée par les multiples de q, des 2n nombres consécutifs, c'est à dire 2n/q par défaut
La quantité [(2n – 1)/p par défaut - (2n – 1)/pq par défaut - (2n – 1)/p*q par défaut ou par excès], représente la quantité supprimée par les nombres pairs et les multiples de q des 2n – 1 nombres consécutifs. Cette quantité ne peut pas être supérieure à la quantité supprimée par les nombres pairs et les multiples de q des 2n nombres consécutifs, c'est à dire [2n/p par défaut - 2n/pq par défaut - 2n/p*q par défaut ou par excès].
La quantité d'associations restantes est donc au moins égale à n – 2n/q par défaut – [2n/p par défaut - 2n/pq par défaut - 2n/p*q par défaut ou par excès]
Cette quantité est au moins égale à n(1 – 2/q par défaut) – n(2/p par défaut)*(1 – 1/q par défaut – 1/q par défaut ou par excès).
(1 – 1/q par défaut – 1/q par défaut ou par excès) ne peut pas être supérieure à n(1 – 2/q par défaut).
La quantité d'associations restantes est donc au moins égale à [n(1 – 2/p par défaut)]*(1 – 2/q par défaut)

Si p = 2, les nombres pairs de la première ligne sont associés aux nombres pairs de la deuxième ligne ; la quantité totale d'associations supprimées par les 2 lignes est égale à n/2 par défaut ; n(1 – 2/p par défaut) est au moins égale à n/2 par défaut.

Si q = 3 ; n(1 – 2/q par défaut) est au moins égale à n/3 par défaut.
.
Après suppression des nombres pairs et des multiples de 3, la quantité d'associations restante est au moins égale n[1/2]*[1/3] par défaut. Les nombres 2 et 3 étant premiers et donc premiers entre eux, quelle que soit n, la quantité d'associations restante est au moins égale n/6 par défaut.

A noter le cas particulier où n est multiple de 3, la quantité totale d'associations supprimées par les multiples de 3 des 2 lignes est égale à n/3. la quantité d'associations restante est au moins égale à 2n/3 par défaut. ; après suppression des nombres pairs et des multiples de 3, la quantité d'associations restante est au moins égale n[1/2]*[2/3] par défaut. Les nombres 2 et 3 étant premiers et donc premiers entre eux, quelle que soit n, la quantité d'associations restante est au moins égale n/3 par défaut.

Annexe B.2

Associations restantes après suppression des multiples d'un nombre premier p, des multiples d'un nombre premier q et des multiples d'un nombre premier r, des n associations

Si n est quelconque, après suppression des multiples de p, la quantité d'associations supprimées par la première ligne est de n/p par défaut. Les associations supprimées par la deuxième ligne sont différentes de celles de la première ligne. La quantité totale d'associations supprimées par les 2 lignes est égale à (2n – 1)/p par défaut.

Si n est quelconque, après suppression des multiples de q, la quantité d'associations supprimées par la première ligne est de n/q par défaut. Les associations supprimées par la deuxième ligne sont différentes de celles de la première ligne. La quantité totale d'associations supprimées par les 2 lignes est égale à (2n – 1)/q par défaut.

Si n est quelconque, après suppression des multiples de r, la quantité d'associations supprimées par la première ligne est de n/r par défaut. Les associations supprimées par la deuxième ligne sont différentes de celles de la première ligne. La quantité totale d'associations supprimées par les 2 lignes est égale à (2n – 1)/r par défaut.

Certaines associations sont supprimées 2 fois (par les multiples de p, par les multiples de q ou par les multiples de r.
Ces associations de 12 types sont constituées par :
- les multiples de p de la première ligne associés aux multiples de q de la première ligne
- les multiples de p de la deuxième ligne associés aux multiples de q de la deuxième ligne
- les multiples de p de la première ligne associés aux multiples de q de la deuxième ligne
- les multiples de q de la première ligne associés aux multiples de p de la deuxième ligne
- les multiples de q de la première ligne associés aux multiples de r de la première ligne
- les multiples de q de la deuxième ligne associés aux multiples de r de la deuxième ligne
- les multiples de q de la première ligne associés aux multiples de r de la deuxième ligne
- les multiples de r de la première ligne associés aux multiples de q de la deuxième ligne
- les multiples de r de la première ligne associés aux multiples de p de la première ligne
- les multiples de r de la deuxième ligne associés aux multiples de p de la deuxième ligne
- les multiples de r de la première ligne associés aux multiples de p de la deuxième ligne
- les multiples de p de la première ligne associés aux multiples de r de la deuxième ligne

Les associations des 1^{ier} et $2^{ième}$ types sont les associations constituées par les multiples de p de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de q respectivement de la suite des nombres de 1 à 2n – 1. La quantité d'associations est égale à (2n – 1)/pq par défaut (voir NOTA 2).

Les associations des $3^{ième}$ et $4^{ième}$ types sont les associations constituées par les multiples de p de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de q respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1. La quantité d'associations est égale à (2n – 1)/pq par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

Les associations des $5^{ième}$ et $6^{ième}$ types sont les associations constituées par les multiples de q de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de r respectivement de la suite des nombres de 1 à 2n – 1. La quantité d'associations est égale à (2n – 1)/qr par défaut (voir NOTA 2).

Les associations des $7^{ième}$ et $8^{ième}$ types sont les associations constituées par les multiples de q de la suite des nombres de 1 à 2n –1, associés aux multiples de r respectivement de la suite des nombres de 2n –1 à 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/q*r par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

Les associations des $9^{ième}$ et $10^{ième}$ types sont les associations constituées par les multiples de r de la suite des nombres de 1 à 2n –1, associés multiples de p respectivement de la suite des nombres de 1 à 2n –1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/rp par défaut (voir NOTA 2).

Les associations des $11^{ième}$ et $12^{ième}$ types sont les associations constituées par les multiples de r de la suite des nombres de 1 à 2n –1, associés aux multiples de p respectivement de la suite des nombres de 2n –1 à 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/r*p par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

Certaines associations sont supprimées 3 fois (par les multiples de 2, par les multiples de q et par les multiples de r.
Ces associations de 8 types sont constituées par :
- les multiples de p multiples de q et multiples de r de la première ligne
- les multiples de p multiples de q et multiples de r de la deuxième ligne
- les multiples de p de la première ligne associés aux multiples de q et multiples de r de la deuxième ligne

- les multiples de q et multiples de r de la première ligne associés aux multiples de p de la deuxième ligne
- les multiples de q de la première ligne associés aux multiples de r et multiples de p de la deuxième ligne
- les multiples de r et multiples de p de la première ligne associés aux multiples de q de la deuxième ligne
- les multiples de r de la première ligne associés aux multiples de p et multiples de q de la deuxième ligne
- les multiples de p et multiples de q de la première ligne associés aux multiples de r de la deuxième ligne

Les associations des 1^{ier} et $2^{ième}$ types sont les associations constituées par les multiples de p multiples de q et multiples de r de la suite des nombres de 1 à 2n – 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/pqr par défaut (voir NOTA 2).

Les associations des $3^{ième}$ et $4^{ième}$ types sont les associations constituées par les multiples de p de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de q et multiples de r respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/p*qr par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

Les associations des $5^{ième}$ et $6^{ième}$ types sont les associations constituées par les multiples de q de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de r et multiples de p respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/q*rp par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

Les associations des $7^{ième}$ et $8^{ième}$ types sont les associations constituées par les multiples de r de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de p et multiples de q respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/r*pq par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

La quantité totale d'associations supprimées 1 fois est de (2n – 1)/p par défaut + (2n – 1)/q par défaut. + (2n – 1)/r par défaut.

La quantité totale d'associations supprimées 2 fois est de (2n – 1)/pq par défaut + (2n – 1)/p*q par défaut ou par excès + (2n – 1)/qr par défaut + (2n – 1)/q*r par défaut ou par excès + (2n – 1)/rp par défaut + (2n – 1)/r*p par défaut ou par excès.

La quantité totale d'associations supprimées 3 fois est de (2n – 1)/pqr par défaut + (2n – 1)/p*qr par défaut ou par excès + (2n – 1)/q*rp par défaut ou par excès + (2n – 1)/r*pq par défaut ou par excès.

La quantité totale d'associations restantes est donc égale à n moins la quantité totale d'associations supprimées 1 fois, plus la quantité totale d'associations supprimées 2 fois, moins la quantité totale d'associations supprimées 3 fois c'est à dire n - (2n – 1)/r par défaut – [(2n – 1)/p par défaut + (2n – 1)/q par défaut - (2n – 1)/pq par défaut - (2n – 1)/p*q par défaut ou par excès - (2n – 1)/qr par défaut - (2n – 1)/q*r par défaut ou par excès - (2n – 1)/rp par défaut - (2n – 1)/r*p par défaut ou par excès + (2n – 1)/pqr par défaut + (2n – 1)/p*qr par défaut ou par excès + (2n – 1)/q*rp par défaut ou par excès + (2n – 1)/r*pq par défaut ou par excès].

La quantité (2n – 1)/r par défaut, représente la quantité supprimée par les multiples de r, des 2n – 1 nombres consécutifs. Cette quantité ne peut pas être supérieure à la quantité supprimée par les multiples de r, des 2n nombres consécutifs, c'est à dire 2n/r par défaut
La quantité [(2n – 1)/p par défaut + (2n – 1)/q par défaut - (2n – 1)/pq par défaut - (2n – 1)/p*q par défaut ou par excès - (2n – 1)/qr par défaut - (2n – 1)/q*r par défaut ou par excès - (2n – 1)/rp par défaut - (2n – 1)/r*p par défaut ou par excès + (2n – 1)/pqr par défaut + (2n – 1)/p*qr par défaut ou par excès + (2n – 1)/q*rp par défaut ou par excès + (2n – 1)/r*pq par défaut ou par excès], représente la quantité supprimée par les nombres pairs, les multiples de q et les multiples de r des 2n – 1 nombres consécutifs. Cette quantité ne peut pas être supérieure à la quantité supprimée par les nombres pairs, les multiples de q et les multiples de r des 2n nombres consécutifs, c'est à dire la quantité [2n/p par défaut + 2n/q par défaut - 2n/pq par défaut - 2n/p*q par défaut ou par excès - 2n/qr par défaut - 2n/q*r par défaut ou par excès - 2n/rp par défaut - 2n/r*p par défaut ou par excès + 2n/pqr par défaut + 2n/p*qr par défaut ou par excès + 2n/q*rp par défaut ou par excès + 2n/r*pq par défaut ou par excès].

La quantité d'associations restantes est donc au moins égale à n – 2n/r par défaut – [2n/p par défaut + 2n/q par défaut - 2n/pq par défaut - 2n/p*q par défaut ou par excès - 2n/qr par défaut - 2n/q*r par défaut ou par excès - 2n/rp par défaut - 2n/r*p par défaut ou par excès + 2n/pqr par défaut + 2n/p*qr par défaut ou par excès + 2n/q*rp par défaut ou par excès + 2n/r*pq par défaut ou par excès]

[2n/p par défaut + 2n/q par défaut - 2n/pq par défaut - 2n/p*q par défaut ou par excès - 2n/qr par défaut - 2n/q*r par défaut ou par excès - 2n/rp par défaut - 2n/r*p par défaut ou par excès + 2n/pqr par défaut + 2n/p*qr par défaut ou par excès + 2n/q*rp par défaut ou par excès + 2n/r*pq par défaut ou par excès] ne peut pas être supérieure à n[1 - (1 - 2/p par défaut)*(1 - 2/q par défaut)]*(1 – 1/r par défaut – 1/r par défaut ou par excès)

La quantité d'associations restantes est donc au moins égale à n(1 – 2/r par défaut) – n[1 - (1 - 2/p par défaut)*(1 - 2/q par défaut)]*(1 – 1/r par défaut – 1/r par défaut ou par excès).
(1 – 1/r par défaut – 1/r par défaut ou par excès) ne peut pas être supérieure à n(1 – 2/r par défaut).
La quantité d'associations restantes est donc au moins égale à [n(1 – 2/p par défaut)*(1 – 2/q par défaut)]*(1 – 2/r par défaut)

Si p = 2, q = 3 et r = 5, la quantité d'associations restantes est donc au moins égale à n[(1/2)*(1/3)]*(3/5) par défaut. Les nombres 2, 3 et 5 étant premiers et donc premiers entre eux, quelle que soit n, la quantité d'associations restante est au moins égale n/10 par défaut.

Annexe B.3

Associations restantes après suppression des multiples d'un nombre premier p, des multiples d'un nombre premier q, des multiples d'un nombre premier r et des multiples d'un nombre premier s, des n associations

Si n est quelconque, après suppression des multiples de p, la quantité d'associations supprimées par la première ligne est de n/p par défaut. Les associations supprimées par la deuxième ligne sont différentes de celles de la première ligne. La quantité totale d'associations supprimées par les 2 lignes est égale à (2n – 1)/p par défaut.

Si n est quelconque, après suppression des multiples de q, la quantité d'associations supprimées par la première ligne est de n/q par défaut. Les associations supprimées par la deuxième ligne sont différentes de celles de la première ligne. La quantité totale d'associations supprimées par les 2 lignes est égale à (2n – 1)/q par défaut.

Si n est quelconque, après suppression des multiples de r, la quantité d'associations supprimées par la première ligne est de n/r par défaut. Les associations supprimées par la deuxième ligne sont différentes de celles de la première ligne. La quantité totale d'associations supprimées par les 2 lignes est égale à (2n – 1)/r par défaut.

Si n est quelconque, après suppression des multiples de s, la quantité d'associations supprimées par la première ligne est de n/s par défaut. Les associations supprimées par la deuxième ligne sont différentes de celles de la première ligne. La quantité totale d'associations supprimées par les 2 lignes est égale à (2n – 1)/s par défaut.

Certaines associations sont supprimées 2 fois (par les multiples de p, par les multiples de q, par les multiples de r et par les multiples de s.
Ces associations de 24 types sont constituées par :
- les multiples de p de la première ligne associés aux multiples de q de la première ligne
- les multiples de p de la deuxième ligne associés aux multiples de q de la deuxième ligne
- les multiples de p de la première ligne associés aux multiples de q de la deuxième ligne
- les multiples de q de la première ligne associés aux multiples de p de la deuxième ligne
- les multiples de q de la première ligne associés aux multiples de r de la première ligne
- les multiples de q de la deuxième ligne associés aux multiples de r de la deuxième ligne
- les multiples de q de la première ligne associés aux multiples de r de la deuxième ligne
- les multiples de r de la première ligne associés aux multiples de q de la deuxième ligne
- les multiples de r de la première ligne associés aux multiples de s de la première ligne
- les multiples de r de la deuxième ligne associés aux multiples de s de la deuxième ligne
- les multiples de r de la première ligne associés aux multiples de s de la deuxième ligne
- les multiples de s de la première ligne associés aux multiples de r de la deuxième ligne
- les multiples de p de la première ligne associés aux multiples de r de la première ligne
- les multiples de p de la deuxième ligne associés aux multiples de r de la deuxième ligne
- les multiples de p de la première ligne associés aux multiples de r de la deuxième ligne
- les multiples de r de la première ligne associés aux multiples de p de la deuxième ligne
- les multiples de q de la première ligne associés aux multiples de s de la première ligne
- les multiples de q de la deuxième ligne associés aux multiples de s de la deuxième ligne
- les multiples de q de la première ligne associés aux multiples de s de la deuxième ligne
- les multiples de s de la première ligne associés aux multiples de q de la deuxième ligne
- les multiples de s de la première ligne associés aux multiples de p de la première ligne
- les multiples de s de la deuxième ligne associés aux multiples de p de la deuxième ligne
- les multiples de s de la première ligne associés aux multiples de p de la deuxième ligne
- les multiples de p de la première ligne associés aux multiples de s de la deuxième ligne

Les associations des 1^{ier} et $2^{ième}$ types sont les associations constituées par les multiples de p de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de q respectivement de la suite des nombres de 1 à 2n – 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/pq par défaut (voir NOTA 2).

Les associations des $3^{ième}$ et $4^{ième}$ types sont les associations constituées par les multiples de p de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de q respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/p*q par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

Les associations des $5^{ième}$ et $6^{ième}$ types sont les associations constituées par les multiples de q de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associées aux multiples de r respectivement de la suite des nombres de 1 à 2n – 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/qr par défaut (voir NOTA 2).

Les associations des 7ième et 8ième types sont les associations constituées par les multiples de q de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de r respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/q*r par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

Les associations des 9ième et 10ième types sont les associations constituées par les multiples de r de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de s respectivement de la suite des nombres de 1 à 2n – 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/rs par défaut (voir NOTA 2).

Les associations des 11ième et 12ième types sont les associations constituées par les multiples de r de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de s respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/r*s par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

Les associations des 13ième et 14ième types sont les associations constituées par les multiples de p de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de r respectivement de la suite des nombres de 1 à 2n – 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/pr par défaut (voir NOTA 2).

Les associations des 15ième et 16ième types sont les associations constituées par les multiples de p de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de r respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/p*r par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

Les associations des 17ième et 18ième types sont les associations constituées par les multiples de q de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de s respectivement de la suite des nombres de 1 à 2n – 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/qs par défaut (voir NOTA 2).

Les associations des 19ième et 20ième types sont les associations constituées par les multiples de q de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de s respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/q*s par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

Les associations des 21ième et 22ième types sont les associations constituées par les multiples de s de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de p respectivement de la suite des nombres de 1 à 2n – 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/sp par défaut (voir NOTA 2).

Les associations des 23ième et 24ième types sont les associations constituées par les multiples de s de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de p respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/s*p par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

Certaines associations sont supprimées 3 fois.
Ces associations de 32 types sont constituées par :
- les multiples de p multiples de q et multiples de r de la première ligne
- les multiples de p multiples de q et multiples de r de la deuxième ligne
- les multiples de p de la première ligne associés aux multiples de q et multiples de r de la deuxième ligne
- les multiples de q et multiples de r de la première ligne associés aux multiples de p de la deuxième ligne
- les multiples de q de la première ligne associés aux multiples de r et multiples de p de la deuxième ligne
- les multiples de r et multiples de p de la première ligne associés aux multiples de q de la deuxième ligne
- les multiples de r de la première ligne associés aux multiples de p et multiples de q de la deuxième ligne
- les multiples de p et multiples de q de la première ligne associés aux multiples de r de la deuxième ligne
- les multiples de q multiples de r et multiples de s de la première ligne
- les multiples de q multiples de r et multiples de s de la deuxième ligne
- les multiples de q de la première ligne associés aux multiples de r et multiples de s de la deuxième ligne
- les multiples de r et multiples de s de la première ligne associés aux multiples de q de la deuxième ligne
- les multiples de r de la première ligne associés aux multiples de s et multiples de q de la deuxième ligne
- les multiples de s et multiples de q de la première ligne associés aux multiples de r de la deuxième ligne
- les multiples de s de la première ligne associés aux multiples de q et multiples de r de la deuxième ligne
- les multiples de q et multiples de r de la première ligne associés aux multiples de s de la deuxième ligne
- les multiples de r multiples de s et multiples de p de la première ligne
- les multiples de r multiples de s et multiples de p de la deuxième ligne
- les multiples de r de la première ligne associés aux multiples de s et multiples de p de la deuxième ligne
- les multiples de s et multiples de p de la première ligne associés aux multiples de r de la deuxième ligne
- les multiples de s de la première ligne associés aux multiples de p et multiples de r de la deuxième ligne
- les multiples de p et multiples de r de la première ligne associés aux multiples de s de la deuxième ligne
- les multiples de p de la première ligne associés aux multiples de r et multiples de s de la deuxième ligne
- les multiples de r et multiples de s de la première ligne associés aux multiples de p de la deuxième ligne
- les multiples de p multiples de q et multiples de s de la première ligne
- les multiples de p multiples de q et multiples de s de la deuxième ligne

- les multiples de p de la première ligne associés aux multiples de q et multiples de s de la deuxième ligne
- les multiples de q et multiples de s de la première ligne associés aux multiples de p de la deuxième ligne
- les multiples de q de la première ligne associés aux multiples de s et multiples de p de la deuxième ligne
- les multiples de s et multiples de p de la première ligne associés aux multiples de q de la deuxième ligne
- les multiples de s de la première ligne associés aux multiples de p et multiples de q de la deuxième ligne
- les multiples de p et multiples de q de la première ligne associés aux multiples de s de la deuxième ligne

Les associations des 1ier et 2ième types sont les associations constituées par les multiples de p de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de q respectivement de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de r respectivement de la suite des nombres de 1 à 2n – 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/pqr par défaut (voir NOTA 2).

Les associations des 3ième et 4ième types sont les associations constituées par les multiples de p de la suite des nombres de 1 à 2n –1, associés aux multiples de q et multiples de r respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/p*qr par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

Les associations des 5ième et 6ième types sont les associations constituées par les multiples de q de la suite des nombres de 1 à 2n –1, associés aux multiples de r et multiples de p respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/q*rp par défaut ou par excès ou de (2n – 1)/q*rp par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

Les associations des 7ième et 8ième types sont les associations constituées par les multiples de r de la suite des nombres de 1 à 2n –1, associés aux multiples de p et multiples de q respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/r*pq par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

……
……
……
……
……
……

Certaines associations sont supprimées 4 fois (par les multiples de p, par les multiples de q, par les multiples de r et par les multiples de s).
Ces associations de 16 types sont constituées par :
- les multiples de p multiples de q, multiples de r et multiples de s de la première ligne
- les multiples de p multiples de q, multiples de r et multiples de s de la deuxième ligne
- les multiples de p de la première ligne associés aux multiples de q, multiples de r et multiples de s de la deuxième ligne
- les multiples de q, multiples de r et multiples de s de la première ligne associés aux multiples de p de la deuxième ligne
- les multiples de q de la première ligne associés aux multiples de r, multiples de s et multiples de p de la deuxième ligne
- les multiples de r, multiples de s et multiples de p de la première ligne associés aux multiples de q de la deuxième ligne
- les multiples de r de la première ligne associés aux multiples de s, multiples de p et multiples de q de la deuxième ligne
- les multiples de s, multiples de p et multiples de q de la première ligne associés aux multiples de r de la deuxième ligne
- les multiples de s de la première ligne associés aux multiples de p, multiples de q et multiples de r de la deuxième ligne
- les multiples de p, multiples de q et multiples de r de la première ligne associés aux multiples de s de la deuxième ligne
- les multiples de p, multiples de q de la première ligne associés aux multiples de r et multiples de s de la deuxième ligne
- les multiples de r, multiples de s de la première ligne associés aux multiples de p et multiples de q de la deuxième ligne
- les multiples de p, multiples de r de la première ligne associés aux multiples de q et multiples de s de la deuxième ligne
- les multiples de q, multiples de s de la première ligne associés aux multiples de p et multiples de r de la deuxième ligne
- les multiples de p, multiples de s de la première ligne associés aux multiples de q et multiples de r de la deuxième ligne
- les multiples de q, multiples de r de la première ligne associés aux multiples de p et multiples de s de la deuxième ligne

Les associations des 1ier et 2ième types sont les associations constituées par les multiples de p de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de q respectivement de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de r respectivement de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de s respectivement de la suite des nombres de 1 à 2n – 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/pqrs par défaut (voir NOTA 2).

Les associations des 3ième et 4ième types sont les associations constituées par les multiples de p de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de q respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1, associés aux multiples de r respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1, associés aux multiples de s respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/p*qrs par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

Les associations des 5ième et 6ième types sont les associations constituées par les multiples de q de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de r respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1, associés aux multiples de s respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1, associés aux multiples de p respectivement de la suite des nombres de 2n

– 1 à 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/q*rsp par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

Les associations des 7ième et 8ième types sont les associations constituées par les multiples de r de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de s respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1, associés aux multiples de p respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1, associés aux multiples de q respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/r*spq par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

Les associations des 9ième et 10ième types sont les associations constituées par les multiples de s de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de p respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1, associés aux multiples de q respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1, associés aux multiples de r respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/s*pqr par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

Les associations des 11ième et 12ième types sont les associations constituées par les multiples de p de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de q respectivement de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de r respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1, associés aux multiples de s respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/pq*rs par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

Les associations des 13ième et 14ième types sont les associations constituées par les multiples de p de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de r respectivement de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de q respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1, associés aux multiples de s respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/pr*qs par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

Les associations des 15ième et 16ième types sont les associations constituées par les multiples de p de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de s respectivement de la suite des nombres de 1 à 2n – 1, associés aux multiples de q respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1, associés aux multiples de r respectivement de la suite des nombres de 2n – 1 à 1. La quantité d'associations est de (2n – 1)/ps*qr par défaut ou par excès (voir NOTA 3).

La quantité totale d'associations supprimées 1 fois est de (2n – 1)/p par défaut + (2n – 1)/q par défaut. + (2n – 1)/r par défaut + (2n – 1)/s par défaut.

La quantité totale d'associations supprimées 2 fois est de (2n – 1)/pq par défaut + (2n – 1)/p*q par défaut ou par excès + (2n – 1)/qr par défaut + (2n – 1)/q*r par défaut ou par excès + (2n – 1)/rs par défaut + (2n – 1)/r*s par défaut ou par excès + (2n – 1)/pr par défaut + (2n – 1)/p*r par défaut ou par excès + (2n – 1)/qs par défaut + (2n – 1)/q*s par défaut ou par excès + (2n – 1)/sp par défaut + (2n – 1)/s*p par défaut ou par excès.

La quantité totale d'associations supprimées 3 fois est de (2n – 1)/pqr par défaut + (2n – 1)/p*qr par défaut ou par excès + (2n – 1)/q*rp par défaut ou par excès + (2n – 1)/r*pq par défaut ou par excès + (2n – 1)/qrs par défaut + (2n – 1)/q*rs par défaut ou par excès + (2n – 1)/r*sq par défaut ou par excès + (2n – 1)/s*qr par défaut ou par excès + (2n – 1)/rsp par défaut + (2n – 1)/r*sp par défaut ou par excès + (2n – 1)/s*pr par défaut ou par excès + (2n – 1)/p*rs par défaut ou par excès + (2n – 1)/pqs par défaut + (2n – 1)/p*qs par défaut ou par excès + (2n – 1)/q*sp par défaut ou par excès + (2n – 1)/s*pq par défaut ou par excès.

La quantité totale d'associations supprimées 4 fois est de (2n – 1)/pqrs par défaut + (2n – 1)/p*qrs par défaut ou par excès + (2n – 1)/q*rsp par défaut ou par excès + (2n – 1)/r*spq par défaut ou par excès + (2n – 1)/s*pqr par défaut ou par excès + (2n – 1)/pq*rs par défaut ou par excès + (2n – 1)/pr*qs par défaut ou par excès + (2n – 1)/ps*qr par défaut ou par excès.

La quantité totale d'associations restantes est donc égale à n moins la quantité totale d'associations supprimées 1 fois, plus la quantité totale d'associations supprimées 2 fois, moins la quantité totale d'associations supprimées 3 fois, plus la quantité totale d'associations supprimées 4 fois c'est à dire n - (2n – 1)/s par défaut – [(2n – 1)/q par défaut. + (2n – 1)/r par défaut - (2n – 1)/pq par défaut - (2n – 1)/p*q par défaut ou par excès - (2n – 1)/qr par défaut - (2n – 1)/q*r par défaut ou par excès - (2n – 1)/rs par défaut - (2n – 1)/r*s par défaut ou par excès - (2n – 1)/pr par défaut - (2n – 1)/p*r par défaut ou par excès - (2n – 1)/qs par défaut - (2n – 1)/q*s par défaut ou par excès - (2n – 1)/sp par défaut - (2n – 1)/s*p par défaut ou par excès + (2n – 1)/pqr par défaut + (2n – 1)/p*qr par défaut ou par excès + (2n – 1)/q*rp par défaut ou par excès + (2n – 1)/r*pq par défaut ou par excès + (2n – 1)/qrs par défaut + (2n – 1)/q*rs par défaut ou par excès + (2n – 1)/r*sq par défaut ou par excès + (2n – 1)/s*qr par défaut ou par excès + (2n – 1)/rsp par défaut + (2n – 1)/r*sp par défaut ou par excès + (2n – 1)/s*pr par défaut ou par excès + (2n – 1)/p*rs par défaut ou par excès + (2n – 1)/pqs par défaut + (2n – 1)/p*qs par défaut ou par excès + (2n – 1)/q*sp par défaut ou par excès + (2n – 1)/s*pq par défaut ou par excès - (2n – 1)/pqrs par défaut - (2n – 1)/p*qrs par défaut ou par excès - (2n – 1)/q*rsp par défaut ou par excès - (2n – 1)/r*spq par défaut ou par excès - (2n – 1)/s*pqr par défaut ou par excès - (2n – 1)/pq*rs par défaut ou par excès - (2n – 1)/pr*qs par défaut ou par excès - (2n – 1)/ps*qr par défaut ou par excès].

La quantité (2n – 1)/s par défaut, représente la quantité supprimée par les multiples de s, des 2n – 1 nombres consécutifs. Cette quantité ne peut pas être supérieure à la quantité supprimée par les multiples de s, des 2n nombres consécutifs, c'est à dire 2n/s

par défaut
La quantité [(2n – 1)/q par défaut. + (2n – 1)/r par défaut - (2n – 1)/pq par défaut - (2n – 1)/p*q par défaut ou par excès - (2n – 1)/qr par défaut - (2n – 1)/q*r par défaut ou par excès - (2n – 1)/rs par défaut - (2n – 1)/r*s par défaut ou par excès - (2n – 1)/pr par défaut - (2n – 1)/p*r par défaut ou par excès - (2n – 1)/qs par défaut - (2n – 1)/q*s par défaut ou par excès - (2n – 1)/sp par défaut - (2n – 1)/s*p par défaut ou par excès + (2n – 1)/pqr par défaut + (2n – 1)/p*qr par défaut ou par excès + (2n – 1)/q*rp par défaut ou par excès + (2n – 1)/r*pq par défaut ou par excès + (2n – 1)/qrs par défaut + (2n – 1)/q*rs par défaut ou par excès + (2n – 1)/r*sq par défaut ou par excès + (2n – 1)/s*qr par défaut ou par excès + (2n – 1)/rsp par défaut + (2n – 1)/r*sp par défaut ou par excès + (2n – 1)/s*pr par défaut ou par excès + (2n – 1)/p*rs par défaut ou par excès + (2n – 1)/pqs par défaut + (2n – 1)/p*qs par défaut ou par excès + (2n – 1)/q*sp par défaut ou par excès + (2n – 1)/s*pq par défaut ou par excès - (2n – 1)/pqrs par défaut - (2n – 1)/p*qrs par défaut ou par excès - (2n – 1)/q*rsp par défaut ou par excès - (2n – 1)/r*spq par défaut ou par excès - (2n – 1)/s*pqr par défaut ou par excès - (2n – 1)/pq*rs par défaut ou par excès - (2n – 1)/pr*qs par défaut ou par excès - (2n – 1)/ps*qr par défaut ou par excès], représente la quantité supprimée par les nombres pairs, les multiples de q, les multiples de r et les multiples de s des 2n – 1 nombres consécutifs qui est égale à n[1 - (1 - 2/p par défaut)*(1 - 2/q par défaut)*(1 - 2/r par défaut)] (voir annexe B2). Cette quantité ne peut pas être supérieure à la quantité supprimée par les nombres pairs, les multiples de q, les multiples de r et les multiples de s des 2n nombres consécutifs, c'est à dire la quantité [2n/q par défaut. + 2n/r par défaut - 2n/pq par défaut - 2n/p*q par défaut ou par excès - 2n/qr par défaut - 2n/q*r par défaut ou par excès - 2n/rs par défaut - 2n/r*s par défaut ou par excès - 2n/pr par défaut - 2n/p*r par défaut ou par excès - 2n/qs par défaut - 2n/q*s par défaut ou par excès - 2n/sp par défaut - 2n/s*p par défaut ou par excès + 2n/pqr par défaut + 2n/p*qr par défaut ou par excès + 2n/q*rp par défaut ou par excès + 2n/r*pq par défaut ou par excès + 2n/qrs par défaut + 2n/q*rs par défaut ou par excès + 2n/r*sq par défaut ou par excès + 2n/s*qr par défaut ou par excès + 2n/rsp par défaut + 2n/r*sp par défaut ou par excès + 2n/s*pr par défaut ou par excès + 2n/p*rs par défaut ou par excès + 2n/pqs par défaut + 2n/p*qs par défaut ou par excès + 2n/q*sp par défaut ou par excès + 2n/s*pq par défaut ou par excès - 2n/pqrs par défaut - 2n/p*qrs par défaut ou par excès - 2n/q*rsp par défaut ou par excès - 2n/r*spq par défaut ou par excès - 2n/s*pqr par défaut ou par excès - 2n/pq*rs par défaut ou par excès - 2n/pr*qs par défaut ou par excès - 2n/ps*qr par défaut ou par excès].

La quantité d'associations restantes est donc au moins égale à n – 2n/s par défaut – [2n/p par défaut + 2n/q par défaut. + 2n/r par défaut - 2n/pq par défaut - 2n/p*q par défaut ou par excès - 2n/qr par défaut - 2n/q*r par défaut ou par excès - 2n/rs par défaut - 2n/r*s par défaut ou par excès - 2n/pr par défaut - 2n/p*r par défaut ou par excès - 2n/qs par défaut - 2n/q*s par défaut ou par excès - 2n/sp par défaut - 2n/s*p par défaut ou par excès + 2n/pqr par défaut + 2n/p*qr par défaut ou par excès + 2n/q*rp par défaut ou par excès + 2n/r*pq par défaut ou par excès + 2n/qrs par défaut + 2n/q*rs par défaut ou par excès + 2n/r*sq par défaut ou par excès + 2n/s*qr par défaut ou par excès + 2n/rsp par défaut + 2n/r*sp par défaut ou par excès + 2n/s*pr par défaut ou par excès + 2n/p*rs par défaut ou par excès + 2n/pqs par défaut + 2n/p*qs par défaut ou par excès + 2n/q*sp par défaut ou par excès + 2n/s*pq par défaut ou par excès - 2n/pqrs par défaut - 2n/p*qrs par défaut ou par excès - 2n/q*rsp par défaut ou par excès - 2n/r*spq par défaut ou par excès - 2n/s*pqr par défaut ou par excès - 2n/pq*rs par défaut ou par excès - 2n/pr*qs par défaut ou par excès - 2n/ps*qr par défaut ou par excès].

[2n/p par défaut + 2n/q par défaut. + 2n/r par défaut - 2n/pq par défaut - 2n/p*q par défaut ou par excès - 2n/qr par défaut - 2n/q*r par défaut ou par excès - 2n/rs par défaut - 2n/r*s par défaut ou par excès - 2n/pr par défaut - 2n/p*r par défaut ou par excès - 2n/qs par défaut - 2n/q*s par défaut ou par excès - 2n/sp par défaut - 2n/s*p par défaut ou par excès + 2n/pqr par défaut + 2n/p*qr par défaut ou par excès + 2n/q*rp par défaut ou par excès + 2n/r*pq par défaut ou par excès + 2n/qrs par défaut + 2n/q*rs par défaut ou par excès + 2n/r*sq par défaut ou par excès + 2n/s*qr par défaut ou par excès + 2n/rsp par défaut + 2n/r*sp par défaut ou par excès + 2n/s*pr par défaut ou par excès + 2n/p*rs par défaut ou par excès + 2n/pqs par défaut + 2n/p*qs par défaut ou par excès + 2n/q*sp par défaut ou par excès + 2n/s*pq par défaut ou par excès - 2n/pqrs par défaut - 2n/p*qrs par défaut ou par excès - 2n/q*rsp par défaut ou par excès - 2n/r*spq par défaut ou par excès - 2n/s*pqr par défaut ou par excès - 2n/pq*rs par défaut ou par excès - 2n/pr*qs par défaut ou par excès - 2n/ps*qr par défaut ou par excès] ne peut pas être supérieure à n[1 - (1 - 2/p par défaut)*(1 - 2/q par défaut)*(1 – 2/r par défaut)]*(1 – 1/s par défaut – 1/s par défaut ou par excès)

La quantité d'associations restantes est donc au moins égale à n(1 – 2/s par défaut) – n[1 - (1 - 2/p par défaut)*(1 - 2/q par défaut)*(1 – 2/r par défaut)]*(1 – 1/s par défaut – 1/s par défaut ou par excès).

.
(1 – 1/s par défaut – 1/s par défaut ou par excès) ne peut pas être supérieure à n(1 – 2/s par défaut).
La quantité d'associations restantes est donc au moins égale à [n(1 – 2/p par défaut)*(1 – 2/q par défaut)*(1 – 2/r par défaut)]*(1 – 2/s par défaut)

Si p = 2, q = 3, r = 5 et s = 7, la quantité d'associations restantes est donc au moins égale à n[(1/2)*(1/3)*(3/5)]*(5/7) par défaut. Les nombres 2, 3, 5 et 7 étant premiers et donc premiers entre eux, quelle que soit n, la quantité d'associations restante est au moins égale n/14 par défaut.

NOTAS

NOTA 1

Considérons la suite des nombres de 1 à n. Après suppression des multiples du nombre premier a, la quantité de nombres restants est égale à (a – 1) par tranche de a nombres. Après suppression des multiples du nombre premier b, la quantité de nombres restants est égale à (b – 1) par tranche de a nombres. Après suppression des multiples du nombre premier a et des multiples du nombre premier b, la quantité de nombres restants est égale à n[(a – 1)/a]*[(b – 1)/b)].

Quelle que soit n, a et b étant premiers et donc premiers entre eux, la quantité de nombres restants est égale (a – 1)(b – 1) pour n = ab.

a et b étant premiers et donc premiers entre eux, après suppression des multiples du nombre premier b, la quantité de nombres restants est égale à [(a – 1)/a]*(b – 1) pour n = b.
- si (b – 1) = a, la quantité de nombres restants est égale [(a – 1)/a]*a pour n = b ; quelle que soit n cette quantité est égale à (a – 1) pour n = b.
- si (b – 2) = a, n[(a – 1)/a]*[(b – 1)/b)] est à fortiori au moins égale à n[(a – 1)/a]*[(b – 2)/b)]. la quantité de nombres restants est au moins égale à [(a – 1)/a]*(b – 2) pour n = b, qui est au moins égale à [(a – 1)/a]*a pour n = b. Quelle que soit n, cette quantité est au moins égale à (a – 1) pour n = b.

Il en résulte que :
(1/2)*(2/3) est égale à 1/3 quelle que soit n.

(1/3)*(3/5) est égale à 1/5 quelle que soit n.
(1/3)*(4/5) est égale à 4 pour n = 15. Ce sont les nombres 1, 7, 11, 13, puis 17, 19, 23, 29 qui font 8 pour n = 30, …………
(4/5) est à fortiori au moins égale à (3/5).
(1/3)*(4/5) est donc au moins égale à (1/3)*(3/5), et quelle que soit n, (1/3)*(4/5) est donc au moins égale à 1/5

(1/3)*(3/5)*(5/7) est égale à 1/7 quelle que soit n.
(1/3)*(4/5)*(6/7) est égale à 24 pour n = 105 ou en simplifiant 8 pour n = 35. Ce sont les nombres 1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, puis 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67 qui font 16 pour n = 70, …………
(4/5) est à fortiori au moins égale à (3/5).
(6/7) est à fortiori au moins égale à (5/7).
(1/3)*(4/5)*(6/7) est donc au moins égale à (1/3)*(3/5)*(5/7), et quelle que soit n, (1/3)*(4/5)*(6/7) est donc au moins égale à 1/7

(1/3)*(3/5)*(5/7)*(7/11) est égale à 1/11 quelle que soit n.
(1/3)*(4/5)*(6/7)*(10/11) est égale à 240 pour n = 1155) ou en simplifiant 16 pour n = 77. Ce sont les nombres 1, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, puis 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, qui font 32 pour n = 154, …………
(4/5) est à fortiori au moins égale à (3/5).
(6/7) est à fortiori au moins égale à (5/7).
(10/11) est à fortiori au moins égale à (7/11).
(1/3)*(4/5)*(6/7)*(10/11) est donc au moins égale à (1/3)*(3/5)*(5/7)(7/11), et quelle que soit n, (1/3)*(4/5)*(6/7)*(10/11) est donc au moins égale à 1/11.

****

NOTA 2

<u>Suppression des multiples de a et les multiples de b d'une même ligne (a et b sont premiers, et donc premiers entre eux)</u>
Nous disposons de la suite des nombres de 1 à 2n -1, et nous supprimons les multiples de a et les multiples de b.
En supprimant les multiples de a de cette suite, nous supprimons (2n – 1)/a nombres par défaut.
En supprimant les multiples de b de cette suite, nous supprimons (2n – 1)/b nombres par défaut.
Les nombres a et b étant premiers et donc premiers entre eux, le plus petit nombre multiple de a et multiple de b ne peut être que ab, le suivant sera 2ab , puis 3ab, puis …………
La quantité de nombres supprimés 2 fois est égale à la quantité de ab contenus dans (2n – 1), cette quantité est égale à

(2n – 1)/ab par défaut.

Suppression des multiples de a, des multiples de b et les multiples de c d’une même ligne (a, b et c sont premiers, et donc premiers entre eux)

Nous disposons de la suite des nombres de 1 à 2n -1, et nous supprimons les multiples de a, les multiples de b et les multiples de c.
En supprimant les multiples de a de cette suite, nous supprimons (2n – 1)/a nombres par défaut.
En supprimant les multiples de b de cette suite, nous supprimons (2n – 1)/b nombres par défaut.
En supprimant les multiples de c de cette suite, nous supprimons (2n – 1)/c nombres par défaut.
Les nombres a, b et c étant premiers et donc premiers entre eux, le plus petit nombre multiple de a, multiple de b et multiple de c ne peut être que abc, le suivant sera 2abc , puis 3abc, puis …………
La quantité de nombres supprimés 3 fois est égale à la quantité de abc contenus dans (2n – 1), cette quantité est égale à (2n – 1)/abc par défaut.

Suppression des multiples de E nombres premiers (a, b, c, ……w, x, y) d’une même ligne (a, b, c, ……w, x et y sont premiers, et donc premiers entre eux)

Nous disposons de la suite des nombres de 1 à 2n -1, et nous supprimons les multiples de a, les multiples de b et les multiples de c.
En supprimant les multiples de a de cette suite, nous supprimons (2n – 1)/a nombres par défaut.
En supprimant les multiples de b de cette suite, nous supprimons (2n – 1)/b nombres par défaut.
En supprimant les multiples de c de cette suite, nous supprimons (2n – 1)/c nombres par défaut.
…………………………………………………………………………………………………..
…………………………………………………………………………………………………..
En supprimant les multiples de x de cette suite, nous supprimons (2n – 1)/x nombres par défaut.
En supprimant les multiples de y de cette suite, nous supprimons (2n – 1)/y nombres par défaut.
En supprimant les multiples de z de cette suite, nous supprimons (2n – 1)/z nombres par défaut.

Les nombres a, b, c ………….x, y, et z étant premiers et donc premiers entre eux, le plus petit nombre multiple de a, multiple de b, multiple de c, ………………., multiple de x, multiple de y et multiple de z ne peut être que abc …….xyz, le suivant sera 2 abc …….xyz , puis 3 abc …….xyz, puis …………
La quantité de nombres supprimés E fois est égale à la quantité de abc …….xyz contenus dans (2n – 1), cette quantité est égale à (2n – 1)/ abc …….xyz par défaut.

****

NOTA 3

Suppression des multiples de a et des multiples de b de 2 lignes différentes (a et b sont premiers, et donc premiers entre eux)

Nous disposons de la suite des nombres de 1 à 2n -1 associés respectivement à la suite des nombres de 2n – 1 à 1 pour réaliser 2n - 1 sommes égales à 2n.
En supprimant les multiples de a de la suite des nombres de 1 à 2n -1 de la première ligne ou de la suite des nombres de 2n – 1 à 1 de la deuxième ligne, nous supprimons (2n – 1)/a nombres par défaut.
En supprimant les multiples de b de la suite des nombres de 1 à 2n - 1 de la première ligne ou de la suite des nombres de 2n – 1 à 1 de la deuxième ligne, nous supprimons (2n – 1)/b nombres par défaut.

Le premier multiple de a d’une ligne, associé au premier multiple de b de l’autre ligne, n’est pas égal à ab mais égal à ab moins une quantité inférieure à ab, que nous appellerons k. Il en résulte que le premier nombre multiple de a associé à un multiple de b devient égal à ab – k. Le nombre suivant multiple de a associé à un multiple de b sera supérieur au précédent de ab, et aura pour valeur 2ab – k, puis 3ab – k, puis……………………..

La quantité de nombres supprimés 2 fois par les multiples de a d’une ligne et par les multiples de b de l’autre ligne est au moins égale à la quantité de ab contenus dans (2n – 1), mais peut aussi être égale à la quantité de ab contenus dans (2n – 1), + 1

Cette quantité est donc égale à (2n – 1)/a*b par défaut ou par excès.

Suppression des multiples de a, des multiples de b d’une ligne et les multiples de c de 2 lignes différentes (a, b et c sont premiers, et donc premiers entre eux)

Nous disposons de la suite des nombres de 1 à 2n -1 associés respectivement à la suite des nombres de 2n – 1 à 1 pour réaliser

2n - 1 sommes égales à 2n.
En supprimant les multiples de a de la suite des nombres de 1 à 2n -1 de la première ligne ou de la suite des nombres de 2n – 1 à 1 de la deuxième ligne, nous supprimons (2n – 1)/a nombres par défaut.
En supprimant les multiples de b de la suite des nombres de 1 à 2n - 1 de la première ligne ou de la suite des nombres de 2n – 1 à 1 de la deuxième ligne, nous supprimons (2n – 1)/b nombres par défaut.
En supprimant les multiples de c de la suite des nombres de 1 à 2n - 1 de la première ligne ou de la suite des nombres de 2n – 1 à 1 de la deuxième ligne, nous supprimons (2n – 1)/c nombres par défaut.

A partir du NOTA 1, nous pouvons dire que la quantité de nombres supprimés 2 fois par les multiples de a et par les multiples de b d'une même ligne est égale à la quantité de ab contenus dans (2n – 1), cette quantité est égale à (2n – 1)/ab par défaut.

A partir du paragraphe précédent, nous pouvons dire que la quantité de nombres supprimés 3 fois par les multiples de a et par les multiples de b d'une même ligne et par les multiples de c d'une autre ligne est au moins égale à la quantité de ab*c contenus dans (2n – 1), mais peut aussi être égale à la quantité de ab*c contenus dans (2n – 1), + 1
Cette quantité est donc égale à (2n – 1)/ab*c par défaut ou par excès.

les quantités de nombres supprimés 3 fois par les multiples de a, par les multiples de b et par les multiples de c, des 2 lignes sont selon le cas, égales à :
- (2n – 1)/abc par défaut ; si les multiples de a, si les multiples de b, si les multiples de c, sont supprimés d'une même ligne.
- (2n – 1)/a*bc par défaut ou par excès; si les multiples de a sont supprimés d'une ligne, et si les multiples de b, et les multiples de c, sont supprimés d'une autre ligne.
- (2n – 1)/ab*c par défaut ou par excès, si les multiples de a, si les multiples de b, sont supprimés d'une même ligne et si les multiples de c, sont supprimés d'une autre ligne.

<u>Suppression des multiples de a, des multiples de b, les multiples de c et les multiples de d de 2 lignes différentes (a, b, c et d sont premiers, et donc premiers entre eux)</u>

Nous disposons de la suite des nombres de 1 à 2n -1 associés respectivement à la suite des nombres de 2n – 1 à 1 pour réaliser 2n - 1 sommes égales à 2n.
En supprimant les multiples de a de la suite des nombres de 1 à 2n -1 de la première ligne ou de la suite des nombres de 2n – 1 à 1 de la deuxième ligne, nous supprimons (2n – 1)/a nombres par défaut.
En supprimant les multiples de b de la suite des nombres de 1 à 2n - 1 de la première ligne ou de la suite des nombres de 2n – 1 à 1 de la deuxième ligne, nous supprimons (2n – 1)/b nombres par défaut.
En supprimant les multiples de c de la suite des nombres de 1 à 2n - 1 de la première ligne ou de la suite des nombres de 2n – 1 à 1 de la deuxième ligne, nous supprimons (2n – 1)/c nombres par défaut.
En supprimant les multiples de d de la suite des nombres de 1 à 2n - 1 de la première ligne ou de la suite des nombres de 2n – 1 à 1 de la deuxième ligne, nous supprimons (2n – 1)/d nombres par défaut.

A partir du NOTA 1, nous pouvons dire que la quantité de nombres supprimés 2 fois par les multiples de a et par les multiples de b d'une même ligne est égale à la quantité de ab contenus dans (2n – 1), cette quantité est égale à (2n – 1)/ab par défaut.

A partir du NOTA 1, nous pouvons dire que la quantité de nombres supprimés 2 fois par les multiples de c et par les multiples de d d'une même ligne est égale à la quantité de cd contenus dans (2n – 1), cette quantité est égale à (2n – 1)/cd par défaut.

A partir des paragraphes précédents, nous pouvons dire que la quantité de nombres supprimés 4 fois par les multiples de a et par les multiples de b d'une même ligne et par les multiples de c et par les multiples de d d'une autre ligne est au moins égale à la quantité de ab*cd contenus dans (2n – 1), mais peut aussi être égale à la quantité de ab*cd contenus dans (2n – 1), + 1
Cette quantité est donc égale à (2n – 1)/ab*cd par défaut ou par excès.

les quantités de nombres supprimés 4 fois par les multiples de a, par les multiples de b, par les multiples de c et par les multiples de d, des 2 lignes sont selon le cas, égales à :
- (2n – 1)/abcd par défaut ; si les multiples de a, si les multiples de b, si les multiples de c, si les multiples de d, sont supprimés d'une même ligne.
- (2n – 1)/a*bcd par défaut ou par excès; si les multiples de a sont supprimés d'une ligne, et si les multiples de b, les multiples de c, et les multiples de d, sont supprimés d'une autre ligne.
- (2n – 1)/ab*cd par défaut ou par excès, si les multiples de a, si les multiples de b, sont supprimés d'une même ligne et si les multiples de c, si les multiples de d, sont supprimés d'une autre ligne.
  - (2n – 1)/abc*d par défaut ou par excès, si les multiples de a, si les multiples de b, si les multiples de c, sont supprimés d'une même ligne et si les multiples de c, sont supprimée d'une autre ligne.

****