Хмельник С. И.

Математическая модель водного и песчаного цунами

Аннотация

Предлагается математическая модель цунами, аналогичная математическим моделям песчаного вихря и солитона [1, 2, 3]. Рассматриваются причины вертикальной устойчивости и движения цунами.

Оглавление

Введение

Водные и песчаные цунами часто объединяют в один класс явлений с водными солитонами и песчаными вихрями. Внешне они различаются размерами и формой. Громадные размеры цунами впечатляют – см. рис 1-4. Что касается формы, то, в отличие от солитонов и песчаных вихрей, имеющих колоколообразную или цилиндрическую форму, форму цунами можно аппроксимировать параллелепипедом. Ниже предлагается математическая модель цунами, аналогичная математическим моделям песчаного вихря и солитона [1, 2, 3]. Основное отличие состоит в том, что в математической модели цунами применяется параллелепипедная форма цунами.

Рис. 1.

Рис. 2

Рис. 3.

Рис. 4.

2. Математическая модель

В [1] показано, что гравитомагнитные напряженности H и плотность массовых токов J в стационарном гравитомагнитном поле связаны максвеллоподобными уравнениями гравитации вида

$$\mathrm{div}(H)=0, \quad (1)$$

$$\mathrm{rot}(\mathrm{H})=J, \quad (2)$$

$$\mathrm{div}(J)=0, \quad (3)$$

Эти уравнения описывают неподвижное цунами. Но при движении цунами надо учесть тот факт, что сопротивление воздуха и инерция элементарных масс создает дополнительный поток массовый ток, направленный против скорости v поступательного движения цунами. Можно полагать, что существует некоторый источник постоянного тока $\overline{J_v} \equiv -\overline{v}$. В декартовых координатах будем полагать, что скорость направлена вдоль оси ox. При этом уравнения (1, 2, 3) примут вид:

$$\frac{\partial H_z}{\partial y}-\frac{\partial H_y}{\partial z}=J_x+J_v, \quad (5)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z}-\frac{\partial H_z}{\partial x}=J_y, \quad (6)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial y}=J_z, \quad (7)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x}+\frac{\partial H_y}{\partial y}+\frac{\partial H_z}{\partial z}=0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial J_x}{\partial x}+\frac{\partial J_y}{\partial y}+\frac{\partial J_z}{\partial z}=0. \quad (9)$$

Из физических соображений ясно, что поле должно быть однородным вдоль вертикальной оси, т.е. должны отсутствовать производные по аргументу z , и, следовательно, уравнения (5-9) должны быть переписаны в виде:

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} = J_x + J_v \tag{10}$$

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = J_y \tag{11}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = J_z \tag{12}$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} = 0 \tag{13}$$

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = 0 \tag{14}$$

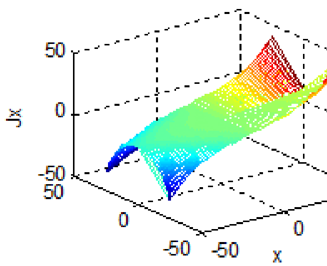


Fig. 5

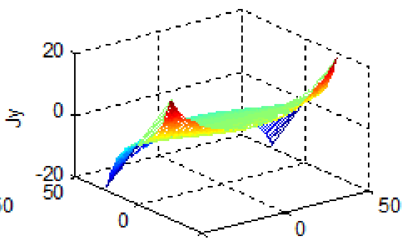


Fig. 6

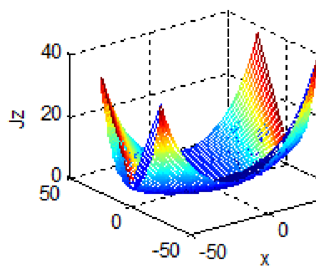


Fig. 7

В приложении 1 найдено решение этой системы уравнений при данных α, β, j_x, j_z . Оно имеет следующий вид:

$$H_x = h_x \mathrm{ch}(\alpha x)\mathrm{sh}(\beta y), \tag{15}$$

$$H_y = h_y \mathrm{sh}(\alpha x)\mathrm{ch}(\beta y), \tag{16}$$

$$H_z = h_z \mathrm{sh}(\alpha x)\mathrm{sh}(\beta y) + J_v y, \tag{17}$$

$$J_x = j_x \mathrm{sh}(\alpha x)\mathrm{ch}(\beta y) + J_v, \tag{18}$$

$$J_y = j_y \mathrm{ch}(\alpha x)\mathrm{sh}(\beta y), \tag{19}$$

$$J_z = j_z \mathrm{ch}(\alpha x)\mathrm{ch}(\beta y), \tag{20}$$

где

$\alpha,\ \beta$ - константы,

$h_x, h_y, h_z, j_x, j_y, j_z$ - амплитуды функций, причем при данных α, β, j_x, j_z остальные амплитуды h_x, h_y, h_z, j_y могут быть найдены по приведенным в приложении 1 формулам.

На рис. 1, 2, 3 показаны величины $J_x,\ J_y,\ J_z$ на плоскости сечения $(x,\ y)$ при $\alpha = 0.05,\ \beta = 0.1,\ j_z = 1,\ j_x = 1,\ J_v = 3$.

3. Потоки энергии

По аналоги с [2, 4] найдем проекции вектора плотности гравитационной энергии в теле песчаного вихря. В приложении 2 вычислены эти проекции. При $L_v = 0$ они имеют вид:

$$S_{xo} = \left(\frac{1}{2}\mathrm{sh}(2\alpha x)\left(j_y h_z \mathrm{sh}^2(\beta y) - j_z h_y \mathrm{ch}^2(\beta y)\right)\right), \tag{21}$$

$$S_{yo} = \left(\frac{1}{2}\mathrm{sh}(2\beta y)\left(j_z h_x \mathrm{ch}^2(\alpha x) - j_x h_z \mathrm{sh}^2(\alpha x)\right)\right), \tag{22}$$

$$S_{zo} = \left(j_x h_y \mathrm{sh}^2(\alpha x)\mathrm{ch}^2(\beta y) - j_y h_x \mathrm{ch}^2(\alpha x)\mathrm{sh}^2(\beta y)\right). \tag{23}$$

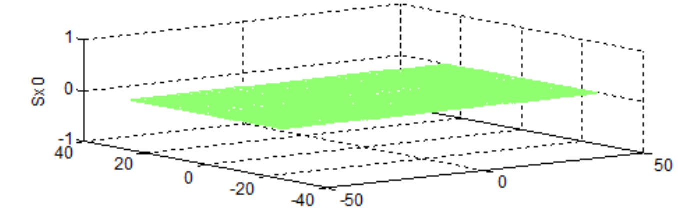


Fig. 8

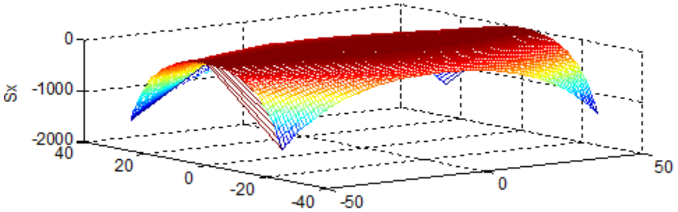


Fig. 9

При $L_v > 0$ эти потоки принимают вид:

$$S_x = \left(S_{xo} + J_v j_y y \cdot \mathrm{ch}(\alpha x)\mathrm{sh}(\beta y)\right), \tag{24}$$

$$S_y = \left(S_{yo} - J_v j_x y \cdot \mathrm{sh}(\alpha x)\mathrm{ch}(\beta y) - J_v h_z \mathrm{sh}(\alpha x)\mathrm{sh}(\beta y) - J_v^2 y\right), \tag{25}$$

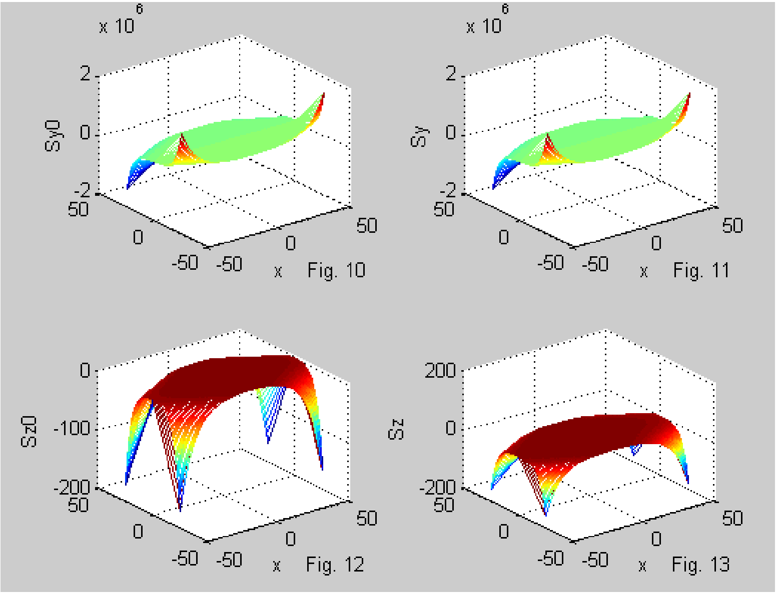
$$S_z = \left(S_{zo} + J_v h_y \mathrm{sh}(\alpha x)\mathrm{ch}(\beta y)\right). \tag{26}$$

На рис. 8, 9 показаны величины S_{xo}, S_x на плоскости сечения $(x,\ y)$ при $\alpha = 0.05,\ \beta = 0.1,\ j_z = 1,\ j_x = 1,\ J_v = 3$. Видно, что

$$S_{xo} = 0, \tag{27}$$

и интегральное значение

$$\overline{S_x} = \int\limits_{x,y} S_x dxdy < 0. \tag{28}$$



На рис. 10-13 показаны величины S_{yo}, S_y, S_z, S_{zo} на плоскости сечения $(x,\ y)$ при $\alpha = 0.05,\ \beta = 0.1,\ j_z = 1,\ j_x = 1,\ J_v = 3$. Видно, что

$$S_y \approx S_{yo}, \tag{29}$$

$$S_z \approx S_{zo}, \tag{30}$$

причем интегральные значения

$$\overline{S_y} = \int\limits_{x,y} S_y dxdy \approx 0, \tag{31}$$

$$\overline{S_z} = \int\limits_{x,y} S_z dxdy < 0, \tag{32}$$

4. Вертикальная устойчивость и движение

Таким образом,

1. при любом L_v существует не зависимый от L_v вертикальный поток гравитомагнитной энергии
$$\overline{S_z} < 0, \tag{33}$$
2. при $L_v > 0$ существует горизонтальный поток гравитомагнитной энергии
$$\overline{S_x} < 0. \tag{34}$$

Одновременно с этими потоками энергии существуют потоки гравитомагнитного импульса $\overline{P_z} < 0$ и $\overline{P_x} < 0$. В соответствии с законом сохранения импульса существуют противоположно направленные импульсы массы цунами $\overline{P_{mz}} > 0$ и $\overline{P_{mx}} < 0$. Импульс сохраняет вертикальную форму цунами, а импульс движет цунами в направлении, противоположном скорости. Более подробно об этом сказано в [1, 2, 3].

Приложение 1

Решение системы уравнений (10-14) из основного текста будем искать в виде:

$$H_x = h_x \mathrm{ch}(\alpha x)\mathrm{sh}(\beta y), \tag{41}$$
$$H_y = h_y \mathrm{sh}(\alpha x)\mathrm{ch}(\beta y), \tag{42}$$
$$H_z = h_z \mathrm{sh}(\alpha x)\mathrm{sh}(\beta y) + J_v y, \tag{43}$$
$$J_x = j_x \mathrm{sh}(\alpha x)\mathrm{ch}(\beta y) + J_v, \tag{44}$$
$$J_y = j_y \mathrm{ch}(\alpha x)\mathrm{sh}(\beta y), \tag{45}$$
$$J_z = j_z \mathrm{ch}(\alpha x)\mathrm{ch}(\beta y), \tag{46}$$

где

$h_x, h_y, h_z, j_x, j_y, j_z$ - амплитуды функций,

$\alpha,\ \beta$ - константы.

Дифференцируя (41-47) и подставляя полученное в исходную систему уравнений (5-9) после сокращения на общие множители, получаем:

$$h_z \beta \cdot \mathrm{sh}(\alpha x)\mathrm{ch}(\beta y) + J_v = j_x \mathrm{sh}(\alpha x)\mathrm{ch}(\beta y) + J_v, \tag{48}$$
$$-h_z \alpha = j_y, \tag{49}$$

$$h_y\alpha - h_x\beta = j_z, \quad (50)$$

$$h_x\alpha + h_y\beta = 0, \quad (51)$$

$$j_x\alpha + j_y\beta = 0. \quad (52)$$

Из (48, 49) находим:

$$h_z = \frac{j_x}{\beta}, \quad (53)$$

$$j_y = -j_x\frac{\alpha}{\beta}. \quad (54)$$

Из (50, 51) находим:

$$h_y = -h_x\frac{\alpha}{\beta}, \quad (55)$$

$$h_x = -j_z\left(\frac{\alpha^2}{\beta} + \beta\right). \quad (56)$$

Подставляя (54) в (52) убеждаемся в справедливости последнего равенства. Таким образом, при данных α, β, j_x, j_z остальные переменные $j_y,\ h_z,\ h_x,\ h_y,$ могут быть найдены из уравнений (56, 55, 54, 53) соответственно.

Приложение 2

По аналогии с [2, 4] и используя формулы (15-20) основного текста, найдем проекции вектора плотности гравитационной энергии:

$$S_{xyz} = \begin{bmatrix} S_x = J_yH_z - J_zH_y = j_y\cos(\alpha x)\sin(\beta y)(h_z\sin(\alpha x)\sin(\beta y) + J_v y) - \\ \quad - j_z\cos(\alpha x)\cos(\beta y)h_y\sin(\alpha x)\cos(\beta y) \\ S_y = J_zH_x - J_xH_z = j_z\cos(\alpha x)\cos(\beta y)h_x\cos(\alpha x)\sin(\beta y) - \\ \quad -(j_x\sin(\alpha x)\cos(\beta y) + J_v)(h_z\sin(\alpha x)\sin(\beta y) + J_v y) \\ S_z = J_xH_y - J_yH_x = (j_x\sin(\alpha x)\cos(\beta y) + J_v)h_y\sin(\alpha x)\cos(\beta y) - \\ \quad - j_y\cos(\alpha x)\sin(\beta y)h_x\cos(\alpha x)\sin(\beta y) \end{bmatrix} \quad (61)$$

Выполняя умножение находим:

$$S_{xyz}=\begin{bmatrix} S_x=j_y\cos(\alpha x)\sin(\beta y)h_z\sin(\alpha x)\sin(\beta y)+j_y\cos(\alpha x)\sin(\beta y)J_v y- \\ \quad -j_z\cos(\alpha x)\cos(\beta y)h_y\sin(\alpha x)\cos(\beta y) \\ S_y=j_z\cos(\alpha x)\cos(\beta y)h_x\cos(\alpha x)\sin(\beta y)- \\ \quad -j_x\sin(\alpha x)\cos(\beta y)h_z\sin(\alpha x)\sin(\beta y)-J_v y j_x\sin(\alpha x)\cos(\beta y) \\ \quad -h_z\sin(\alpha x)\sin(\beta y)J_v-J_v^2 y \\ S_z=j_x\sin(\alpha x)\cos(\beta y)h_y\sin(\alpha x)\cos(\beta y)+J_v h_y\sin(\alpha x)\cos(\beta y)- \\ \quad -j_y\cos(\alpha x)\sin(\beta y)h_x\cos(\alpha x)\sin(\beta y) \end{bmatrix}. \tag{62}$$

или

$$S_x=\begin{pmatrix} \frac{1}{2}j_y h_z\sin^2(\beta y)\sin(2\alpha x)+J_v j_y y\cdot\cos(\alpha x)\sin(\beta y)- \\ \quad -\frac{1}{2}j_z h_y\cos^2(\beta y)\sin(2\alpha x) \end{pmatrix}, \tag{63}$$

$$S_y=\begin{pmatrix} \frac{1}{2}j_z h_x\cos^2(\alpha x)\sin(2\beta y)-\frac{1}{2}j_x h_z\sin^2(\alpha x)\sin(2\beta y)- \\ \quad -J_v j_x y\cdot\sin(\alpha x)\cos(\beta y)-J_v h_z\sin(\alpha x)\sin(\beta y)-J_v^2 y \end{pmatrix}, \tag{64}$$

$$S_z=\begin{pmatrix} j_x h_y\sin^2(\alpha x)\cos^2(\beta y)+J_v h_y\sin(\alpha x)\cos(\beta y)- \\ \quad -j_y h_x\cos^2(\alpha x)\sin^2(\beta y) \end{pmatrix}. \tag{65}$$

Литература

1. Хмельник С.И. Математическая модель песчаного вихря, http://vixra.org/pdf/1504.0169v3.pdf
2. Хмельник С. И. Дополнение к математической модели песчаного вихря, http://vixra.org/pdf/1505.0054v1.pdf
3. Хмельник С. И. Неволновая математическая модель водного солитона, http://vixra.org/pdf/1505.0060v1.pdf
4. Хмельник С.И. Структура потока электромагнитной энергии в проводе с постоянным током, http://vixra.org/pdf/1504.0061v1.pdf