Хмельник С. И.

Структура постоянного тока

Аннотация

Рассматривается структура постоянного тока в проводе.

Оглавление

1. Введение

В [1] было показано, что постоянный ток в проводе имеет сложную структуру и этим можно обосновать утверждения о том, что основной поток электромагнитной энергии

- направлен вдоль оси провода,
- распространяется вдоль оси провода,
- распространяется внутри провода,
- компенсирует тепловые потери осевой составляющей тока.

Ниже структура постоянного тока рассматривается более строго.

2. Математическая модель

Ток в проводе принято рассматривать как усредненный поток электронов. Механические взаимодействия электронов с атомами считаются эквивалентными электрическому сопротивлению.

При моделировании тока будем использовать цилиндрические координаты $r,\ \varphi,\ z$. Уравнения Максвелла для магнитных напряженностей и токов в стационарном магнитном поле имеют вид

$$\operatorname{div}(H)=0, \tag{1}$$

$$\operatorname{rot}(\mathrm{H})=J, \tag{2}$$

или

$$\frac{H_r}{r}+\frac{\partial H_r}{\partial r}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial H_\varphi}{\partial \varphi}+\frac{\partial H_z}{\partial z}=0, \quad (3)$$

$$\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial H_z}{\partial \varphi}-\frac{\partial H_\varphi}{\partial z}=J_r, \quad (4)$$

$$\frac{\partial H_r}{\partial z}-\frac{\partial H_z}{\partial r}=J_\varphi, \quad (5)$$

$$\frac{H_\varphi}{r}+\frac{\partial H_\varphi}{\partial r}-\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial H_r}{\partial \varphi}=J_z. \quad (6)$$

Модель основана на том, что

1. основная электрическая напряженность $\hat{E}_z$ направлена вдоль оси торнадо,
2. она создает основной ток $\hat{J}_z$ – вертикальный поток зарядов,
3. этот ток формирует кольцевое магнитное поле с напряженностью $\hat{H}_\varphi$,
4. это магнитное поле отклоняет силами Лоренца заряды вертикального потока в радиальном направлении, создавая радиальный ток J_r – радиальный поток зарядов,
5. ток J_r формирует вертикальное магнитное поле H_z и дополнительное кольцевое магнитное поле с напряженностью H_φ, и дополнительное радиальное магнитное поле с напряженностью H_r - см. (4),
6. магнитное поле H_φ отклоняет силами Лоренца заряды радиального потока перпендикулярно радиусам, создавая кольцевой ток J_r (дополнительно с п. 4),
7. магнитное поле H_r отклоняет силами Лоренца заряды радиального потока перпендикулярно радиусам, создавая кольцевой ток J_φ,
8. этот ток также формирует дополнительное вертикальное магнитное поле H_z и дополнительное радиальное магнитное поле с напряженностью H_r - см. (5),
9. радиальному и кольцевому токам соответствуют радиальная и кольцевая электрические напряженности E_r и E_z, т.е.

   $$E=\rho\cdot J, \quad (7)$$

   где ρ - электросопротивление.

Таким образом, основное поле $\hat{H}_\varphi$ создает дополнительные токи J_r, J_φ, J_z дополнительные магнитные поля H_r, H_φ, Y_z. Они должны удовлетворять уравнениям Максвелла (3-6). Кроме того, токи должны удовлетворять условию непрерывности

$$div(J) = 0, \tag{8}$$

Прежде всего, необходимо доказать, что решение системы (3-8) существует при ненулевых токах J_r, J_φ, J_z.

3. Решение уравнений

Из физических соображений ясно, что поле должно быть однородным вдоль вертикальной оси, т.е. должны отсутствовать производные по аргументу z, и, следовательно, уравнения (3-6, 8) должны быть переписаны в виде:

$$\frac{H_r}{r} + \frac{\partial H_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial H_\varphi}{\partial \varphi} = 0, \tag{9}$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} = J_r, \tag{10}$$

$$-\frac{\partial H_z}{\partial r} = J_\varphi, \tag{11}$$

$$\frac{H_\varphi}{r} + \frac{\partial H_\varphi}{\partial r} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} = J_z, \tag{12}$$

$$\frac{J_r}{r} + \frac{\partial J_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial J_\varphi}{\partial \varphi} = 0 \tag{13}$$

Решение системы уравнений дано в приложении 1, где показано, что при данных j_φ, h_φ определены

$$H_r. = \frac{\alpha}{2} h_\varphi r \sin(\alpha\varphi) \tag{14}$$

$$H_\varphi. = h_\varphi r \cos(\alpha\varphi) \tag{15}$$

$$H_z = -\frac{1}{2} j_\varphi r^2 \sin(\alpha\varphi) \tag{16}$$

$$J_r. = -\frac{\alpha}{2} j_\varphi r \cos(\alpha\varphi), \tag{17}$$

$$J_\varphi. = j_\varphi r \sin(\alpha\varphi). \tag{18}$$

$$J_z = h_\varphi\left(\left(1 - \alpha^2/2\right)\cos(\alpha\varphi) - \alpha \sin(\alpha\varphi)\right). \tag{19}$$

3. Структура токов

На основе уравнений (17-19) рассмотрим распределение токов в объеме цилиндрического провода. Все примеры показаны при $j_\varphi = 1,\ h_\varphi = 1,\ \alpha = 10,\ R = 50$.

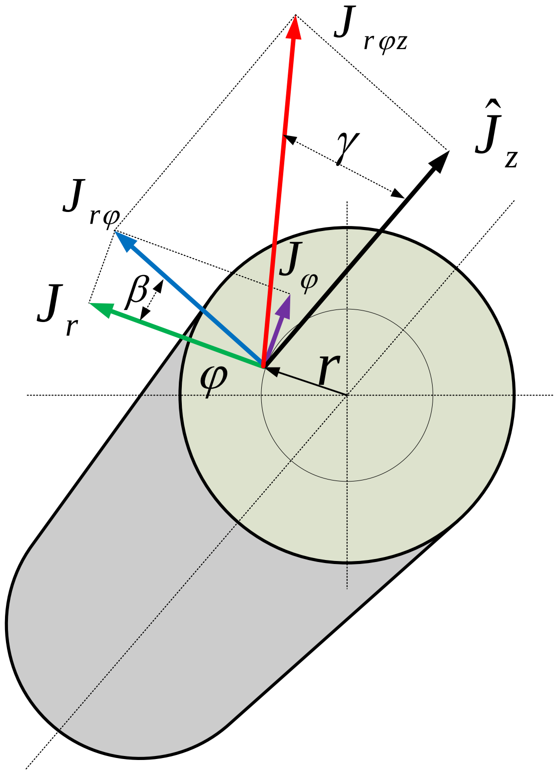

Рис. 0.

Величиной тока J_z можно пренебречь по сравнению с величиной основного тока $\hat{J}_z$. Поэтому на рис. 0 показаны векторы токов J_r, J_φ, $\hat{J}_z$. На этом рисунке при фиксированном значении φ показаны также вектор $J_{r\varphi}$ (равный сумме векторов J_r и J) и вектор $J_{r\varphi z}$ (равный сумме векторов $J_{r\varphi}$ и $\hat{J}_z$). Вектор $J_{r\varphi}$ составляет с радиусом угол β. Видно, что вектор $J_{r\varphi z}$ направлен под некоторым углом γ к оси цилиндра.

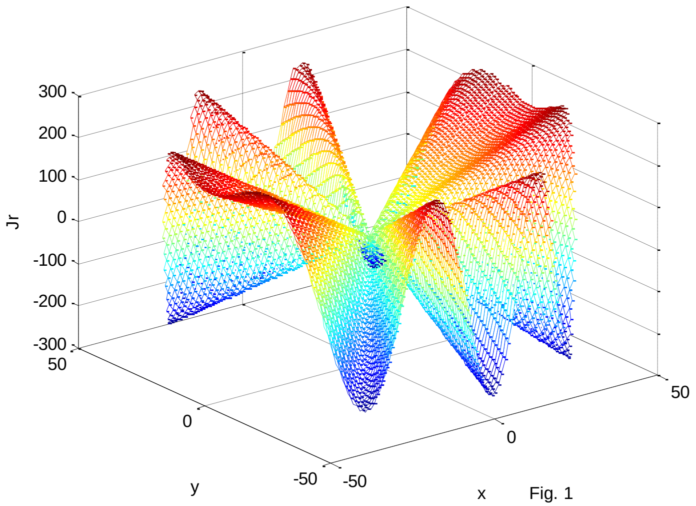
300
200
100
0
-100
-200
-300
Jr
50
0
-50
y
-50
0
50
x

Fig. 1

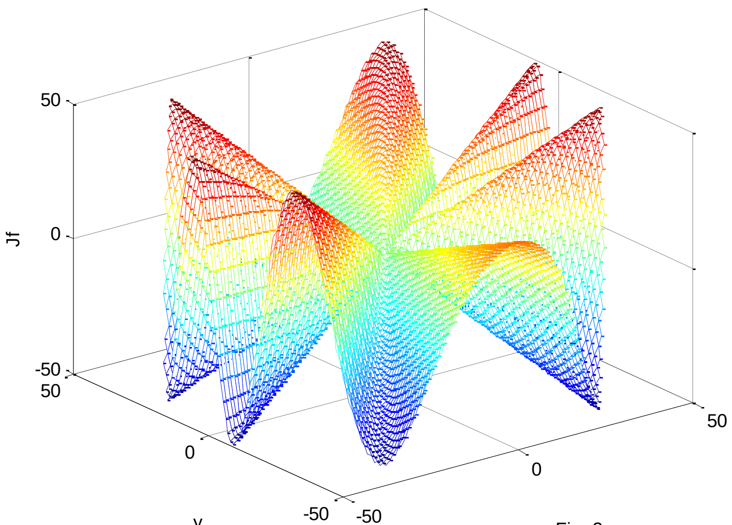
50
0
-50
Jf
50
0
-50
y
-50
0
50
x

Fig. 2

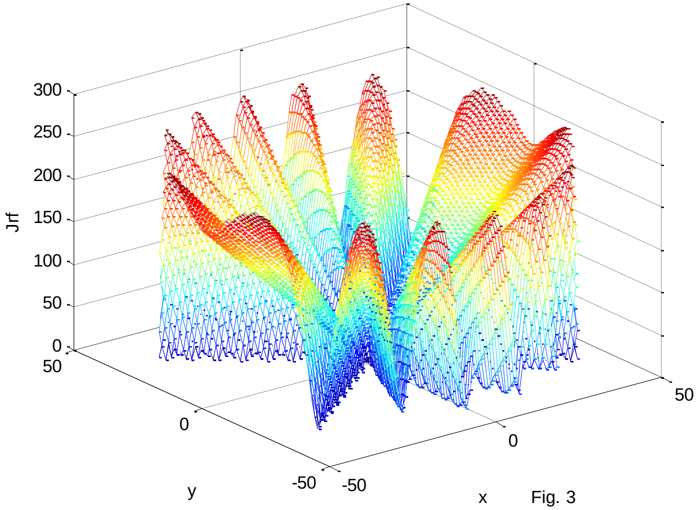

Fig. 3

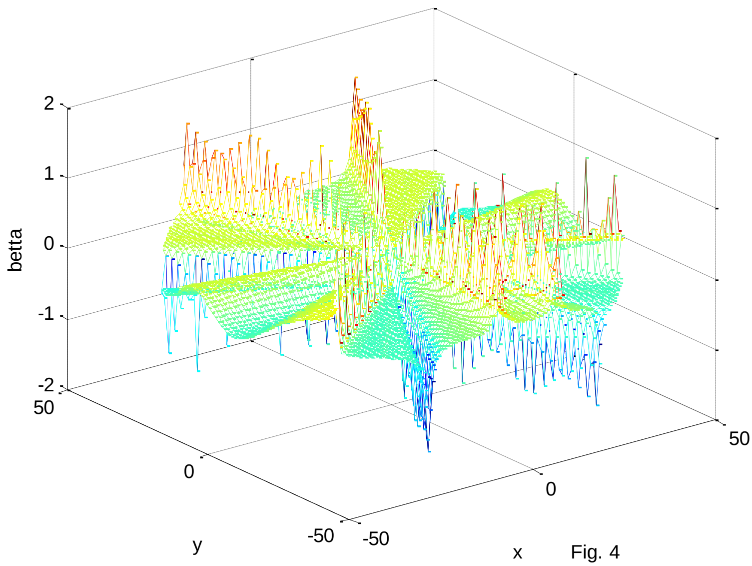

Fig. 4

На рис. 1, 2, 3, 4 показаны величины J_r, J_φ, $J_{r\varphi}$, β на плоскости сечения $(r,\ \varphi)$. На рис. 5 показаны линии тока на этой плоскости при $\alpha = 8$. Видно, что непрерывность линий тока соблюдается – см. (13).

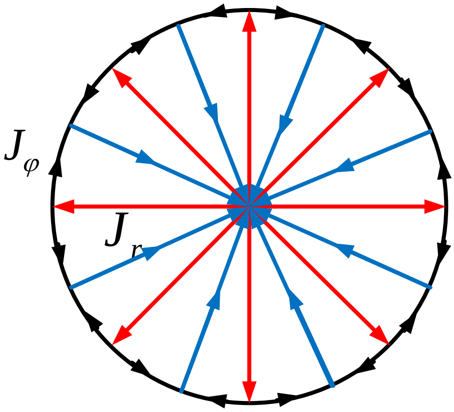

Рис. 5.

На рис. 6 показана величина J_z на плоскости сечения $(r,\ \varphi)$. На рис. 7, 8 показаны величины $J_{r\varphi z}$, γ на плоскости сечения $(r,\ \varphi)$ при $\hat{J}_z = 500$. Видно, что линии тока $J_{r\varphi z}$ всегда наклонены к оси цилиндра. Именно этот факт был основным аргументом при обосновании указанных во введении выводов статьи [8]

Заметим, что существуют случаи, когда угол γ является постоянным. Например, на рис. 9, 10 показаны величины $J_{r\varphi z}$, γ при $\alpha = 2$.

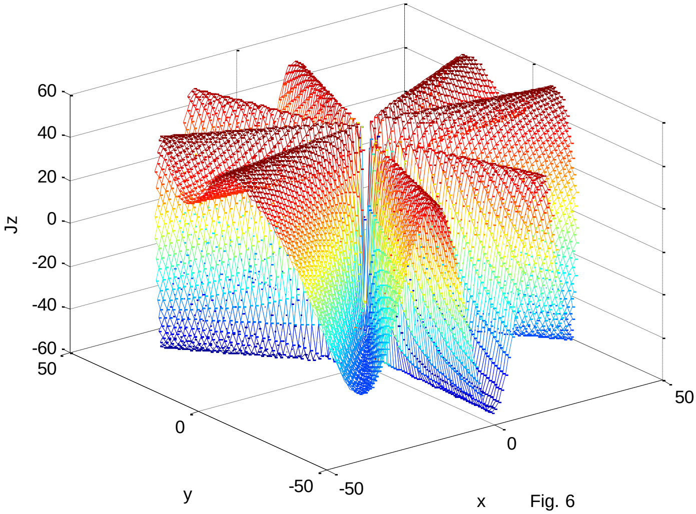

Fig. 6

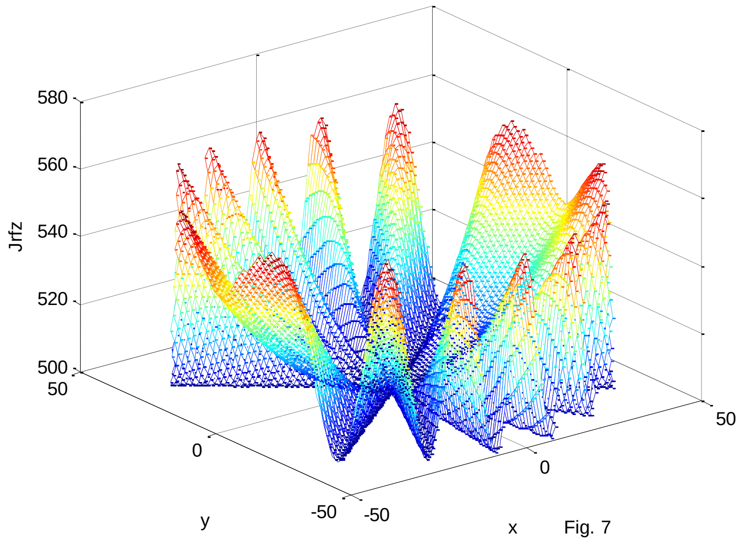
580
560
540
520
500
Jrfz
50
0
-50
y
-50
0
50
x

Fig. 7

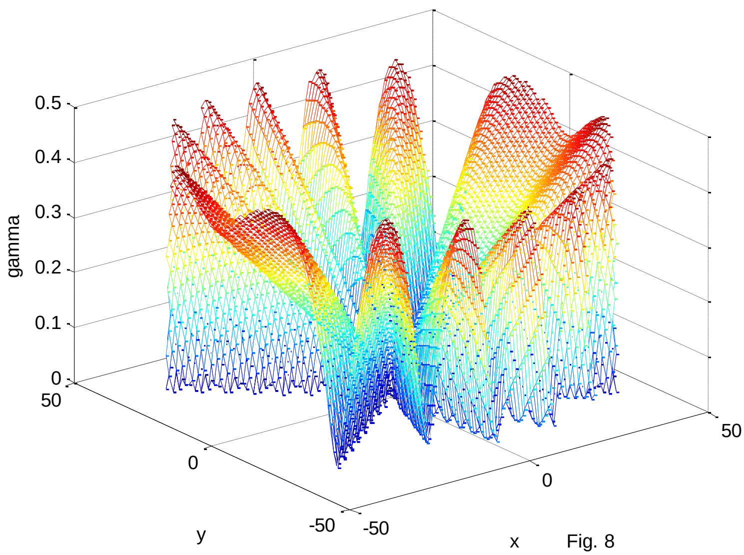
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
gamma
50
0
-50
y
-50
0
50
x

Fig. 8

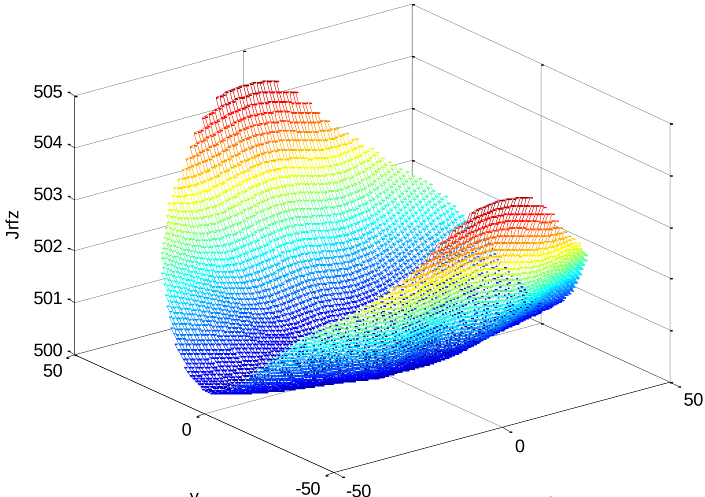

Fig. 9

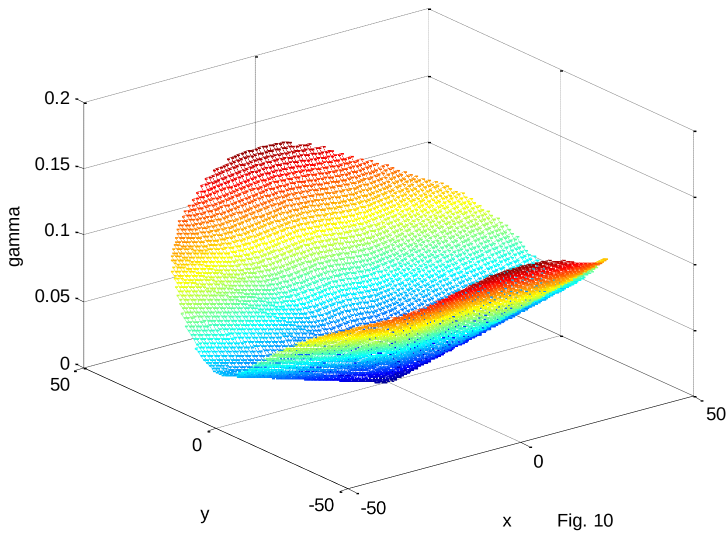

Fig. 10

3. Мощность

Энергия токов расходуется на компенсацию тепловых потерь. Найдем электрическую мощность потерь. Очевидно, плотность мощности равна следующему интегралу по площади сечения провода:

$$P = \int_0^R r dr \left(\int_0^{2\pi} \left(J_r^2 + J_\varphi^2 + J_z^2 \right) d\varphi \right), \tag{20}$$

где R - внешний радиус провода. Найдем

$$P_r = \int_0^R rdr \int_0^{2\pi} (J_r)^2 d\varphi = \frac{\alpha^2}{4} j_\varphi^2 \int_0^R rdr \int_0^{2\pi} (r\cos(\alpha\varphi))^2 d\varphi = \frac{\pi\alpha^2}{4} j_\varphi^2 \int_0^R r^3 dr$$

или

$$P_r = \frac{\pi\alpha^2 R^4}{16} j_\varphi^2. \tag{21}$$

Аналогично,

$$P_\varphi = \frac{\pi R^4}{4} j_\varphi^2. \tag{22}$$

Далее,

$$P_{z\varphi} = \int_0^{2\pi} (J_z)^2 d\varphi = h_\varphi^2 \int_0^{2\pi} \left(\begin{pmatrix} (1-\alpha^2/2)\cos(\alpha\varphi) \\ -\alpha\sin(\alpha\varphi) \end{pmatrix} \right)^2 = \pi h_\varphi^2 \left((1-\alpha^2/2)^2 + \alpha^2 \right)$$

или

$$P_{z\varphi} = \pi h_\varphi^2 \left(1+\alpha^4/4\right). \tag{24}$$

Тогда

$$P_z = \int_0^R P_{z\varphi} rdr = h_\varphi^2 \frac{\pi R^2}{2} \left(1+\alpha^4/4\right). \tag{25}$$

Итак,

$$P = P_r + P_\varphi + P_z = \frac{\pi\alpha^2 R^4}{16} j_\varphi^2 + j_\varphi^2 \frac{\pi R^4}{4} + h_\varphi^2 \frac{\pi R^2}{2} \left(1+\alpha^4/4\right)$$

или

$$P = \pi R^2 \left[j_\varphi^2 R^2 \left(\frac{1}{4} + \frac{\alpha^2}{16} \right) + h_\varphi^2 \left(1 + \frac{\alpha^4}{4} \right) \right] \tag{25}$$

Энергия, расходуемая силами Лоренца для создания дополнительных токов J_r, J_φ, J_z, доставляется основным током $\hat{J}_z$. Следовательно, создание дополнительных токов эквивалентно увеличению сопротивления на некоторую величину. Этот факт можно записать в следующем виде:

$$(\rho + \Delta\rho)\pi R^2 \hat{J}_z^2 = \rho \cdot P. \tag{26}$$

Из (25, 26) следует, что

$$\left(1+\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)\hat{J}_z^2 = \left[j_\varphi^2 R^2 \left(\frac{1}{4} + \frac{\alpha^2}{16} \right) + h_\varphi^2 \left(1 + \frac{\alpha^4}{4} \right) \right]. \tag{27}$$

Нам не известно соотношение между величинами $j_\varphi, h_\varphi, \ \dfrac{\Delta\rho}{\rho}$. Для оценки результата предположим, что

$$j_\varphi^2 R^2 = h_\varphi^2. \tag{28}$$

Тогда из (27) получим:

$$\left(1+\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)\hat{J}_z^2 = h_\varphi^2\left[\left(\frac{1}{4}+\frac{\alpha^2}{16}\right)+\left(1+\frac{\alpha^4}{4}\right)\right]. \tag{29}$$

При достаточно малом $\dfrac{\Delta\rho}{\rho}$ и достаточно большом α получим:

$$h_\varphi \approx \frac{2\hat{J}_z}{\alpha^2}. \tag{30}$$

Таким образом, существуют условия, при которых рассматриваемая структура тока возможна.

Приложение

Рассматривается решение уравнений (3-6, 8). Из физических соображений ясно, что поле должно быть однородным вдоль вертикальной оси, т.е. должны отсутствовать производные по аргументу z, и, следовательно, уравнения (3-6, 8) должны быть переписаны в виде:

$$\frac{H_r}{r}+\frac{\partial H_r}{\partial r}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial H_\varphi}{\partial\varphi}=0, \tag{31}$$

$$\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial H_z}{\partial\varphi}=J_r, \tag{32}$$

$$-\frac{\partial H_z}{\partial r}=J_\varphi, \tag{33}$$

$$\frac{H_\varphi}{r}+\frac{\partial H_\varphi}{\partial r}-\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial H_r}{\partial\varphi}=J_z, \tag{34}$$

$$\frac{J_r}{r}+\frac{\partial J_r}{\partial r}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial J_\varphi}{\partial\varphi}=0 \tag{35}$$

Предположим, что

$$H_r. = h_r r\sin(\alpha\varphi) \tag{36}$$

$$H_\varphi. = h_\varphi r\cos(\alpha\varphi) \tag{37}$$

Из (31, 34, 36, 37) следует:

$$\frac{h_r r\sin(\alpha\varphi)}{r}+h_r\sin(\alpha\varphi)-h_\varphi\alpha\sin(\alpha\varphi)=0, \tag{38}$$

Следовательно,

$$h_r = h_\varphi \alpha / 2 \tag{39}$$

$$\frac{h_\varphi r \cos(\alpha\varphi)}{r} - h_\varphi \alpha \sin(\alpha\varphi) - h_r \alpha \cos(\alpha\varphi) = J_z, \tag{40}$$

Из (39, 40) следует:

$$-h_\varphi \alpha \sin(\alpha\varphi) + (h_\varphi - h_r \alpha)\cos(\alpha\varphi) = J_z,$$

или

$$J_z = h_\varphi \left(\left(1 - \alpha^2/2\right)\cos(\alpha\varphi) - \alpha \sin(\alpha\varphi)\right), \tag{46}$$

Предположим, далее, что

$$J_r. = j_r r \cos(\alpha\varphi), \tag{47}$$

$$J_\varphi. = j_\varphi r \sin(\alpha\varphi). \tag{48}$$

Из (35, 47, 48) следует:

$$\frac{j_r r \cos(\alpha\varphi)}{r} + j_r \cos(\alpha\varphi) + j_\varphi \alpha \cos(\alpha\varphi) = 0, \tag{49}$$

Следовательно,

$$j_r = -j_\varphi \alpha / 2 \tag{50}$$

Из (32, 33, 47, 48) находим

$$\frac{\partial H_z}{\partial \varphi} = j_r r^2 \cos(\alpha\varphi), \tag{51}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial r} = -j_\varphi r \sin(\alpha\varphi), \tag{52}$$

Из (50, 51) следует, что

$$\frac{\partial H_z}{\partial \varphi} = -\frac{\alpha}{2} j_\varphi r^2 \sin(\alpha\varphi) \tag{42}$$

Из (50, 52) следует, что

$$H_z = -\frac{1}{2} j_\varphi r^2 \sin(\alpha\varphi) \tag{53}$$

Литература

1. Хмельник С.И. Поток электромагнитной энергии в проводнике с постоянным током, «Доклады независимых авторов», изд. «DNA», ISSN 2225—6717, Россия – Израиль, 2015, вып. 32. ISBN 978-1-312-19894-4, printed in USA, Lulu Inc., ID 16319679; http://vixra.org/pdf/1503.0048v1.pdf