La constante, la longueur et la surface de Hubble

Pierre-Réal Gosselin

2015-01-29

Résumé

Nous faisons un retour sur l'expression de la loi de Hubble, réduisons H_0 à trois constantes fondamentales et définissons la surface de Hubble σ_H.

Table des matières

Liste des tableaux

Table des figures

1 Les paramètres de Hubble

1.1 La loi de Hubble

D ans un ouvrage précédent, Gosselin [1] a démontré que l'onde électromagnétique se transformait en fonction de la distance comme

$$\lambda = \lambda_{cmb} - (\lambda_{cmb} - \lambda_0)\ e^{-\frac{H_0 D}{c}} \tag{1.1}$$

où λ est la longueur d'onde à un moment donné, λ_{cmb} la longueur d'onde de la radiation cosmique résiduelle CMB, λ_0 la longueur d'onde à l'emission, D la distance cosmologique, c la vitesse de la lumière et H_0 la constante de Hubble. Le décalage cosmique de l'onde est

$$\mathbb{Z} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \tag{1.2}$$

et le décalage cosmique de la radiation cosmique résiduelle CMB est

$$\mathbb{Z}_{cmb} = \frac{\lambda_{cmb} - \lambda_0}{\lambda_0} \tag{1.3}$$

On situe alors telle source à la distance

$$D = \frac{c}{H_0} \cdot ln\ (\frac{\lambda_{cmb} - \lambda_0}{\lambda_{cmb} - \lambda}) \tag{1.4}$$

$$D = \frac{c}{H_0} \cdot ln\ (\frac{\mathbb{Z}_{cmb}}{\mathbb{Z}_{cmb} - \mathbb{Z}}) \tag{1.5}$$

$$D = \frac{c}{H_0} \cdot ln\left(\frac{1}{1 - \frac{\mathbb{Z}}{\mathbb{Z}_{cmb}}}\right) \tag{1.6}$$

soit une fonction logarithmique du décalage cosmique.

G osselin a de même utilisé la transformation de l'onde électromagnétique pour expliquer le comportement anormal du satellite Pioneer et fixer la valeur de la constante H_0

$$H_0 = -\frac{\dot{\nu}}{\nu} \cdot \frac{1}{\mathbb{Z}_{cmb}} \tag{1.7}$$

à $84,3\ km/s/Mpc$ laquelle correspond à la valeur de $85\ \pm\ 5\ km/s/Mpc$ trouvée par Willick [2] à partir des cephéides.

1.2 Construction

I l est intéressant d'exprimer une constante en fonction d'autres bien établies. Nous exprimons la constante de Hubble comme une combinaison de constantes fondamentales, respectant en cela les unités et recherchant la valeur la plus proche de celle couramment acceptée. La composition de cette constante apparaît alors comme

$$H_0 = \frac{\alpha R_\infty^2 \left(\frac{\hbar G}{c}\right)^{\frac{1}{2}}}{(2\pi)^4} \tag{1.8}$$

où α est la constante de structure fine, R_∞ est la constante de Rydberg, $\hbar$ est la constante réduite de Planck, G est la constante de gravitation universelle et c est la vitesse de la lumière. Utilisant les valeurs des constantes fondamentales [3] [4] présentée à la table 1, on obtient pour la constante de Hubble la même valeur que celle calculée grâce aux données du satellite Pioneer soit $2,73193 \times 10^{-18}\ s^{-1}$ ou $84,3\ km/s/Mpc$.

I ntroduisant la longueur de Planck

$$\ell_p = \frac{1}{c}\left(\frac{\hbar G}{c}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{1.9}$$

dans l'expression précédente, la longueur de Hubble s'écrit

$$\ell_H = \frac{c}{H_0} = \frac{(2\pi)^4}{\alpha R_\infty^2 \ell_p} \tag{1.10}$$

Nous définissons les valeurs réduites suivantes

$$\tilde{\alpha} = \frac{\alpha}{2\pi} \tag{1.11}$$

$$\tilde{R}_\infty = \frac{R_\infty}{2\pi} \tag{1.12}$$

$$\tilde{\ell}_p = \frac{\ell_p}{2\pi} \tag{1.13}$$

$$\tag{1.14}$$

lesquelles nous permettent de présenter l'expression précédente sous une forme plus élégante

$$\ell_H = \left(\tilde{\alpha}\ \tilde{R}_\infty^2\ \tilde{\ell}_p\right)^{-1} \tag{1.15}$$

Se référant aux valeurs des constantes [3] [4] présentées à la table 1, la longueur de Hubble ainsi définie vaut $1,09736384 \times 10^{26}$ mètres.

1.3 Surface de Hubble

O n remarque que les chiffres significatifs de la longueur de Hubble ainsi définie correspondent à ceux de la constante de Rydberg soit $1,097373 \times 10^7\ m^{-1}$. Nous définissons la surface réduite de Hubble $\tilde{\sigma}_H$ comme le rapport de la longueur de

Hubble à la constante de Rydberg soit

$$\tilde{\sigma}_H = \frac{\ell_H}{R_\infty} \tag{1.16}$$

$$\tilde{\sigma}_H = \left(\tilde{\alpha}\ \tilde{R}_\infty^3\ \tilde{\ell}_p\right)^{-1} \tag{1.17}$$

$$\tilde{\sigma}_H = 10^{19}\ m^2 \tag{1.18}$$

La surface de Hubble correspondant à cette surface réduite est

$$\sigma_H = 2\pi\tilde{\sigma}_H \tag{1.19}$$

$$\sigma_H = 2\pi 10^{19}\ m^2 \tag{1.20}$$

La table 2 fait état des trois constantes H_0, ℓ_H et σ_H. La table 3 propose des équivalences géométriques simples à la surface de Hubble. Ainsi celle-ci correspond à celle d'une sphère d'un rayon de 2 236 100 kilomètres ou 0,015 UA soit 3,21 rayon du soleil.

2 Tables

L es constantes fondamentales et dérivées.

Constante	Symbole	Valeur	Unités
Célérité de la lumière	c	$2,997\ 924\ 58 \times 10^8$	$m \cdot s^{-1}$
Gravitationnelle	G	$6,673\ 84(80) \times 10^{-11}$	$m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$
Planck	h	$6,626\ 069\ 57(29) \times 10^{-34}$	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$
Planck réduite	$\hbar$	$1,054\ 571\ 726(47) \times 10^{-34}$	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$
Structure fine	α	$7,297\ 352\ 5698(24) \times 10^{-3}$	
Structure fine réduite	$\tilde{\alpha}$	$1,161\ 409\ 733 \times 10^{-3}$	
Rydberg	R_∞	$1,097\ 373\ 156\ 8539(55) \times 10^7$	m^{-1}
Rydgerg réduite	$\tilde{R}_\infty$	$1,746\ 523\ 62 \times 10^6$	m^{-1}
Longueur de Plank	ℓ_p	$1,616\ 199(97) \times 10^{-35}$	m
Longueur de Plank réduite	$\tilde{\ell}_p$	$2,572\ 260\ 59 \times 10^{-36}$	m
Lyman α	L_α	$9,112\ 670\ 51 \times 10^{-8}$	m
Unité astronomique	UA	$1,495\ 978\ 707\ 00(3) \times 10^{11}$	m

Table 1 – Constantes fondamentales

Constante	Symbole	Valeur	Unités
Constante de Hubble	H_0	$2,731\ 93 \times 10^{-18}$	s^{-1}
Longueur de Hubble	ℓ_H	$1,097\ 37 \times 10^{26}$	m
Surface de Hubble	σ_H	$2\pi 10^{19}$	m^2

TABLE 2 – Nouvelles constantes

Unité de mesure	Symbole	Valeur (mètres)	Carré (côté)	Disque (rayon)	Sphère (rayon)
Mètres	m	1	$7,9266 \times 10^9$	$4,4721 \times 10^9$	$2,2361 \times 10^9$
Terre-Lune	TL	$3,84399 \times 10^8$	$20,62$	$11,63$	$5,82$
Rayon du soleil	RS	$6,959\ 9(7) \times 10^8$	$11,39$	$6,43$	$3,21$
Unité astronomique	UA	$1,495\ 978\ 92(1) \times 10^{11}$	$5,3 \times 10^{-2}$	$3,0 \times 10^{-2}$	$1,5 \times 10^{-2}$

TABLE 3 – Surfaces équivalentes

3 Conclusion

N ous avons redéfini la constante de Hubble en fonction de trois constantes fondamentales de la nature. La valeur obtenue est identique à celle trouvée antérieurement grâce au satellite Pionneer soit $84,3$ *km/sec/Méga Parsec*. La longueur de Hubble correspondante nous a conduit à définir une nouvelle constante, la surface de Hubble dont la valeur est $2\pi 10^{19}$ m^2.

Références

[1] Pierre-Réal Gosselin. L'évolution de l'onde électromagnétique sur de très grandes distances. *http://vixra.org/abs/1411.0567*, nov 2014.

[2] Jeffrey A. Willick and Puneet Batra. A determination of the hubble constant from cepheid distances and a model of the local peculiar velocity field. *http://arxiv.org/abs/astro-ph/0005112*, feb 2001.

[3] CODATA. Physical constants. *http://physics.nist.gov/constants*, 2010.

[4] Wikipedia. Physical constants. *http://en.wikipedia.org/wiki/physical_constant*, 2000.