# Голографическая природа квантовой механики.

Куюков Виталий Петрович

Россия, Сибирский Федеральный Университет

Email: vitalik.kayukov@mail.ru

**В данной статье применяется голографический принцип для получения основных положений голографической квантовой механики и дается совершенно новая интерпретация принципа неопределенности Гейзенберга через измерение информации о состоянии квантового объекта.**

## 1. Энтропия черной дыры и голографический принцип.

В 1970 г. Якоб Бекенштейн выдвинул идею о том, что черные дыры обладают энтропией, которая очень велика. Бекенштейн опирался на общепризнанное и хорошо проверенное второе начало термодинамики, согласно которому энтропия системы постоянно растет. Он показал, что площадь горизонта событий черной дыры, т. е. площадь поверхности вокруг черной дыры, после пересечения которой нет пути назад, всегда увеличивается при любых физических взаимодействиях. Например, если в черную дыру попадет астероид, или если на черную дыру попадет излучение с поверхности близкой звезды, или если две черные дыры столкнутся и объединятся, то полная площадь горизонта событий черной дыры обязательно увеличится. Для Бекенштейна рост этой площади был связующим звеном с ростом энтропии согласно второму началу термодинамики. Он предположил, что площадь горизонта событий черной дыры и есть точная мера ее энтропии.

$$S = \frac{k\,A}{4l_p^2} \qquad (1.1)$$

Хокингу удалось доказать этот вывод и вычислить температуру, которую наблюдатель приписал бы в виде излучения: оказалось, что она определяется напряженностью гравитационного поля на горизонте черной дыры, в точном согласии с аналогией между черными дырами и термодинамикой.

$$\mathrm{T} = \frac{\hbar\,g}{2\pi kc} = \frac{\hbar\,c^3}{8\pi k\,GM} = \frac{\hbar\,c}{4\pi k\,R} \qquad (1.2)$$

Результаты Хокинга показали, что аналогию между физикой черной дыры и термодинамикой следует воспринимать всерьез. На самом деле результаты показали, что это даже не аналогия — это тождественность. У черной дыры есть энтропия и температура на поверхности горизонта событий.

В 1976 г. Хокинг объявил, что квантовый детерминизм нарушается из-за существования теплового излучения у черных дыр. Волновые функции, описывающие вероятности в квантовой механике, изменяются во времени по совершенно определенным математическим правилам, таким, как уравнение Шредингера. Зная волновые функции всех фундаментальных объектов Вселенной в определенный момент времени, можно определить волновые функции в любой предшествующий или последующий момент. Вычисления Хокинга, как и вычисления энтропии, были очень сложными, но главная проблема осталась. Если какой-нибудь объект попадает в черную дыру, туда же отправляется и его волновая функция. Но это означает, что для внешнего наблюдателя волновая функция упавшего предмета в черную дыру будет потерянной. Чтобы полностью предсказать то, что будет завтра, сегодня нам нужно знать волновые функции в прошлом. И если предмет упал в черную дыру, то содержащаяся о нем информация потеряна.

Хотя проблема все еще не полностью разрешена, недавно т`Хофт и Сасскинд заявили, что существует способ восстановления информации. Идея состоит в том, что для черных дыр, информация можно хранить на поверхности горизонта событий:

$$I = \frac{A}{4l_p^2} \qquad (1.3)$$

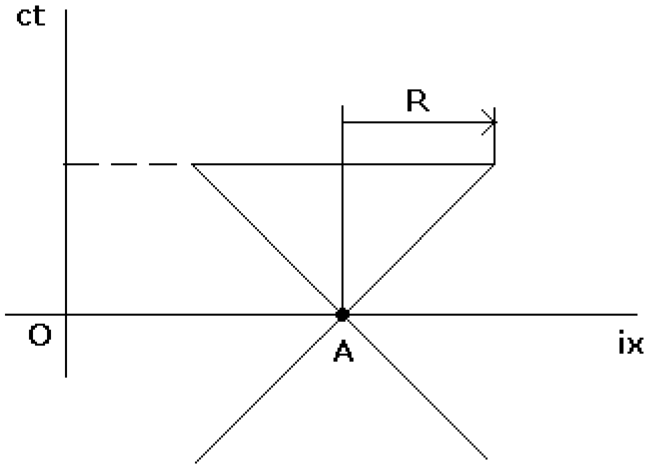
Данная формулировка получила название голографического принципа. Существует много формулировок этого принципа, но все сходятся к такому, что максимальное количество информации $I$ о веществе внутри некоторого объема определяется площадью поверхности A , ограничивающий данный объем. Природа каким-то образом сохраняет информацию на поверхности горизонта событий. Механизм такого кодирования должно объясняться в рамках пока несуществующей квантовой теории гравитации.

Этот результат дал шанс теоретикам заявить о том, что при испарении черных дыр информация восстанавливается.

## 2. Квантовая механика и голографический принцип.

Возможные проявления информационной природы квантовых частиц, в полной мере выводятся при рассмотрении голографического принципа для микромира. Для этого начнем с принципа причинности в теории относительности.

Рассмотрим неподвижную инерциальную систему отсчета, в которой произошло некоторое событие A в момент времени t=0.




Согласно теории относительности интервал в пространстве-времени имеет вид:

$$s^2 = (ct)^2 - x^2 - y^2 - z^2 \quad (2.1)$$

Однако переход к евклидовому пространству дает ( именно так исторически предложил Минковский):

$$(is)^2 = (ict)^2 + (x)^2 + (y)^2 + (z)^2 \quad (2.2)$$

Где мнимая единица $i$ перед координатой времени обеспечивает евклидовую метрику пространства-времени.

Спустя время t > 0 событие A в неподвижной инерциальной системе отсчета может повлиять на другие события в пределах радиуса световой сферы (светового конуса), в силу постулата Эйнштейна о предельности скорости передачи информации:

$$(ct)^2 - (x)^2 - (y)^2 - (z)^2 = 0$$

В пространстве-времени получается область R в определенный момент времени t , где событие A не может повлиять на другие события, которые находятся за пределом данной области R в пространстве. Таким образом для события A имеется горизонт Коши из – за того, что скорость света является предельной скоростью передачи информации.

Однако надо заметить, что размер области R горизонта Коши в пространстве-времени определяется:

$$(ct)^2 - R^2 = 0 \quad (2.3)$$

Рассматривается эта область в пространстве-времени, а не просто в пространстве с действительными координатами, поэтому и размерность данной области совпадает с координатой времени.

Здесь область $R$ в пространстве-времени описывает горизонт Коши будущего для события А в момент времени t=0. Размер данной области определяется как:

$$R = ct \quad (2.4)$$

В данной формуле радиус совпадает с величиной радиуса световой сферы, она описывает именно размер области горизонта Коши в пространстве-времени.

Согласно термодинамике черных дыр между температурой Хокинга и размером горизонта событий существует обратная связь в виде:

$$T = \frac{\hbar\, c}{4\pi\, k\, R} \quad (2.5)$$

Подставляем формулу (2.4) в (2.5) , получаем температуру Хокинга для горизонта Коши:

$$T = \frac{\hbar}{4\pi\, k\, t} \quad (2.5)$$

Как видно из формулы (2.5) , температура Хокинга для горизонта Коши обратно пропорционально координате времени. При росте временной координаты, температура горизонта уменьшается по гиперболическому закону.

Можно рассмотреть энтропию горизонта Коши, если в данном случае заменить событие А на частицу с массой m , которая находится в неподвижной инерциальной системе отсчета в момент времени t=0. Для состояния частицы в момент времени t=0 существует горизонт Коши в момент t > 0 , за пределом которого она не может повлиять на другие события, в силу конечности скорости света. Поэтому энтропия горизонта Коши для частицы с массой m будет:

$$\mathrm{S} = \int \frac{\delta Q}{T} = \int \frac{dmc^2}{T} = 4\pi\, k \int \frac{dmc^2}{\hbar} \cdot \tau$$

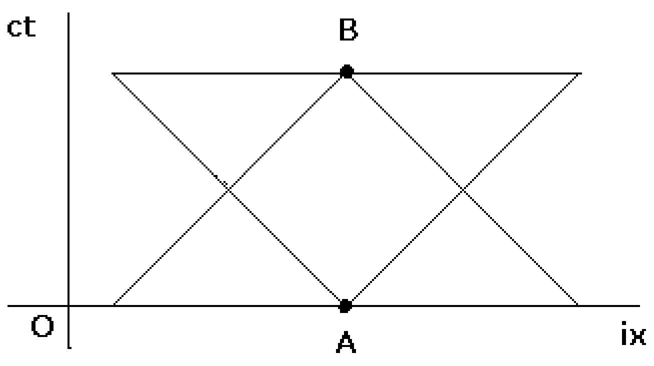
В силу того, что масса частицы инварианта во всех инерциальных системах отсчета, энтропия получается:

$$\mathrm{S} = \frac{4\pi\, k}{\hbar}(mc^2 - mc^2) \cdot \tau = 0$$

(2.7)

Где $\tau$ — собственное время частицы.

Заметим, что кроме горизонта Коши будущего для свободной частицы существует горизонт Коши прошлого, в равной степени.



Поэтому для свободной частицы в точке B существует горизонт Коши прошлого с определенной энтропией:

$$\mathrm{S_B} = -\frac{4\pi\, k}{\hbar} \cdot mc^2\, \tau$$

Тогда полная энтропия для горизонтов Коши прошлого и будущего будет суммой их отдельных энтропий (в силу формулы (2.7)):

$$\mathrm{S} = S_A + S_B = 0$$

Где для свободной частицы в точке A горизонт Коши будущего получается:

$$\mathrm{S_A} = \frac{4\pi\, k}{\hbar} \cdot mc^2\, \tau$$

(2.8)

Формула (2.8) определяет энтропию горизонта Коши будущего для частицы с массой $m$, которая находилась момент времени измерения $\tau$ =0. Заметьте формула (2.8) дается для частицы, которая наблюдалась в определенный момент времени. Здесь энтропия горизонта Коши будущего является действительной величиной и зависит от энергии покоя и собственного времени частицы, то есть она инвариантна во всех инерциальных системах отсчета.

Если частица движется вдоль оси x относительно инерциальной системы отсчета с координатами ( t, x,y,z) , то преобразования Лоренца для времени будет:

$$\tau = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Где преобразование для времени подставляем в формулу (2.7), то получается выражение в виде:

$$\mathrm{S} = \frac{4\pi\, k}{\hbar}(Et - px)\ ;$$

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad ; \quad p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

*(2.9)*

Формула (2.9) связывает энтропию горизонта Коши будущего с энергией и импульсом частицы, или с фазой волновой функции:

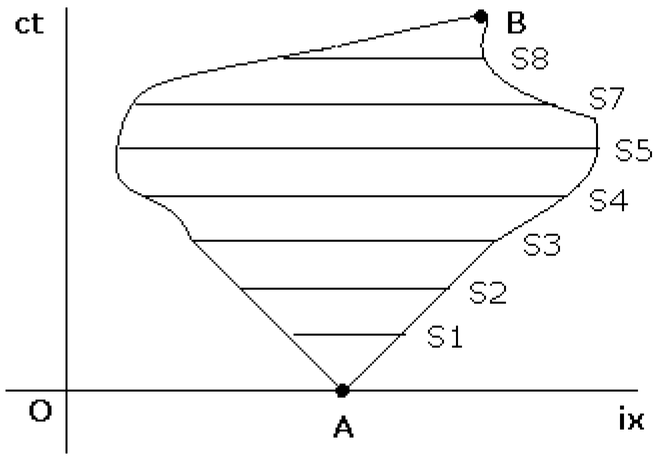
$$\mathrm{S} = 4\pi k\, \varphi\ ;$$

$$\varphi = \frac{1}{\hbar}(Et - px)$$

Отсюда получаем формулировку волновой функции частицы через энтропию голографического экрана (горизонта Коши):

$$\boldsymbol{\psi} = A\, e^{-\, i\varphi} = A\, e^{-\frac{i\, S}{4\pi k}} \qquad (2.10)$$

Где $S$ – энтропия голографического экрана.




Что это означает? По голографическому принципу, поверхность горизонта Коши содержит информацию об объекте, который находится внутри объема горизонта. Поэтому фаза волновой функции является голографическим экраном, на котором записывается информация о прошлом состоянии частицы. Таким образом, между актами A и B наблюдения частицы, распространяется в пространстве-времени информация о ней в виде голографических поверхностей (фронтовые поверхности фазы). Причем волновая функция на голографическом экране (горизонт Коши будущего) определяет кодирование полной информации о частице.

Поэтому между волной Де Бройля и голографическим экраном имеется следующая зависимость:

$$\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z},\boldsymbol{t}) = A\, e^{-\frac{i\, S(x,y,z,t)}{4\pi k}} \qquad (2.11)$$

В этом случае, вероятность перехода между точками A и B определяется произведением волновых функций:

$$P = \boldsymbol{\psi}(\mathrm{A})\boldsymbol{\psi}(\mathrm{B}) = A\, e^{\frac{i\, S(x,y,z,t)}{4\pi k}}\;\; A\, e^{-\frac{i\, S(x,y,z,t)}{4\pi k}} = A^2 = const \qquad (2.12)$$

То есть вероятность нахождения частицы во всем пространстве везде постоянно. На самом деле по голографическому принципу информация о частице во всей области пространства распределена равномерно, подобно голограмме на поверхности.

Соотношение (2.8) связывает энтропию $S$ горизонта Коши с экстремальным действием $F$ свободной частицы:

$$F = -\int mc^2\, d\tau\,;$$

$$\mathrm{S} = \frac{4\pi\, k}{\hbar} \cdot \int mc^2\, d\tau\,;$$

Как видно, энтропия горизонта Коши обладает экстремальным свойством.

В современной физике существует связь между количеством информационной энтропии $H$ и термодинамической энтропии $S$ системы. Уравнение, связывающее данные величины имеет вид:

$$dS = k \ \ln a \cdot dH$$

Отсюда, согласно голографическому принципу, горизонт Коши определяет количество информационной энтропии об истории частицы в пространстве-времени:

Information entropy:

$$H = \frac{1}{\hbar} \cdot \int mc^2 \, d\tau \tag{2.13}$$

Теперь, можно переформулировать интеграл Фейнмана по траекториям (действие $F$ ), через интеграл экстремальной информационной энтропии $H$ об истории движения частицы:

$$H = -\frac{F}{\hbar}$$

$$|\boldsymbol{\psi}>= \int \ e^{-\frac{i}{\hbar}\int dF} \ Dx = \int \ e^{\,i \cdot \int dH} \ Dx$$

Данная интерпретация амплитуды вероятности через интеграл Фейнмана по путям информационной энтропии близка к голографическому принципу, согласно которой информация на поверхности соответствует полному описанию теории в объеме.

Используя соотношение (2.13) для информационной энтропии квантовой частицы, можно получить соотношение неопределенности Гейзенберга. Пусть квантовая частица измеряется в течение времени $\Delta\tau$ , тогда информационная энтропия в данном интервале будет:

$$H(\Delta\tau) = \frac{mc^2}{\hbar} \cdot \ \Delta\tau$$

При измерении энергии покоя квантовой частицы, получаем информацию в виде разности информационной энтропии:

$$I = H_2(\Delta\tau) - H_1(\Delta\tau) = \frac{(m_2c^2 - m_1c^2)}{\hbar} \cdot \ \Delta\tau$$

Минимальное количество информации для любого измерения является единицей ( bit ):

$$I \geq 1 \ bit$$

Отсюда получается одно из соотношений неопределенностей Гейзенберга:

$$\frac{\Delta mc^2}{\hbar} \cdot \ \Delta\tau \geq 1$$

*Литература:*

[1]. В.Фролов и И.Новиков. Физика черных дыр, Москва «Наука» 1986 г.

[2]. Р.Буссо. Голографический принцип, arxiv.org.