**Хмельник С.И.**

# Силы Лоренца, Ампера и закон сохранения импульса. Количественный анализ и следствия.


## Аннотация

Известно, что силы Лоренца и Ампера противоречат третьему закону Ньютона, но не противоречат более общему закону сохранения импульса, поскольку электромагнитное поле обладает импульсом. Из этого следует, что эти силы должны уравновешиваться потоком электромагнитного импульса. Однако, насколько известно автору, нет соответствующего количественного сопоставления и поэтому оно рассматривается ниже. При этом, в частности, показывается, что из закона сохранения импульса можно найти некоторые следствия.


## Оглавление



## 1. Вступление

Известно, что сила Ампера противоречит третьему закону Ньютона, но не противоречит более общему закону сохранения импульса, поскольку электромагнитное поле обладает импульсом. Важно отметить, что стационарное электромагнитное поле также может обладать импульсом, и поэтому сила Ампера не противоречит закону сохранения импульса и в том случае, когда она возникает при взаимодействии постоянного тока с постоянным магнитным полем. Из этого следует, что сила Ампера должна уравновешиваться потоком электромагнитного импульса. Однако, насколько известно автору, нет количественного сопоставления силы Ампера с потоком электромагнитного импульса. Именно это сопоставление и рассматривается ниже. При этом определяются некоторые параметры и с их учетом показывается, что силы Лоренца и Ампера можно рассматривать как следствия существования потока электромагнитного импульса и закона сохранения импульса.

## 2. Конфигурация поля

Обозначим для электромагнитного поля:

$W$ - плотность энергии (скаляр), кг·м$^{-1}$·с$^{-2}$,

$S$ - плотность потока энергии (вектор), кг·с$^{-3}$,

$p$ - плотность импульса (скаляр), кг·м$^{-2}$·с$^{-1}$,

$f$ - плотность потока импульса (вектор), кг·м$^{-1}$·с$^{-2}$,

$V$ - объем электромагнитного поля (скаляр), м$^3$,

На рис. 1 показаны проводник длиной $L$ с током $I$, находящийся в магнином поле с индукцией $B$ и двигающийся со скоростью $v$ под действаием силы Ампера $F$. Векторы напряженности $E$ электрического поля, создающего ток, и индукции $B$ взаимно перпендикулярны. Поэтому возникает поток электромагнитной энергии с плотностью $S$, показанный на рис. 1 окружностями. Можно представить его в виде двух сфер, объединяющихся в теле проводника и пронизывающего проводник в вертикальном направлении. Этот поток эквивалентен потоку электромагнитного импульса $f$.

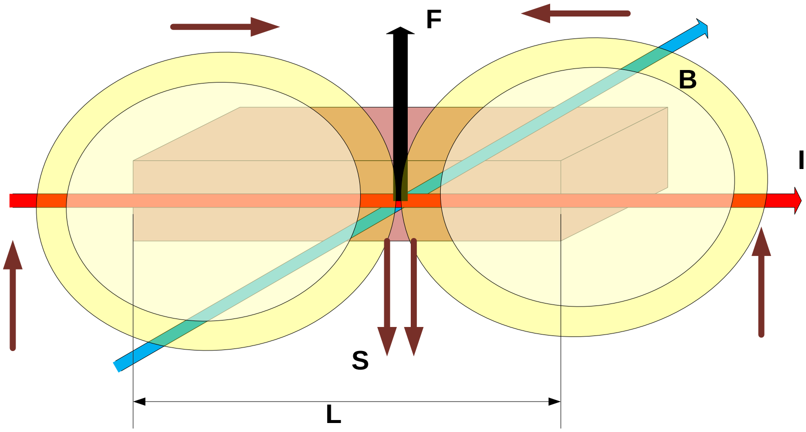


Рис. 1.

Известно [1, 2], что

$$f = W. \tag{1}$$

$$S = W \cdot c, \tag{2}$$

$$p = W/c,\ p = S/c^2, \tag{3}$$

$$f = p \cdot c,\ f = S/c. \tag{4}$$

Интеграл от плотности по объему будем обозначать как

$$p_V = \int_V p \cdot dV. \tag{4а}$$

а интеграл от плотности потока по поверхности будем обозначать как

$$S_Q = \int_V S \cdot dV. \tag{4в}$$

Поток энергии $S_Q$ может существовать и в статическом электромагнитном поле [3]. Следовательно, поток импульса $f_Q$ существует и в статическом электромагнитном поле, создаваемом постоянным током и постоянным магнитным полем.

Закон сохранения имульса для устройства, взаимодействующего с электромагнитным полем, можно записать в следующем виде [3]:

$$-\frac{\partial}{\partial t}(J) = \frac{\partial}{\partial t}(pV) + fQ, \tag{5}$$

где

$J$ – механический импульс устройства,

$V$ - объем устройства; объем, в котором электромагнитный импульс взаимодействует с устройством (суммарный поток импульса во всем объеме поля равен нулю),

$Q$ - поверхность, ограничивающая этот объем.

Известно, что сила, действующая на устройство,

$$F = -\frac{\partial}{\partial t}(J). \tag{6}$$

Следовательно,

$$F = \left(\frac{\partial}{\partial t}(p_V) + f_Q\right). \tag{7}$$

Объединяя (7) и (3, 4), получаем:

$$F = \left(\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{S_Q}{c^2}\right) + \frac{S_Q}{c}\right). \tag{8}$$

Таким образом, если устойство находится в потоке электромагнитной энергии $S_Q$, то на него действует сила (8), зависящая только от потока электромагнитной энергии $S_Q$. Эта сила существует и при постоянном потоке $S_Q$, и тогда

$$F = \frac{S_Q}{c}. \qquad (9)$$

В том случае, если поток электромагнитной энергии распространяется в веществе с относительными диэлектрической $\varepsilon$ и магнитной $\mu$ проницаемостями, в формулы (8, 9) вместо скорости света $c$ в вакууме необходимо подставить скорости света в веществе

$$c_s = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \qquad (10)$$

Рассмотрим случай (показанный на рис. 1), когда векторы электрической $E$ и магнитной $H$ напряженностей перпендикулярны. Тогда

$$S = EH \qquad (11)$$

Пусть еще поле в устройстве является равномерным и сосредоточено в объеме $V$. Тогда из (8, 10, 11) получаем:

$$F = V\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{EH\varepsilon\mu}{c^2}\right) + Q\frac{EH\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}. \qquad (12)$$

Если, кроме того, поле является постоянным, то

$$F = Q\frac{EH\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}. \qquad (13)$$

## 3. Сила Лоренца

Рассмотрим магнитную силу Лоренца, действующую на тело с зарядом $q$, двигающееся со скоростью $v$ перпендикулярно вектору магнитной индукции $B$:

$$F_L = qvB. \qquad (14)$$

Мы будем пренебрегать индукцией собственного магнитного поля движущегося заряда (по сравннению с индукцией внешнего магнитного поля) и собственным электромагнитным импульсом движущегося заряда. Тогда надо принять, что сила (14) вызвана потоком импульса электромагнитного поля, пронизывающего тело заряда. При этом из (13, 14) получаем:

$$F_L = Q\frac{EH\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}. \qquad (15)$$

Отсюда находим:

$$qvB = Q\frac{EH\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} \qquad (16)$$

или, при $B = \mu_o \mu H$,

$$qvc = \frac{QE\sqrt{\varepsilon/\mu}}{\mu_o}. \qquad (17)$$

Следовательно, внутри тела должна существовать напряженность электрического поля, направленная вдоль скорости, и равная

$$E = \frac{qvc\mu_o}{Q\sqrt{\varepsilon/\mu}}. \qquad (18)$$

Заметим, что

$$c\mu_o = \sqrt{\frac{\mu_o}{\varepsilon_o}} \approx 377 \qquad (19)$$

При этом

$$E\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} = \frac{qvc\mu_o}{Q} \approx 377\frac{q}{Q}v. \qquad (20)$$

Следовательно, **внутри** заряженного тела, движущегося в магнитном поле и находящегося под действием силы Лоренца, существует напряженность электрического поля, пропорциональная скорости движения.

**Пример с электроном**

У него заряд $q_o = 1.6\cdot 10^{-19}$, классический радиус $r_o = 2.8\cdot 10^{-15}$, объем, сответствующий этому радиусу, $V_o = 4\pi r_o^3/3 = 9\cdot 10^{-44}$, а поверхность этого объема $Q_o = 4\pi r_o^2 = 2\cdot 10^{-28}$. При этом $E_o\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \approx 3\cdot 10^{11}\cdot v$. Можно таже сказать, что на диаметре электрона вдоль направления скорости существует разность потенциалов – напряжение $U_o = 2E_o r_o \approx 1.7\cdot 10^{-5}\cdot v\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$. Рассматривая рассуждения Фейнмана [3] о внутренних силах электрона, удерживающих заряды электрона на поверхности сферы, можно заметить, что это напряжение является той силой, которая "подтягивает" отстающие заряды к своему месту на сфере тогда, когда он движется под действием силы Лоренца.

## 4. Сила Ампера

Рассмотрим силу Ампера, действующую на проводник с постоянным током $I$, расположенный перпендикулярно вектору магнитной индукции $B$:

$$F_A = IBL. \tag{21}$$

Если эта сила вызвана потоком импульса электромагнитного поля, пронизывающего проводник, то

$$F_A = Q\frac{EH\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}. \tag{22}$$

Отсюда находим:

$$IBL = Q\frac{EH\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} \tag{23}$$

или, при $B = \mu_o \mu H$,

$$IHL\mu_o\mu = Q\frac{EH\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}. \tag{24}$$

Следовательно, напряженность электрического поля в этом случае

$$E = \frac{ILc\mu_o}{Q\sqrt{\varepsilon/\mu}}. \tag{24a}$$

Если $r$ - радиус сечения проводника, $L$ - длина проводника, то

$$Q = 2\pi rL. \tag{25}$$

Если напряжение на проводнике постоянно и равно $U$, то

$$E = U/L. \tag{26}$$

Если удельное сопротивление проводника равно $\rho$, то

$$U = I\rho L / \pi r^2 = j\rho L \tag{27}$$

и

$$E = j\rho. \tag{28}$$

Тогда из (24a, 25) найдем:

$$j\rho = \frac{j\pi r^2 Lc\mu_o}{2\pi rL\sqrt{\varepsilon/\mu}} \tag{29}$$

или

$$\varepsilon = \left( \frac{rc\mu_o}{2\rho} \right)^2 \mu . \tag{30}$$

Таким образом, диэлектрическая проницаемость проводника с постоянным током зависит от $\mu, \rho, r$.

**Например**, при $\mu = 1$, $\rho = 2 \cdot 10^{-6}$ (ом*м), $r = 10^{-3}$ (м) из (30) находим, что $\varepsilon \approx 4 \cdot 10^{10}$.

## 5. Обсуждение

Из вышесканного следует, что силу Ампера можно рассматривать как следствие существования потока электромагнитного импульса и закона сохранения импульса. Но при этом надо еще предположить, что диэлектрическая проницаемость проводника с током зависит от $\mu, \rho, r$ по (30).

В этом случае обнаруживается также зависимость силы Ампера от скорости изменения тока и/или магнитной индукции. Совмещая (20, 25, 30), найдем

$$E \left( \frac{rc\mu_o}{2\rho} \right) = \frac{qvc\mu_o}{2\pi rL} . \tag{33}$$

или

$$E = q\rho v / V . \tag{34}$$

Качественно эту силу можно объяснить тем, что свободные электроны "отстают" от тела и скапливаются в "хвосте" ускоряющегося тела – такое явление рассмотрено Фейнманом для ускоряющегося электрона [3]. Электрическое сопротивление материала тормозит равномерное распределение зарядов. На это расходуется дополнительная энергия. Следовательно, движение заряженного тела с постоянной скоростью происходит с затратой энергии на тепловые потери. При этом обеспечивается постоянство энергии электрического поля внутри заряженного тела.

Таким образом, силу Лоренца можно рассматривать как следствие существования потока электромагнитного импульса и закона сохранения импульса. Но при этом придется еще предположить, что **внутри движущегося** заряженного тела существует напряженность электрического поля вида (34), пропорциональная скорости движения.

# Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля.
2. Иванов В.К. Курс общей физики. http://lms.physics.spbstu.ru/pluginfile.php/2134/mod_resource/content/1/opt_1_03.pdf
3. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. Феймановские лекции по физике. Т. 6. Электродинамика. Москва, изд. "Мир", 1966.