ALGUMAS CONTRADIÇÕES
NA TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA

Valdir Monteiro dos Santos GODOI
valdir.msgodoi@gmail.com

RESUMO - Apontam-se contradições na teoria da relatividade restrita relacionadas ao sincronismo de relógios, covariância das equações do Eletromagnetismo e dilatação do tempo.
Palavras-chave: teoria da relatividade restrita, contradições, sincronismo de relógios, covariância, dilatação do tempo.

ABSTRACT – Is shown contradictions in special relativity theory related to the clocks synchronization, covariance of the equations of electromagnetism and time dilatation.
Keywords: theory of special relativity, contradictions, clocks synchronization, covariance, time dilatation.

I - Introdução

A teoria da relatividade restrita (T.R.R.) obtém bastante sucesso ao mostrar, através de transformações lineares espaço-temporais, a constância da velocidade da luz, a covariância da equação das ondas eletromagnéticas e das equações de Maxwell e a concordância com resultados experimentais. Sabe-se, entretanto, que a lei de Newton da gravitação universal não obedece à covariância exigida pela T.R.R., problema resolvido apenas com a teoria da relatividade geral (T.R.G.), alterando-se a lei da gravitação e o princípio da constância da velocidade da luz. Por outro lado, o eletromagnetismo não é consistente com o modelo geométrico da gravitação introduzido pela T.R.G.; a teoria do campo unificado de Einstein é um problema até hoje considerado não resolvido, embora várias propostas tenham sido apresentadas, v.g., SCHÖNBERG [1]. Também a equação de Schrödinger da mecânica quântica não é Lorentz-covariante, e por este motivo foi criada a equação de Dirac da eletrodinâmica quântica, covariante, mas esta fornece massas e cargas infinitas para o elétron, cuja remoção, através do método da renormalização, é feita de maneira bastante duvidosa; veja, v.g., LOPES [2]. Nem mesmo a eletrodinâmica quântica adapta-se ao modelo geométrico da T.R.G.

Apesar de todo o sucesso alcançado pela T.R.R. há contradições nela contida, das quais algumas serão aqui expostas.

Na seção II será dado o significado das transformações de Lorentz (T.L.) tal como adotado desde EINSTEIN [3, §3], e na seção III será mostrada talvez a mais grave contradição da T.R.R., o fato de que relógios não síncronos, em relação a um referencial S’ considerado móvel, no qual encontram-se fixos, podem obedecer à definição de sincronismo derivada do princípio da constância da velocidade da luz, ou convenção de Einstein, para este mesmo referencial S’.

A seção IV mostrará que a falta de sincronismo dos relógios em movimento, mas ajustados de acordo com a convenção de Einstein, é uma das responsáveis por proporcionar a aparente prova da constância da velocidade da luz.

A seção V exibirá uma legítima lei física, derivada das equações de Maxwell, mas não Lorentz-covariante, e na seção VI será mostrado como se poderia construir relógios de luz de modo a tornar contraditório o conhecido conceito de dilatação do tempo, concluindo-se a seguir o presente trabalho.

II - O significado das transformações de Lorentz

Seja S(x,y,z,t) um sistema cartesiano inercial ortogonal de coordenadas considerado fixo e S'(x',y',z',t') um outro sistema cartesiano inercial ortogonal de coordenadas que se move com velocidade constante v em relação a S e ao longo do eixo X, onde (x,y,z) e t são a coordenada de posição e o tempo (ou instante), respectivamente, da ocorrência de um determinado evento quando medidos em S, e (x',y',z') e t' a coordenada de posição e o tempo, respectivamente, deste mesmo evento quando medidos em S'. Os eixos X, Y e Z de ambos os sistemas são respectivamente paralelos.

De acordo com as T.L. deve-se ter

$$t' = \beta\,(t - v\,x / c^2); \qquad (2.1)$$
$$x' = \beta\,(x - v\,t); \qquad (2.2)$$
$$y' = y; \qquad (2.3)$$
$$z' = z; \qquad (2.4)$$

para $\beta = [1 - (v / c)^2]^{-1/2} \geq 1$ e c a velocidade da luz, admitindo-se que em t = 0 os eixos coordenados de S e S' eram coincidentes e neste instante tinha-se t' = 0 em todos os pontos onde x = 0.

Por exemplo, para um observador fixo na origem O' de S', onde x = v t, tem-se

$$t' = t / \beta; \qquad (2.5)$$
$$x' = 0; \qquad (2.6)$$
$$y' = 0; \qquad (2.7)$$
$$z' = 0. \qquad (2.8)$$

A primeira das relações anteriores mostra que um relógio (ou cronômetro) no pulso do observador em O' passa a se atrasar com relação a um relógio fixo em S, já que $\beta > 1$ para $0 < v \leq c$, fenômeno conhecido como dilatação do tempo.

Graças a este atraso, ou marcha mais lenta, dos relógios (e processos) em movimento previsto pela T.R.R. que se fazem especulações sobre viagens ao futuro e deu-se origem ao paradoxo dos gêmeos.

Observa-se que para v = c a relação (2.5) reduz-se a

$$t' = 0; \qquad (2.9)$$

e (2.6) mantém-se inalterada,

$$x' = 0. \tag{2.10}$$

Vale mencionar que, historicamente, deve-se dar realmente a Einstein o crédito de ter obtido as T.L., tal como são conhecidas hoje. Lorentz havia obtido, no ano de 1904, as seguintes transformações [4]:

$$t' = t / \beta - \beta\, v\, x / c^2; \tag{2.11}$$
$$x' = \beta\, x; \tag{2.12}$$
$$y' = y; \tag{2.13}$$
$$z' = z; \tag{2.14}$$

compatíveis com a condição de que x é uma constante, a posição do observador em t = 0 e que se move sobre o eixo X conforme a equação horária X = x + v t.

III - Sincronismo de relógios

Façamos com que dois observadores distintos, A e B, munidos de relógios de idêntico e bom funcionamento estejam em repouso um em relação ao outro. Suponhamos que nossos observadores e relógios sejam puntuais, para que o movimento dos braços e corpos de A e B não interfira no funcionamento dos relógios, nem perca-se a condição de imobilidade relativa.

Se um raio de luz parte de A no instante t'_A, medido pelo relógio de A, chega em B no instante t'_B, medido pelo relógio de B, reflete-se neste instante indo em direção a A e chega a A no instante t''_A, medido pelo relógio de A, então os relógios de A e B estarão síncronos, segundo a T.R.R. (ou convenção de Einstein), se

$$(t'_A + t''_A) / 2 = t'_B. \tag{3.1}$$

Esta convenção pode ser deduzida do princípio da constância da velocidade da luz, pois sendo a velocidade da luz independente da velocidade da fonte luminosa e do observador então o tempo $\Delta t'_{AB}$ que a luz leva para ir de A até B, $\Delta t'_{AB} = t'_B - t'_A$, deve ser igual ao tempo $\Delta t'_{BA}$ que a luz leva para voltar de B até A, $\Delta t'_{BA} = t''_A - t'_B$.

Introduzamos agora nossos observadores puntuais A e B novamente fixos um em relação ao outro, mas a partir do instante t = 0 movendo-se com velocidade constante v em relação à Terra, considerada fixa e suficientemente plana na região do movimento. Cada um possui, como anteriormente, um relógio (ou cronômetro) considerado puntual e seus relógios possuem idêntico e bom funcionamento.

Em relação à Terra a equação horária de A é $x = x_A + v\,t$ e a equação horária de B é $x = x_B + v\,t$. x_A e x_B são a posição inicial de A e B, respectivamente, quando t = 0, e suponhamos $x_B > x_A$.

Aplicando estas equações na T.L. (2.1) obtemos

$$t'_A = t / \beta - \beta\, v\, x_A / c^2; \tag{3.2}$$
$$t'_B = t / \beta - \beta\, v\, x_B / c^2. \tag{3.3}$$

t'_A indica o tempo (ou instante) marcado no relógio de A (e observado por A) e t'_B o tempo (ou instante) marcado no relógio de B (e observado por B); não confundi-los, portanto, com os significados em (3.1). As relações (3.2) e (3.3) têm a mesma forma da transformação (2.11) obtida por Lorentz.

Observa-se claramente que os relógios de A e B não são síncronos em relação ao referencial no qual encontram-se fixos (S'), pois $t'_A > t'_B$ para qualquer valor de $t \geq 0$, embora ambos mantenham a mesma "marcha", dada por t / β. Ou seja, o relógio de A está adiantado em relação ao de B, tal que $\Delta t' = t'_A - t'_B = \beta\, v\, (x_B - x_A) / c^2 > 0$, e, conforme a T.R.R., ambos os relógios têm uma marcha mais lenta que a de um relógio fixo na Terra (dilatação do tempo).

Quando o relógio em A marcar o tempo dado por (3.2) no sistema móvel S' então o tempo no sistema fixo S será igual a t, simultaneamente, então o tempo marcado em S' no relógio em B será conforme (3.3), também simultaneamente, então, pela lei lógica do silogismo hipotético, ou transitividade, quando o relógio em A marcar em S' o tempo dado por (3.2) o tempo marcado em S' no relógio em B será conforme (3.3), marcações simultâneas em S', mas não obtivemos $t'_A = t'_B$, como seria de se esperar em um sincronismo de relógios. Ou seja, os relógios em A e B não são síncronos, nem em relação a S, nem em relação a S'.

Esta falta de sincronismo era do conhecimento do criador da T.R.R., mas foi compreendido que se não houvesse sincronismo dos relógios em relação a um referencial poderia haver em relação a outro referencial (referenciais inerciais), entretanto mostramos que não é isto o que acontece. EINSTEIN (1905, §2), ao tratar sobre a relatividade de comprimentos e tempos, escreveu (traduzido por Mário José Saraiva) [5]:

"Imaginemos agora que aos dois extremos (A e B) da haste estão ligados relógios, e que estes relógios são síncronos dos relógios do sistema em repouso, isto é, dão indicações que estão de acordo, em cada instante, com o tempo do sistema em repouso nos locais em que se encontram, sendo assim síncronos no sistema em repouso."

Tal sincronismo, evidentemente, só poderá ocorrer enquanto a haste estiver imóvel, pois, como visto, as marchas de relógios considerados fixos e em movimento são diferentes na T.R.R. Continuando...

"Imaginemos ainda que junto de cada relógio se encontra um observador que o acompanha durante o movimento, e que estes observadores aplicam a ambos os relógios o critério de funcionamento síncrono de dois relógios que foi estabelecido no §1."

Nossos observadores, portanto, verificariam se a relação (3.1) seria satisfeita ou não para os relógios nos extremos A e B da haste, lançando um raio de luz entre eles num movimento de vai e volta. Concluindo...

"Os observadores em movimento com a haste móvel verificariam assim que os dois relógios não funcionavam em sincronismo, ao passo que um observador que se encontrasse num sistema em repouso diria que os dois relógios eram síncronos.

Vemos, deste modo, que não podemos atribuir ao conceito de simultaneidade um significado *absoluto* e que, pelo contrário, dois acontecimentos que são simultâneos quando apreciados num determinado sistema de coordenadas já não podem ser considerados como tal quando apreciados num sistema que se move em relação ao primeiro."

Tal explicação, dada pelo criador da T.R.R., pode ser resumida no seguinte, quando aplicada às relações (3.2) e (3.3): em relação ao referencial considerado fixo, toda a haste móvel, do extremo A ao extremo B, inicia seu movimento ao mesmo tempo, v.g., no instante $t = 0$, enquanto que em relação a um referencial no qual a haste móvel seja considerada fixa cada ponto da haste inicia "seu" movimento num instante diferente; em particular, o extremo A inicia o movimento no instante dado por (3.2) e o extremo B no instante dado por (3.3), com $t = 0$. Rigorosamente falando, em relação ao referencial no qual a haste seja considerada fixa é a região exterior à haste e aos observadores em A e B que começa a se mover.

Vamos verificar agora que, segundo a definição (3.1), A e B têm relógios síncronos em relação ao referencial no qual encontram-se fixos, contrariando o que foi provado anteriormente.

Façamos um raio de luz partir no instante $t = 0$ de A, na posição $x = x_A$, e ir em direção a B. Então, seguindo a notação dada em (3.1), a expressão (3.2) fica

$$t'_A = -\beta v x_A / c^2 \tag{3.4}$$

(suponhamos que relógios e cronômetros podem marcar tempos negativos). Conforme visto, o relógio de B não marcará para o evento "início do movimento" o mesmo horário que o de A, embora ambos tenham começado a se mover ao mesmo tempo.

Precisamos agora calcular a posição inicial de B para obter o valor de t'_B. Se x_B é a posição inicial de B então $x_B + v t = x_A + c t$, i.e., $x_B=x_A+(c-v)t$, sendo t o tempo que a luz levou para ir de A até B. Se, em relação à Terra fixa, a distância de A até B é L então $t = L / c$, donde $x_B = x_A + (c - v) L / c$. Sendo assim, seguindo a notação dada em (3.1), a expressão (3.3) fica

$$t'_B = L / (\beta c) - \beta v [x_A + (c - v) L / c] / c^2. \tag{3.5}$$

Resta-nos calcular o valor de t''_A. Quando a luz atingiu B o observador A estava na posição $x_A + v L / c$ e B estava na posição $x_A + L$, ambas medidas em relação à Terra fixa. Resolvendo um simples problema de "encontro de 2 móveis" obtemos para o instante de encontro da luz com o observador A o valor $t = 2 L / (c + v)$. Seguindo a notação dada em (3.1), a expressão (3.2) fica

$$t''_A = 2 L / [\beta (c + v)] - \beta v x_A / c^2 . \tag{3.6}$$

Usando (3.4), (3.5) e (3.6) em (3.1) verifica-se que a relação é satisfeita, ou seja, relógios notadamente não síncronos (que não marcam o mesmo horário a qualquer instante) podem obedecer à definição de sincronismo da T.R.R.

Como dois relógios, em relação a um mesmo referencial, não podem ser e não ser síncronos deve-se concluir que há uma contradição na T.R.R.

Outra forma de entender é resolvendo a equação $t'_A(t_A) = t'_B(t_B)$, a fim de obtermos as condições para que os relógios em movimento de A e B marquem o mesmo horário.

Sejam

$$t'_A = t_A / \beta - \beta v x_A / c^2; \tag{3.7}$$
$$t'_B = t_B / \beta - \beta v x_B / c^2; \tag{3.8}$$

os horários marcados pelos relógios de A e B, no sistema S’ em movimento, em função dos instantes t_A e t_B, respectivamente, no sistema S em repouso.

Então**,** igualando $t'_A = t'_B$ obtemos

$$t_B = t_A + v\,(x_B - x_A) / (c^2 - v^2), \tag{3.9}$$

ou seja, é necessária uma diferença temporal

$$\Delta t_{AB} = t_B - t_A = v\,(x_B - x_A) / (c^2 - v^2) \tag{3.10}$$

no sistema em repouso para que os relógios de A e B marquem o mesmo horário no sistema em movimento.

Isto vem ferir a condição de imobilidade relativa entre os relógios durante o movimento de S’ em relação a S. Por exemplo:

Se A está em x_A então B está em x_B, $t = t_A = 0$, o movimento de A se inicia e o relógio de A marca

$$t'_A = -\,\beta\, v\, x_A / c^2\,. \tag{3.11}$$

Devido à diferença temporal (3.10), se $t_A = 0$ e A e B marcam o mesmo horário em S’ então

$$t_B = v\,(x_B - x_A) / (c^2 - v^2), \tag{3.12}$$

i.e., o movimento de B já havia se iniciado, então B não estava imóvel em relação a A, nem na posição x_B. Contradição.

IV - Constância da velocidade da luz

A falta de sincronismo dos relógios em movimento, presente nas T.L., é uma das responsáveis por proporcionar a aparente prova da constância da velocidade da luz, fornecida pela T.R.R., ou dito de outra maneira, por mostrar que a constância da velocidade da luz pode ser obtida das T.L.

Se um raio de luz parte de x_1 no instante t_1 e chega em x_2 no instante t_2, valores medidos em relação a um sistema S considerado fixo, teremos

$$(x_2 - x_1) / (t_2 - t_1) = c. \tag{4.1}$$

Em relação a um sistema S’ que se move em relação a S com velocidade constante v e obedecendo seus eixos às prescrições dadas na seção II teremos, usando-se (2.2) e (2.1),

$$x'_i = \beta\,(x_i - v\,t_i),\ i = 1, 2;$$
$$t'_i = \beta\,(t_i - v\,x_i / c^2),\ i = 1, 2;$$

donde

$$(x'_2 - x'_1) / (t'_2 - t'_1) =$$
$$= [(x_2 - x_1) - v\,(t_2 - t_1)] / [(t_2 - t_1) - v\,(x_2 - x_1) / c^2]. \qquad (4.2)$$

Dividindo o numerador e o denominador do segundo membro de (4.2) por $(t_2 - t_1)$ e usando (4.1) obtemos

$$(x'_2 - x'_1) / (t'_2 - t'_1) = c, \qquad (4.3)$$

ou seja, a velocidade da luz independeria da velocidade v do referencial em movimento, em concordância com o princípio da constância da velocidade da luz.

Tal prova seria válida se os relógios móveis (em relação a S) encontrados em x'_1 e x'_2 nos instantes t'_1 e t'_2, respectivamente, fossem síncronos, mas, como se viu na seção anterior, isto não é verdade. Seria como calcular a velocidade média de uma bicicleta através do uso de dois cronômetros não sincronizados. Poderíamos, graças a esta falta de sincronismo, obter a velocidade que bem desejássemos, inclusive a de uma tartaruga bem lenta ou a de um foguete extremamente veloz.

Vamos, a seguir, "provar" a constância da velocidade da luz para o caso anterior usando a falta de sincronismo das T.L. dada em (3.2) e (3.3). Quando aqui se diz "falta de sincronismo" não se faz referência à convenção de Einstein, (3.1).

Para obtermos o valor de t'_1, mas usando (3.2), é necessário encontrar a posição inicial x_A do relógio móvel A que no instante t_1 encontra-se em x_1. Tal valor será dado por

$$x_A + v\,t_1 = x_1, \qquad (4.4)$$

donde

$$t'_1 = t_1 / \beta - \beta\,v\,(x_1 - v\,t_1) / c^2.$$

Analogamente, para obtermos o valor de t'_2, mas usando (3.3), é necessário encontrar a posição inicial x_B do relógio móvel B que no instante t_2 encontra-se em x_2. Tal valor será dado por

$$x_B + v\,t_2 = x_2, \qquad (4.5)$$

donde

$$t'_2 = t_2 / \beta - \beta\,v\,(x_2 - v\,t_2) / c^2.$$

Subtraindo,

$$t'_2 - t'_1 = \beta\,[(t_2 - t_1) - v\,(x_2 - x_1) / c^2], \qquad (4.6)$$

exatamente de acordo com as T.L., como era de se esperar.

A diferença $x'_2 - x'_1$ pode ser obtida usando-se a contração do espaço (ou de Lorentz-Fitzgerald). Como A e B estão fixos em relação ao sistema S' temos $x'_1 = \beta\, x_A$ e $x'_2 = \beta\, x_B$, para qualquer valor de t, donde, usando-se (4.4) e (4.5), obtemos
$x'_1 = \beta\,(x_1 - v\, t_1)$, $x'_2 = \beta\,(x_2 - v\, t_2)$ e

$$x'_2 - x'_1 = \beta\,[(x_2 - x_1) - v\,(t_2 - t_1)]. \qquad (4.7)$$

Dividindo (4.7) por (4.6) e usando (4.1) obtemos a expressão (4.3) anterior, conforme já calculado.

Como se pode perceber, as outras responsáveis por proporcionar a aparente prova da constância da velocidade da luz são a dilatação do tempo e a contração do espaço, conceitos que podem ser derivados das T.L.

V - Covariância das equações do Eletromagnetismo

Como se sabe, a equação das ondas eletromagnéticas e as equações de Maxwell mantém suas formas covariantes sob as T.L., conduzindo à conclusão de que a velocidade da luz medida por um observador em movimento retilíneo e uniforme independeria da velocidade deste observador e de que um campo elétrico ou magnético puro transforma-se em uma combinação dos dois em outro referencial. Isto se prova aplicando-se as seguintes transformações sobre os operadores diferenciais [6], baseadas na conhecida regra da cadeia,

$$\partial/\partial x = \partial/\partial x'\ \partial x'/\partial x + \partial/\partial t'\ \partial t'/\partial x = \beta\,(\partial/\partial x' - v/c^2\, \partial/\partial t');$$
$$\partial/\partial t = \partial/\partial x'\ \partial x'/\partial t + \partial/\partial t'\ \partial t'/\partial t = \beta\,(\partial/\partial t' - v\, \partial/\partial x');$$
$$\partial/\partial y = \partial/\partial y';$$
$$\partial/\partial z = \partial/\partial z';$$

e manipulando-os algebricamente nas equações, ficando os argumentos (x,y,z,t) das respectivas funções sujeitos às transformações inversas de Lorentz,

$$t = \beta\,(t' + v\, x' / c^2); \qquad (5.1)$$
$$x = \beta\,(x' + v\, t'); \qquad (5.2)$$
$$y = y'; \qquad (5.3)$$
$$z = z'. \qquad (5.4)$$

A equação das ondas,

$$[(\partial/\partial x)^2 + (\partial/\partial y)^2 + (\partial/\partial z)^2]\ \psi = 1/c^2\ (\partial/\partial t)^2\ \psi,$$

para ψ uma função escalar ou vetorial, transforma-se, então, em

$$[\beta^2\,(\partial/\partial x' - v/c^2\, \partial/\partial t')^2 + (\partial/\partial y')^2 + (\partial/\partial z')^2]\ \psi' =$$
$$= 1/c^2\ \beta^2\,(\partial/\partial t' - v\, \partial/\partial x')^2\ \psi',$$

com $\psi' = \psi(x(x',t'),y(y'),z(z'),t(x',t'))$, donde

$$[(\partial/\partial x')^2 + (\partial/\partial y')^2 + (\partial/\partial z')^2]\ \psi' = 1/c^2\ (\partial/\partial t')^2\ \psi',$$

não sendo manipulada a velocidade c da luz, a fim de ser mantida a covariância da forma.

No caso da equação de Faraday-Henry na forma diferencial,

$$\text{rot}\ \mathbf{E} = -\ \partial/\partial t\ \mathbf{B},$$

a igualdade entre as componentes da direção do versor **j** é

$$\partial/\partial x\ E_z - \partial/\partial z\ E_x = \partial/\partial t\ B_y,$$

que se transforma no outro referencial, de acordo com a regra dos operadores, em

$$\partial/\partial x'\ [\beta\ (E_z + vB_y)] - \partial/\partial z'\ E_x = \partial/\partial t'\ [\beta\ (B_y + v/c^2\ E_z)].$$

Para manter a covariância da forma define-se então

$$E'_z = \beta\ (E_z + v\ B_y);$$
$$E'_x = E_x;$$
$$B'_y = \beta\ (B_y + v\ /\ c^2\ E_z).$$

Aplicando-se a mesma regra para as igualdades das componentes das direções **i** e **k** e para as componentes da equação de Ampère-Maxwell,

$$\text{rot}\ \mathbf{B} = \mu_0\ \mathbf{j} + 1/c^2\ \partial/\partial t\ \mathbf{E},$$

para **j** o vetor densidade de corrente, obtém-se a lista completa das transformações dos campos elétricos e magnéticos.

As covariâncias aqui descritas, mais o fato de se ter para as ondas eletromagnéticas esféricas centradas na origem

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2\ t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2\ t'^2 = 0,$$

estão de acordo com o fundamento teórico da T.R.R., mas nem todas as equações derivadas do eletromagnetismo são covariantes sob as T.L., contrariando o primeiro princípio da T.R.R.

Para o vácuo, aplicando-se o rotacional a ambos os membros da equação de Faraday-Henry e usando-se a lei de Gauss, div **E** = 0, chega-se a

$$\text{lapl}\ \mathbf{E} = \partial/\partial t\ \text{rot}\ \mathbf{B},$$

cuja substituição de rot **B** pelo valor dado na equação de Ampère-Maxwell conduz à equação das ondas para o campo elétrico no espaço livre de cargas e correntes. A expressão anterior é um exemplo de lei física, pois foi derivada do eletromagnetismo e é uma igualdade que deve ser verificada pela natureza (nas hipóteses óbvias de serem verdadeiras as equações de Maxwell e aceitável a aplicação do rotacional), mas ela não é covariante sob as T.L., ou seja, é falsa a igualdade

$$[(\partial/\partial x')^2 + (\partial/\partial y')^2 + (\partial/\partial z')^2]\,[E'_x\,\mathbf{i} + E'_y\,\mathbf{j} + E'_z\,\mathbf{k}] =$$
$$= (\partial/\partial t')\,[(\partial/\partial y'\,B'_z - \partial/\partial z'\,B'_y)\,\mathbf{i} - (\partial/\partial x'\,B'_z - \partial/\partial z'\,B'_x)\,\mathbf{j} +$$
$$+ (\partial/\partial x'\,B'_y - \partial/\partial y'\,B'_x)\,\mathbf{k}].$$

Verificando-se para as componentes da direção **i**, tem-se

$$\{\beta^2\,[(\partial/\partial x')^2 - 2v/c^2\,(\partial/\partial x')(\partial/\partial t') + v^2/c^4\,(\partial/\partial t')^2] + (\partial/\partial y')^2 + (\partial/\partial z')^2\}\,E_x =$$
$$= \beta\,(\partial/\partial t' - v\,\partial/\partial x')\,(\partial/\partial y'\,B_z - \partial/\partial z'\,B_y),$$

cuja covariância seria satisfeita se tivéssemos

$$E'_x = \beta^2\,E_x;$$
$$B'_z = \beta\,B_z;$$
$$B'_y = \beta\,B_y;$$
$$\beta/c^2\,[-2\,(\partial/\partial x')(\partial/\partial t') + v/c^2\,(\partial/\partial t')^2]\,E_x + \partial/\partial x'\,[\partial/\partial y'\,B_z - \partial/\partial z' B_y] = 0;$$

contradizendo as transformações conhecidas

$$E'_x = E_x;$$
$$B'_z = \beta\,(B_z - v\,/\,c^2\,E_y);$$
$$B'_y = \beta\,(B_y + v\,/\,c^2\,E_z).$$

Sendo assim, somos obrigados a concluir que o primeiro princípio da T.R.R. conduz a uma contradição, pois uma equação do eletromagnetismo não pode ser e não ser Lorentz-covariante. Dito de outra maneira, se são válidas, v.g., as transformações $E'_x = E_x$ e $E'_x = \beta^2 E_x$ então devemos ter necessariamente v = 0, o que é inadmissível, e também contraditório, pois sabemos que a T.R.R. é uma teoria de corpos em movimento, e não imóveis.

VI - Dilatação do tempo e relógios de luz

Vários livros didáticos sobre a T.R.R., v.g., FRENCH [7], explicam a dilatação do tempo através do uso de relógios de luz, constituídos de um par de espelhos paralelos dispostos horizontalmente movendo-se em linha reta a uma mesma velocidade constante v e distanciados de D, medida essa igual tanto em relação ao referencial considerado móvel, S', no qual o relógio encontra-se fixo, quanto em relação ao referencial considerado fixo, S.

No referencial em movimento, o que mede o tempo próprio t', o intervalo de tempo transcorrido para uma partícula de luz ir do espelho inferior ao superior, ou vice-versa, é

$$t' = D\,/\,c, \qquad (6.1)$$

que pode ser considerado como a sua unidade de tempo e igual ao semi-período do relógio, supondo-se que a luz seja emitida numa direção perpendicular aos espelhos.

Em relação ao referencial considerado fixo, a distância percorrida pelo fóton é maior, devido ao movimento dos espelhos, mas permanece constante a velocidade c da luz, de modo que para este referencial a unidade de tempo t valerá

$$t = [D^2 + (v\ t)^2]^{1/2} / c, \qquad (6.2)$$

donde

$$t = D / (c^2 - v^2)^{1/2}.$$

Admitimos que o movimento do fóton seja ao longo do eixo vertical Y', desde a origem de S'.

A razão t / t' é então

$$t / t' = [1 - (v / c)^2]^{-1/2} \geq 1, \qquad (6.3)$$

igual ao β de Einstein, independente do valor de D e conforme a T.R.R. Assim, $t > t'$ para velocidades não nulas e em módulo menores que a da luz, dizendo-se por isso que o tempo no referencial fixo passa mais rápido que o tempo no referencial que se move.

Para $v = c$ o raciocínio anterior não se aplica, pois teríamos, de (6.2), $D = 0$, e portanto, de (6.1), $t' = 0$. Não havendo movimento vertical do fóton, necessariamente $t = 0$, verificando-se assim (2.9).

Se nosso relógio de luz tem agora o formato de um retângulo de base L' e altura h, medidas em relação ao referencial considerado móvel, e a partícula de luz move-se entre dois vértices opostos do relógio, suponhamos, do vértice inferior esquerdo ao vértice superior direito, o tempo gasto pela luz para percorrer este trajeto, em relação a S', será

$$t' = (L'^2 + h^2)^{1/2} / c, \qquad (6.4)$$

e em relação ao referencial fixo S,

$$(c\ t)^2 = (v\ t + L)^2 + h^2,$$

para $L = L' / \beta$, donde

$$t = \beta\ (t' + v\ L' / c^2) > t',\ 0 < v < c. \qquad (6.5)$$

Para simplificar nosso raciocínio, imaginemos que sempre que a luz atinja o vértice superior direito outro fóton seja imediatamente lançado do vértice inferior esquerdo em sua direção, e assim (6.4) e (6.5) podem ser considerados como as respectivas unidades de tempo dos referenciais S' e S, ou o período completo dos relógios. Como se pode perceber, a expressão anterior é da forma da transformação inversa de Lorentz para o tempo, (5.1), e agora usamos explicitamente a contração do espaço.

Ao contrário do que obtivemos em (6.3) com o primeiro formato de relógio, equivalente ao segundo para $L' = 0$, o tempo dado em (6.5) depende do tamanho L' da base do relógio. Ora, mas o "tempo" não pode dilatar de maneiras diferentes para um mesmo referencial, em função das dimensões de cada relógio, que poderiam se complicar enormemente, e assim chegamos novamente a uma contradição.

Suponhamos que no referencial móvel existam dois relógios, um possuindo o primeiro formato descrito, com L' = 0, e outro com L' > 0. Quando no referencial móvel houver transcorrido t' segundos, marcado igualmente em ambos os relógios, qual o tempo transcorrido no referencial considerado fixo? Evidentemente, não é necessário que os períodos dos relógios estejam completos, pois o tempo não é considerado "quântico". Se L' >> 0 as expressões (6.3) e (6.5) podem fornecer valores extremamente diferentes, o que sem dúvida é um resultado desorientador. Viu-se que a expressão (6.5) é independente da altura h do relógio, e portanto o mesmo raciocínio anterior é válido para h = 0, facilitando-nos a visualização do problema.

Para evitarmos dúvidas, suponhamos iguais as unidades de tempo de ambos os relógios quando medidas no referencial em movimento e comparemos os tempos transcorridos em S' e S correspondentes à primeira chegada dos fótons em cada um dos relógios.

Sendo assim, devemos exigir a igualdade entre (6.1) e (6.4), i.e.,

$$D = (L'^2 + h^2)^{1/2},$$

e portanto a distância D entre os espelhos paralelos do nosso primeiro relógio deve ser igual à diagonal formada pelos lados do segundo relógio.

Pois bem, agora ambos os relógios possuem a mesma unidade de tempo quando medida em S', e vamos verificar o que diria um observador fixo em S sobre o tempo t' de S'.

O primeiro relógio indicaria, para todo observador fixo em S, o tempo dado em (6.3), valor independente da distância D entre os espelhos, e o segundo indicaria o tempo de acordo com (6.5), valor dependente do tamanho de sua base em relação a S' e diferente do tempo indicado no primeiro relógio. Há de se ter razão em dizer que apenas um intervalo de tempo poderia ter transcorrido em relação a S, e não dois ou mais, e portanto chegamos a uma contradição decorrente desses raciocínios relativísticos sobre a dilatação do tempo.

VII - Comentários finais e conclusão

Encontramos algumas contradições na T.R.R., particularmente com o uso das T.L.

Vimos que dois relógios não síncronos e fixos em relação a um referencial considerado móvel, com marchas iguais e de acordo com a dilatação do tempo, conforme a T.R.R., podem obedecer à definição de sincronismo da convenção de Einstein para o referencial móvel, o que é uma contradição: não ser e ser síncrono. Graças a isso, entre outras coisas, pode-se provar a constância da velocidade da luz, mas não são corretos cálculos de velocidades com relógios não síncronos.

Ainda mostramos mais contradições. A relação lapl **E** = ∂/∂t rot **B**, derivada das equações de Faraday-Henry e de Gauss, é uma "pré" equação das ondas para o campo elétrico, mas não é Lorentz-covariante. Outras relações poderiam ser encontradas.

Mostramos também que a dilatação do tempo é dependente do formato dos relógios (de luz) e portanto não podemos dizer qual o tempo único transcorrido em um referencial inercial sabendo-se qual o tempo transcorrido em um outro referencial inercial considerado em movimento em relação ao primeiro, e vice-versa.

Ainda assim, sabemos que isso é muito pouco. A T.R.R. obtém confirmação experimental, motivo muitas vezes considerado mais que suficiente para se aceitar uma teoria, e com sua versão mais abrangente, a T.R.G., talvez possa-se responder convenientemente às contradições apontadas aqui.

O paradoxo dos gêmeos, de tão conhecido, não foi discutido neste momento. Pode-se consultar sobre esse assunto, v.g., FRENCH [8].

Jamais será conveniente concluir que a T.R.R. deve ser abandonada enquanto não se possuir uma teoria alternativa para substituí-la, satisfazendo experiência e lógica. Concluímos apenas que há contradições na T.R.R., e que ela bem poderia ser incluída na classe das teorias problemáticas, incompletas, como a T.R.G., com suas singularidades, e a eletrodinâmica quântica e a teoria quântica de campos, com seus infinitos e renormalizações.

Vale a pena mencionar que do trabalho de TIOMNO [9] é possível se pensar que a antiga teoria do éter de Lorentz pode conter muita informação indevidamente desprezada nos dias atuais. Nele há também referências sobre experiências comprovando ou negando a T.R.R., bem como referências sobre outros artigos de Jayme Tiomno com co-autoria de Waldyr Alves Rodrigues Jr., autor de uma teoria completa sobre as ondas superluminais, que viajam a velocidades superiores a da luz.

Agradecimentos - Ao professor A.F.R. de Toledo Piza, do Instituto de Física da USP, por haver criticado as primeiras versões das seções V e VI, particularmente esta última seção, possibilitando a correção de (6.5).

Referências bibliográficas

[1] SCHÖNBERG, M. 1971, Electromagnetism and Gravitation, Revista Brasileira de Física, I, 1, 91-122.

[2] LOPES, J.L. 1977, Introducción a la Electrodinámica Cuántica. México 1: Editorial Trillas S.A.

[3] EINSTEIN, A. 1905, Zur Elektrodynamik Bewegter Korper, Annalen der Physik, 17, 891-921.

[4] LORENTZ, H.A. 1904, Electromagnetic Phenomena in a System Moving with any Velocity less than that of Light, Proc. Roy. Acad. Sc. Amsterdam, 6, 809-834.

[5] LORENTZ, H.A., EINSTEIN, A. e MINKOWSKI, H. 1971, Textos Fundamentais da Física Moderna, vol. I, O Princípio da Relatividade, 3a.edição, trad. Mário José Saraiva, pp. 54-55. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

[6] CULLWICK, E.G. 1957, Electromagnetism and Relativity with particular reference to moving media and electromagnetic induction, p. 84. London: Longmans, Green and Co.

[7] FRENCH, A.P. 1974, Relatividad Especial, Curso de Física del M.I.T., tradução do prof. J.Aguilar Peris com a colaboração do Dr. D.J.Doria Rico, pp. 120-124. Barcelona: Editorial Reverté S.A.

[8] FRENCH, A.P., op cit, pp. 177-182.

[9] TIOMNO, J. 1987, Possíveis violações da Teoria da Relatividade, Perspectivas em Física Teórica, pp. 80-108. São Paulo: IFUSP.