Title: Fernán: The value of the intuition (On an intuitive set theory without antinomies).
Author: Fernando Sánchez-Escribano.
Comments: 24 pages, 0 figures. Translation into English, followed by original in Spanish..
Category: Set Theory and Logic.

Hereby it is presented a new set theory (generalized as the so-called system theory, fully respectful with the dictates of intuition (including the existence and numerability of the universal set, of which all beings are elements) and capable to overcome all the logical difficulties that forced logicians in last century to accept never desired axioms for avoiding contradictions.
The somewhat philosophical nature of the essay, imposed by the need to distinghish between concepts before not sufficiently clear, if not confused, and now denoted with distinct names (some nelologisms), such as entema, concept, reflexo, set, system, aente, uente…, should not prevent the appreciation of its implications strictly mathematics.

I want to show how the dictates of intuition about the notions of set and property can be consistently expressed in the vulgar language, overcoming all the logical difficulties to establish the relation between both, which have propitiated the acceptance of axiomatic systems that, in my opinion, do not conform to the reality of the vulgar notions, as some of their postulates, whose falsity I expect will become patent, are not compatible with the existence of evident concepts, historically recognized as fundamental.

In concrete, the so-called axiom of comprehension, or separation, which posits the existence of the subset of all elements of any same set that possess any same property, is rejected, as well as that of strong union, which posits the existence of the set of all common elements of all sets that, at the same time, are elements of a same set, any one, and the other of regularity, which posits the nonexistence of sets that are elements of themselves. Certainly, neither the first nor the third quoted are desirable: one subjects a primitive notion like that of set, which must be supposed clear, if it is pretended to base mathematics on it, to another, as that of property, which can be admitted primitive, but not –the official theory of classes, supposed to intend to generalize that of sets by equating the notions of class and of property, has to admit the existence of classes that are not exemplars of any class!– sufficient clear; the other, obviously, has a mere restrictive character. With regard to the second, it will be substituted by that of weak union (of only two sets), logically preferable to it, if sufficient. Also, it is refusable the so-called axiom of replacement, as well as the controversial one of election, in their current formulations in set-theoretic terms, that presuppose the axiom of comprehension, but we will see the possibility of correct forms, independent of this axiom, to say all what is pretended with them.

In an obvious sense, the primitive notions are previous to the axioms postulated on them, which allow the latter ones to get sense and mutual compatibility, although there can be an infinity of them logically independent. So it is necessary to accept those such as they are, trying always to avoid confusions that prevent us from expressing consistently their relations, but never to ignore their evident existence. Also, it is convenient to refuse the so called modal logic and to consider senseless the phrases that are not genuine sentences, that is to say, strictly true or false: it is just the confusion between such notions, of phrase and of sentence, what has driven the official logic in last century to some results that I dare to describe –I'm sorry, but I must express my opinion– as aberrant.
(I will procure to adjust the employed terms to the conventional uses, but without subjecting myself to a pretentious formalism that results useless after refusing the quoted axiom of comprehension. So, when it suits me to define the meaning of a word, I will just introduce it underlined in a sufficiently significant context. I may do some considerations of certain metaphysical character that can result somewhat odd to spirits not affine to mine, and with which I only intend to suggest some intuitions that make me feel sure –I will try to communicate these evidences with greater efficiency in a later work, Theory of the Entes (T.E.), that I expect to get to write– to be in the right way, but they can be obviated by those who do not share them, as they do not affect to the logical validity of reasoning and its results. Although, in earlier texts, I used to indicate, in addition to noticed failures of preceding ones, the changes affecting axioms or meanings of terms, in order to avoid confusion to older readers, I will leave to do so in the present text, to not complicate it too much: suffice it to warn that it can have such changes. Certainly, whether by ambiguity of the vulgar language or by my own communicative deficiencies, there can arise difficulties in the interpretation of some expressions, especially with regard to the notion of concept, denoted with a word that has –I myself have given it distinct uses in the distinct versions– multiple meanings; nevertheless, I expect to give sufficient data so that the right interpretations result obvious at the end of the text.)
(Paragraphs in brackets, if deemed abstruse, can be obviated in a brief first lecture; affixes, understood in subsequent applications.)

The notion of <u>ens</u> (or being) is the most primitive (or easy to intuit) of all the existing ones (except that of The-I), as well as that of <u>non-ens</u> it is of all the relative (not equivalent) to primary (or not relative to other) ones, and I will take the possession of them for granted, so that they can serve to specify the sense in which some logical terms are used, that making true the following sentences:

– Only <u>The-None</u> is not ens: Only the non-entes are not entes.
– Only zero entes do not exist and whatever many entes exist.
– Only zero non-entes exist or do not exist.
– Every and no non-ens is and is not any ens.
– No ens is and is not any ens.
– Every ens is or is not any ens.
– Each one of every two entes is (identical to) himself and is not (identical to) the other.

Remain clear, then, that neither the proper name "The-None" nor the common one "non-ens" are significant, that is, own of one or any entes, and that the verb "exist" is used in its maximal absolute sense, equivalent to "be itself". Also, that it is irrelevant to decide whether it is or is not true that the non-entes do or do not fulfil a condition, any one, as only zero noentes could, or could not do it: in none of both cases it might be true that a (or one) non-ens –note the use of the numeral– does or does not fulfil the condition.
(The confusion between the distinct possible criteria to establish conventions in this regard can be cause of apparent contradiction. Note that when admitting the veracity of both opposite interpretations, attributing quantitative value to the indeterminate article or numeral adjectives, but not to the determinate article or demonstrative adjectives, the affirmation in strict sense of the existence of such or such subject happens to be totally lacking in informative value, but not so the one of the nonexistence: thus, it has to be supposed the negation of the latter when wanting to assert the former without falling into triviality. Of course, whenever it is evident the falsity of the primary sense of an expression, this does not have to be taken as false if it admits an obvious secondary, to take, that is true.)

(Of all entes, there is only one that has no copy of itself, i.e., no ens essentially equal to it (or distinguishable only by their circumstances or natural relations with other entes): The-I; any other ens is a thing, and has infinity of copies of its own. Certain things, the easiest to be understood, are states (own of The-I, with whom they must not be confused), all equal in essence and interrelated naturally by an order like that of the integer numbers, and with other entes, to call deeds, so that each one of these can be considered as an step of a previous state, initial, to a later one, final, and, if it is an action, as constituted by the successive acts or steps between consecutive states, from the initial to the final one (allowing to reduce the study of those to that of these). The acts can be (only and exclusively) volitive, sensitive or cognitive, respectively called (in T.E.) vólitos, sensos and logues, of which only these constitute an essential object of study in the present work. By realization, or intuition, of a cognitive act, or logue, the entes represented as individuals of its own are known (in lax sense). Certain logues are primary, called (in T.E.) entemas, not relative to other logues and representatives of all copies of own individuals, and by whose intuition all these are known (in strict sense). The rest of logues, those relative to other logues (their arguments) are called (in T.E.) relatos (on the arguments), all of them, and entities or reflexos, the nonrelative or relative, respectively, to themselves (as logues they are).
It will be said that a logue concrete another, or this comprises that, only if the individuals of the first are also individuals of the second.
It is of special interest, in the present work, to distinguish between reflexos, or relatos on themselves, and concepts, or cognitive acts nonrelative to themselves, i. e., entemas or entities: any logue has infinity of concepts, and of reflexos, both equal and distinct in essence, that are equivalent to it (for having the same individuals), but essential equality only guarantees the equivalence of concepts, not that of reflexos, which can have the same essence (definable as entema whose individuals are all the entemas that represent (at least) a same ens) without having the same individuals: in fact, any concepts have reflexos, each one, with copies equivalent to any of them, and without any copy not equivalent to one of them, although –we will see later on– not always there exists the logue (concept or reflexo) whose individuals are concepts equivalent to any copies of the same reflexo. Thus, saying that a reflexo reduces another, or this enlarges that, only if each copy of the first is equivalent to a copy of the second, it can be established the inductive definition of reflexive order: a reflex is of order 0, or 0-reflexo, only if it has concepts, (0-)reflexivities, whose individuals (of each one) are the concepts equivalent to its copies (all of them); it is of order n+1 (natural number), or (n+1)-reflexo, only if, not being of lower order, has concepts, ((n+1)-)reflexivities, whose individuals are reflexivities of the n-reflexos (all) that reduce it; it is of order i+n (ordinal number; i, transfinite initial; n, natural), or (i+n)-reflexo, only if, not being of lower order, has concepts, ((i+n)-)reflexivities, whose individuals are reflexivities of the n-reflexos (all) whose copies are equivalent to reflexivities of reflexos, of order less than i, that reduce it. A reflexo will be called ordinary, if it has its own reflexive order; entelechy, if it does not have such an order (as the logue of (whose individuals are all) such orders, identifiable to total concepts of ordinary reflexos of the same such order); improper, if it has one ordinary of lower order (if not entelechy) and with the same individuals of its copies (overall), and proper, if it does not have such an ordinary one.
Every relato has two arguments (argumental logues) of the first level, the first (in canonical order) of which is a concept that comprises the relato itself, whereas the second is a concept, if the relato is an entity, or a reflexo, if the relato is a reflexo: if an argument is a relato, its arguments of the first level are also arguments, of the successive deeper levels, of the previous ones, so that every relato has its own number, entematic order, not lower than two, if entity, or one (cyclically repeated), if reflexo, of argumental entemas (whatever their levels be), which, if own of a reflexo, are also own of the argumental reflexos (running in cycle through the levels of depth). Certainly, relatos whose corresponding arguments are equivalent and equally related are equivalent each other.)

(Some special examples of the distinct cases of cognitive acts can help to interpret properly the previous paragraph:
The most obvious entemas are, of the already mentioned, the concept of ens (the most general of all), the idea –so is called the entema whose individuals are (all) the entes equal in essence to the same one, by whose intuition we say to understand this– of The-I (disregarding essential equality, the only entema that is finite by number of its individuals, equal or distinct), the concept of thing, the idea of state, the concepts of deed, of act…, all (with essentially equals) very easy to intuit (so much, that they do not require to be defined, but only showed), and, of those not yet mentioned, the idea of space (in the most primitive sense of the term) and the concepts of extensive thing and of discrete, or unextensive, thing (to call also, as in T.E., of uens and of aens, respectively). Among the entities, they have to be extremely obvious –I hope my own rules of expression be so too– the relatos of ens not ens (and equivalents, of thing not ens, of thing not thing…, denoted all by the proper name “The-None”, or the common “non-ens”, no one of which is entema, as they have no individuals), of ente not thing (equivalent to the idea of The-I), of thing not uens (equivalent to the entema of aens), of thing not aens (equivalent to the entema of uens), of uens not space, of thing part of space (both, equivalents to the entema called of site, in T.E., very easy to intuit)…, all of them with two arguments; or the relatos –brackets will be used to avoid ambiguities– of thing not (thing not uens), of thing not state nor deed (both equivalent to the entema of uens), of thing not (aens not state), of thing not aens nor space (respectively equivalent to the entemas of uens or state and of site), the four with three argumental entemas…; or the relato of thing not ((thing not state) and (thing not space)) (with five argumental entemas (three of them repeated), equivalent to the entema of state or space, union of those of state and of space, and also very easy to intuit, due to the natural (temporal) coordination existent between states and spaces)…. Among the reflexos, the most intuitive can be the reflexos of ente identical to the reflexo itself, of act anterior to the reflexo itself –there exists a natural relation of integer order between the acts: the devenir– and of act posterior to the reflexo itself, no copy of which is a logue equivalent to another; also, those of ente not (identical to) the reflexo itself (whose individuals are all the entes, except itself), of logue not reflexo itself (whose individuals are all the logues, except itself)…. Generally, they denote reflexos the phrases with logical sense, which can be interpreted as common names of the languages –requirement, for that used, of being one of them is a key for communication– in which they result true.)
(Actually, it so happens that the immense majority of cognitive acts occurring in the human thought is of reflexos, as the logical laws, that govern reason, refer to logues denoted not in absolute way, but relative to the current language (and so, to the own cognitive act), unable to determine in such a way the real sense of the name or nominal expression in question, whereas concepts usually occur in a rather sporadic way (normally, as final result of a successful process of reasoning, that propitiates the step of the intuition of the reflexo to that (just the only ordinarily called with such a name) of the equivalent concept, or the reflexivity).

(As it can be seen, the normal form to build names of logues is that of placing a functor like “logue of”, “entema of”, “relato of”, “concept of”, “reflexo of”… before the common name of their own individuals, which, in its turn, can be formed (if the logue is a relato) by the common names of the individuals of the successive arguments, separated by the respective relators (indicators of the relations established between them, to be fulfilled by the individuals of the first in order to be so of the logue, entema, relato… in question), such as “identical to”, “not (identical to)”, “part of”, “individual of”, “not individual of”… (already used or for using in the case of entities), as well as “identical to the reflexo (of…) itself” –terms in brackets are usually omitted–, “not identical to the reflexo (of…) itself”, “equivalent to the reflexo (of…) itself”, “individual of the concept (individual of the reflexo of…) itself”… (used or for using –the latter, on defining the logue of non-normal concept, which is an individual of itself– in the case of reflexos). On the term “notion”, I have opted for maintaining its imprecise vulgar sense, with which we could well designate all deed of some cognitive character.)
(Indeed, the interpretation of complex expressions of the vulgar language (product of a commitment between precision and efficiency) can result a delicate task, as the normal multiplicity of possible uses and meanings may allow to associate terms in distinct forms, assigning them one or another function and even supposing implicit some of them, with final meanings very distinct: anyway, any logue can be denoted –it can be said meant, if concept– by a simple common name, that designates its individuals –the distinction between these two verbs will be crucial– without expressing the possible relationships between its arguments. Thus, it could be introduced the name “sameself” –I choose an especially delicate example– as substitute of the nominal expression “reflexo of ens identical to the reflexo itself”, which not only denotes and designates, at once, such a reflexo –it is the only individual of its own– but also denotes (or means) the (atomic) concept that has the reflexo as its only individual, as well as the idea (of all the copies) of this: when using the expression “logue of sameself”, we may be speaking of one or other of these very distinct entes, and it has to be determined by the context the sense of use. Note that the previous nominal expression consists of: 1, the functor “reflexo of”, which applies to the remaining nominal expression, and indicates that every ens designated by the entire expression is a reflexo; 2, the name “ens”, which denote the first (and only) argumental concept, and indicates that every individual of the denoted reflexo is an ens (what implies no restriction at all); 3, the reflective expression “identical to the reflexo itself”, which indicates the relationship between the argumental concept and the reflexo itself, and is equivalent –this fact shows that the reflexo in question is actually an argument of itself– to that constituted by the relator “identical to the reflexo of” and the nominal expression “ens identical to the reflexo itself”, which designates the individuals of the reflexo, denotes this and, in its turn, equals all nominal expressions obtained cyclically by replacing the last two terms, “reflexo itself” by the entire initial expression “reflexo of ens identical to the reflexo itself”.)
(It is not difficult to realize that the human power does not reach to intuit any finite (by the number of individuals, equal or distinct) concept not equivalent to the idea of The-I, but only to intuit reflexos; nevertheless, the entema of finite concept is very intuitive and guarantees the existence of such concepts. The difficulty to determine absolutely things is due to the existence of infinity of copies of each one, that forces to know also of their circumstances: for each state, of the infinity (necessarily, distinct in essence) of deeds of which is initial, or final, and, for each space, of the state with which is naturally coordinated (associated by the same instant); deeds are determined by the initial and final states of their own, as well as sites, by their own spaces (of which they are parts), their own essences (or essential equalities) and their own physical circumstances, jointly. Although only the divine power is able to carry out such determination, the human one suffices to know of the very existence of the possibility in question.)

Although the notion of concept is fundamental, the fact that every concept has infinity of equivalents to it, with the same individuals of their own, invites to enter a new notion, by defining set as concept well determined –in T.E. it will be seen how this can be done– among all its equivalents (equal or distinct in essence), and saying that it includes, as elements, the entes that are its individuals, and excludes those which are not: so, of all the equivalent concepts, only one –no matter to know which– is a set, and all the sets that have the same elements are the same one (so that the relation of comprehension between concepts, or containment between sets, determines, in an obvious way, the operations of union and intersection between these, as well as that of complementarity determines the bijection of complementary sets).
(Of course, if the notion of set has value in mathematics, is not only for being each set determined by its own element inclusion, but, especially, for existing one equivalent to each concept (something that the official theories can’t admit of their own sets without devaluating, in its essence, the alleged intuitive notion of concept). Certainly, human determination of sets requires, as pointed, the realization of reflexos, but this shall not preclude all sets from being not reflexos, but concepts, each determined, except for equivalence, by its essence.)

Being both notions, of concept and of set, considered intuitive enough to be admitted as primitive, it should be that the interpretation of axioms is adjusted to the notions, not that these are adjusted to the former (out of the margins the state of determination of the notions allows). Of course, I can postulate, anytime, the axioms that I estimate suitable for my purposes, whenever they are compatible with the already established: they will go outlining the notion of concept in the aspects to be clearing. Now, to specify similarities and differences between the new theory and the official ones, it interests –at the end, there will be a more comprehensive list– to quote these:

A.1: One (at least) of any two sets includes as an element some ens excluded by the other.
A.2: Any two entes have a set of which they are its only elements.
A.3: Any two sets have another, their intersecto, which includes only the entes that are common elements of both.
A.4: Any set has another, its complement, which includes only the entes excluded by the former.
A.5: Any set of (whose elements are) sets has another which only includes the complements of these.
A.6: Any set has another, its subjunton, whose elements are the sets, subsets, contained in the former.
A.7: Any set has another, its cardinal, whose elements are the sets that can be coordinated to the former.
A.8: There exists a set whose elements are (all) the cardinals of sets.
A.9: Any two sets of sets have another whose elements are (all) the intersectos of any two of those.

On the weak axiom of intersection, A.3 (equivalent to that of union, because of A.4 and A.5), note that, while every binary commutative and associative operation is generalizable in a natural way to any finite number of factors, it is not always so to infinite number, no matter the obvious determination of its product, if existent. This reason, that justifies the rejection of the strong axiom of union, at the same time that A.5, A.6 are admitted, as well as the implied existence of infinite sets of sets, is a key for the understanding of the here exposed theory.
As it is forced (by the obvious existence of the corresponding concepts), it can (easily) be deduced the existence of the empty set, which excludes every ente, and of the universal set, which includes every ente, as well as that of the total set, superjunton, of sets that contain any same set; also, that every ens has a set (called atomic) of which is the only element, and that there are so many distinct sets, and with so many elements, as wanted. (It could be posited the existence of the set of natural numbers, or cardinals of finite sets, that can't be coordinated to any of its proper subsets (distinct from them), but I prefer to wait until having posited the numerability of every infinite, not finite, set to obtain it as a theorem.) Although the pretended strong axiom of union is not admitted, A.9 allows now to deduce –this theorem says, in essence, all what is pretended with the refused axiom– that every set whose elements are sets has another such whose elements are the atomic sets of elements of those. Also, it is easy to see that the property of being a normal set, that is not element of itself, defines, in the primary sense, no set, as there exists no set that only includes (all) the entes that are normal sets, since they should have and not have themselves as elements. Instead, there exist sets –the universal set is one of them– of which all normal sets are elements, but they happen to include also (infinity of) others that are not normal, as themselves (for otherwise, they would be normal and so, not including themselves, they could not fulfil the condition of including all normal sets). It is deduced, then, that the common existence of the universal set and of the property of being a normal set is not compatible with the pretended veracity of the set axiom of comprehension.
Nevertheless, you can also ask what happens with the property of being a normal property, of not possessing, or not being own or proper of, itself: if the expression "property that is not own of itself" makes sense, the property of being one such has to exist and, therefore, be, or not be, own of itself…. (The inability to answer this question, finishing the reasoning without incurring into contradiction, seems to have been the cause that official theories have preferred to accept axioms undesirable, if not totally unacceptable, rather than the evident existence of such set and property).

Logically, the notion of property (in the vulgar sense given here) is posterior to that of concept, as it is required, in order to make use of it, the possession of a language –this is not easy at all: the human mind seems to be, more than dominant, dominated by it– which gives sense to the possible names, whether simple or complex, by determining which entes are to be designated by each one (in function of its simple components, if complex); of course, such a nominal expression with sense, may be formed by a name, which denotes a sufficiently general reference concept, and a proposition relative to it, which expresses the condition to be fulfilled by the entes designated by the name –the sentence obtained by substituting the propositional variable by the proper name of each one should be true– in order to be also designated by such expression. The interest of this notion is based on the fact that every name, or nominal expression with ordinary sense –you will know how to recognize it– expresses a property that is present, or absent, respectively, in the entes designated, or not, by it, and it can be posited that any properly determined entes possess, as exemplars, a property only present in (or own of) them. But there exists an essential, though subtle, difference between both notions, the simple of concept and the complex of property: every concept has a property whose exemplars are their own individuals, but not every property has a concept whose individuals are just the exemplars of its own (as it can be seen by considering the property of being a normal concept, that is not individual of itself). This is so, even though the power of the notion of concept well allows to define properties as special concepts, in a natural way (without meaning that individuals of the concept have to be the the exemplars of the property, but only that the possession of this by those latter is determined, no matter the way, by the belonging of those former to that), in gradual and infinite process (always expandable, if no unnecessary limitation is imposed on the possibilities of the language), which, without preventing the existence of the concept of property (which has the properties as individuals), will demand (for avoiding paradoxes) distinguish between distinct senses easily confusable of equal expressions. (In fact, the so much imprecise character of the vulgar notion of property allows plenty of forms perfectly valid to make such definitions, each one fulfilling all the ineludible conditions. Nevertheless, no matter which are such forms, it can be recognized the natural relation of equivalence, between ones and others of the possible properties, that associates as equivalent (each other) all those that have the same entes as own exemplars, and supposed (as in the case of concepts) a determined property, the property, among all the equivalents.)

To specify the notion of property, we can define, first, 0-class, that 0-associates any entes, its 0-exemplars, as the set of these entes, and then, inductively, (n+1)-class, that (n+1)-associates its (n+1)-exemplars, as the n-class that n-associates the atomic sets of these, so that every n-class, or class of order n (natural number), is also a class of every order lower than n, which has, with respect to each considered order, its corresponding exemplars of this order. Thus, calling seudoequivalents (one to another) the classes, each of a distinct order, that have the same entes as exemplars of their respective orders, as well as proper, with regard to an order, whatever, the class of this order and without a seudoequivalent of a lower order, and being obvious that every class is proper with regard to the order 0, and to any other not greater that the maximum, rank, of all possible ones of its own, if it is proper with regard to an order greater than 0, we can assign, to each class and each order, n, with regard to which it is proper, a new concept, to call n-system, or system of order n, equivalent to the set identified to the class, the assigned to the order 0. Now, each (n-)system (that is, each system, or each n-system) can be identified to the property (determined among all its equivalents) whose exemplars are just the (n-)exemplars of the class assigned to it (with regard to the considered order, n), hereby becoming established the way to define the properties of finite order (n), expressed by the names or nominal expressions with sense to be called finital, and it can be posited that the union –the usual set terminology will be applied in the obvious way to the systems of whatever order, already established or for establishing– of two disjoint systems (without common exemplars) of distinct orders produces a system whose order is the higher of both.
It can be expanded, in the inductive way, the notion of system or property of finite order, or finital, by admitting expressions with non-finital, or transfinital, sense, that designate, each one, the exemplars of ancient systems (firstly, of finite order)which are, in their turn, exemplars of a same (infinite) system of a finite, successively greater order, and defining the new systems (of a successive transfinite order) as concepts well determined (in any way, to be discussed in T.E.) among all the equivalents (as concepts they are) to (infinite) systems, of order

(always) finite, of ancient systems (as exemplars of the formers) –it will be seen that they can well be disjoint and distinct in order– with overall just the same exemplars as those designated by the expression, and distinct of the already defined as systems, to form successive infinities of transfinite orders, the first of which, obviously ordered as the natural numbers, allows to apply on it the procedure analogous to the previous one, and to repeat it indefinitely on the successive infinities, ordered in the natural way, of new orders that go arising in a gradation, always expandable, of processes, each producing a well ordered system (with first element of each subsystem), initial segment of the following, of logical orders (of systems or properties). (According to the definitions here made, every system of order higher than 0 is determined, in an obvious way, by the (ordinary) reflexos whose individuals of own copies (overall) are just the exemplars of its own; also, by their reflexivities: the (logical) order of the system matches the following (reflexive) order of the respective reflexos, if finite, or its own order, if transfinite.)
It can be postulated that the absolutely total system of properties, or systems, and those initials of logical orders lower than any same ones, exist and are of order 0 (sets). On the other hand, the absolutely total system of logical orders does not exist: the logue of logical order is neither a concept nor an ordinary reflex, but an entelechy, as well as those logues denoted by nominal expressions without absolute sense, but only relative to a logical order (normally indicated by a prefix, which can be understood). Also, it can be postulated that the total system of systems, subsystems, of any same order, whose exemplars are also own of a same system, continent, has the same order as this or the precedent, whether it is or it is not initial, respectively, if not lower than that of those, and that the total system of subsystems of orders lower than any same higher than that of the continent (and so the one of those of such a higher order) is of order 0.

Now, calling the total set of r-logical systems, of order equal or minor than the ordinal number r, (graded) logia of degree r, or r-logia, as well as the total set of systems (of all orders) absolute logia, there can be posited, for any other logia, axioms perfectly analogous to those here numbered –the list at the end will be more precise– for the 0-logia (of sets), and that all the successive initial systems of graded logias, never –the absolute logia is not one of them– absolutely maximal, which are going been obtained, by considering higher and higher logical orders, are of order 0. With respect to such a structure, this axiom of strong union is valid: the union of any system of systems of distinct orders, without common exemplars, has an order equal to the sum of the order of the former plus the minimum order not lower than any one of the latters. Also, it is valid this other axiom: the intersection of systems of orders lower than any same one produces a system whose order is not higher than the sum of this same order and that own of the system of those.
Likewise, it can be posited that the minimal (contained in any other that fulfils the condition) system that contains a given one and admits the axioms analogous to those of sets (restrained in the obvious way to its own exemplars) is of the same logical order as this one.
(Like the logue of logical order, that of graded logia cannot be said to be a concept or an ordinary reflexo, if not relative to a degree, the maximum of the considered logical orders; that of logia cannot either: in absolute sense, such logues happen to be entelechies, so that it cannot exist the absolutely total system of logias.)

Now, it can already be given an answer to the earlier formulated question about the property of being a normal property, no exemplar of itself: in reality, the nominal expression “normal property” only has expressive sense of property if it is referent to a supposed logical order, r, so that here it only designates the r-logical (of order r or minor) normal, or r-normal, properties, and it can be posited that the property of being an n-normal property is an (r+1)-property (obviously normal). The pretended absolute property of being normal does not exist.
(In primary sense, the logues of r-normal property and of r-normal system, whatever r be, are not concepts (with all r-normal properties, or r-normal systems, as their only individuals), but ordinary reflexos (no single copy of which have all the r-normal properties, or systems, as individuals of its own, but overall). In absolute sense, the logue of normal property, or normal system, is neither a concept nor an ordinary reflexo, but an entelechy.)

Defining ordering//r-ordering of any system, base, as system//r-system such that its exemplars are, in their turn, sets whose elements are exemplars of the base system, one of every two containing the other, it will be called total ordering only that which induces (in the obvious way) a relation of total order in its base, and well-ordering only that whose base subsystems have, each one, a first element in the induced relation of order, as well as natural ordering that without infinite sets as exemplars of their own (so that each induces in its base an order equal to the ordinary one of the set of natural numbers, with a first exemplar and, only if the base is finite, a last one). Thus, it can be postulated the following axiom (the transcendence of which I think it is not necessary to emphasize):

A.10: Any infinite set has natural orderings which are sets (of order 0) and have it as their own base.

Obviously, it can already be deduced that all cardinals of infinite sets are the same one, i.e. that (unlike the ordinal numbers) there are no more than one cardinal to call infinite, being the other ones, to call finite, identifiable to the natural numbers.
Also, that every system is numerable, i.e., capable to be coordinated to the set of natural numbers (as it is contained in the universal set).
(The reluctance to admit such general numerability could well be due to the erroneous appreciation that every natural ordering has to be a set or 0-system: actually, there are them of any order, and nothing prevents to posit that the obviously induced in any r-system by a natural 0-ordering of the universal set is of order r or r–1, according to whether n is or is not initial, respectively, and that the natural ordering obtained, from other two with disjoint bases, by joining these and intercalating correlatively the exemplars of one and of the other between them, has an order equal to the higher of both factors.)
(Conviction of the numerability of any infinite set I’m afraid only can be possessed by those who also possess the concept (entema, already mentioned and to be treated in T.E.) of act, whose individuals (the acts, realized by The-I, the only ens without copies) succeed in eternal devenir (in the way of integer numbers), some of which are concepts that represent a single ens, which is distinguished (even from its own copies) by intuiting them: every ens has an infinity of such atomic representatives of its own –every act has infinity of copies, in the past and in the future– and the order in which the first ones (from any same one) are realized determines obviously a natural ordering of the totality.)

On the other hand, defining first sequence as an action whose consecutive constituent acts, terms, are concepts of single individuals, its objects (distinct or repeated), and well determined (any way) among all its equivalents, which has the same (finite) number of terms and the same correlative objects, it can then be defined series as a maximal (non-enlargeable without breaking the fulfilment) system whose exemplars are sequences such that one of every two of them is equivalent to an initial constituent of the other. Thus, calling the sequences of n+1 terms (n=0,1,2…) n-sequences, or sequences of (sequential) order n, and identifying the atomic sets with the 0-sequences, it can be posited that the total systems of sequences, of sequences of any same (sequential, finite) order and of series of logical order not higher than a same one (r), whose objects are exemplars of any same, basic, system, have the order of this (s), the first two, and the highest of both (r, s) , the third; also, that the natural ordering of any infinite base and the series (of non-repeated objects) obviously determined by it have the same logical order, and that the Cartesian product of a pair of systems has the higher order of both. Even more: defining interval of a totally ordered system as a subsystem such that every exemplar major than one of its own and minor than another is also an exemplar of its own, and calling it initial//final only if there is no exemplar minor//major than all exemplars of its own, it can be postulated that every initial//final interval of digital series (with finite basic system, of digits), of logical order not higher than any same, ordered in the ordinary way (obviously compatible, that of each logia, with those of others) of a numerical system, has this same logical order (whatever that of the extreme series, the minimum//maximum of those not minor//major than the own series, be).
Defining (r-) serial product of a series of systems as total system of the series whose logical orders are not lower than any same (r), and whose successive objects are exemplars of the correlative system objects of the former, it can be postulated that (it exists and) its order is the major of such a same order (r) and the minor not lower than those of these system objects (whatever be the order of their series), and the projection of a subsystem of the product on any factor system has never higher order than the projected subsystem.
Lastly, calling a series of series convergent only if there exists its limit series, whose own objects are, each, identical to all correlative ones, except for a finite number, of them, it can be posited that the logical order of such limit series is not major than the minor not lower than those of the convergent or object series, and that every infinite system of series of elements of a same finite set has a convergent series of non-repeated series, from those, of a logical order not major than the minor not lower than those of the infinite system and the series.
(Note that, in absolute sense, the logue of series, like those of logical order, of logia and of normal property, is an entelechy.)

Now, let us see that they are not admissible the arguments in use with which it is pretended to show the existence of non-numerable sets or systems, as in all of them (by reduction to the absurd) it plays an essential role the pretended set axiom of comprehension, here rejected for being incompatible with the existence of some sets, or concepts, demanded by the primary (and vulgar) notion:

– The known argument with which it is pretended to show that no set is coordinable with its subjunton (totality of subsets) makes use of the false axiom when deducing, from the supposed coordination, the contradictory existence of the subset of elements not mated each one with a subset that includes it. Of course, such set does not exist, but not because the coordination is not possible (in case of an infinite set), but because such defining property is not of zero order, but of another necessarily higher: the system of such exemplars does exist, though it happens to be of this greater order, not 0. An analogous reasoning is valid for any other system of higher order.

– The same happens with the equally known reasoning that pretends to show the impossibility to enumerate the total system of series of order not higher than any given (as degree of the considered logia), and of several given objects (such as the decimal digits): the series obtained by substituting the diagonal terms of the series (in the alleged ordering of them), each one by another distinct, actually has an order higher than that given (as it happens to the system, of 3-sequences, identifiable to the application, of the Cartesian square of the system of natural numbers onto the set of digits, obviously induced by that natural ordering of the series).

Thus, it must remain clear that the determination of the orders of the distinct infinities of entes is not a question of sizes or cardinals, but of some complexities inherent to them: the very universal system, the one of all entes, happens to be of order 0, and to have own orderings (with it as base) of the same order, whereas any infinite system can have subsystems, as well as own orderings, of orders greater than its. (For natural orders, this can be seen by supposing the initial system coordinated with that of its subsystems, and considering the property (necessarily of greater order) of being an exemplar of that, but not of the subsystem mated with it, and doing the same to the system of exemplars that do not possess it, repeatedly, until reaching complementary subsystems (in the initial system) of the wished order, to achieve, from both natural orderings of these, by intercalating correlatively their terms, an ordering –it can be posited of the same previous order– of the initial system.)

Finally, I am going to try to answer a question that could well produce some restlessness: What happens with the notion of measure, if it is that the real line can be covered by a succession of open intervals whose lengths has an arbitrarily small limit sum...?.

In fact, it can, without going against reason or common sense, since the primitive notions (underlying in the question) of point and continuity are not absolute, but only relative to a logia, and the condition of being a continuous system of points happens to be so much stronger as much higher is the supposed logical degree: the identification of the real line with the system of points or real numbers, defined as decimal 0-series, implies that any convergent 0-series of points has a real limit point, but not that any decimal 1-series does so. Thus, the admission of new points or decimal series (unidentifiable to real numbers) of higher order, some of which –to get them, just choose successive digits among those corresponding to intervals with lengths (decimal powers) greater than the limit sums of their own subcovering– do not fall inside any interval of the initial covering, does not affect to the interval lengths nor prevent the existence of the coverings of the new system. (Given the nonexistence of the absolute total system of decimal series (of all orders) –the logue of series is an entelechy–, all this means that the notion of measure of intervals has little to do with quantities of points, or limit sums of covering lengths. Yet, this does not leave the subject totally elucidated ….)

(Actually, the notion of measure in question refers to the extension of the space and is not applicable to the discreet things (aentes, in T.E.), analyzable in terms of their simple components, non-decomposable into others (as atomic subconcepts (with a single individual) can be, for cognitive acts like the concepts, or the perceptive elements or luminous points, for sensitive acts like signs or images), but to the extensive things (uentes, in T.E.), that is, to the spaces (extensive things that are not parts of such others) and to the sites (parts of space, with only extensive parts): what happens is that some concepts of point (very intuitive, but not so primitive as those of aente and of uente, and to be also defined in T.E.) allow to establish a quasi-perfect analogy between sites and some special sets (each identical, in some natural topology, to the interior of its closure, with a boundary determining the partition of the space in two complementary sites) of own individuals (points), and to use a common terminology for the correspondent analogous relations (so that complementary sites correspond to such special sets, topological interiors of complementary sets, never empty). Thus, considering the space (for reasons of simplification and adaptation to the case in question) as being monodimensional, that is, as divisible only into (sites composed of) segments, points can be defined as centers, that is, as total classes (sets) of segments centered –I suppose obviously significant the used terminology– and contained one of each two in the other, and each site (uente) identified (in the sense of treated as identical) to the set (aente) of points that are centers of segments that are parts of it. Considering also the very known (and very intuitive) set definition of real number as a cut of the ordered set of rational numbers, it is obvious that each point defined as a center determines one cut, and that distinct such cuts are determined by distinct points. Now, it happens that the natural difference between both conceptions of point, as a center or as a decimal series, prevents the natural analogy from their formal identification: although it suffices the logical zero order to establish the mentioned formal identification between sites and (special) systems of own points, the extremely intuitive notion –it will be treated in T.E.– of segment (and, in general, of site) of transfinitesimal measure (with regard to the own space), lower that any non-zero rational value, demands the existence of points at such distances, impossible to give between decimal series, whatever orders they have.
Nevertheless, since the existence of such concept of point demands the existence of the system (set) absolutely total of the points, as well as its numerability, again the question arises: What happens, then, to the covering (similar to that of the real line) of such a system (identifiable to the space considered as monodimensional) by a geometrically decreasing series of intervals of length arbitrarily small, centered in the successive points of the natural ordering…?.)

(Of course, it happens that the new covering is possible, and this supposes no contradiction with the here assumed postulates, explicit or implicitly: it confirms that the primary notion of measure is not applicable (despite all the literature in this regard, usually associated to that of some forms of integration of functions, in the last one and half century) to the systems (composed of intervals) of points, if it does not adjust to the intuitive procedure of the sites (extensive things), whose number of pieces, components or maximal parts, non-decomposable –the relations of contact between them are supposed intuited– in two separate parts (both without parts that compose, with each other, a piece, or segment, if one-dimensional), is always finite –any part of the extensive space can necessarily be obtained by splitting successively into two pieces this, first, and some pieces already obtained, afterwards, until getting all the components of the part– and whose volume (length) is always equal to the sum of those of them. This does not mean that each site do not have infinity of disjoint parts (without common parts to two of them), but only that the binary operation of union, obviously generalizable, both for systems and for sites, to any finite number of factors, and, in the case of systems, to infinity of factors (by passing, if necessary, to a logia of upper degree), cannot be generalized in a natural way to the case of series of disjoint pieces, since it might happen –a clear case is that of the system of all points at infinitesimal distance from a same one, determining no site due to the lack of a border– the nonexistence of the limit site, having all of them as own parts, and being, in its turn, part of any others that also have them, and whose volume (necessarily existent, if the site is so, for being an essential property of the uentes) has as measure the limit sum of the series of measures of volumes of the term pieces. Even so, nothing prevents a site from being able to be considered as the limit of a 0-series of disjoint pieces with any value neither zero nor mayor (as the sum of any initial interval of the series) than that of the volume –it can be taken the volume of the space as unit– of the site: the existence of such a series is a mere consequence of the (imperfect) analogy between places and systems of own (center) points.)

(Again, the question arises: What happens, now, with the decimal series whose digit of the n-th term corresponds to a segment (of the ten equals into which the precedent one divides) whose limit sum of measures of the term segments (of the supposed covering series, with sum limit arbitrarily small, of the unit segment) centered in own points is lower that the own length…?.
The reply keeps on repetitive: every point (center) corresponds –all points at infinitesimal distances are covered by the same intervals– to a decimal 0-series, and the series in question cannot be of the zero order, but necessarily higher. There is no contradiction.)

On the question of how to determine the orders of properties, it has been already established the order zero for those that have, each, the individuals of a same concept as exemplars (elements) of its own, and the others shall be established by procuring the minor of the logically possible. Then, it can be said that only the systems of order zero, or sets, have a strictly cognitive conceptual value, whereas those of any other order have only rational, or logical, value. In fact, the new theory is based on the recognition of the existence of concepts, like the one of ens, that are evident, but cannot be admitted as sets by the official theories (hereby lacking authentic interest). Of course, all ordinary mathematical notions are concepts. Particularly, the total systems of conventional numbers: natural, integer, rational, algebraic, real… numbers, are of zero logical order, i.e., sets. They are also of order 0 the total products of usual mathematical (set theoretic, arithmetic, algebraic, analytical…) applications or operations on, or between, systems of order 0. In general, it can be posited that the subsystem, of the Cartesian product of original system, or factors, and image system, normally identified with such usual application or operation is never of a logical order higher than that of an original system or factor (so that, for example, it could be admitted as an axiom that any system of finite sets of systems has another system whose elements are the intersectos of (all the element systems of any one) of these finite sets, and whose logical order is not higher than that of the former system).

PRIMITIVE NOTIONS:

Ens: The-I or Thing: Only the entes exist. The-I is unique in essence. Every thing has infinity of copies, equal in essence to it

The-None: Non-ens: Only The-None does not exist. No non-ens exists.

Deed: Act or Action: Actions are constituted by consecutive acts in the devenir (which become consecutively).

Logue: Cognitive Act: Logues represent entes as individuals of their own. By intuiting a logue its individuals are known.

Entema: Primary, not relative to another, logue, which represents all copies of any individual of its own.

Relato: Entity or Reflexo: Logue relative to other logues (its arguments).

Concept: Entema or Entity: All copies of a same concept represent the same individuals.

Reflexo: Logue relative to itself. Copies of a same reflexo may not have the same individuals.

Logical Equivalence: Concept whose individuals are (all) the logical equivalent logues, which represent the same individuals.

Conceptual Equivalence: Concept whose individuals are the conceptual equivalent concepts, which represent the same individuals.

Reflexive Equivalence: Concept whose individuals are the reflexive equiv. reflexos, without a copy not logical equiv. to one of each other.

Reduction: Relation between reflexos such that each copy of one, reductor, are logical equivalent to a copy of the other, reduced.

Set: Concept (arbitrarily) determined among all its equivalent ones (whose individuals are its elements).

Cardinal: Set whose elements are all the sets that can be coordinated each other.

Property: Each property has the entes designated by a name or nominal expression with ordinary sense as exemplars.

System: Property well determined (in a way to be established) among all those with the same exemplars.

Ordering: System whose exemplars are sets whose elements are exemplars of the same system, base, and such that one of each two contains the other.

Total Ordering: Ordering that induces (in the obvious way) a total order relation in the base system.

Natural Ordering: Total ordering (of any base) whose exemplar sets are finite.

Well-Ordering: Ordering such that any subsystem of the base system has a first exemplar (according to the induced order relation).

Ordinal: Set whose elements are all the well-orderings that can be well-coordinated (in compatible way) each other.

Interval: Subsystem, of the base system of a total ordering, such that every exemplar major than one and minor than another of its own is also an exemplar of its own. They are called initial//final only if there are no exemplars lower/higher than all the own ones.

Secuentia: Atomic concept, with a sole individual, or action constituted by such concepts, terms (whose individuals are the objects).

Sequence: Secuentia well determined among its equivalents (with the same number of terms and the same correlative objects).

n-Sequence: Sequence with n+1 terms.

Cartesian Product of a Sequence of Systems: System whose exemplars are the sequences whose number of terms is the same one of that, and whose objects are correlatively identical to exemplars of these.

Note: Due to the fact that these notions are considered primitive, they must serve to interpret correctly the subsequent expression, better than be defined by these.

DEFINED NOTIONS (The variable n takes, here, natural values; m, ordinal values; i, initial values):

0-Reflexo: Reflexo of (Reflexive) Order 0: Reflexo that has concepts, 0-reflexivities, or reflexivities of order 0, whose individuals are concepts logically equivalent to copies of its own, without excluding any one of these.

(n+1)-Reflexo: Reflexo of Order n+1: Reflexo, not of lower order, with concepts, (n+1)-reflexivities, or reflexivities of order n+1, whose individuals are reflexivities of the n-reflexos that reduce it, without excluding any one of these.

(i+n)-Reflexo: Reflexo of Order i+n: Reflexo, not of lower order, with concepts, (i+n)-reflexivities, or reflexivities of order i+n, whose individuals are reflexivities of (all) the n-reflexos whose copies are logically equivalent to reflexivities of the reflexos, of order lower than i, that reduce it.

Reflexo Ordinary//Entelechy: Reflexo with//without reflexive order of its own.

Reflexo Proper//Improper: Reflexo without//with ordinary one, of lower order (if not entelechy), with the same individuals of own copies (overall).

Class: 0-Class: Class of Order 0: Set, whose elements are the 0-exemplars of the class.

(n+1)-Class: Class of Order n+1: n-Class whose n-exemplars are the atomic sets of the (n+1)-exemplars of its own.

Seudoequivalent Classes: Classes of different orders and with the same exemplars of such orders of their own.

Proper n-Class: n-Class without any seudoequivalent class of order lower than its own.

Rank of a Class: The highest order of its own.

0-System: System of Order 0: Set (0-class), whose elements are the exemplars of the 0-system (0-exemplars of the 0-class).

n-System: System of Order n: Concept, not identical to any system of lower order, well determined among those logically equivalent to a same proper n-class, and whose exemplars are the n-exemplars of this.

(i+n)-System: System of Order i+n: Concept, not identical to any system of lower order, that is conceptually equivalent to an n-system whose exemplars are systems of order lower than i, and is well determined among all such having the same entes as own exemplars of these (overall), the exemplars of the (i+n)-system.

r-Logia: (Graded) Logia of Degree r: Total system (set) of systems, r-logical, of order equal or minor than r.

Absolute Logia: Absolutely total system (set) of systems.

r-Ordering: Ordering of Order r: Ordering that is an r-system.

(r-)Series: Maximal (r-)system of sequences such that one of every two is equivalent to an initial constituent of the other. Its terms and objects are those own of its sequence exemplars.

Convergent Series of Series: Series whose objects are series such that there exists the limit series, whose own objects are, each, identical to all correlative objects, except for a finite number, of them.

Serial r-Product of an Series of Systems: Total system of series, of logical order not higher than r, whose consecutive objects are exemplars of the correlative object systems (of the former).

Note: Only definitions considered novel are included. Those excluded are supposed to be known, conventional.

(MENTIONED) AXIOMS ABOUT SETS:

A.00: Any concept has a set whose elements are the entes (individuals) represented by it.

A.01: One (at least) of each two sets includes as an element some ens excluded by the other.

A.02: Any two entes have a set of which they are its only elements.

A.03: Any two sets have another, their intersecto, which includes only the entes that are common elements of both.

A.04: Any set has another, its complement, which includes only the entes excluded by the former.

A.05: Any set of (whose elements are) sets has another that only includes the complements of these.

A.06: Any set has another, its subjunton, whose elements are the sets, subsets, contained in the former.

A.07: Any set has another, its cardinal, whose elements are all the sets that can be coordinated to the former.

A.08: There exists a set whose elements are all the cardinals of sets.

A.09: Any two sets of sets have another whose elements are all the intersectos of pairs of those.

A.10: Any infinite set has natural orderings which are sets (0-orderings) and have it as own base.

A.11: One of each two well-orderings is well coordinated (in compatible way) with an initial interval of the other.

A.12: Any well-ordering has an ordinal set, whose elements are the well-orderings that can be well coordinated with it.

A.13: Any class has a rank, or highest order of its own, which is finite (identifiable to a natural number).

(MENTIONED) AXIOMS ABOUT SYSTEMS:

A'.00: Any property has a system whose exemplars are the entes that possess it.

A'.01: One (at least) of any two systems has some ens as exemplar of its own which is not an exemplar of the other.

A'.02: The system whose exemplars are all the systems (exists and) is of the logical order 0 (i.e., a set).

A'.03: Any system whose exemplars are systems has another, of the same order, whose exemplars are the complementary ones of these.

A'.04: The total system of subsystems of a same order, not higher than that of the continent, has the order of this, or the precedent, whether initial, or not, respectively.

A'.05: The total system of subsystems of orders lower than a same one, higher than that of the continent, is of order 0.

A'.06: The total system of systems, of a same logical order, which are not exemplars of themselves is of the next sequent order.

A'.07: The union of systems of orders lower than any same one produces a system whose order in nor higher than the sum of this and that own of the system of those.

A'.08: The union of disjoint systems of distinct logical orders, not higher than any same one, produces a system whose order is the sum of that own of the total system of them and the lowest of the orders not lower than those of them.

A'.09: The total system of logical orders lower than any same one is of order 0.

A'.10: The total system of sequences, of (sequential) order higher than a same one, of (whose objects are) exemplars of a same system has the logical order of this.

A'.11: The natural ordering of a finite base and the series of its successive elements (as non-repeated objects) have the same logical order.

A'.12: The total system of series, of a logical order not higher than a same one, of exemplars of a same basic system, of any logical order, has the major order of both.

A'.13: Any initial (or final) interval of the total system of digital series (of a basic, finite, system) of logical order nor higher than a same one, ordered in the ordinary way, is of this same order (whatever that own of the extreme series be).

A'.14: The Cartesian product of a pair of systems has the major logical order of both as order of its own.

A'.15: The r-serial product of a series of systems has the major of r and the minor not lower than those of the systems as logical order of its own (whatever that own of the system series be).

A'.16: The projection of any subsystem of a serial product, on a factor, never has a logical order higher than that of the subsystem.

A'.17: The logical order of the limit series of a convergent series of series is not major than the minor not lower than those of that and these.

A'.18: Any infinite system of series of elements of a same finite set has a convergent series of non-repeated series, of these, of a logical order not major than the minor not lower than those of the infinite system and the series.

A'.19: Any system of finite sets of systems has another system whose elements are the intersectos of (all the element systems of any one) of these finite sets, and whose logical order is not higher than that of the former system.

Note: With the here supposed notion of concept, all assertions of the first list result from axioms A.00 and A.01, interpreted as a definition of set. Also, with the notion of property and pertinent definitions added, those of the second list.

THEOREMS:

-There exist the empty set (which is contained in any other) and the universal set (which contains any other).

- Every set has another whose elements are all the sets that contain it.

- Every ens has an (atomic) set that has it as its single element.

- Every finite set of sets has another whose elements are the common elements of all of them.

- Every finite set of sets has another whose elements are the own elements of (at least, one of) them

- Every set has another whose elements are the atomic sets of the elements of its own.

- Every set of sets has another whose elements are the atomic sets of elements of those.

- There exist as many sets as wanted, with as many elements as wanted.

- The set of cardinals of finite sets (which cannot be coordinated with proper subsets) is not finite.

- All infinite sets (which can be coordinated with proper subsets) have the same cardinal.

- There exist proper classes of any (finite) rank.

- Every class that is proper with respect to a nonzero order is also proper with respect to any order (not major than the rank) of its own.

- Every finite system (which can be coordinated with a finite set) is of order 0 (a set).

- Every two absolute complementary systems have the same logical order.

- The complementary system, relative to any continent, of a subsystem of minor logical order has the same order as the continent.

- Both complementary subsystems, relative to the common continent, have the same logical order, if major than that of the continent.

- Every two systems of correlatively complementary subsystems (relative to a common continent) have a same logical order.

- The union of systems of orders lower than any same one produces a system of order not higher than the sum of this same order and that own of the system of those.

- Every set (0-system) of sets has a system of order 0 or 1 as product of the union of these.

- Every system of logical orders has infinity of other such systems, of any logical order, that contain it.

- Every system of normal systems (of whatever logical orders) has infinity of other such systems that contain it.

- The total system of sequences, of the same (sequential) order, of exemplars of a same system (as objects) has the logical order of this.

- Every system of series (of whatever logical orders) of exemplars of a same plural (not empty or atomic) system has (infinity of) other such systems that contain it: There is no absolutely total system of such series.

- The logical order of an interval of the total system of digital series (of a same numeral system) is the degree of the logia considered for them (no matter the orders of the extreme series).

- The total system of digital series (of a same numeral system) is complete with respect to the ordinary metric topology: every convergent succession (whose differences between terms, except a finite number of these, have absolute values minor than each positive real number) that does not have any limit series (in the same logia) has to be of order higher than the degree of the same supposed logia.

- With conventional definitions in this respect, neither the real line (of points identified to decimal 0-series), nor any other metric space are connected spaces, but totally disconnected. (To conform to the vulgar notion, it can be first identified interval and connected subset of the real line, and then defined connected subset of a metric space as a subset not divisible into two parts, each without (non-empty) subsets homeomorfic to real intervals, which make up, by joining two of each other, a real interval homeomorfic subset: With this definition, it would certainly be connected any metric space whose points can be joined with linear intervals of own points.)

- The real line, with the ordinary metric topology, is neither compact nor locally compact, in the sense that any open covering has a finite subcovering of its own, or, equivalently, that any set of closed, non-empty subsets, such that one of each two contains the other, has a non-empty intersect. (To see it, consider the existence of coverings by intervals with own points, identified to decimal 0-series, major, some, and minor, some others, than a same decimal 1-series.) On the other hand, it is a locally compact space, in the sense that any infinite set of points of a same interval with extremes has an accumulation point in this (since it exists a convergent 0-series of non-repeated points of the infinite set with a limit point of its own in the interval).

- No system of finite sets of systems has a logical order lower than the total system of union products of the systems (elements) of the same of all those sets.

Note: The demonstration of all these theorems should be obvious (if respected the order of presentation).

* * * * *

I ask for understanding for the possible failures that I might have incurred –I work alone and my capacity leaves a lot to wish– in the preset text: I will try to amend them as they are noted, sure that this will not diminish the value of its right assertions, whose significance –I think– well makes it deserve to be already known.

Título: Fernán: El valor de la intuición (Sobre una teoría intuitiva de conjuntos sin antinomias)
Autor: Fernando Sánchez-Escribano
Comentarios: 24 páginas, 0 figuras. Traducción al inglés, seguida del original en español.
Categoría: Teoría de conjuntos y lógica

Se presenta una nueva teoría de conjuntos (generalizada como la teoría llamada de sistemas), absolutamente respetuosa con los dictados de la intuición (incluyendo la existencia y numerabilidad del conjunto universal, del cual todo ente es elemento) y capaz de superar todas las dificultades lógicas que llevaron, en el pasado siglo, a admitir axiomas no deseados, para evitar contradicciones.
El carácter un tanto filosófico del ensayo, impuesto por la necesidad de distinguir entre conceptos antes no suficientemente claros, si no confundidos, y ahora denotados con nombres distintos (algunos, neologismos), como los de entema, concepto, reflexo, conjunto, sistema, aente, uente…, no debe impedir la apreciación de sus implicaciones estrictamente matemáticas.

FERNÁN: EL VALOR DE LA INTUICIÓN (SOBRE UNA TEORÍA INTUITIVA DE CONJUNTOS SIN ANTINOMIAS)

Pretendo mostrar cómo se puede expresar, de forma consistente y en el idioma vulgar, los dictados de la intuición sobre las nociones de conjunto y de propiedad, superando las dificultades lógicas para establecer la relación entre ambas que han propiciado la aceptación de axiomáticas que, a mi juicio, no se atienen a la realidad de las nociones vulgares, pues alguno de sus postulados, cuya falsedad espero quede patente, no son compatibles con la existencia de conceptos evidentes, históricamente reconocidos como fundamentales.

En concreto, se rechaza el axioma llamado de comprensión, o de separación, que postula la existencia del subconjunto de elementos de un mismo conjunto cualquiera que poseen una misma propiedad cualquiera, así como el de unión fuerte, que postula la existencia del conjunto de elementos comunes de conjuntos que, a su vez, son elementos de un mismo conjunto cualquiera, y el de regularidad, que postula la inexistencia de conjuntos que sean elementos de sí mismos. Ciertamente, ni el primero ni el tercero citados son deseables: el uno somete una noción primitiva como la de conjunto, que debe suponerse clara, si se pretende fundamentar la Matemática sobre ella, a otra, como la de propiedad, que sí puede admitirse primitiva, mas no que se tenga –¡la teoría oficial de clases, que pretende generalizar la de conjuntos equiparando las nociones de clase y de propiedad, ha de admitir la existencia de clases que no son ejemplares de ninguna clase!– suficiente clara; el otro, obviamente, tiene mero carácter restrictivo. Respecto al segundo, bastará con sustituirlo por el de unión débil (de sólo dos conjuntos), lógicamente preferible a él, si suficiente. También es rechazable el axioma llamado de sustitución, así como el discutido de elección, en sus formulaciones corrientes en términos conjuntistas, que presuponen el axioma de comprensión, pero ya se verá la posibilidad de formas correctas, independientes de éste, de decir todo lo que se pretende con ellos.

En sentido obvio, las nociones primitivas son anteriores a los axiomas que se postulan sobre ellas, las cuales permiten darles sentido y asegurar su mutua compatibilidad, aunque haya infinidad de ellos lógicamente independientes. Así pues, hay que aceptarlas tales como sean, tratando siempre de evitar confusiones que impidan expresar consistentemente sus relaciones, mas nunca de ignorar su evidente existencia. También, se conviene en rechazar la llamada lógica modal, considerando sin sentido las frases que no sean sentencias, es decir, estrictamente ciertas o falsas: es justamente la confusión entre tales nociones, de sentencia y de frase, lo que ha llevado la lógica oficial del último siglo a resultados que me atrevo a calificar –lo siento, pero debo expresar mi opinión– de aberrantes.
(Procuraré ajustarme a los usos convencionales de los términos empleados, pero sin someterme a un pretencioso formalismo que resulta inútil después de rechazar el citado axioma de comprensión. Así, cuando me interese definir el significado de alguna palabra, me limitaré a introducirla subrayada en un contexto suficientemente significativo. Podré hacer ciertas consideraciones de carácter un tanto metafísico que pueden resultar un tanto extrañas a espíritus no afines al mío, y con las que sólo pretendo sugerir ciertas intuiciones que me hacen sentir seguro –trataré de comunicar estas evidencias con mayor eficacia en una posterior obra, Teoría de los Entes (T.E.), que espero llegar a escribir– de estar en el buen camino, pero pueden obviarlas quienes no las compartan, pues no afectan a la validez lógica de los razonamientos y sus resultados. Si bien en anteriores textos, por evitar posibles confusiones a antiguos lectores, solía indicar, además de los fallos advertidos en el precedente, los cambios introducidos que pudiesen afectar a axiomas o a significados de términos, dejaré de hacerlo en el presente, para no complicarlo demasiado: baste con advertir que los puede haber. Ciertamente, sea por la ambigüedad del idioma vulgar, sea por mis propias deficiencias comunicativas, pueden surgir dificultades en la interpretación de ciertas expresiones, sobre todo relativas a la noción de concepto, denotada con una palabra que tiene –yo mismo le he dado usos distintos en las distintas versiones– múltiples significados; no obstante, espero dar suficientes datos para que resulten obvias las interpretaciones correctas al final del texto.)
(Los párrafos entre paréntesis, si resultan abstrusos, pueden ser obviados en lectura inicial; los afijos, sobrentendidos en usos posteriores.)

Las noción de <u>ente</u> es la más primitiva (o fácil de intuir) de todas las existentes (excepto la de El Yo), así como la de <u>noente</u> lo es de todas las relativas (no equivalentes) a primarias (o no relativas a otras), por lo que doy por supuesta su posesión, y pueden servir para precisar el sentido con que se usa ciertos términos lógicos, el que hace ciertas las sentencias siguientes:

– Sólo <u>La Nada</u> no es ente: Sólo los noentes no son entes.
– Sólo cero entes no existen y cuantosquiera entes existen.
– Sólo cero noentes existen o no existen.
– Todo y ningún noente es y no es un mismo ente cualquiera.
– Ningún ente es y no es un mismo ente cualquiera.
– Todo ente es o no es un mismo ente cualquiera.
– Cada uno de cada dos entes es (idéntico a) sí mismo y no es (idéntico a) el otro.

Quede claro, pues, que ni el nombre propio "La Nada" ni el común "noente" son significativos, o sea, propio o común de ente alguno, y que se toma el verbo "existir" en sentido maximal absoluto, equivalente al de "ser sí mismo". También, que resulta intrascendente decidir si es, o no es, cierto que los noentes cumplen, o no cumplen, una condición cualquiera, pues sólo cero noentes podrían sí o no hacerlo: en ninguno de los dos casos podría ser cierto que un(o) –nótese el uso del numeral– noente(s) cumple(n) o no cumple(n) esa condición.
(La confusión entre los distintos criterios posibles para establecer convenciones al respecto puede ser causa de aparente contradicción. Nótese que al admitir la veracidad de ambas interpretaciones opuestas, atribuyendo valor cuantitativo al artículo indeterminado o adjetivo numeral, pero no al artículo determinado o adjetivo demostrativo, resulta totalmente carente de valor informativo la afirmación, en sentido estricto, de la existencia de tal o cual sujeto (que cumple la condición determinante), mas no la de su inexistencia: por ello, debe suponerse la negación de ésta cuando se quiere realizar la afirmación de aquélla sin incurrir en trivialidad. Por supuesto, siempre que sea evidente la falsedad del sentido primario de una expresión, no debe tomársela como errónea si admite uno obvio secundario, a tomar, que sea cierto.)

(De todos los entes, sólo hay uno que no tiene otros que sean copias suyas, esencialmente iguales a él (o distinguibles solamente por sus circunstancias o relaciones naturales con otros entes): El Yo; todos los demás entes son cosas y tienen, cada uno, infinidad de copias propias. Ciertas cosas, las más fáciles de entender, son estados (propios de El Yo, con quien no deben confundirse), todos iguales en esencia y relacionados naturalmente entre sí por un orden igual al de los números enteros, y con ciertos otros, a llamar hechos, de modo que cada uno de éstos puede ser considerado como paso de un estado anterior, inicial, a otro posterior, final, y, si es una acción, como constituído por los sucesivos actos o pasos entre estados consecutivos, desde el inicial hasta el final (permitiendo reducir el estudio de unas al de otros). Los actos pueden ser (sólo y exclusivamente) volitivos, sensitivos o cognitivos, respectivamente llamados (en T.E.) vólitos, sensos y logues, de los que sólo los últimos constituyen objeto esencial de estudio en la presente obra. Por la realización, o intuición, de un acto cognitivo, o logue, se conoce (en sentido laxo) a los entes que representa como individuos suyos. Ciertos logues son primarios, llamados (en T.E.) entemas, no relativos a otros logues y representantes de todas las copias de individuos propios, por cuya intuición se conoce (en sentido estricto) a éstos. Los demás logues son los relativos a otros logues (sus argumentos), a llamar relatos (sobre sus argumentos), todos ellos, y entidades o reflexos, los no o sí, respectivamente, relativos a sí mismos (como logues que son).
Se dirá que un logue concreta otro, o que éste comprende aquél, sólo si los individuos del primero son también individuos del segundo. Especial interés tiene, en la presente obra, la distinción entre los reflexos, o relatos sobre sí mismos, y los conceptos, o actos cognitivos no relativos a sí mismos, o sea, los entemas o las entidades: cualquier logue tiene infinidad de conceptos, y de reflexos, tanto iguales como distintos en esencia, que son equivalentes a él (por tener los mismos individuos), pero la igualdad esencial sólo garantiza la equivalencia de conceptos, no la de reflexos, que pueden tener la misma esencia (definible como entema cuyos individuos son todos los entemas que representan (al menos) un mismo ente) y no los mismos individuos: de hecho, cualesquiera conceptos tienen reflexos con sendas copias, cada uno, equivalentes a ellos, y sin copias no equivalentes, si bien –luego se verá– no siempre existe el logue (concepto o reflexo) cuyos individuos sean sendos conceptos equivalentes a los reflexos esencialmente iguales a uno mismo. Así, diciendo que un reflexo reduce a otro, o que éste amplía a aquél, sólo si cada copia del primero es equivalente a una del segundo, se puede hacer la definición inductiva de orden reflexivo: un reflexo es de orden 0, o 0-reflexo, sólo si tiene conceptos, (0-)reflexividades, cuyos individuos (de cada uno) son sendos conceptos equivalentes a sus copias (todas); es de orden n+1 (número natural), o (n+1)-reflexo, sólo si, no siendo de orden menor, tiene conceptos, ((n+1)-)reflexividades, cuyos individuos son sendas reflexividades de los n-reflexos (todos) que lo reducen; es de orden i+n (número ordinal; i, inicial transfinito; n, natural), o (i+n)-reflexo, sólo si, no siendo de orden menor, tiene conceptos, ((i+n)-)reflexividades, cuyos individuos son sendas reflexividades de los n-reflexos (todos) cuyas copias son equivalentes a reflexividades de reflexos, de orden menor que i, que lo reducen. Un reflexo se llamará ordinario, si tiene orden reflexivo propio; entelequia, si no lo tiene (como el logue de (cuyos individuos son todos) los tales órdenes, identificables a conceptos totales de reflexos ordinarios del mismo orden tal); impropio, si tiene uno ordinario, de orden menor (si no entelequia) y con los mismos individuos de copias suyas (entre todas), y propio, si no lo tiene.
Todo relato tiene dos argumentos de primer nivel, uno de los cuales (el primero, en orden canónico) es concepto que comprende al propio relato, mientras que el segundo es concepto, si el relato es entidad, o reflexo, si el relato es reflexo: si un logue argumental es relato, sus argumentos de primer nivel son también argumentos, de sendos niveles sucesivos más profundos, de los logues argumentales anteriores, así que cada relato tiene un número propio, orden entemático, no menor que dos, si entidad, o que uno (repetidos en ciclo), si reflexo, de entemas argumentales (de los niveles que sean), los cuales, si propios de un reflexo, lo son también de los reflexos argumentales.
Ciertamente, relatos cuyos argumentos correspondientes son equivalentes y están relacionados igualmente son, a su vez, equivalentes.)

(Algunos ejemplos especiales de los distintos casos de actos cognitivos pueden ayudar a interpretar correctamente el párrafo anterior:
Los entemas más obvios son, de los ya mentados, el concepto de ente (el más general de todos), la idea –se llama así al entema cuyos individuos son (todos) los entes iguales en esencia a uno mismo, por cuya intuición se dice entender a éste– de El Yo (salvo igualdad esencial, único entema finito por número de individuos, iguales o distintos), el concepto de cosa, la idea de estado, el concepto de hecho, el de acto…, todos (con iguales esenciales) muy fáciles de intuír (tanto, que no requieren ser definidos, sino sólo indicados), y, de los no mentados, la idea de espacio (en el sentido más primitivo del término) y los conceptos de cosa extensa y de cosa discreta o no extensa, a llamar también (como en T.E.) de uente y de aente, respectivamente. Entre las entidades, deben resultar sumamente obvios –espero que mis reglas de expresión también– los relatos de ente no ente (y equivalentes, de cosa no ente, cosa no cosa …, denotados todos por el nombre propio “La Nada”, o el común “noente”, ninguno de los cuales es entema, por no tener individuos), de ente no cosa (equivalente a la idea de El Yo), de cosa no uente (equivalente al entema de aente), de cosa no aente (equivalente al entema de uente), de uente no espacio, de cosa parte de espacio (ambos, equivalentes al entema llamado de sitio en T.E., muy fácil de intuir)…, todos ellos con dos argumentos; o los relatos –se usarán paréntesis para evitar ambigüedades– de cosa no (cosa no uente), de cosa no estado ni hecho (ambos, equivalentes al entema de uente), de cosa no (aente no estado), de cosa no aente ni espacio (respectivamente equivalentes a los entemas de uente o estado y de sitio), los cuatro con tres entemas argumentales…; o el relato de cosa no ((cosa no estado) sí (cosa no espacio)) (con cinco entemas argumentales (tres de ellos repetidos), equivalente al entema de estado o espacio, unión de los de estado y de espacio, muy fácil de intuir por la coordinación natural, temporal, existente entre ambos)…. Entre los reflexos, los más intuitivos pueden ser los de ente idéntico al reflexo mismo, de acto anterior, o de acto posterior –existe una relación natural de orden entero entre los actos: el devenir– al reflexo mismo, ninguna de cuyas copias equivale a otra; también, los de ente no (idéntico al) reflexo mismo (cuyos individuos son los entes todos, menos él mismo), de logue no reflexo mismo (cuyos individuos son todos los logues, menos él mismo)…. En general, denotan reflexos las frases con sentido, interpretables como nombres comunes de los idiomas –la exigencia de ser uno de ellos el usado es clave para la comunicación– en que resultan verdaderas.)
(En realidad, la inmensa mayoría de actos cognitivos ocurrentes en el pensamiento humano resulta ser de reflexos, pues las leyes lógicas, que rigen los razonamientos, son referentes a logues denotados no de modo absoluto, sino relativos al idioma actual (por tanto, al propio acto cognitivo), incapaz de determinar en tal modo el sentido real del nombre o expresión nominal en cuestión, mientras que los conceptos suelen ocurrir de forma más bien esporádica (normalmente, como resultado final de un proceso exitoso de razonamientos, que propician el paso de la intuición del reflexo a la propia (única llamada ordinariamente con tal nombre) del concepto equivalente, o de la reflexividad.)

(Como se ha podido ver, la forma normal de construir nombres de logues es la de anteponer un functor como “logue de”, “entema de”, “relato de”, “concepto de”, “reflexo de”… al nombre común de sus individuos, el cual, a su vez, se puede formar (si el logue es relato) por los nombres comunes de los individuos de los sucesivos logues argumentales, separados por los respectivos relatores (indicadores de la relación establecida entre ellos, a cumplir por los individuos del primero para serlo del logue, entema, relato… tratado), cuales pueden ser “sí” (o “idéntico a”), “no” (o “no idéntico a”), “parte de”, “individuo de”, “no individuo de”… (ya usados o por usar en el caso de entidades), así como “sí mismo reflexo (de…)” –los términos entre paréntesis suelen omitirse– o “idéntico a mismo reflexo (de…)”, “no sí mismo reflexo (de…)”, “equivalente a mismo reflexo (de…)”, “individuo de mismo concepto (individuo de mismo reflexo de…)”… (usados o por usar –este último, en la definición del logue de concepto no normal, que es individuo de sí mismo– en el caso de reflexos). Sobre el término “noción”, he preferido mantener tal cual su impreciso sentido vulgar, con el que bien podría designarse a todo hecho de cierto carácter cognitivo.)
(Ciertamente, la interpretación de expresiones complejas del idioma vulgar (producto de un compromiso entre la precisión y la eficacia) puede resultar tarea delicada, pues la normal multiplicidad de usos y significados posibles puede permitir asociar los términos de formas distintas, asignándoles una u otra función, incluso sobrentendiendo alguno de ellos, con significados finales bien distintos: en todo caso, cualquier logue puede ser denotado –se puede decir significado, si concepto– por un simple nombre común, que designa a sus individuos –la distinción entre estos dos verbos será clave– sin expresar las posibles relaciones entre sus argumentos. Así, se podría introducir el nombre “simismo” –escojo un ejemplo especialmente delicado– como sustituto de la expresión nominal “reflexo de ente idéntico al mismo reflexo”, para no sólo denotar y designar, a la vez, tal reflexo (por ser él mismo su único individuo), sino también denotar (o significar) el concepto (atómico) que lo tiene por único individuo, así como la idea (de las copias) de éste: al usar la expresión “logue de simismo”, se puede estar hablando de uno u otro de esos entes bien distintos, debiéndose determinar por el contexto el sentido de uso. Nótese que la expresión nominal anterior se compone de: 1, el functor “reflexo de”, que se aplica a la expresión nominal restante, e indica que todo ente designado por la expresión completa es un reflexo; 2, el nombre “ente”, que denota el primer (y único) concepto argumental, e indica que todo individuo del reflexo denotado es un ente (lo que no supone ninguna restricción); 3, la expresión reflexiva “idéntico al mismo reflexo”, que indica la relación entre el concepto argumental y el propio reflexo, y equivale –este hecho pone en evidencia que el propio reflexo es un argumento de sí mismo– a la compuesta por el relator “idéntico al reflexo de” y la expresión nominal “ente indéntico al mismo reflexo”, que designa los individuos del reflexo, denota a éste y, a su vez, equivale a todas las obtenibles por sustitución cíclica de los dos últimos términos, “mismo reflexo”, por la expresión inicial entera, “reflexo de ente idéntico al mismo reflexo”.)
(No es difícil apreciar que el poder humano no alcanza a intuir conceptos finitos (por el número de individuos propios, iguales o distintos) no equivalentes a la idea de El Yo, sino sólo reflexos; no obstante, el entema de concepto finito es fácil de intuir y garantiza la existencia de los tales conceptos. La dificultad para determinar absolutamente las cosas resulta de la existencia de infinidad de copias de cada una, que obliga a saber también de sus circunstancias: por cada estado, de la infinidad (necesariamente, distinta en esencia a las otras) de hechos de los cuales es inicial, o final, y, por cada espacio, del estado con el que está naturalmente coordinado (asociados por el mismo instante); los hechos quedan determinados por sus propios estados iniciales y finales, así como los sitios, por sus propios espacios (de los que son partes), esencias (o igualdades esenciales) y circunstancias físicas, conjuntamente. Aunque sólo el poder divino sea capaz de realizar tal determinación, basta el humano para saber de la existencia real de la posibilidad en cuestión.)

Si bien la noción de concepto es fundamental, el hecho de que todo concepto tenga infinidad de otros equivalentes a él, con los mismos individuos propios, invita a introducir una nueva noción, definiendo conjunto como concepto bien determinado –en T.E. se verá cómo puede hacerse esto– entre todos sus equivalentes (iguales o distintos en esencia), y diciendo que incluye como elementos a los entes que son individuos suyos, y que excluye a los demás: así, de todos los conceptos equivalentes, sólo uno –no importa saber cuál– es conjunto, y todos los conjuntos que tienen los mismos elementos son el mismo conjunto (de modo que la relación de comprensión entre conceptos, o de contención entre conjuntos, determina, de modo obvio, las operaciones ordinarias de unión y de intersección entre éstos, así como la relación de complementareidad determina la biyección de conjuntos complementarios).
(Desde luego, si la noción de conjunto tiene valor en matemáticas, no es sólo por estar cada conjunto determinado por la propia inclusión de elementos, sino, sobre todo, por existir uno equivalente a cada concepto (algo que las teorías conjuntistas oficiales no pueden admitir de sus conjuntos sin devaluar, en su esencia, la supuesta noción intuitiva de concepto). Ciertamente, según lo apuntado, la determinación humana de los conjuntos requiere de la realización de reflexos, pero ello no obsta para que los conjuntos no sean reflexos, sino conceptos, determinados, salvo equivalencias, por sus esencias.)

Por considerarse ambas nociones, de concepto y de conjunto, lo suficientemente intuitivas para ser tenidas por primitivas, deberá ser la interpretación de los axiomas la que se ajuste a ellas y no éstas a ellos (fuera de los márgenes que permita el estado de determinación de la noción). Por supuesto, podré postular, en cualquier momento, los axiomas que estime oportunos para mis propósitos, siempre que sean compatibles con lo ya establecido: ellos irán perfilando la noción de concepto en los aspectos por aclarar. Ahora, para precisar similitudes y diferencias entre la nueva teoría y las oficiales, interesa citar –al final irá una lista más completa– éstos:

A.1: Uno (al menos) de cada dos conjuntos incluye como elemento algún ente excluído por el otro.
A.2: Cada dos entes tienen un conjunto del cual sólo ellos son elementos.
A.3: Cada dos conjuntos tienen otro, su intersecto, que incluye sólo los entes que son elementos comunes de ambos.
A.4: Todo conjunto tiene otro, su complementario, que incluye sólo los entes excluidos por aquél.
A.5: Todo conjunto de (cuyos elementos son) conjuntos tiene otro que sólo incluye los conjuntos complementarios de éstos.
A.6: Todo conjunto tiene otro, su subjunton, cuyos elementos son los conjuntos, subconjuntos, contenidos en aquél.
A.7: Todo conjunto tiene otro, su cardinal, cuyos elementos son los conjuntos coordinables con aquél.
A.8: Existe un conjunto cuyos elementos son los cardinales de conjuntos.
A.9: Cada dos conjuntos de conjuntos tienen otro tal cuyos elementos son los intersectos de sendos dos (de los) de aquéllos.

Sobre el axioma de intersección débil, A.3 (equivalente al de unión, por mor de A.4 y A.5), nótese que, si bien toda operación binaria, conmutativa y asociativa, es generalizable de forma natural a cualquier número finito de factores, no siempre lo es a número infinito, por muy determinado que esté su producto en caso de existencia. Esta razón, que justifica el rechazo del axioma de unión fuerte, a la vez que se admiten A.5, A.6 y la implicada existencia de conjuntos infinitos de conjuntos, es clave para la comprensión de la teoría aquí expuesta.
Como resulta obligado (por la obvia existencia de los conceptos correspondientes), se deduce (fácilmente) la existencia de los conjuntos vacío, que excluye a todo ente, y universal, que incluye a todo ente, así como del conjunto total, superjunton, de conjuntos que contienen un mismo conjunto cualquiera; también, que todo ente tiene un conjunto, atómico, del cual es elemento único, y que hay tantos conjuntos, y con tantos elementos, como se quiera. (Se podría postular la existencia del conjunto de los números naturales, o cardinales de conjuntos finitos, no coordinables con subconjuntos propios (no idénticos a ellos), pero prefiero esperar a tener postulada la numerabilidad de todo conjunto infinito, no finito, para obtenerla como teorema.) Si bien no se admite el pretendido axioma de unión fuerte, A.9 permite ahora deducir –este teorema dice, en esencia, todo lo pretendido con el axioma rechazado– que todo conjunto de conjuntos tiene otro tal que incluye todos los conjuntos atómicos de elementos de ellos. También es fácil ver que la propiedad de ser conjunto normal, no elemento de sí mismo, no define, en sentido primario, conjunto alguno, pues no puede existir ninguno que sólo incluya (todos) los tales conjuntos, por tener que ser y no ser elemento de sí mismo. Sí existen, en cambio, conjuntos –el universal es uno de ellos– que tienen como elementos a todos los conjuntos normales, pero sucede que también incluyen (infinidad de) no normales, como a ellos mismos (ya que, si no, serían normales y, al no incluirse a sí mismos, no podrían cumplir la condición de incluir a todos). Así pues, la existencia común del conjunto universal y de la propiedad de ser conjunto normal es incompatible con la pretendida veracidad del axioma conjuntista de comprensión.
Con todo, cabe también preguntarse qué pasa con la propiedad de ser propiedad normal, de no poseerse a, o no ser propia de, sí misma: si la expresión "propiedad que no es propia de sí misma" tiene sentido, la propiedad de ser una tal debe existir y, por tanto, ser, o no ser, propia de sí misma…. (La incapacidad para contestar la pregunta, rematando el razonamiento sin incurrir en contradicción, parece haber sido la causa de que las teorías oficiales hayan preferido aceptar axiomas no deseables, si no perfectamente rechazables, antes que la evidente existencia de tales conjunto y propiedad).

Lógicamente, la noción de propiedad (en el sentido usual aquí dado) es posterior a la de concepto, pues requiere la posesión de un idioma –esto no resulta tan fácil: la mente humana parece, más que dominante, dominada por él– que dé sentido a los posibles nombres (simples o complejos), determinando qué entes son designados por cada uno (en función de sus componentes simples, si complejo); desde luego, una tal expresión con sentido, puede estar constituída por un nombre, que denote un concepto de referencia, suficientemente general, y una proposición relativa a él, que exprese la condición a cumplir por los entes que son designados por ese nombre –la sentencia obtenida sustituyendo la variable proposicional por el nombre propio de cada uno debe ser cierta– para serlo también por tal expresión. El interés de esta noción radica en que toda expresión nominal con sentido ordinario –ya se sabrá cómo reconocerlo– expresa una propiedad que está presente, o ausente, en los entes respectivamente sí, o no, designados por ella, de modo que cualesquiera propiamente determinados poseen, como ejemplares, una propiedad presente sólo en (o propia de) ellos. Pero existe una diferencia esencial, si bien sutil, entre las dos nociones, la sencilla de concepto y la compleja de propiedad: todo concepto tiene una propiedad cuyos ejemplares son los individuos de él, pero no toda propiedad tiene un concepto cuyos individuos son, justamente, los ejemplares de ella (como puede verse al considerar la propiedad de ser concepto normal, que no es individuo de sí mismo). Esto es así, aun cuando la potencia de la noción de concepto bien permite definir de modo natural las propiedades como conceptos especiales (sin querer ello decir que los individuos del concepto tengan que ser los ejemplares de la propiedad, sino sólo que la posesión de ésta por ésos queda determinada, de la manera que sea, por la pertenencia de aquéllos a aquél), en proceso gradual e infinito (siempre ampliable, si no se quiere imponer limitaciones innecesarias a la potencia del idioma), lo cual, sin impedir la existencia del concepto de propiedad (el que tiene a las propiedades por individuos), exigirá (por evitar paradojas) distinguir entre distintos sentidos fácilmente confundibles de expresiones iguales. (En realidad, el carácter un tanto impreciso de la noción vulgar de propiedad permite multitud de formas perfectamente válidas de hacer tales definiciones, que cumplen, cada una, con todas las condiciones inexcusables. No obstante, sean cuales fueren tales formas, se puede reconocer una relación natural de equivalencia entre las posibles propiedades, que asocia como equivalentes (entre sí) a todas las que tienen los mismos entes como ejemplares propios, y suponer (como en el caso de conceptos) determinada una propiedad, la propiedad, entre todas las equivalentes.)

Para precisar la noción de propiedad, se puede primero definir 0-clase, que 0-asocia cualesquiera entes, sus 0-ejemplares, como conjunto de éstos, y luego, inductivamente, (n+1)-clase, que (n+1)-asocia sus (n+1)-ejemplares, como n-clase que n-asocia los conjuntos atómicos de éstos, de modo que toda n-clase, o clase de orden n (número natural cualquiera), también es clase de cualquier orden menor que n, teniendo sus respectivos ejemplares de cada orden. Así, llamando seudoequivalentes (entre sí) a las clases, de sendos órdenes distintos, que tienen los mismos entes como ejemplares de sus órdenes respectivos, y propia, respecto a un orden cualquiera, a la clase de este orden que no tenga seudoequivalentes de otros menores, y resultando obvio que toda clase es propia respecto al orden 0, y que también lo es respecto a cualquier otro no mayor que el máximo, rango, de sus posibles, si es propia respecto a un orden mayor que 0, se puede asignar a cada clase, por cada orden, n, respecto del cual es propia, un nuevo concepto, a llamar n-sistema, o sistema de orden n, que sea equivalente al conjunto identificado a ella, el asignado al orden 0. Ahora, cada (n-)sistema (o sea, cada sistema, o cada n-sistema) puede identificarse con la propiedad (determinada entre todas sus equivalentes) cuyos ejemplares son, justo, los (n-)ejemplares de la clase a él asignada (respecto al orden, n, que sea), quedando ya establecida la forma de definir las propiedades de orden finito (n), expresadas por nombres o expresiones nominales con sentido a llamar finital, y se puede postular que la unión –se aplicará del modo obvio la terminología conjuntista convencional a la teoría de sistemas, cualesquiera sean los órdenes considerados, ya establecidos o por establecer– de dos sistemas disjuntos (sin ejemplares comunes) de sendos órdenes distintos produce un sistema cuyo orden es el mayor de ambos.
Se puede ampliar, al modo inductivo, la noción de sistema, o de propiedad, de orden finito, o finital, reconociendo expresiones con sentido no finital, o transfinital, que designen, cada una, los ejemplares de sistemas antiguos (primeramente, de orden finito) que son, a su vez, ejemplares de un mismo sistema (infinito) de orden finito, sucesivamente mayor, y definiendo los nuevos sistemas (de orden transfinito sucesivo) como conceptos bien determinados (en la forma que sea, a tratar en T.E.) entre todos los equivalentes (como conceptos que

son, unos y otros) a sistemas (infinitos), de un mismo orden (siempre) finito, de sistemas antiguos (como ejemplares propios) –ya se verá que éstos bien pueden ser disjuntos y de distinto orden– con justamente los mismos ejemplares, entre todos, que los designados por la expresión como propios, y distintos de los ya definidos como sistemas, para formar sucesivas infinidades de órdenes transfinitos, de las cuales la primera, obviamente ordenada al modo de los números naturales, permita aplicar sobre ella el procedimiento análogo al anterior, y repetirlo indefinidamente sobre las sucesivas otras, también ordenadas al modo natural, de nuevos órdenes que vayan surgiendo, en gradación siempre ampliable de procesos que producen sendos sistemas bien ordenados (con primer elemento en cada subsistema), cada uno segmento inicial del siguiente, de órdenes lógicos (de sistemas o propiedades). (Según las definiciones hechas, todo sistema de orden mayor que 0 queda determinado, de forma obvia, por todo reflexo (ordinario) cuyos individuos de copias suyas (entre todas) son justo los ejemplares de aquél; también, por la reflexividad: el orden (lógico) del sistema coincide con el orden (reflexivo) siguiente al de los reflexos correspondientes, si finito, o con el mismo de estos, si transfinito.)
Se puede postular que el sistema total absoluto de propiedades, o sistemas, y los iniciales de órdenes lógicos menores que unos mismos, cualesquiera, existen y son de orden 0 (conjuntos). En cambio, no existe el tal sistema de órdenes lógicos: el logue de orden lógico no es concepto, ni reflexo ordinario, sino una entelequia, así como los demás logues denotados por expresiones nominales sin sentido absoluto (expresivo de propiedad), sino sólo relativo a un orden lógico (indicado por un prefijo, que puede sobrentenderse). También es postulable que el sistema de los sistemas, subsistemas, de un mismo orden, cuyos ejemplares también lo son de un mismo sistema, continente, tiene el orden de éste, o el precedente, si no menor que el de aquéllos y sí, o no, inicial, respectivamente, y que el de subsistemas de órdenes menores que uno mismo, cualquiera, mayor que el propio del continente (y, por tanto, el de sólo los de un tal orden mayor) es de orden 0.

Ahora, llamando logia (graduada) de grado r, o r-logia, al conjunto total de sistemas n-lógicos, de orden no mayor que el número ordinal r, así como logia absoluta, al conjunto de todos los sistemas, se pueden postular, para las demás logias, axiomas perfectamente análogos a los aquí numerados para la de conjuntos (de grado 0) –la lista del final será más precisa– y que los sucesivos sistemas iniciales de logias graduadas, nunca absolutamente maximales –la logia absoluta no es una de ellas– que se van obteniendo, al considerar órdenes lógicos cada vez mayores, son todos del orden 0. Respecto a una tal estructura, sí es válido este axioma de unión fuerte: la unión de un sistema cualquiera de sistemas, de sendos órdenes distintos y sin ejemplares comunes, tiene orden igual a la suma (ordinal) del propio de aquél y del mínimo orden no menor que todos estos. También lo es este otro: la intersección de sistemas de órdenes menores que uno mismo, cualquiera, produce un sistema cuyo orden no es mayor que la suma de éste y el propio del sistema de aquéllos.
Asímismo, se puede postular que el sistema minimal (contenido en cualquier otro que cumpla la condición) que contenga un sistema dado y admita los axiomas análogos a los de conjuntos (restringidos en forma obvia a sus ejemplares) tiene el mismo orden lógico que éste.
(Como el logue de orden lógico, el de logia graduada no se puede decir que sea concepto, ni reflexo ordinario, si no es en relativamente a un grado, o máximo de los órdenes lógicos considerados; tampoco, el de logia: en sentido absoluto, tales logues resultan ser entelequias, de modo que no existe el sistema absolutamente total de logias.)

Ya se puede responder a la pregunta hecha antes sobre la propiedad de ser propiedad normal, no ejemplar de sí misma: en realidad, la expresión nominal "propiedad normal" sólo tiene sentido (expresivo de propiedad) si es referente a un orden lógico supuesto, r, de modo que sólo designe a las propiedades r-lógicas (de orden r o menor) normales, o r-normales, y puede postularse que la propiedad de ser propiedad r-normal es una (r+1)-propiedad (obviamente normal). La pretendida propiedad absoluta de ser normal no existe.
(En sentido primario, los logues de propiedad r-normal y de sistema r-normal, cualquiera sea r, no son conceptos (que sólo tengan como individuos a (todas) las propiedades o los sistemas r-normales), sino reflexos ordinarios (ninguna de cuyas copias tienen como individuos a todas las propiedades, o sistemas, r-normales, sino entre todas ellas). En sentido absoluto, el logue de propiedad normal, o de sistema normal, no es concepto ni reflexo ordinario, sino una entelequia.)

Definiendo ordenamiento//r-ordenamiento de un sistema cualquiera, base, como sistema//r-sistema tal que sus ejemplares son, a su vez, conjuntos cuyos elementos son ejemplares del sistema base, y, de cada dos, uno contiene al otro, se lo llamará total sólo si la relación de orden que induce (en la forma obvia) en su base es total, y bueno, sólo si los subsistemas no vacíos de ésta tienen, cada uno, un primer elemento en el orden inducido, y natural, sólo si no tiene conjuntos infinitos como ejemplares (de modo que induce en su base un orden igual al ordinario del conjunto de números naturales, con un primer ejemplar y, solo si la base es finita, con uno último).
Así, se puede postular este axioma (cuya trascendencia no creo sea necesario recalcar):

A.10: Todo conjunto infinito tiene ordenamientos naturales que son conjuntos (de orden 0) y lo tienen como base propia.

Obviamente, ya se puede deducir que todo cardinal de conjuntos infinitos es el mismo, o sea, que (a diferencia de los números ordinales) no hay más que un cardinal al que poder llamar infinito, siendo los demás, a llamar finitos, identificables con los números naturales.
También, que todo sistema infinito es numerable, coordinable con el de números naturales (por estar contenido en el conjunto universal).
(La renuencia a admitir esto bien podría surgir de la apreciación errónea de que un ordenamiento natural debe ser conjunto o 0-sistema: en realidad, los hay de cualquier orden, y nada impide postular que el obviamente inducido en un r-sistema por un 0-ordenamiento natural del conjunto universal es de orden r o r–1, según r sea sí o no inicial, así como que el ordenamiento natural obtenido de otros dos de sendas bases disjuntas, uniéndolas e intercalando correlativamente sus ejemplares, tiene el orden mayor de ambos factores).
(Me temo que sólo pueda convencerse de la numerabilidad general quien posea el concepto (entema, ya mentado y a tratar en T.E.) de acto, cuyos individuos (los actos, realizados por El Yo único) se suceden en devenir eterno (al modo de los números enteros), algunos de los cuales son conceptos que representan un solo ente y por cuya intuición se distingue éste (hasta de sus copias o iguales en esencia): todo ente tiene infinidad de tales conceptos representantes suyos –todo acto tiene copias propias a realizar en el pasado y en el futuro– y el orden en que se realizan los primeros (desde uno mismo cualquiera) determina obviamente un ordenamiento natural de la totalidad.)

Por otro lado, definiendo primero secuencia como acción cuyos consecutivos actos constituyentes, términos, son conceptos de individuos únicos, sus objetos (distintos o repetidos), y que está bien determinada (de la forma que sea) entre todas sus equivalentes, las que tienen el mismo número (finito) de términos y los mismos objetos correlativos, se puede luego definir serie como sistema maximal (no ampliable sin dejar de cumplir la condición) cuyos ejemplares son secuencias tales que una de cada dos de ellas es equivalente a una constituyente inicial de la otra. Así, llamando secuencia de orden (secuencial) n (n=0,1,2…), o n-secuencia, a la que tiene n+1 términos, e identificando los conjuntos atómicos con las 0-secuencias, se puede postular que los sistemas totales de secuencias, de secuencias de un mismo orden (secuencial, finito) y de series de orden (lógico) no mayor que uno mismo (r), cuyos objetos son ejemplares de un mismo sistema, básico, tienen el orden de éste (s), los dos primeros, y el mayor de ambos (r, s), el tercero; también, que el ordenamiento natural de base infinita y la serie (de objetos no repetidos) determinada por él, en forma obvia, tienen el mismo orden lógico, y que el producto cartesiano de un sistema por otro tiene el orden mayor de ambos. Más aún: definiendo intervalo, de un sistema ordenado totalmente, como subsistema tal que todo ejemplar mayor que uno propio y menor que otro propio también es ejemplar propio, y llamándolo inicial//final sólo si no existen ejemplares menores//mayores que todos los propios, puede postularse que todo intervalo inicial//final, del sistema total de series digitales (de sistema básico finito), de orden lógico no mayor que uno mismo, ordenado al modo ordinario (obviamente compatible con los de otras logias), tiene este mismo orden (cualquiera que sea el propio de la serie extrema, mínima//máxima no menor//mayor que las propias). Definiendo producto (r-)serial de una serie de sistemas plurales (no vacíos ni atómicos) como sistema total de las series cuyos órdenes lógicos no son mayores que uno mismo (r), y cuyos sucesivos objetos son ejemplares de los correlativos sistemas de aquélla, se puede postular que (existe y) su orden es el mayor de aquel mismo (r) y el mínimo no menor que ninguno de éstos (cualquiera sea el de su serie), y que la proyección de un subsistema del producto sobre un sistema factor nunca tiene orden mayor que el del subsistema proyectado. Por fin, llamando convergente a una serie de series sólo si existe su serie límite, cuyos objetos son idénticos, cada uno, a los correlativos todos, salvo finitud, de ellas, se puede postular que el orden lógico de la tal serie límite no es mayor que el mínimo no menor que ninguno de los de las series convergente u objetos, y que todo sistema infinito de series de elementos de un mismo conjunto finito tiene una serie convergente de series no repetidas, de aquéllas, de orden lógico no mayor que el mínimo no menor que ninguno de aquél o aquéllas. (Nótese que, en sentido absoluto, el logue de serie, como los de orden lógico, de logia y de propiedad normal, es una entelequia.)

Veamos ahora que no son admisibles los razonamientos al uso con los que se pretende demostrar la existencia de conjuntos o sistemas no numerables, pues en todos ellos (por reducción al absurdo) juega un papel esencial el pretendido axioma conjuntista de comprensión, aquí rechazado por ser incompatible con la existencia de ciertos conjuntos, o conceptos, exigidos por la noción primaria (y vulgar):

– El conocido argumento con que se pretende demostrar que ningún conjunto es coordinable con su subjunton (total de subconjuntos) se vale del falso axioma al deducir, de la supuesta coordinación, la existencia contradictoria del conjunto de los elementos de aquél que no están coordinados con subconjuntos que los incluyen. En realidad, el tal conjunto no existe; pero no porque no sea posible (si conjunto infinito) la coordinación, sino porque la dicha propiedad definidora no es de orden 0, sino de otro mayor: sí existe tal sistema de ejemplares, pero es de ese orden mayor, no de 0. Un razonamiento análogo vale para cualquier sistema de orden mayor que 0.

– Otro tanto sucede con el otro argumento, también conocido, con que se pretende demostrar la imposibilidad de enumerar el sistema total de series de orden no mayor que uno cualquiera dado (el grado de la logia considerada) y de varios objetos dados (cuales pueden ser los dígitos decimales): en realidad, la serie obtenida sustituyendo los términos diagonales de las series (en su supuesto ordenamiento natural) por otros distintos tiene (como el sistema, de 3-secuencias, identificable a la aplicación, del cuadrado cartesiano del conjunto total de los números naturales en el conjunto de los dígitos, obviamente inducida por el ordenamiento natural de las series) orden superior al dado.

Así pues, quede claro que la determinación de los órdenes de las distintas infinidades de entes no es cuestión de tamaños o cardinales, sino de ciertas complejidades inherentes a ellas: el mismísimo sistema universal, el de todos los entes, resulta ser del orden 0, y tener ordenamientos propios (con él como base) del mismo orden, mientras que cualquier sistema infinito puede tener subsistemas, así como ordenamientos propios, de órdenes superiores al suyo. (Para órdenes naturales, se puede ver esto suponiendo coordinado el sistema inicial con el de sus subsistemas, considerando la propiedad (necesariamente de orden mayor) de ser ejemplar de aquél, mas no del subsistema apareado con él, y haciendo otro tanto con el sistema de ejemplares que no la poseen, repetidamente, hasta encontrar subsistemas complementarios (en el sistema inicial) del orden deseado, para conseguir, a partir de sendos ordenamientos naturales de éstos, intercalando correlativamente sus términos, un ordenamiento –puede postularse del mismo orden anterior– del sistema inicial.)

Por último, voy a tratar de contestar una pregunta que bien podría producir cierta inquietud: ¿Qué pasa con la noción de medida, si es que se puede cubrir la recta real con una sucesión de intervalos abiertos cuyas longitudes tienen suma límite arbitrariamente pequeña...?.

En efecto, se puede, sin contrariar la razón o el sentido común, pues las nociones de punto y de continuidad (subyacentes en la pregunta) no tienen carácter absoluto, sino sólo relativo a una logia, y la condición de ser sistema continuo de puntos resulta tanto más fuerte cuanto mayor es el grado de ella: la identificación de la recta con el sistema de los números reales, o 0-series decimales, supone que toda 0-serie convergente tenga límite real, mas no toda 1-serie convergente. Así, la admisión de nuevos puntos o series decimales de orden mayor (no identificables a números reales), algunos de los cuales –para obtenerlos, basta escoger las cifras sucesivas entre las correspondientes a intervalos de longitudes (potencias decimales) mayores que las sumas límite de sus subrecubrimientos– no caen dentro de ninguno de los intervalos del recubrimiento inicial, no altera las longitudes ni impide la existencia de recubrimientos del nuevo sistema.
(Dada la inexistencia del sistema total absoluto de series decimales (de todos los órdenes) –el logue de serie es una entelequia–, esto viene a decir que la noción de medida de intervalos poco tiene que ver con la de cantidad de puntos, o de suma límite de longitudes de intervalos de recubrimientos. Con todo, todavía no queda zanjado el asunto….)

(En realidad, la noción de medida en cuestión se refiere a la extensión espacial y no es aplicable a las cosas discretas (aentes, en T.E.), analizables en términos de sus componentes simples, no descomponibles en otras (cuales pueden ser los subconceptos atómicos (de un solo individuo), para actos cognitivos como los conceptos, o los elementos perceptivos o puntos luminosos, para actos sensitivos como los signos o imágenes), sino a las extensas (uentes, en T.E.), o sea, a los espacios (cosas extensas que no son partes de otras tales) y sitios (partes de espacio, extensas y divisibles sólo en partes extensas): lo que pasa es que ciertos conceptos de punto (muy intuitivos, pero menos primarios que los de aente y de uente, y a definir también en T.E.) permiten establecer una analogía cuasi perfecta entre los sitios y ciertos conjuntos especiales (en cierta topología natural, idénticos a los interiores de sus cierres, con frontera determinante de la partición del espacio en dos sitios complementarios) de individuos suyos (puntos), y usar una terminología común para expresar las relaciones análogas (de modo que sitios complementarios se correspondan con conjuntos especiales que sean interiores topológicos de conjuntos complementarios, nunca vacíos). Así, considerando (por simplificar y adaptarse al caso en cuestión) unidimensionalmente el espacio, o sea, como divisible tan sólo en (sitios compuestos de) segmentos, se puede definir punto como centro, o sea, clase (conjunto) total de segmentos centrados –supongo obviamente significativa la terminología usada– y contenidos uno de cada dos en el otro, e identificar (tratar como idénticos) cada sitio (uente) con el conjunto (aente) de puntos que son centros de segmentos que sean partes propias de él. Considerando también la conocida (y muy intuitiva) definición conjuntista de número real como cortadura del conjunto ordenado de los números racionales, resulta obvio que cada punto definido como centro determina una tal cortadura, y que cortaduras distintas tales son determinadas por puntos distintos. Mas sucede que la diferencia natural entre ambas concepciones de punto, como centro o como serie decimal, impide la analogía necesaria para identificarlos formalmente: aunque basta el orden lógico cero para establecer la mentada identificación formal entre sitios y sistemas (especiales) de puntos propios, la sumamente intuitiva noción –será tratada en T.E.– de segmento (y, en general, de sitio) de medida transfinitésima (respecto al propio espacio), menor que cualquiera de valor racional, no nulo, exige la existencia de puntos a distancias tales, imposibles de darse entre series decimales, cualesquiera sean sus órdenes.
Con todo, ya que la existencia del concepto de punto exige la propia del conjunto total absoluto de los puntos, así como su numerabilidad, de nuevo surge la pregunta: ¿Qué pasa, pues, con el recubrimiento (semejante al de la recta real) de un tal sistema (unidimensionalmente, identificable al espacio) por una serie de intervalos de longitud arbitrariamente pequeña, geométricamente decreciente, centrados en los puntos sucesivos del ordenamiento natural…?.)

(Desde luego, sucede que el nuevo recubrimiento también es posible, y ello no supone contradicción con los postulados aquí asumidos, explícita o implícitamente: confirma que la noción primaria de medida no es aplicable (a pesar de toda la literatura al respecto, asociada normalmente a la de ciertas formas de integración de funciones, del último siglo y medio) a los sistemas (compuestos de intervalos) de puntos, si no se ajusta al procedimiento intuitivamente propio de los sitios (cosas extensas), cuyo número de piezas, componentes o partes maximales no descomponibles –supongo intuídas las relaciones de contacto– en dos separadas (sin sendas partes propias que compongan una pieza, segmento, si unidimensional), es siempre finito –toda parte del espacio extenso debe poderse obtener partiendo sucesivamente en dos piezas éste, primero, y piezas ya obtenidas, después, hasta obtener todas las componentes de ella– y cuyo volumen (longitud) siempre es igual a la suma de los de ellas. Esto no quiere decir que cada sitio no tenga infinidad de partes disjuntas (sin partes comunes a dos de ellas), sino sólo que la operación binaria de unión, obviamente generalizable, tanto para sistemas como para sitios, a número finito cualquiera de factores, y, en el caso de sistemas, a infinidad de factores (pasando, si fuese necesario, a logia de grado superior), no se puede generalizar de modo natural a la de serie de piezas disjuntas, ya que puede suceder –un caso obvio es el del sistema total de puntos a distancia infinitésima de uno mismo, no determinante de sitio alguno por carecer de frontera– que no exista el sitio límite, que tenga a todas ellas como partes propias siendo a su vez parte de cualquier otro que también las tenga, y cuyo volumen (necesariamente existente, si lo es el sitio, por ser una propiedad esencial de los uentes) tenga por medida la suma límite de la serie de medidas de volúmenes de las piezas terminales. Con todo, nada impide que todo sitio pueda ser identificado como límite de una 0-serie de piezas disjuntas cuya suma límite de volúmenes propios –puede tomarse como unidad el volumen del espacio– tiene un valor cualquiera, no nulo, ni mayor (por no serlo la suma de ningún intervalo inicial) que el del volumen del sitio: la existencia de una tal serie es una mera consecuencia de la (imperfecta) analogía entre sitios y sistemas de los puntos (centros) propios.)

(De nuevo, surge la pregunta: ¿Qué pasa con la serie decimal cuya cifra del n-ésimo término corresponde a un segmento (de los diez iguales en que se divide el precedente) cuya suma límite de medidas de segmentos terminales (de la supuesta serie recubridora, de suma límite arbitrariamente pequeña, del segmento unidad) centrados en puntos propios es menor que la longitud propia…?.
La contestación es repetitiva: todo punto (centro) se corresponde –todos los puntos a distancias infinitésimas son cubiertos por los mismos intervalos– con una 0-serie decimal, y la tal serie obtenida no es de orden cero, sino de otro necesariamente mayor. No hay contradicción.)

Sobre cómo determinar los órdenes de las propiedades, ya se ha establecido el orden cero para aquéllas cuyos ejemplares propios son, justamente, los individuos de sendos mismos conceptos, y los otros órdenes deben serlo procurando el menor de los posibles lógicamente. Así, puede decirse que sólo los sistemas de orden cero, o conjuntos, tienen estricto valor conceptual o cognitivo, mientras que los de los otros órdenes sólo lo tienen racional o lógico. De hecho, la nueva teoría surge del reconocimiento de la existencia de conceptos evidentes, como el de ente, que las teorías oficiales no pueden admitir como conjuntos (por lo cual, a mi juicio, pierden todo interés auténtico).
Desde luego, todas las nociones matemáticas ordinarias son conceptos. En particular, los sistemas totales de números convencionales: naturales, enteros, racionales, algebraicos, reales…, así como las series digitales identificadas a éstos, son de orden lógico 0, o conjuntos. También son de orden 0 los sistemas totales de productos de aplicaciones u operaciones matemáticas usuales (conjuntistas, aritméticas, algebraicas, analíticas…) sobre, o entre, sistemas de orden 0. En general, puede postularse que el subsistema, del producto cartesiano de los sistemas original, o factores, e imagen, normalmente identificado con una tal aplicación u operación usual nunca es de orden lógico superior al de un sistema original o factor (de modo que, por ejemplo, podría admitirse como axioma que todo sistema de conjuntos finitos de sistemas tiene otro sistema cuyos elementos son los intersectos de (todos los sistemas que son elementos de uno mismo de) estos conjuntos finitos, y cuyo orden lógico no es mayor que el propio del sistema aquel).

NOCIONES PRIMITIVAS:

Ente: EL YO o Cosa: Sólo los entes existen. El Yo es único en esencia. Toda cosa tiene infinidad de copias, esencialmente iguales.

La Nada: Noente: Sólo La Nada no existe: Ningún noente existe.

Hecho: Acto o Acción: Las acciones están constituídas por actos consecutivos en el devenir (que devienen consecutivamente).

Logue: Acto Cognitivo: Los logues representan a sus individuos. Por intuición de un logue se conoce a sus individuos.

Entema: Logue primario, no relativo a otros logues, representante de todas las copias de cada individuo propio.

Relato: Entidad o Reflexo: Logue relativo a otros logues (sus argumentos).

Entidad: Relato no relativo a sí mismo.

Concepto: Entema o Entidad: Todos las copias del mismo concepto representan los mismos individuos.

Reflexo: Logue relativo a sí mismo. Puede suceder que copias de un mismo reflexo no tengan los mismos individuos.

Equivalencia Lógica: Concepto cuyos individuos son (todos) los logues, equivalentes lógicos, con los mismos individuos propios.

Equivalencia Conceptual: Concepto cuyos individuos son los conceptos, equivalentes conceptuales, con los mismos individuos propios.

Equivalencia Reflexiva: Concepto cuyos individuos son los reflexos, equivalentes reflexivos, sin copia no equiv. lógica a una de cada otro.

Reducción: Relación entre reflexos tales que las copias del uno, reductor, son equivalentes lógicas de sendas copias del otro, reducido.

Conjunto: Concepto determinado (de la forma que sea) entre todos los equivalentes (cuyos individuos son sus elementos).

Cardinal: Conjunto cuyos elementos son todos los conjuntos coordinables, cada dos, entre sí.

Propiedad: Las propiedades tienen como ejemplares los entes designados por los nombres o expresiones nominales con sentido ordinario.

Sistema: Propiedad bien determinada (en forma a definir) entre todas las que tienen los mismos ejemplares.

Ordenamiento: Sistema cuyos ejemplares son conjuntos cuyos elementos son ejemplares de un mismo sistema, base, tales que uno de cada dos contiene al otro.

Ordenamiento Total: Ordenamiento que induce (en la forma obvia) una relación de orden total en la base.

Ordenamiento Natural: Ordenamiento total (de una base cualquiera) cuyos conjuntos ejemplares son finitos.

Buen Ordenamiento: Ordenamiento tal que todo subsistema de las base tiene un primer elemento (por el orden inducido).

Ordinal: Conjunto cuyos elementos son todos los buenos ordenamientos bien coordinados (respetando el orden) entre sí.

Intervalo: Subsistema tal, del sistema base de un ordenamiento total, que todo ejemplar mayor que uno propio y menor que otro propio también es ejemplar propio. Son llamados iniciales//finales sólo si no existen ejemplares menores//mayores que todos los propios.

Secuentia: Concepto de individuo único, atómico, o acción constituída por tales conceptos, términos (cuyos individuos son los objetos).

Secuencia: Secuentia bien determinada entre las equivalentes (con el mismo número de términos y los mismos objetos correlativos).

n-Secuencia: Secuencia con n+1 términos.

Producto Cartesiano de una Secuencia de Sistemas: Sistema cuyos ejemplares son las secuencias cuyo número de términos es el de aquélla, y cuyos objetos son correlativamente idénticos a sendos ejemplares de éstos.

Nota: Por considerarse primitivas las nociones anteriores, más que definidas por las expresiones que siguen, deben ser ellas las que sirvan para interpretar correctamente éstas.

NOCIONES DEFINIDAS (La variable n toma, aquí, valores naturales; r, valores ordinales; i, valores ordinales iniciales):

0-Reflexo: Reflexo de Orden 0: Reflexo que tiene conceptos, 0-reflexividades, o reflexividades de orden 0, cuyos individuos son sendos conceptos equivalentes lógicos a sus copias, sin excluir ninguna.

(n+1)-Reflexo: Reflexo de Orden n+1: Reflexo, no de orden menor, con conceptos, (n+1)-reflexividades, o reflexividades de orden n+1, cuyos individuos son sendas reflexividades de los n-reflexos (todos) que lo reducen.

(i+n)-Reflexo: Reflexo de Orden i+n: Reflexo, no de orden menor, con conceptos, (i+n)-reflexividades, o reflexividades de orden i+n, cuyos individuos son reflexividades de los n-reflexos (todos) cuyas copias son equivalentes lógicos de reflexividades de los reflexos, de orden menor que i, que lo reducen.

Reflexo Ordinario//Entelequia: Reflexo con//sin orden reflexivo propio.

Reflexo Propio//Impropio: Reflexo sin//con un ordinario, de orden menor (si no entelequia), con los mismos individuos de copias suyas (entre todas).

Clase: 0-Clase: Clase de Orden 0: Conjunto, cuyos elementos son los 0-ejemplares de la clase.

(n+1)-Clase: Clase de Orden n+1: n-Clase cuyos n-ejemplares son los conjuntos atómicos de sus (n+1)-ejemplares.

Clases Seudoequivalentes: Clases de sendos órdenes distintos y con los mismos ejemplares de tales sendos órdenes.

n-Clase Propia: n-Clase sin seudoequivalentes de orden menor al suyo.

Rango de una Clase: Máximo de sus órdenes propios.

0-Sistema: Sistema de Orden 0: Conjunto (0-clase), cuyos elementos son los ejemplares del 0-sistema (0-ejemplares de la 0-clase)

n-Sistema: Sistema de Orden n: Concepto, no idéntico a sistema de orden menor, bien determinado entre todos los equivalentes a una misma n-clase propia, y cuyos ejemplares son los n-ejemplares de ésta.

(i+n)-Sistema: Sistema de Orden i+n: Concepto, no idéntico a sistema de orden menor, que es equivalente conceptual a un n-sistema cuyos ejemplares son sistemas de orden menor que i, y está bien determinado entre todos los tales que tienen los mismos entes como ejemplares propios de éstos (entre todos), los ejemplares del (i+n)-sistema.

r-Logia: Logia (Graduada) de Grado r: Sistema (conjunto) total de sistemas, r-lógicos, de orden igual o menor que r.

Logia Absoluta: Sistema (conjunto) absolutamente total de sistemas.

Sistema r-Lógico: Sistema incluído en la logia de grado r (de orden lógico no mayor que r).

r-Ordenamiento: Ordenamiento de Orden r: Ordenamiento que es sistema de orden r.

(r-)Serie: (r-)Sistema maximal de secuencias tales que, de cada dos de ellas, una es equivalente a una constituyente inicial de la otra. Sus términos y objetos son los propios de sus secuencias ejemplares.

Serie Convergente de Series: Serie cuyos objetos son series tales que existe su serie límite, cuyos objetos son idénticos, cada uno, a todos, salvo finitud, los correlativos de ellas.

Producto r-Serial de una Serie de Sistemas: Sistema total de las series, de orden lógico no mayor que r, cuyos objetos consecutivos son ejemplares de los sistemas correlativos que son objetos de aquélla.

Nota: Sólo se incluyen las definiciones consideradas novedosas. Las omitidas se suponen conocidas, por convencionales.

AXIOMAS MENTADOS) SOBRE CONJUNTOS:

A.00: Todo concepto tiene un conjunto cuyos elementos son (todos) los entes (individuos) representados por él.

A.01: Uno (al menos) de cada dos conjuntos tiene como elemento algún ente que no es elemento del otro.

A.02: Cada dos entes tienen un conjunto del cual sólo ellos son elementos.

A.03: Cada dos conjuntos tienen otro, su intersecto, cuyos elementos son los entes que son elementos comunes de ambos.

A.04: Todo conjunto tiene otro, su complementario, cuyos elementos son los entes que no son elementos de aquél.

A.05: Todo conjunto cuyos elementos son conjuntos tiene otro cuyos elementos son los conjuntos complementarios de éstos.

A.06: Todo conjunto tiene un conjunto subjunton, cuyos elementos son los conjuntos, subconjuntos, contenidos en aquél.

A.07: Todo conjunto tiene un conjunto cardinal, cuyos elementos son los conjuntos coordinables con aquél.

A.08: Existe un conjunto cuyos elementos son los cardinales de conjuntos.

A.09: Cada dos conjuntos de conjuntos tienen otro tal cuyos elementos son los intersectos de sendos dos (de los) de aquéllos.

A.10: Todo conjunto infinito tiene ordenamientos naturales que son conjuntos (de orden 0) y lo tienen como base.

A.11: Uno de cada dos buenos ordenamientos está bien coordinado (de modo compatible) con un intervalo inicial del otro.

A.12: Todo buen ordenamiento tiene un conjunto ordinal, cuyos elementos son los buenos ordenamientos bien coordinados con aquél.

A.13: Toda clase tiene un rango, u orden máximo propio, finito (identificable a un número natural).

AXIOMAS (MENTADOS) SOBRE SISTEMAS:

A'.00: Toda propiedad tiene un sistema cuyos ejemplares son los entes que la poseen.

A'.01: Uno (al menos) de cada dos sistemas tiene como ejemplar algún ente que no es ejemplar del otro.

A'.02: El sistema cuyos ejemplares son (todos) los sistemas (existe y) es de orden lógico 0 (conjunto).

A'.03: Todo sistema cuyos ejemplares son sistemas tiene otro, de su mismo orden, cuyos ejemplares son los complementarios de éstos.

A'.04: El sistema total de subsistemas de un mismo orden lógico, no mayor que el del continente, tiene el orden de éste, o el precedente, según respectivamente sea sí, o no, inicial.

A'.05: El sistema total de subsistemas de órdenes menores que uno mismo, mayor que el del sistema continente, es de orden 0.

A'.06: El sistema total de sistemas, de un mismo orden lógico, que no son ejemplares de sí mismos es del orden siguiente.

A'.07: La intersección de sistemas de órdenes menores que uno cualquiera produce un sistema cuyo orden no es mayor que la suma de éste y el propio del sistema de aquéllos.

A'.08: La unión de sistemas disjuntos y de órdenes distintos, no mayores que uno mismo, cualesquiera, produce un sistema cuyo orden es la suma del propio del sistema total de ellos y el mínimo de los no menores que los de ellos.

A'.09: El sistema total de órdenes lógicos menores que uno mismo, cualquiera, es de orden 0.

A'.10: El sistema total de secuencias, de orden (secuencial) mayor que uno mismo, de objetos ejemplares de un mismo sistema tiene el orden lógico de éste.

A'.11: El ordenamiento natural de base infinita y la serie de sus sucesivos elementos (objetos no repetidos) tienen el mismo orden lógico.

A'.12: El sistema total de series, de orden lógico no mayor que uno mismo, de ejemplares de un mismo sistema básico, de orden lógico cualquiera, tiene el orden mayor de ambos.

A'.13: Todo intervalo inicial (o final) del sistema total de series digitales (de sistema básico de dígitos, finito) de orden lógico no mayor que uno mismo, ordenado en la forma ordinaria, tiene este mismo orden lógico (cualquiera sea el de la serie extrema).

A'.14: El sistema producto cartesiano de un par de sistemas tiene el orden lógico mayor de ambos.

A'.15: El sistema producto r-serial de una serie de sistemas tiene el orden lógico mayor de r y el mínimo no menor que ninguno de éstos (cualquiera sea el propio de la serie de sistemas).

A'.16: La proyección de un subsistema del producto serial, sobre un factor, nunca tiene orden lógico mayor que el propio del subsistema.

A'.17El orden lógico de la serie límite de una serie convergente de series no es mayor que el mínimo no menor que ninguno de ellas.

A'.18: Todo sistema infinito de series de elementos de un mismo conjunto finito tiene una serie convergente de series no repetidas, de éstas, de orden lógico no mayor que el mínimo no menor que ninguno de él o ellas.

A'.19: Todo sistema de conjuntos finitos de sistemas tiene otro sistema cuyos elementos son los intersectos de (todos los sistemas que son elementos de uno mismo de) estos conjuntos finitos, y cuyo orden lógico no es mayor que el propio de aquel sistema.

Nota: Con la noción aquí supuesta de concepto, todos los asertos de la primera lista resultan de los axiomas A.00 y A.01, definidores de la de conjunto. También, con la noción de propiedad y demás definiciones pertinentes añadidas, los de la segunda lista.

TEOREMAS:

- Existen los conjuntos vacío (contenido en cualquier otro) y universal (conteniendo a cualquier otro).
- Todo conjunto tiene otro cuyos elementos son (todos) los conjuntos que lo contienen.
- Todo ente tiene un conjunto que lo tiene como único elemento.
- Todo conjunto finito de conjuntos tiene otro cuyos elementos son los comunes de todos ellos.
- Todo conjunto finito de conjuntos tiene otro cuyos elementos son los propios de (al menos, uno de) ellos.
- Todo conjunto tiene otro cuyos elementos son los conjuntos atómicos de los elementos de aquél.
- Todo conjunto de conjuntos tiene otro tal cuyos elementos son los conjuntos atómicos de elementos de aquéllos.
- Existen cuantos conjuntos se quieran, de cuantos elementos se quieran.
- El conjunto de los cardinales de conjuntos finitos (no coordinables con subconjuntos no idénticos a ellos) no es finito.
- Todos los conjuntos infinitos (coordinables con subconjuntos no idénticos a ellos) tienen un mismo cardinal.
- Existen clases propias de cualquier rango (finito).
- Toda clase propia por orden distinto a 0 es propia también por cada uno de sus otros órdenes (iguales o menores que su rango).
- Todo sistema finito (coordinable con un conjunto finito) es de orden 0 (conjunto).
- Cada dos sistemas complementarios absolutos son del mismo orden lógico.
- El complementario, relativo al sistema continente, de un subsistema de orden lógico menor tiene el orden propio del continente.
- Ambos subsistemas complementarios, relativos al sistema continente común, tienen el mismo orden, si mayor que el de éste.
- Cada dos sistemas de subsistemas correlativamente complementarios, relativos a un continente común, tienen un mismo orden lógico.
- La unión de sistemas de órdenes menores que uno mismo produce otro de orden no mayor que la suma de este mismo y el propio del sistema de aquéllos.
- Todo conjunto (0-sistema) de conjuntos tiene como producto de su unión un sistema de orden 0 (conjunto) o 1.
- Todo sistema de órdenes lógicos tiene infinidad de otros sistemas tales, de cualquier orden lógico, que lo contienen.
- Todo sistema de sistemas normales (de cualesquiera órdenes lógicos) tiene (infinidad de) otros tales que lo contienen.
- El sistema total de secuencias, del mismo orden (secuencial), de (objetos) ejemplares de un mismo sistema tiene el orden lógico de éste.
- Todo sistema de series (de cualesquiera órdenes lógicos) de ejemplares de un mismo sistema plural (no vacío ni atómico) tiene infinidad de otros sistemas tales que lo contienen: No existe el sistema absolutamente total de tales series.
- El orden lógico de un intervalo del sistema total de series digitales (de un mismo sistema básico de dígitos) es igual al grado de la logia considerada para ellas (cualesquiera sean los órdenes propios de las series extremas).
- El sistema total de series digitales (de un mismo sistema de numeración) es completo por la métrica ordinaria: toda sucesión convergente (cuyas diferencias entre términos, salvo un número finito de ellos, tienen valores absolutos menores que cada número real positivo) cuya serie límite no sea propia del sistema tiene que ser, necesariamente, de orden lógico mayor que el grado de la logia propia de aquéllas.
- Con las definiciones convencionales al respecto, ni la recta real (de puntos identificados a 0-series decimales), ni ningún otro espacio métrico, son conjuntos conexos, sino totalmente desconexos. (Para ajustarse a la noción vulgar, se puede, primeramente, identificar intervalo y subconjunto conexo de la recta, y definir, después, subconjunto conexo de espacio métrico como subconjunto no divisible en dos partes sin sendas otras propias (no vacías), homeomorfas a intervalos, que compongan un subconjunto también homeomorfo: Con esta definición, sí resultaría conexo todo espacio métrico cuyos puntos puedan unirse con intervalos lineales de puntos propios.)
- La recta real, por la topología métrica ordinaria, no es conjunto compacto, ni localmente compacto, en el sentido de poderse extraer un recubrimiento finito de cualquier suyo por abiertos, o su equivalente, de tener intersecto no vacío cualquier conjunto de cerrados no vacíos, tales que uno de cada dos contenga al otro. (Para verlo, considérese la existencia de recubrimientos por intervalos con puntos propios, identificados a 0-series decimales, mayores, algunos, y menores, algunos otros, que una misma 1-serie.) En cambio, sí que es localmente compacto, en el sentido de tener todo subconjunto infinito de puntos en un mismo intervalo con extremos un punto de acumulación en éste (ya que existe una 0-serie convergente de puntos no repetidos del subconjunto infinito, con punto límite en el intervalo).
- Ningún sistema de conjuntos finitos de sistemas tiene orden lógico menor que el sistema total de productos de la unión de los sistemas (elementos) de unos mismos de tales conjuntos.

Nota: La demostración de todos estos teoremas debe resultar obvia (si se respeta el orden de presentación).

* * * * *

Pido comprensión por los posibles fallos en los que haya podido inadvertidamente incurrir –trabajo solo y mi capacidad deja mucho que desear– en el presente texto: trataré de subsanarlos según los vaya descubriendo, seguro de que ello no disminuirá la valoración de los aciertos, cuya trascendencia –creo– bien lo hace ya merecedor de ser dado a conocer.