Moto:"Azi facem matematica ce va fi folosită mâine şi mai ales poimâine**,** că dacă n-am face-o azi, poimâine ar trebui s-o importăm"
Grigore C. Moisil

DEFINIREA FSM-CE HIPOELEMENTERE DE VARIABILĂ EXCENTRICĂ θ ŞI CENTRICĂ α

3.1 GENERALITĂŢI

Prezentarea ar trebui să înceapă cu funcţiile **beta excentrice**, deoarece ele vor fi utilizate în continuare şi la definirea şi prezentarea următoarelor **FSM-CE,** care sunt funcţiile **amplitudine excentrică**, funcţii asemănătoare din multe puncte de vedere cu funcţiile eliptice **Jacobi** amplitudine sau amplitudinus **am(u,k).**

Dar va începe cu fucţia "rege" **radial excentric rexθ** şi **Rexα.**

Aşa cum **FCC** cos şi sin, **induse** prin argumentul→funcţia eliptică **Jacobi am(u,k),** defineşte funcţiile cosinus şi sinus eliptice, adică cos[**am(u,k)**] = cn(u,k) şi sin[**am(u,k)**] = sn(u,k), tot aşa **FCC** cos şi sin definesc **FSM-CE** cosinus şi sinus excentrice, adică **cos**[**aex(θ, S)]** = **cexθ**, **sin**[**aex(θ, S)**] = sexθ şi, în plus, tan[**aex(θ, S)**] ≡ tg[**aex(θ, S)**] = **texθ**, cot[**aex(θ, S)**] ≡ ctg[**aex(θ, S)**] = **ctexθ** şi la fel pentru secanta, cosecantă şi altele ca funcţii de variabila **excentrică θ**. Ca **FSM-CE** de variabila centrică α, în **SM** apar şi funcţiile Cexα = cos[**Aex(**α**, S)**], Sexα = sin[**Aex(**α**, S)**], Texα = Tan[**Aex(**α**, S)**], ş.a.

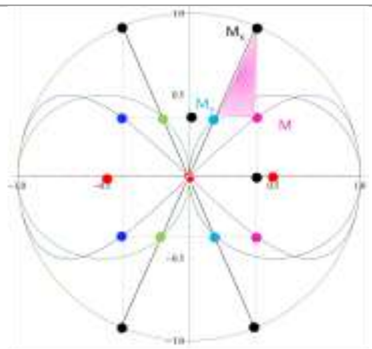
Deoarece **geometria** operează cu drepte, iar **trigonometria centrică** cu semidrepte, la indemnul prof. Dr. math. **Horst Klep**, pentru evitarea neajunsurilor care apar din această cauză, în **ME** cercul unitate a fost intersectat cu o dreaptă şi nu cu o semidreapta ca în **MC**, astfel că au fost redefinite câte două determinări pentru fiecare **FSM-CE** în parte: una peincipală, notată cu indice 1, sau fără indice când nu pot să apară confuzii şi determinarea secundară de indice 2, care întotdeauna trebuie marcată.

Uneori ele vor fi scrise concentrat astfel: $aex_{1,2}\theta$, $Aex\alpha_{1,2}$, $bex_{1,2}\theta$, $Bex\alpha_{1,2}$, $cex_{1,2}\theta$, $Cex\alpha_{1,2}$, $dex_{1,2}\theta$, $Dex\alpha_{1,2}$, $rex_{1,2}\theta$, $Rex\alpha_{1,2}$, $sex_{1,2}\theta$, $Sex\alpha_{1,2}$, $tex_{1,2}\theta$, $Tex\alpha_{1,2}$, ş.a.m.d.

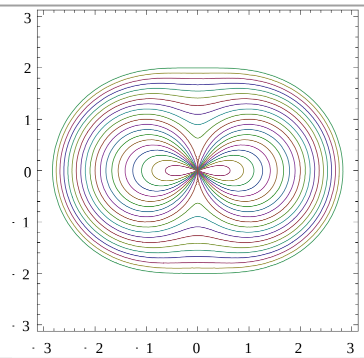
3.2 FSM-CE RADIAL EXCENTRIC rexθ şi Rexα

Şi **FSM-CE** radial excentrice **$rex_{1,2}\theta$**, definite iniţial cu dimensiunea lungimii [L], deoarece reprezentau distanţa de la excentrul **S** la punctele $W_{1,2}$ în coordonate polare, sau de variabila excentrica **θ**, au fost redefinite ca mărimi adimensionale, prin normarea lor, la sugestia Prof. dr. ing. **Dan Perju**.

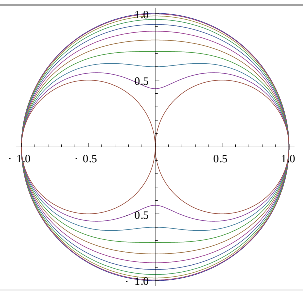
Lemniscate centrice

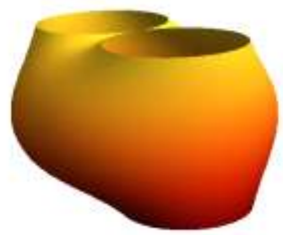


Lemniscata **Gérono** ca excentrică eliptică

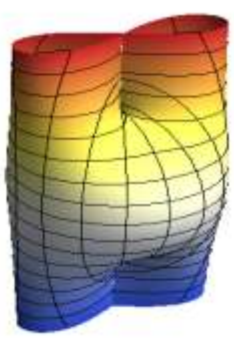


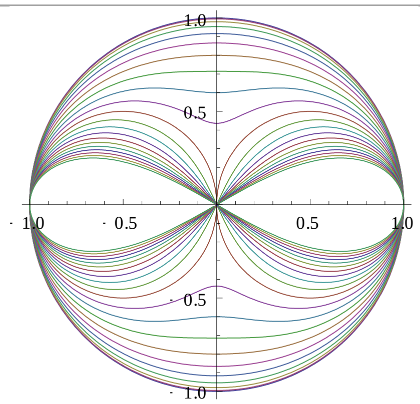
Lemniscatele lui **Booth** centrice: $(x^2+y^2)^2 + 4\,y^2 = 0{,}4\,s\,(x^2+y^2)$, $s\in [0, 2]$, $\varepsilon = 0$





Lemniscatele lui **Booth** excentrice:
m, m' = n, n' = 1, S(s∈ [–1, 1], ε = 0), θ ∈ [0, 2π]

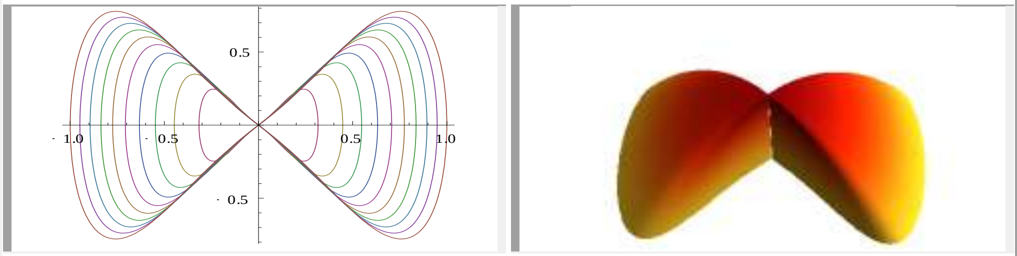




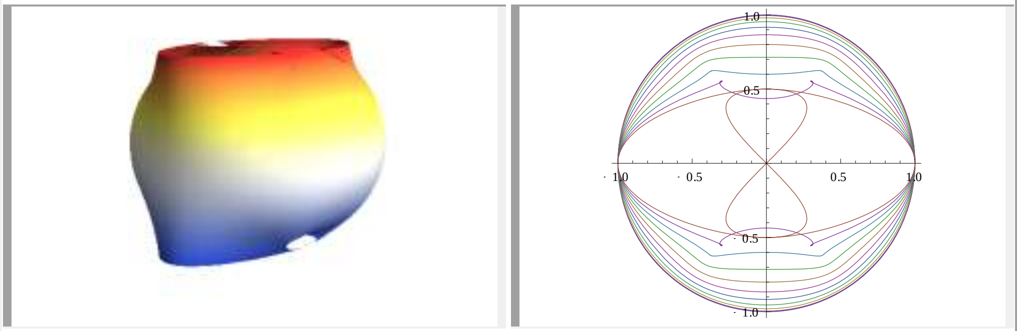
m, m' = n, n' = 1 , S(s∈ [–2, 2], ε = 0), θ ∈ [0, 2π]

Fig. **3.26,a_0** Comparaţie între lemniscatele lui **Booth** centrice şi excentrice

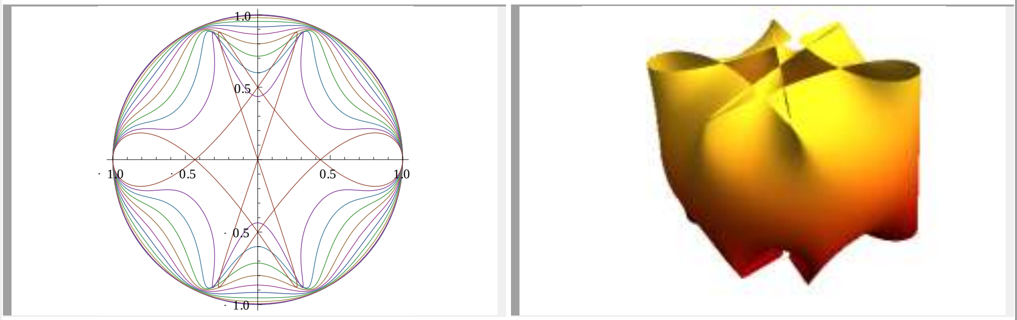
Dacă excentricitatea numerică este subunitară, adică **s < 1**, apar numai două determinări, câte una pentru fiecare semidreaptă d^+ şi d^-. **FSM-CE** $rex_1\theta$, rezultând orientată în sensul pozitiv pe semidreapta d^+ va fi pozitivă, adică $rex_1\theta > 0$, în timp ce, a doua determinare $rex_2\theta$, fiind orientată în sensul pozitiv pe semiaxa negativă, va fi negativă, adică $rex_2\theta < 0$. Evident că $rex_2\theta = -\,rex_1(\theta \pm \pi)$.



m = m' = 2, n = 1, n' = 3, S(s∈ [-1, 1], ε = 0), θ ∈ [0, 2π]



m = 2; n, n' = m' = 1, S(s∈ [-1, 1], ε = 0), θ ∈ [0, 2π]



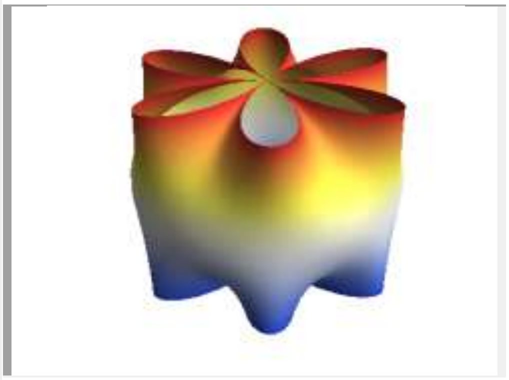
m = 2, m' = 3, n = n'=1 S(s∈ [-1, 1], ε = 0), θ ∈ [0, 2π]

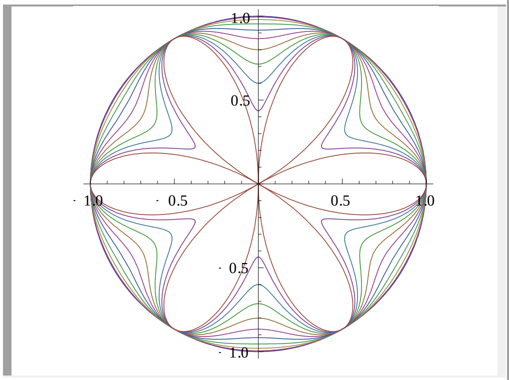
Fig. **3.26,a₁** Curbele lui **Cassini** excentrice reprezentate prin diferenţa **FSM-CE** $rex_1\theta$ şi $rex_2\theta$

Dacă excentricitatea numerică este supraunitară (**s > 1**) apar patru determinări: câte două din intersecţia cercului unitate **CU**(O,1) cu fiecare semidreaptă. Cele rezultate din intersecţia semidreptei pozitive cu **CU**, notate cu indicii 1 şi 2, vor fi ambele pozitive, adică **rex$_{1,2}$(θ, s > 1) > 0**, iar cele rezultate din intersecţia cu semiaxa negativă, notate cu indicii 3 şi 4, vor fi ambele negative, adică **rex$_{3,4}$(θ, s > 1) < 0**.

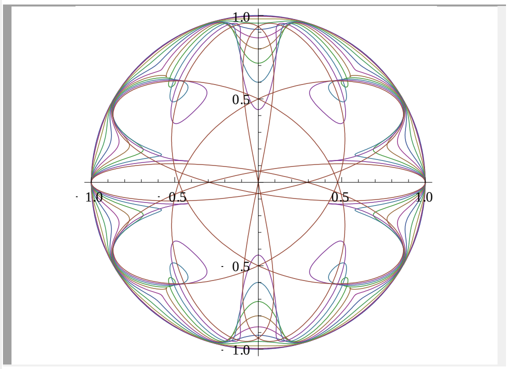
Rezultă că **FSM – CE** de indice 3 şi 4 diferă faţa de cele de indice 1 şi 2 doar prin semn. De aceea, lor **nu** li se va acorda atenţie în cele ce urmează.

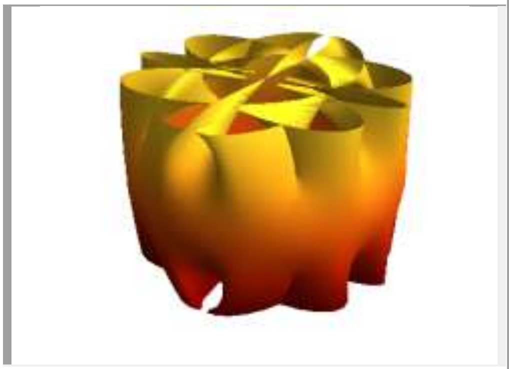
Un sprijin substanţial, pentru redefinirea **FSM-CE** a fost primit şi din partea regretatului Prof. math. **Anton Hadnady** care a denumit totalitatea entităţilor matematice 2D, noi apărute, odată cu apariţia **ME** şi, implicit a supermatematicii (**SM**), ca fiind **excentrice** (circulare, eliptice, parabolice, hiperbolice, ş.a.m.d.).





$m = m' = 3$, $n = n' = 1$, $S(s \in [-1, 1], \varepsilon = 0)$, $\theta \in [0, 2\pi]$

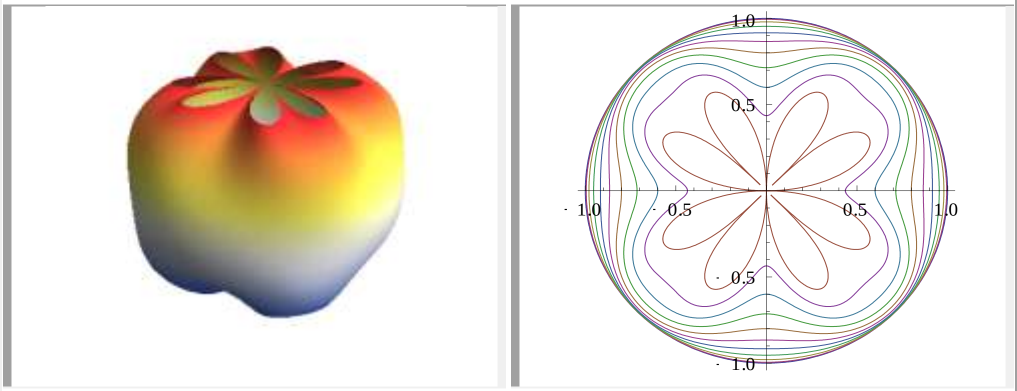




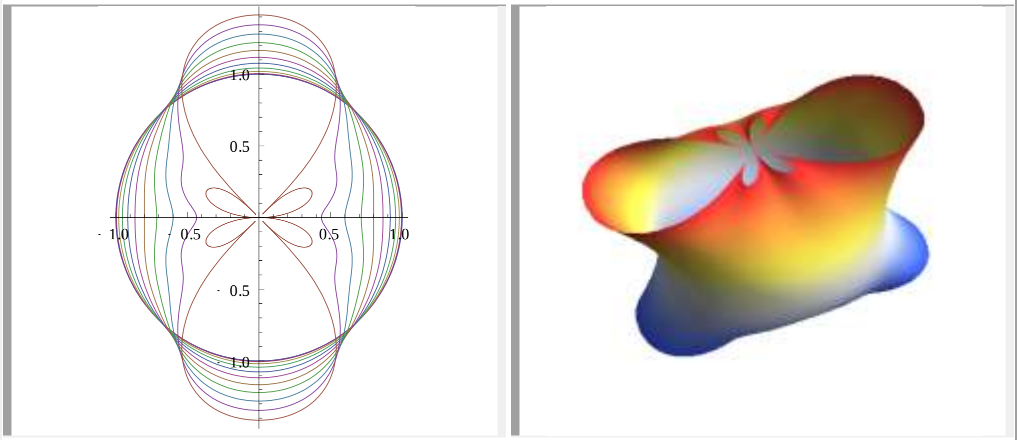
$m = 6$, $m' = 5$ $n = n' = 1$, $S(s \in [-1, 1], \varepsilon = 0)$, $\theta \in [0, 2\pi]$

Fig. **3.26,a$_2$** Excentrice în 2D şi rexoizi (excentroizi) în 3D reprezentate prin diferenţa **FSM-CE** rex$_1$θ şi rex$_2$θ

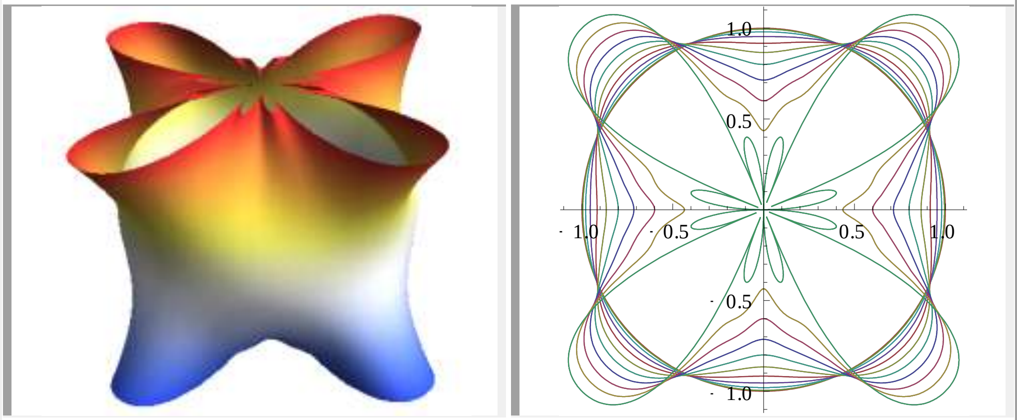
Definiţii mai riguroase, d.p.d.v. matematic, dacât cele ale unui inginer, au fost date de Prof. dr. math. **Emilia Petrişor**, cea care a introdus în ştiinţă şi în tehnică **haosul excentric**, prin înlocuirea **FCC** cosα şi sinα, din teoria **haosului centric** **[24],** cu **FSM-CE** cexθ şi sexθ, renotate de autoare prin ceccθ şi seccθ, pentru a fi aduse de acord cu scrierea excentricităţii din limba engleză: eccentricity.



$s_1 = s^2.\cos 2\theta$, $s_2 = s^2 \sin^2 2\theta$, $s \in [-1, 1]$, $\varepsilon = 0$, $\theta \in [0, 2\pi]$

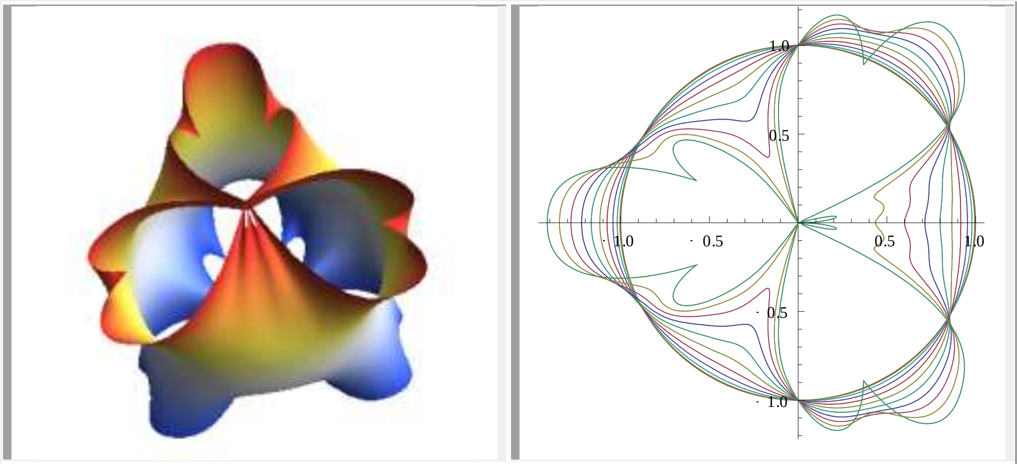


$s_1 = s^2$, $s_2 = s^2 \sin^2 2\theta$, $s \in [-1, 1]$, $\varepsilon = 0$, $\theta \in [0, 2\pi]$



$s_1 = s^2$, $s_2 = s^2 \sin^2 4\theta$, $s \in [-1, 1]$, $\varepsilon = 0$, $\theta \in [0, 2\pi]$

Fig. 3.**26,a$_3$** Excentrice în 2D şi rexoizi (excentroizi) în 3D de excentricitate numerică variabilă şi diferită în termenii relaţiei lui rexθ



$s_1 = s^2$, $s_2 = s^2 \sin^2 2\theta$, $s \in [-1, 1]$, $\varepsilon = 0$, $\theta \in [0, 2\pi]$

Fig. **3.26,a₃** Excentrice în 2D şi rexoizi (excentroizi) în 3D de excentricitate numerică variabilă şi diferită în termenii relaţiei lui rexθ

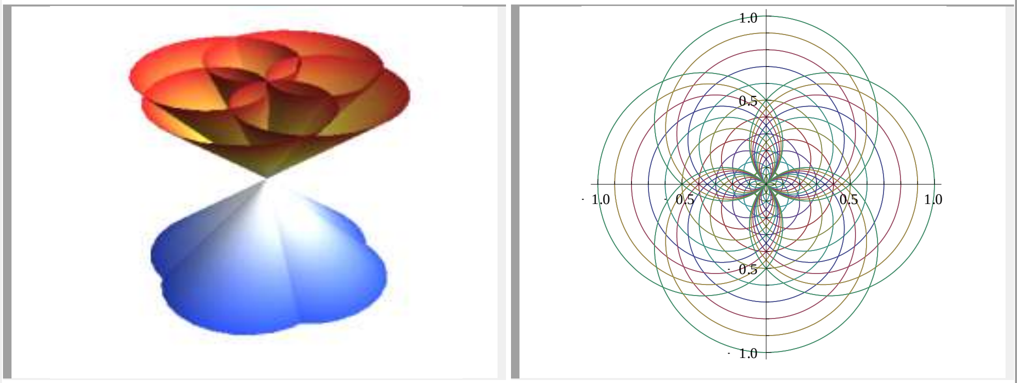
Regretatul Prof. dr. math. **Octav Em. Gheorghiu** a fost un vajnic, competent şi entuziast susţinător al noilor complemente de matematică, reunite sub denumirea de **SM** şi este cel care a constatat că toate curbele matematice centrice pot fi descrise de o singură **FSM–CE**, şi anume, de funcţia radial excentric de variabilă excentrică θ, rexθ, pe care a numit-o "o adevărată funcţie rege", deoarece ea exprimă/descrie distanţa, în plan, dintre două puncte, în coordonate polare.

O contribuţie de semă la dezvoltarea şi diseminarea noilor cunoştinţe din domeniul **FSM** o are reputatul matematician american de origine română Prof. Dr. math. **Florentin Smarandache**, şeful Departamentului de Matematică de la Universitatea New Mexico, care a aplicat aceste funcţii la integrarea imediată a integralelor de tip Poisson [39] şi a publicat unele aplicaţii artistice realizate cu **FSM** [21]. Fără sprijinul lui, **SM** ca şi **X**, **Y**, **Z** rămâneau nişte necunoscute.

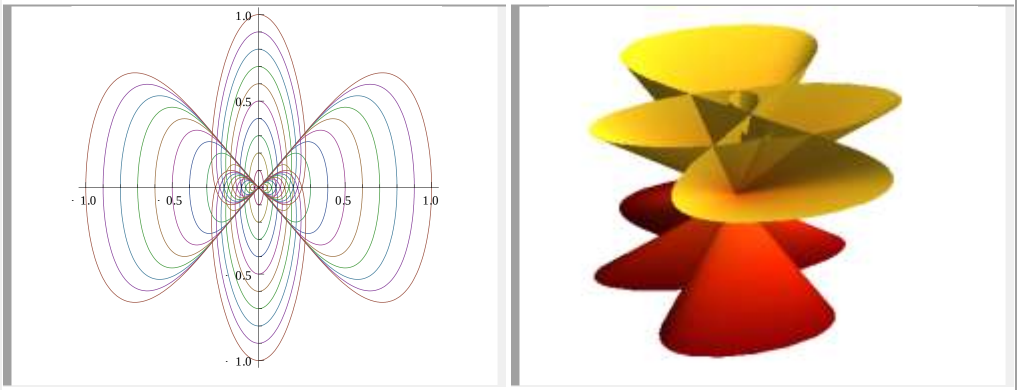
Câteva exemple de aplicaţii ale funcţiei rege (rex) sunt prezentate în figurile **3.26,** în 2D şi în 3D, alese în funcţie de aspectul lor artistic. Astfel, în figura **3.26,a$_0$** sunt prezentate lemniscatele centrice **Gérono** şi **Booth.** Lemniscata **Gérono** reprezintă proiecţia pe un plan diametral a curbei lui **Viviani**, rezultate din intersecţia unei sfere de rază R, cu un cilindru de rază R/2, având o generatoare a cilindrului ce trece prin centrul sferei O(0, 0).

Lemniscata **Gérono** de ecuaţie carteziană

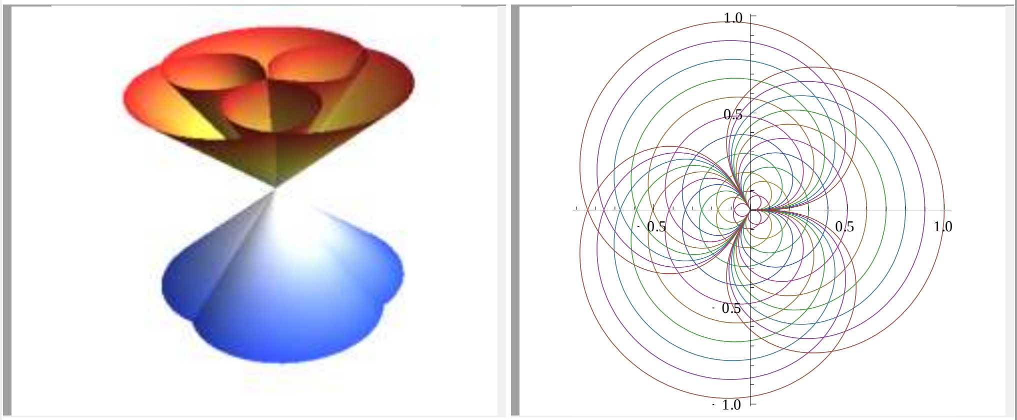
$x^4 = a^2(x^2 - y^2)$ şi polară $\rho = a\sqrt{\frac{\cos 2\theta}{\cos^4\theta}}$ are ecuaţiile parametrice



m = m' = 2, n = n' = 3, S(s∈ [-1, 1], ε = 0), θ ∈ [0, 2π]



m = 1, n = m'= 2, n'=3; S(s∈ [-1, 1], ε = 0), θ ∈ [0, 2π]



m = m'= 3, n = n'= 3; S(s∈ [-1, 1], ε = 0), θ ∈ [0, 2π]

Fig. **3.26,b$_1$** Excentrice în 2D şi excentroizi în 3D
reprezentate prin semi**suma FSM-CE** rex$_1$θ şi rex$_2$θ

$\begin{cases} x = a\,sint \\ y = a\,sint.cost \end{cases}$ şi, aşa cum s-a arătat în [23], poate fi reprezentată ca o excentrică eliptică de ecuaţii parametrice

$$\begin{cases} x = acex[\theta, Sx(s_x = 0, \varepsilon_x = 0)] = a.cos\theta \\ y = b.sex[\theta, Sy(s_y = \pm 1, \varepsilon_y = 0)] = b.\sin[\theta \mp \arcsin(sin\theta)] \end{cases}$$

Graficul din figura **3.26,a$_0$** este reprezentate pentru a = 1 şi b = 0,5.

Reamintim că excentrica eliptică se obţine din ecuaţiile parametrice ale unei elipse în care **FCC** cosα şi sinα se înlocuesc cu **FSM-CE** cexθ şi sexθ.

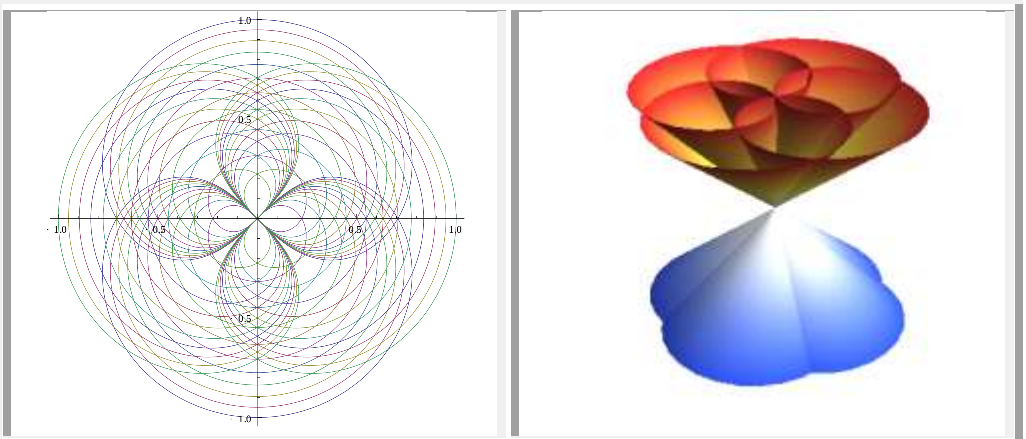
În figura **3.26,a$_1$** şi 3.**26,a$_2$** sunt reprezentate semi**diferenţele** dintre cele două determinări ale funcţiilor rex$_{1,2}\theta$, prin ecuaţiile parametrice

$$\begin{cases} x = 0{,}5(rex_1 m\theta - rex_2 m\theta)\cos n\theta, \ \rightarrow x = \cos n\theta\sqrt{1 - s^2\sin^2 m\theta} \\ y = 0{,}5(rex_1 m'\theta - rex_2 m'\theta)\sin n'\theta, \ \rightarrow y = \sin n'\theta\sqrt{1 - s^2\sin^2 m'\theta} \end{cases}$$

Figura **26.a$_3$** redă excentricele rexoidale şi rexoizii de excentricitate numerică variabilă şi diferită în cei doi termeni ai expresiei **FSM-CE** rexθ

$$\begin{cases} x = cos\theta\sqrt{rex2\theta} = cos\theta\sqrt{-s_1cos2\theta + \sqrt{1 - s_2^2\sin^2 2\theta}} \\ y = sin\theta\sqrt{rex2\theta} = sin\theta\sqrt{-s_1cos2\theta + \sqrt{1 - s_2^2\sin^2 2\theta}}, \\ z = s \end{cases}$$

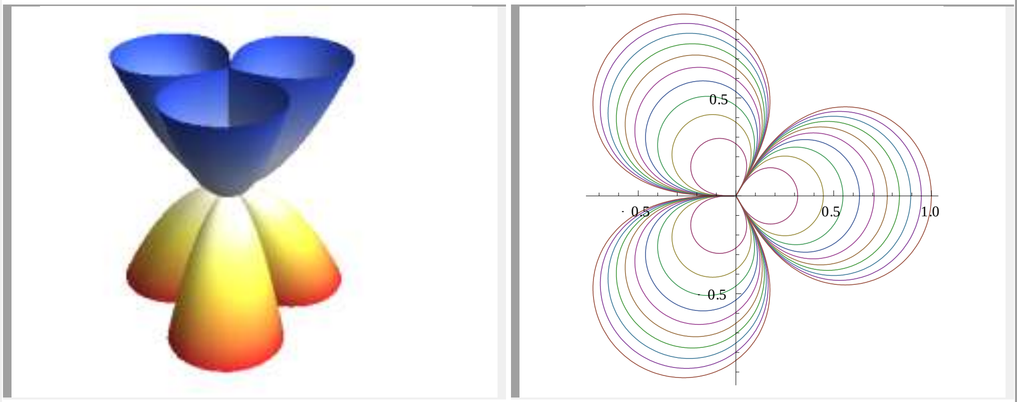
în care, excentricităţiile numerice sunt $s_1 = s^2cos2\theta$, $s_2 = s^2sin^2 2\theta$



m = m'= 3, n = n'= 4; S(s$\in$ [-1, 1], ε = 0), θ ∈ [0, 2π]

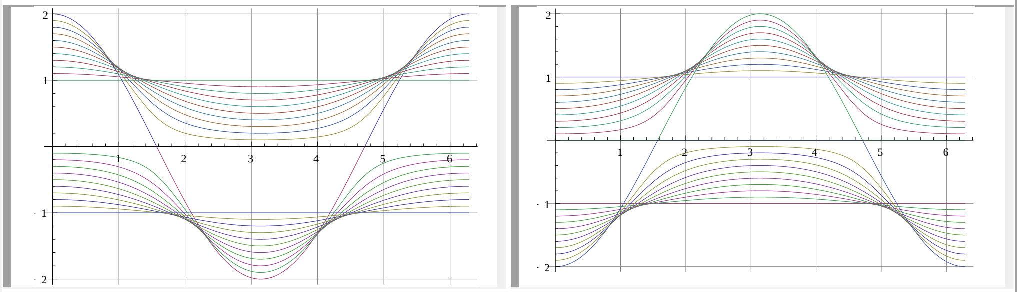
Fig. **3.26,b$_2$** Excentrice în 2D şi excentroizi în 3D reprezentate prin semi**suma FSM-CE** rex$_1\theta$ şi rex$_2\theta$

Imaginea din figura 3.**26.a$_3$** de jos este cu rex4θ.

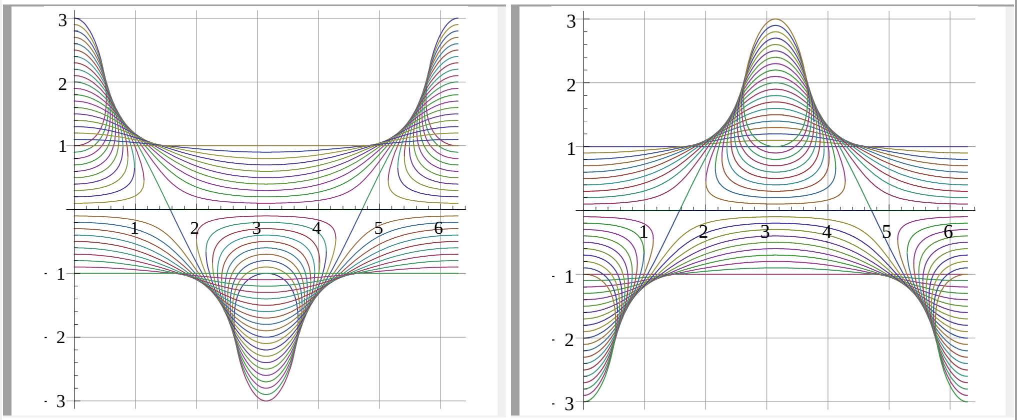


m = m'= 3, n = n'= 3; S(s∈ [-1, 1], ε = 0), θ ∈ [0, 2π]

Fig. 3.**26,c** Excentrice şi excentroizi
reprezentate prin radical din semisuma **FSM-CE** $rex_1\theta$ şi $rex_2\theta$



a) $rex_1\theta$ şi $rex_2\theta$, $s \in [-1,\ 0]$ b) $rex_1\theta$ şi $rex_2\theta$, $s \in [0, 1]$



c) $rex_1\theta$ şi $rex_2\theta$, $s \in [-2,\ 0]$ d) $rex_1\theta$ şi $rex_2\theta$, $s \in [0, +2]$

Fig. **3.27** Graficele funcţiilor $rex_{1,2}\theta$ de variabilă excentrică în 2D

În figura **3.26,b** sunt prezentate, prin ecuaţii parametrice, excentricele rexoidale rezultate din semi**sumele** celor două determinări ale funcţiilor $rex_{1,2}\theta$

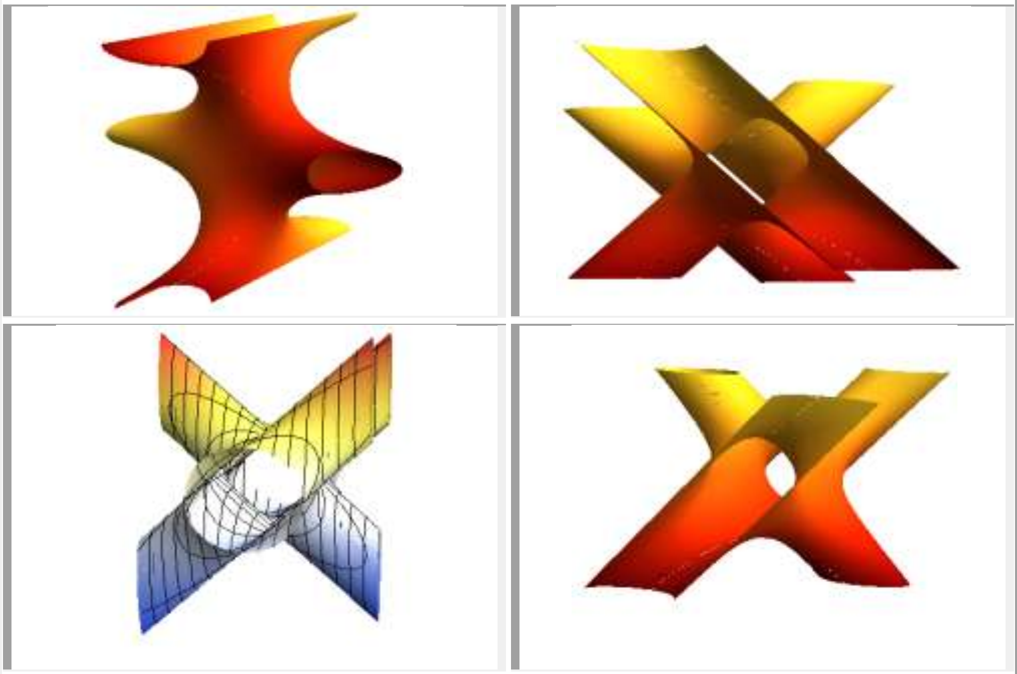
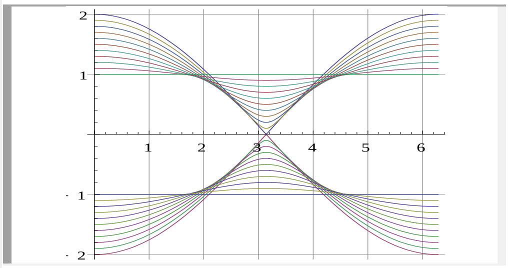
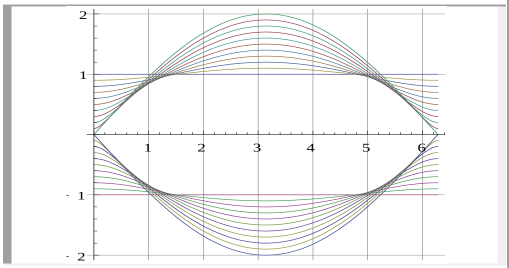


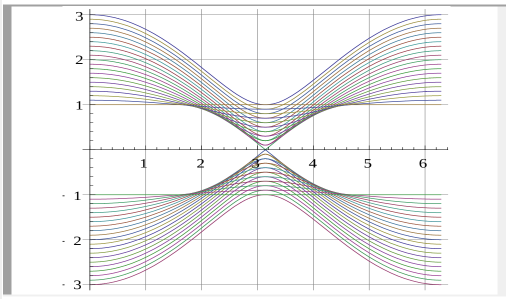
Fig.**3.27,a** Graficele funcţiilor $rex_{1,2}\theta$ de variabilă excentrică în 3D cu 4 vederi, pentru $\theta \in [-1,5\pi, +1,5\pi]$ $s \in [-2, 2]$



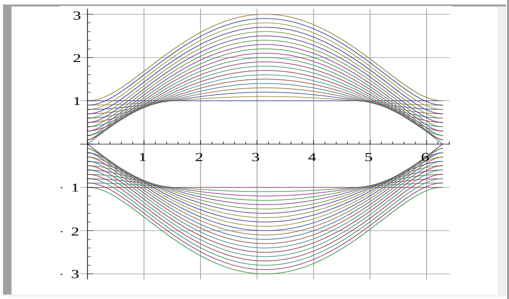
$\mathrm{Rex}\alpha_1$ şi $\mathrm{Rex}\alpha_2$, $s \in [-1, 0]$



$\mathrm{Rex}\alpha_1$ şi $\mathrm{Rex}\alpha_2$, $s \in [0, +1]$



$\mathrm{Rex}\alpha_1$ şi $\mathrm{Rex}\alpha_2$, $s \in [-2, 0]$



$\mathrm{Rex}\alpha_1$ şi $\mathrm{Rex}\alpha_2$, $s \in [0, +2]$

Fig.**3.27,a** Graficele aparente ale funcţiilor $\mathrm{Rex}\alpha_{1,2}$ de variabilă centrică

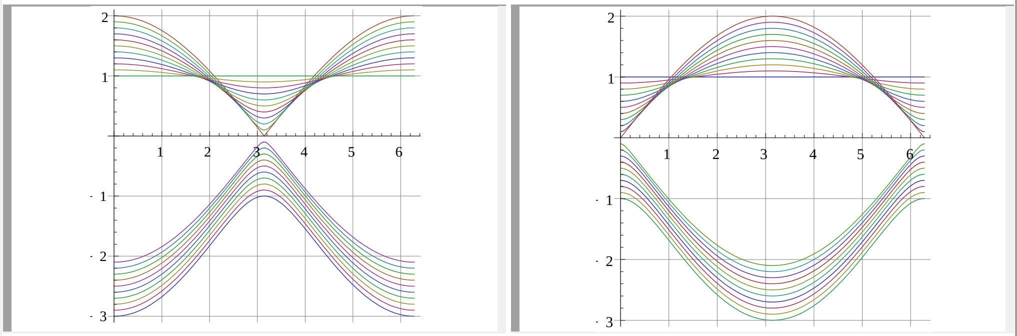


Fig. **3.27,b** Graficele corecte ale funcţiilor $\mathrm{Rex}\alpha_{1,2}$ de variabilă centrică

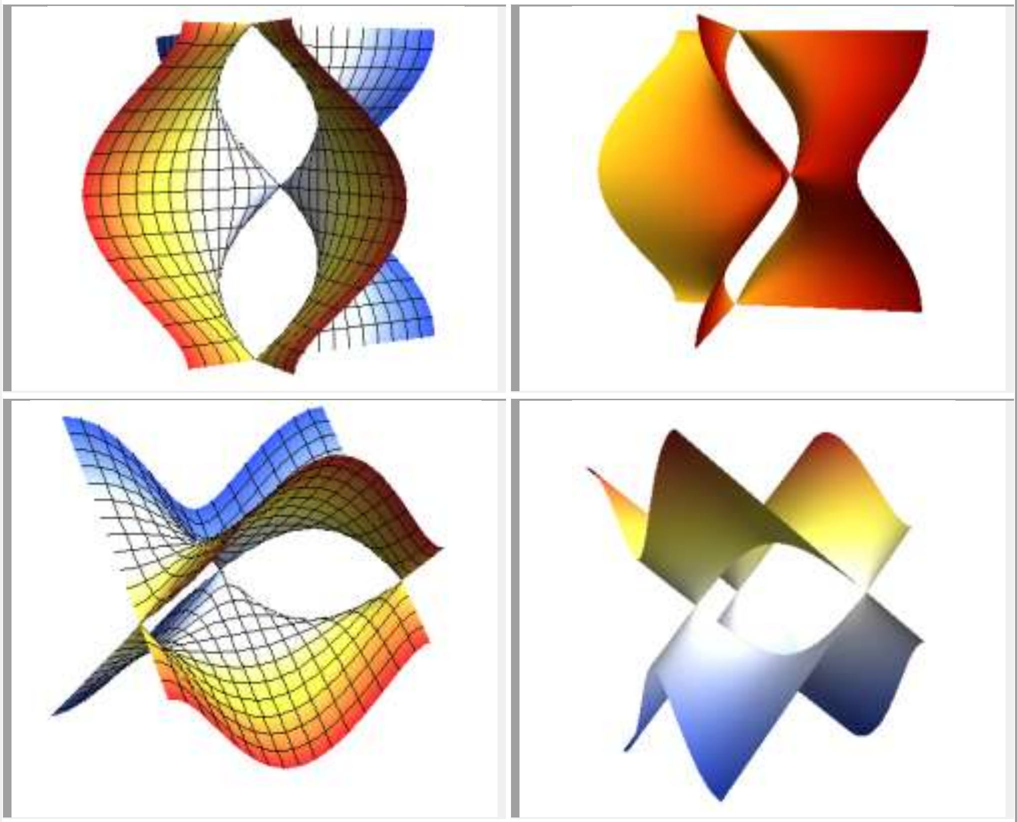
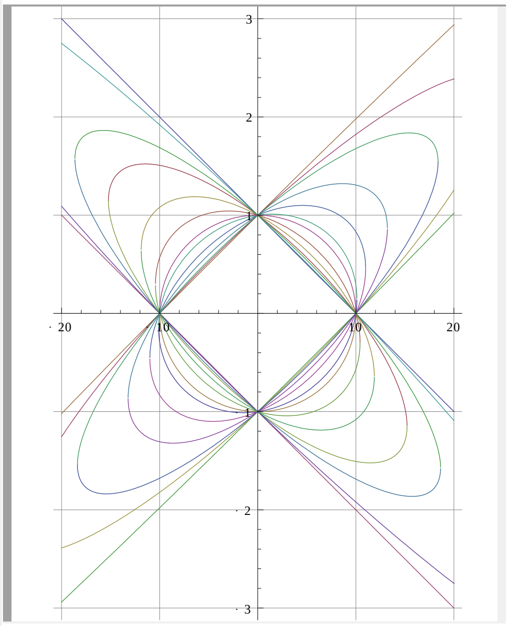
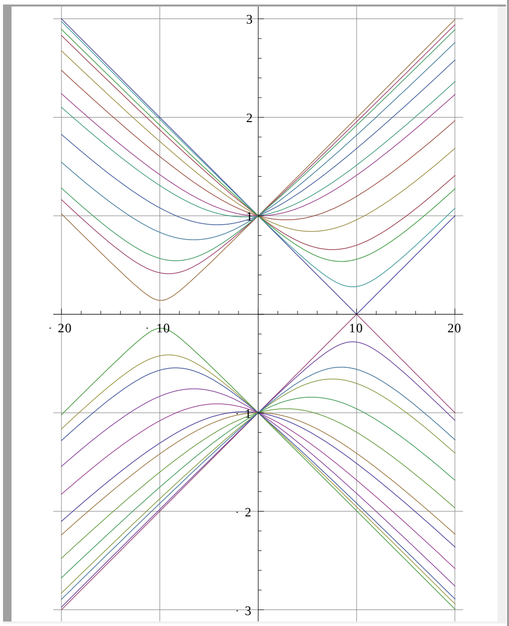


Fig. **3.27** Graficele funcţiilor $\mathrm{Rex}\alpha_{1,2}$ de variabilă centrică în 3D cu 4 vederi

$$\begin{cases} x = 0{,}5\,(\mathrm{rex}_1 m\theta + \mathrm{rex}_2 m\theta)\cos n\theta, \to x = \pm \cos n\theta\ (\mathrm{s} \cos m\theta) \\ y = 0{,}5(\mathrm{rex}_1 m'\theta + \mathrm{rex}_2 m'\theta)\sin n'\theta, \to y = \pm \sin n'\theta\ (\mathrm{s} \cos m'\theta)' \end{cases}$$

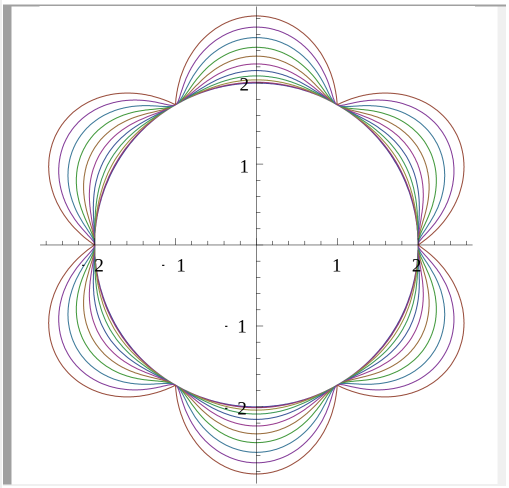
Corespondentele acestora în 3D, prezentate alăturat celor din 2D, au fost numite generic **excentroizi**, iar cei reprezentaţi prin **FSM-CE** $\mathrm{rex}_{1,2}\theta$ pot fi numiţi **rexoizi**. Ecuaţiile lor parametrice sunt cele anterioare la care s-a adăugat ecuaţia z = s.

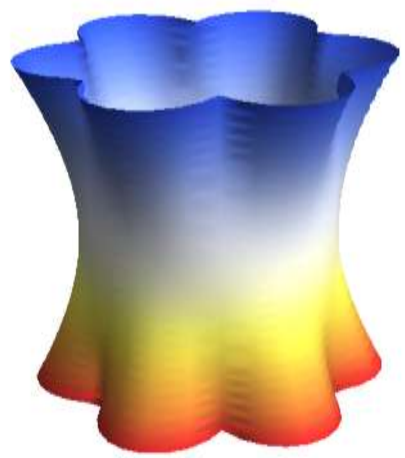




rex$_{1,2}$s, θ ∈ [-2π, +2π], s ∈ [-2, +2] Rexs , α ∈ [-2π, +2π], s ∈ [-2, +2]

Fig.3.**27** Graficele FSM-CE rex$_{1,2}$s şi Rex s în 2D ca funcţii de excentricitatea numerică s∈ [-2, +2] şi cu θ ∈ [-2π, +2π] ca parametru





S(s∈ [-1, 1], ε = 0), θ ∈ [0, 2π]

Fig. **3.28** Excentrice în 2D şi excentroizi / rexoizi în 3D, reprezentaţi prin sume **FSM-CE** Rex3α_1 şi Rex3α_2

În ecuaţiile anterioare, funcţiile radial excentrice de variabile excentrice au expresiile

$$rex_{1,2}\theta = -s.\cos(\theta-\varepsilon) \pm \sqrt{1-s^2 sin^2(\theta-\varepsilon)},$$

iar în ecuaţiile ce urmează, ca funcţii de variabilele centrice $\alpha_{1,2}$, au expresiile

$$Rex \propto_{1,2} = \pm\sqrt{1+s^2 \mp 2s.\cos(\alpha-\varepsilon)},$$

cu graficele prezentate în figura 3.**27**, în care, cele două determinări sunt facil de recunoscut, deoarece atât $rex_1\theta$ cât şi $Rex\alpha_1$ sunt pozitive, iar $rex_2\theta$ şi $Rex\alpha_2$ sunt negative, din care rezultă că $Rex[\alpha_2, S(s,\varepsilon)] = -Rex[\alpha_1, S(-s, \varepsilon)] = -Rex[\alpha, S(s, \varepsilon = \pi)]$.

Excentricele rexoidale din figura **3.28,a** au ecuaţiile polare

$\rho = Rex3\alpha_1 + Rex3 \propto_2$ şi cele parametrice sunt

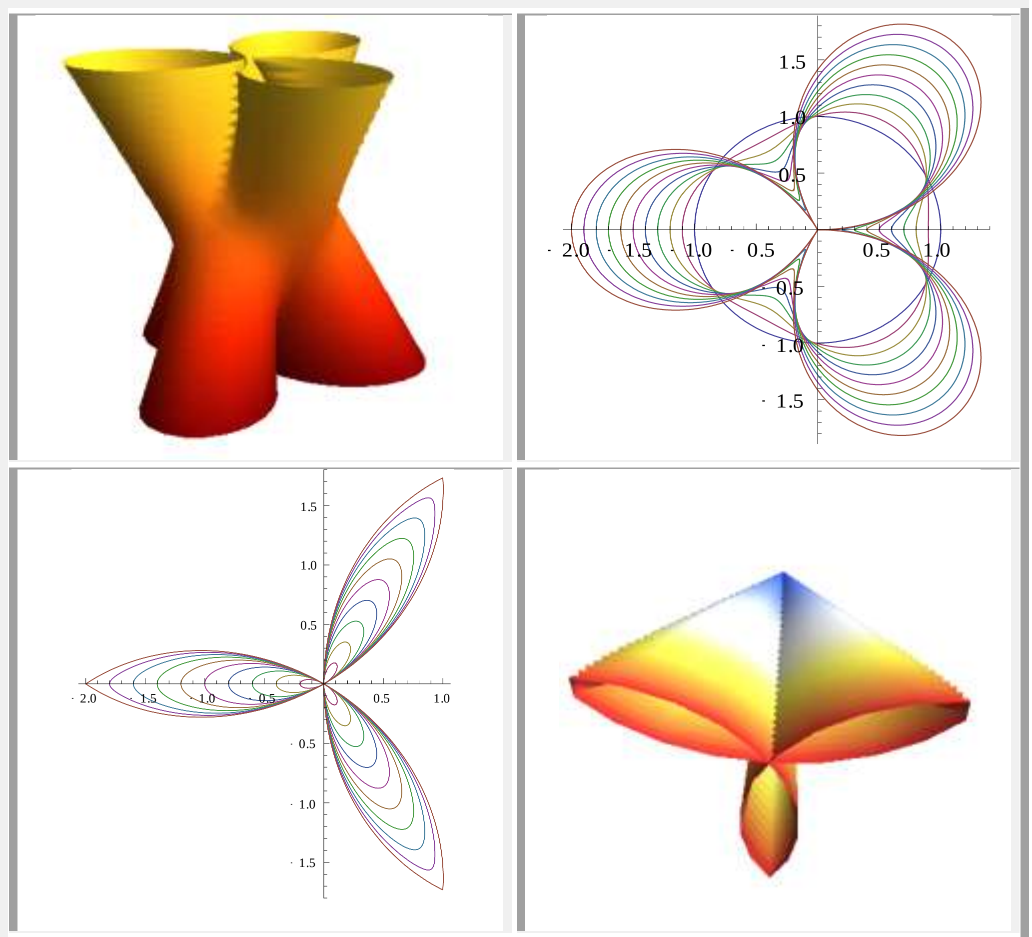


Fig. **3.28** Excentrice în 2D şi excentroizi / rexoizi în 3D, reprezentaţi prin sume **FSM-CE** $Rex3\alpha_1$ şi $Rex3\alpha_2$

$$\begin{cases} x = \rho.cos3\alpha \\ y = \rho.sin3\alpha’ \end{cases}$$

iar pentru rexoizi se mai adaugă ecuaţia z = s, aşa că rezultă

$$\begin{cases} x = (Rex3\alpha_1 + Rex3 \propto_2)cos \propto = cos\alpha(\sqrt{1+s^2-2scos(3\alpha-\varepsilon)} - \sqrt{1+s^2+2scos(3\alpha-\varepsilon)}) \\ y = (Rex3\alpha_1 + Rex3)sin \propto = sin \propto (\sqrt{1+s^2-2scos(3\alpha-\varepsilon)} - \sqrt{1+s^2+2scos(3\alpha-\varepsilon)}) \\ z = 3s \end{cases}$$

3.3 FSM-CE BETA EXCENTRICE bexθ şi Bexα

Sunt reprezentate de unghiurile $\beta_1 \ldots \beta_4$ pe care le fac, câte două, dintre drepte generatoare, **centrice D**, turnante în jurul originii O(0, 0), cu dreapta **excentrică d**, turnantă în jurul excentrului **S(s, ε)**, perechi de drepte concurente în punctele $W_1 \ldots W_4$ de pe cercul unitate CU(O, 1), aşa cum se poate observa în figura **3.29**.

În figura **3.29** sunt prezentate, schematic, sub forma unghiurilor $\beta_{1,2}(\theta)$, cu vârfurile pe cercul unitate CU(O, 1), pentru excentricitatea numerica s < 1 şi de unghiurile $\beta_{1,2,3,4}$ pentru s > 1.

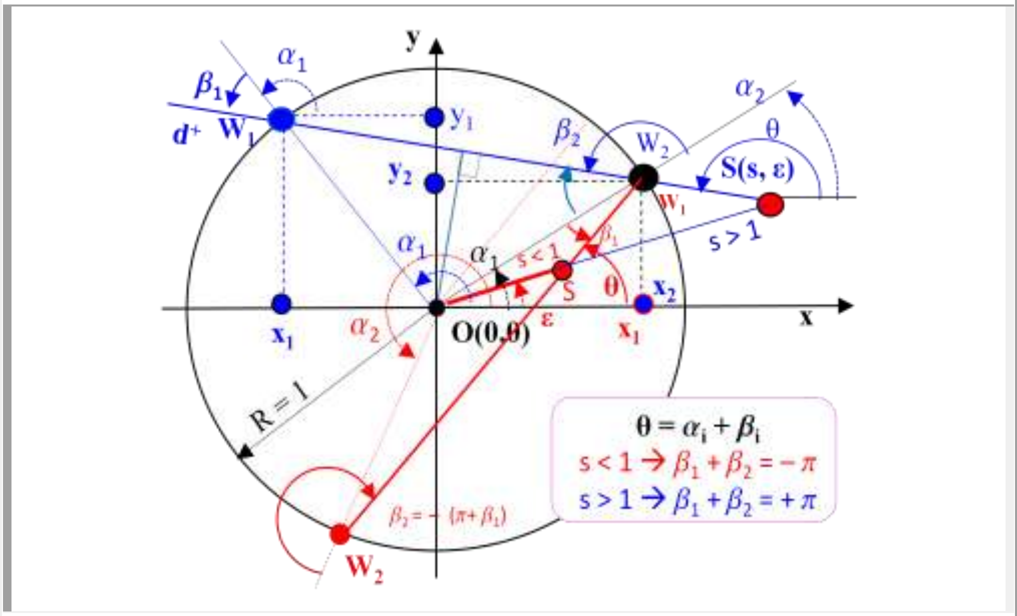
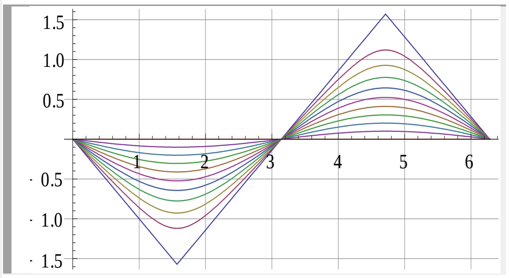


Fig. **3.29** Schiţă de determinare a unghiurilor β_i (θ), i = 1, 2, 1, 2,

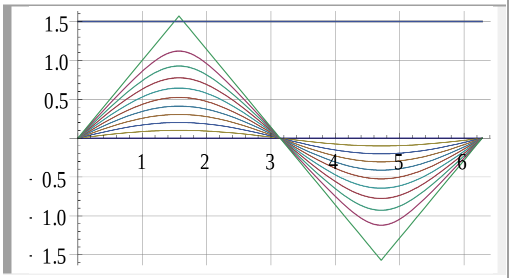
3.3.1 FSM-CE Beta excentrice de variabilă excentrică $bex_{1,2}\theta$

Aşa cum rezultă din schiţa din figura **3.29**, unghiurile β_i, cu vârfurile pe CU(O,1) în punctele/vârfurile W_i, sunt date de unghiurile dintre vectorii $\overrightarrow{R_i} = \overrightarrow{OW_i}$ şi $\overrightarrow{r_i} = \overrightarrow{SW_i}$, iar suma lor este

$bex_1\theta \in [-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}]$, $\theta \in [0, 2\pi]$, $S(s\in[-1, +1], \varepsilon = 0)$

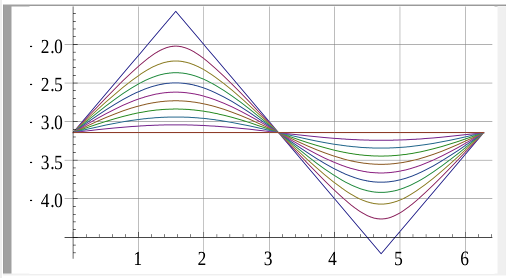


$s \in [-1, 0]$

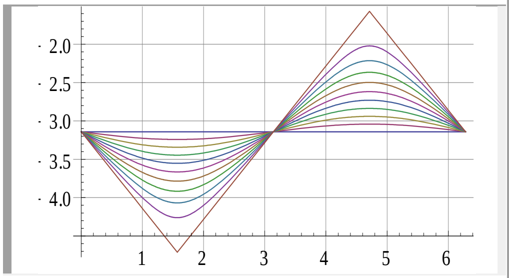


$s \in [0, +1]$

$bex_2\theta \in [-\frac{\pi}{2}, -3\frac{\pi}{2}]$, $\theta \in [0, 2\pi]$, $S(s\in[-1, +1], \varepsilon = 0)$

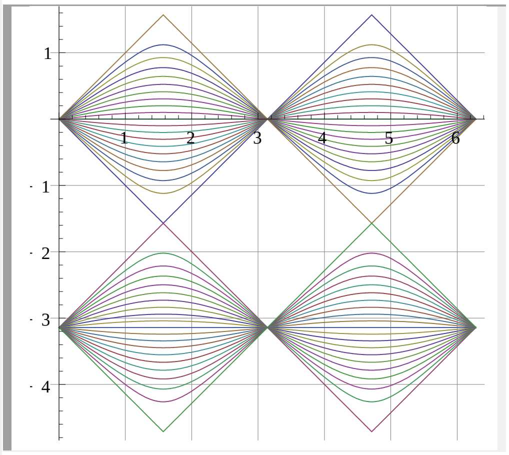


$s \in [-1, 0]$

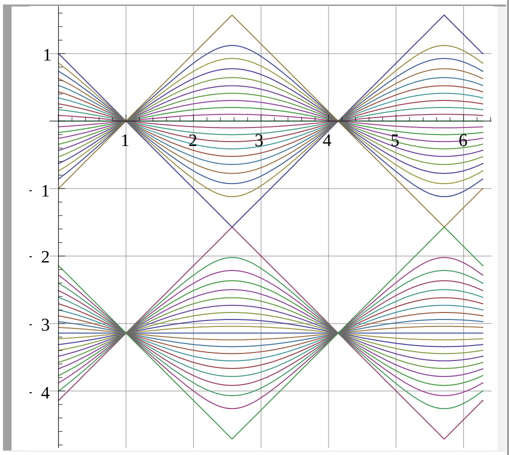


$s \in [0, +1]$

$bex_{1,2}\theta$, $s\in[-1, +1]$, $\theta \in [0, 2\pi]$,



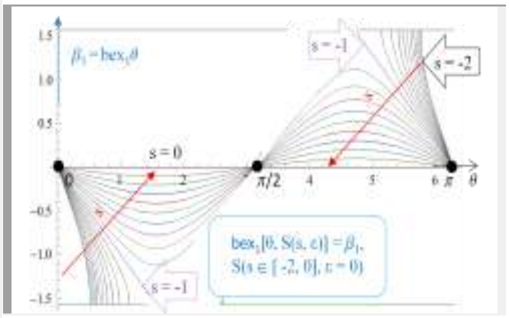
$\varepsilon = 0$

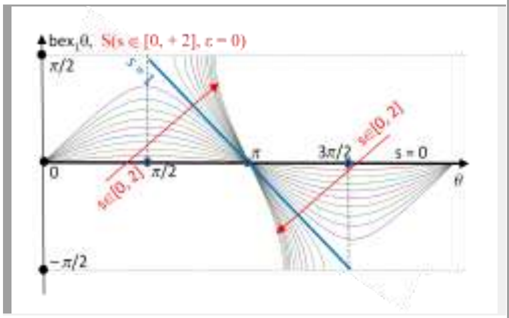


$\varepsilon = 1$

Fig. **3.30,a FSM-CE** beta excentrice $bex_{1,2}\theta$ de variabilă excentrică θ şi excentricitate numerică s subunitară (s < 1)

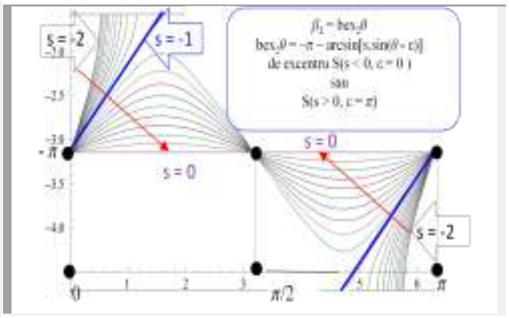
bex$_1$θ, S(s∈[– 2, + 2], ε = 0), θ ∈ [0, 2π],

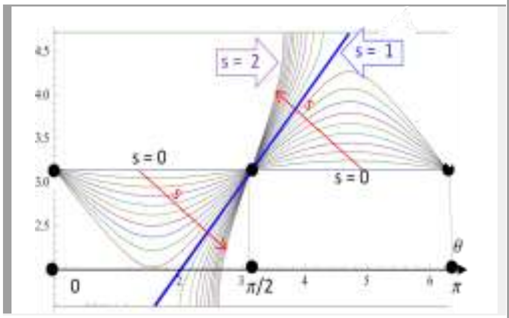




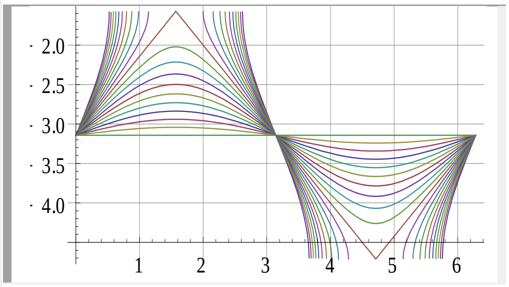
s ∈ [-2, 0], | s ∈ [0, +2]

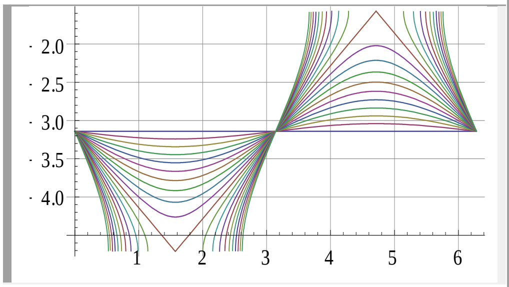
bex$_2$θ, θ ∈ [0, 2π], S(s∈[– 2, + 2], ε = 0)





s ∈ [-2, 0], | s ∈ [0, +2]





s ∈ [-2, 0] | s ∈ [0, +2]

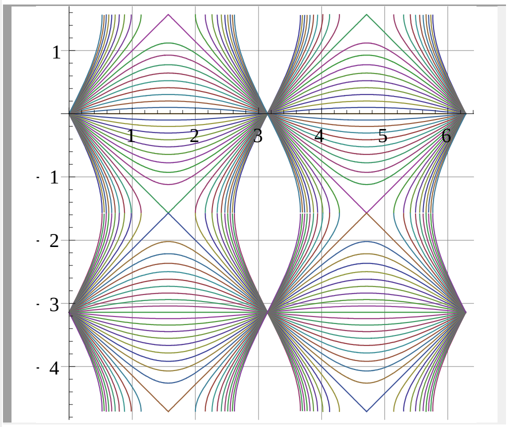
$$pentru \begin{cases} s < 1 \quad \rightarrow \quad \beta_1 + \beta_2 = -\pi \\ s > 1 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \beta_1 + \beta_2 = +\pi \\ \beta_3 + \beta_4 = 3\pi \end{cases} \end{cases}$$

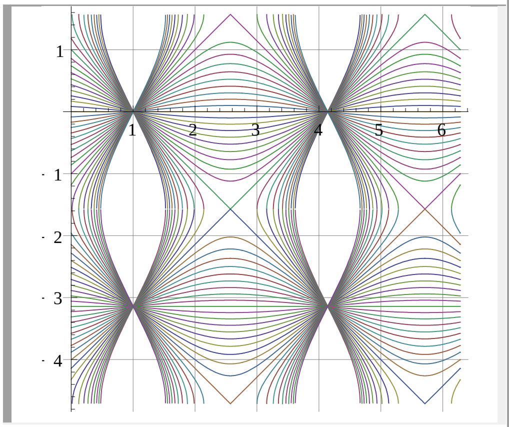
Funcţiile beta excentrice bex$_{1,2}$θ sunt reprezentate tocmai de aceste unghiuri cu variaţie periodică de perioadă 2π

$$\beta_{1,2}\theta = bex_{1,2}\theta = \begin{cases} \beta_1 = bex_1\theta = \arcsin\,[s.\sin\,(\theta - \varepsilon)] \\ \beta_2 = bex_2\theta = -\pi - \beta_1 = -\{\pi + \arcsin[s.\sin(\theta - \varepsilon)]\} \end{cases}$$

cu graficele din figura **3.30**.

bex$_{1,2}$θ, s∈[– 2, + 2], θ ∈ [0, 2π],



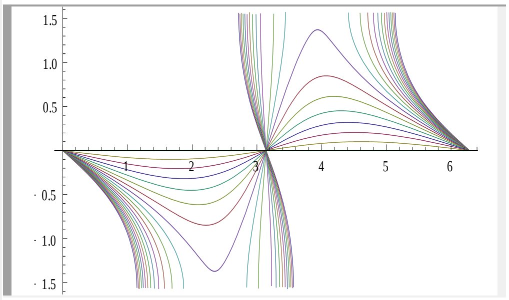


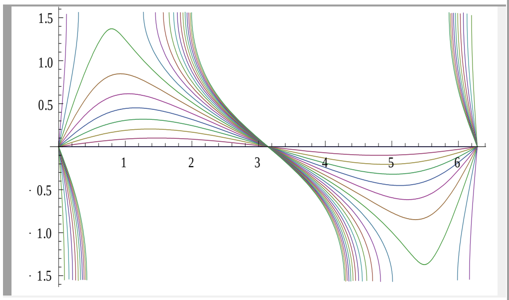
ε = 0 ε = 1

Fig. **3.30,b FSM-CE** beta excentrice bex$_{1,2}$θ de variabilă excentrică θ
şi excentricitate numerică s supraunitară (s >1)

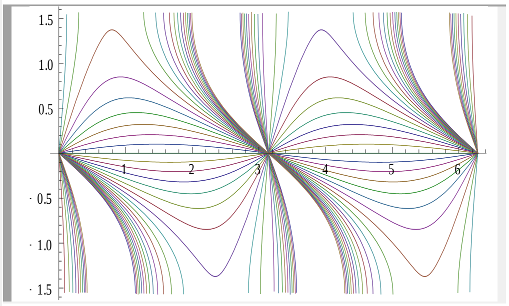
$$\mathbf{Bex\alpha_{1,2}} = \frac{s.\sin(\propto_{1,2}-\varepsilon)}{\pm(1-s\cos(\propto_{1,2}-\varepsilon))},$$

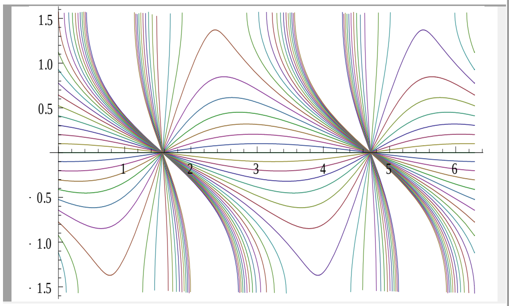
Bexα$_1$, θ ∈ [0, 2π], S(s∈[– 2, + 2], ε = 0)



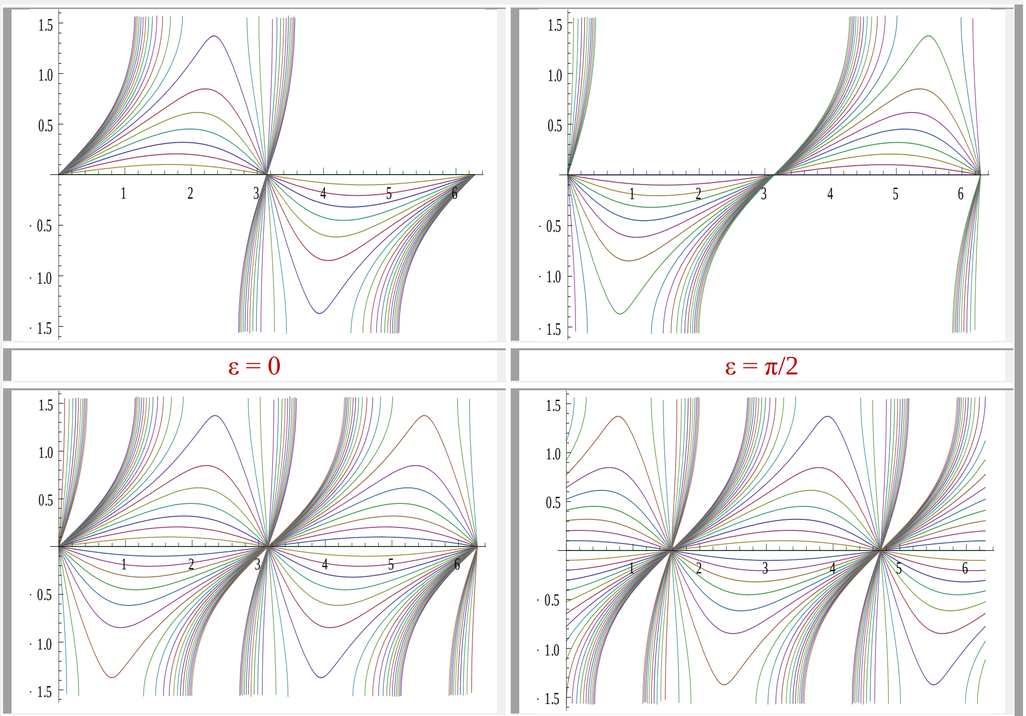


ε = 0 ε = π/2



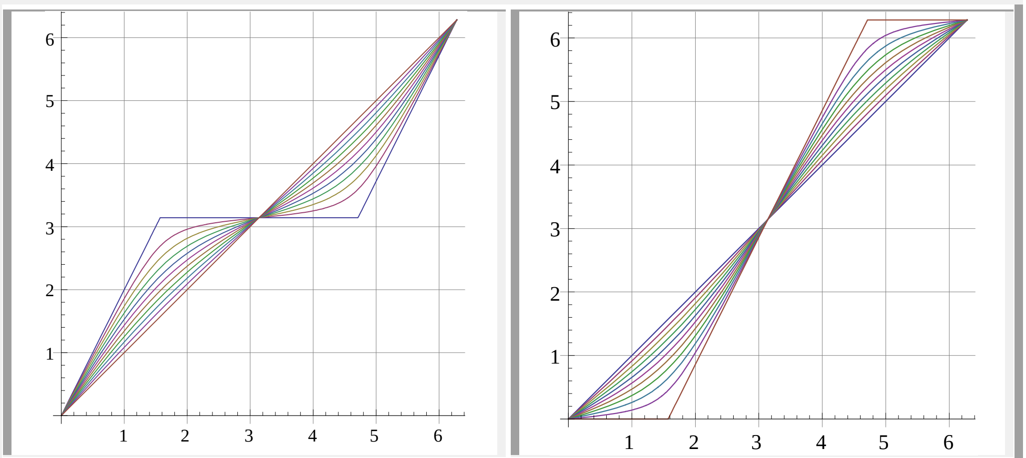


Bexα$_2$, θ ∈ [0, 2π], S(s∈[– 2, + 2], ε = 0)



ε = 0 | ε = π/2

Fig. **3.30,c FSM-CE** beta excentrice Bexα$_{1,2}$ de variabilă excentrică θ
şi excentricitate numerică s supraunitară (s >1)



s ∈ [-1, 0] | s ∈ [0, +1]

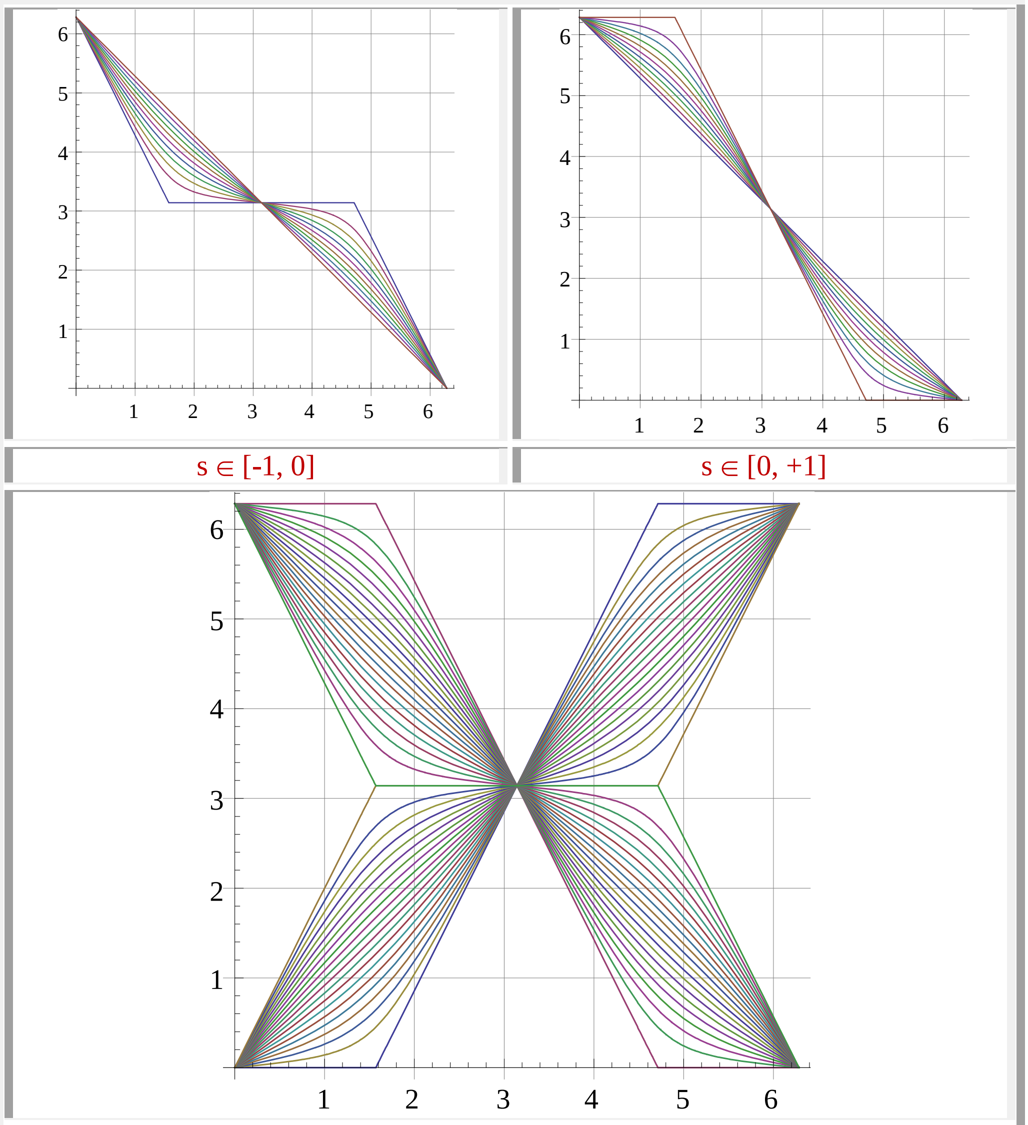


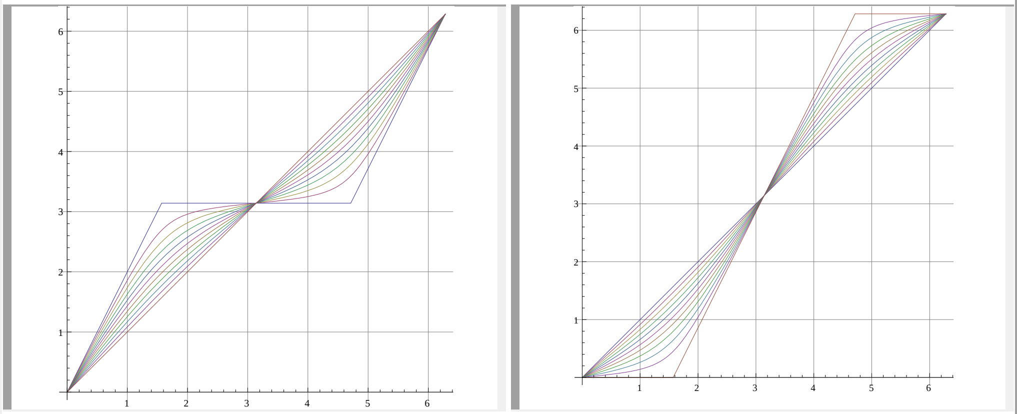
Fig. **3.29,a$_1$ FSM-CE** beta excentrice **bex$_{1,2}$θ** de variabilă **excentrică θ**

Unghiul β_1 oscileaza în jurul valorii de zero în domeniul $\pm\frac{\pi}{2}$, adică $\beta_1 \in [-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}]$, iar β_2 în jurul valorii lui – π în acelaşi ecart, sau în domeniul $\beta_2 \in [-\frac{\pi}{2}, -3\frac{\pi}{2}]$

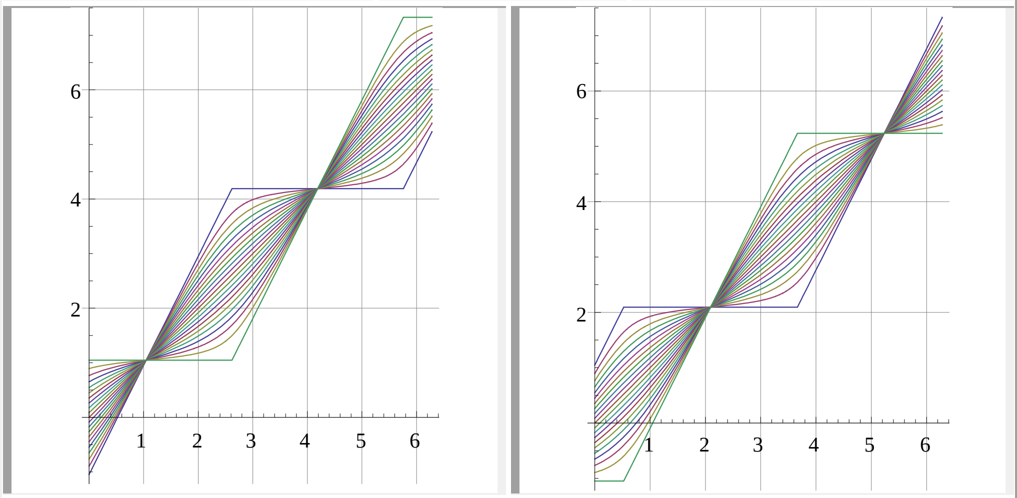
Se observă comparând figurile **3.30,a** şi **3.30,b**, că numai în domeniul s ∈ {–1, 1] funcţia bex$_2$θ de s > 1 este identică cu funcţia bex$_1$θ de s < 1, ceea ce era normal deoarece la trecerea excentrului S din exteriorul discului unitate în interiorul lui W$_2$ de s > 1 devine W$_1$ de s < 1.

3.2.2 **FSM-CE Beta excentrice de variabilă centrică Bex$\alpha_{1,2}$**

$$\beta \propto_{1,2} = Bex \propto_{1,2} = \begin{cases} \beta(\propto_1) = Bex \propto_1 = \begin{cases} \arctan \dfrac{s.\sin(\propto_1 - \varepsilon)}{1 - s.\cos(\propto_1 - \varepsilon)} \\ \arcsin \dfrac{s.\sin(\propto_1 - \varepsilon)}{Rex \propto_1} \end{cases} \\ \beta(\propto_2) = Bex(\propto_2) = \pi - \begin{cases} \pi - \arctan \dfrac{s.\sin(\propto_1 - \varepsilon)}{1 - s.\cos(\propto_1 - \varepsilon)} \\ \pi - \arcsin \dfrac{s.\sin(\propto_1 - \varepsilon)}{Rex \propto_1} \end{cases} \end{cases}$$

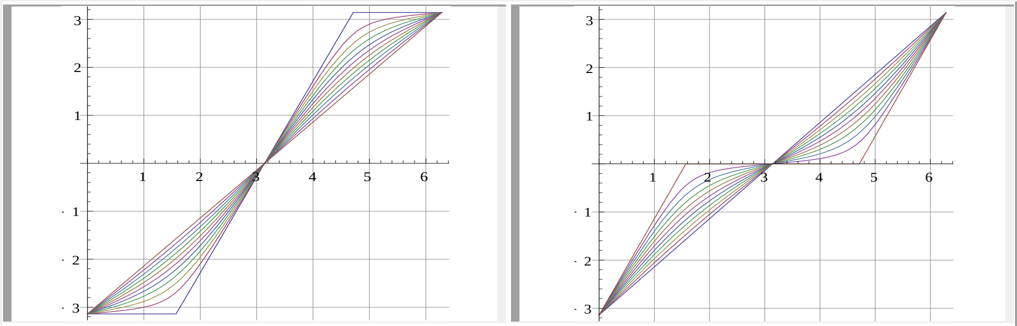


S(s ∈ [– 1; 0], ε = 0) | θ ∈ [0, 2π] | S(s ∈ [0; + 1], ε = 0)

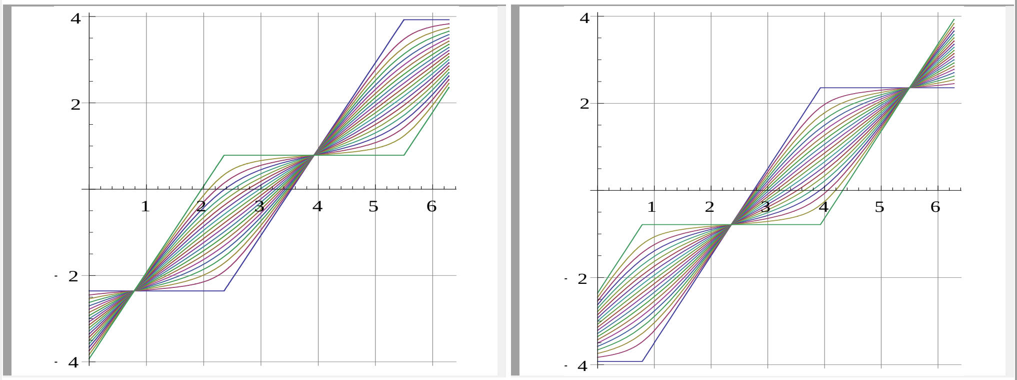


S(s ∈ [– 1; 0], ε = π/3) | θ ∈ [0, 2π] | S(s ∈ [0; + 1], ε = – π/3)

Fig. **29,a$_1$ FSM-CE** amplitudine excentrică **aex$_1$θ** de variabilă **excentrică θ**

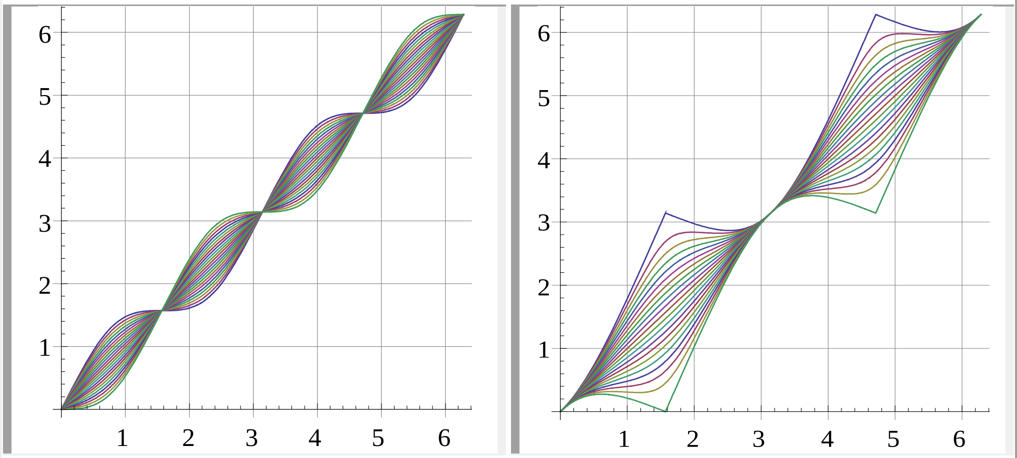


S(s ∈ [– 1; 0], ε = 0) | θ ∈ [0, 2π] | S(s ∈ [0; + 1], ε = 0)



S(s ∈ [– 1; 0], ε = π/4) | θ ∈ [0, 2π] | S(s ∈ [0; + 1], ε = – π/4)

Fig. **26,a$_2$**.Graficele **FSM-CE** amplitudine excentrică **aex$_2$θ**
de variabilă **excentrică θ**



S(s$_V$ = s.cosθ, s ∈ [– 1; 1], ε = 0) | θ ∈ [0, 2π] | S$_V$ (s$_V$ = s.sinθ,s ∈ [– 1; 1], ε = 0)

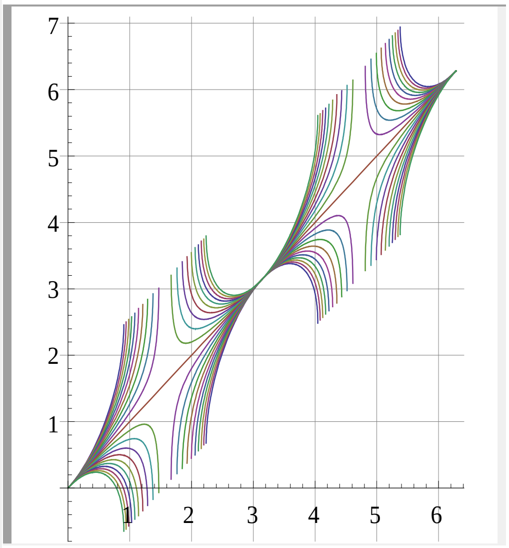
Fig. **26,b**.Graficele **FSM-CE** amplitudine excentrică **aex$_1$θ**
de variabilă excentrică θ şi de excentru **S (s, ε) variabil**

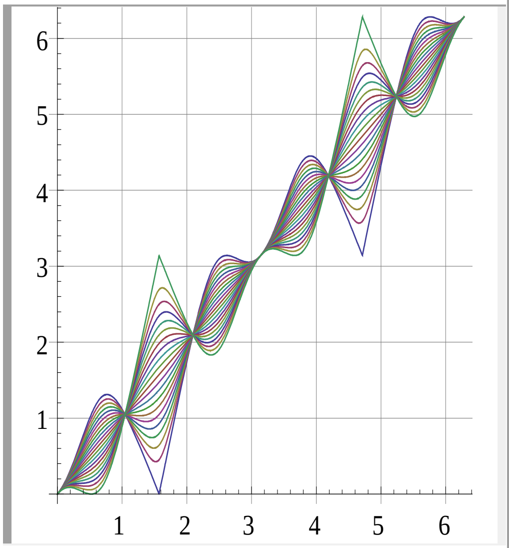
3.3.1 Amplitudine excentrică de variablă excentrică θ

$$\propto_{1,2}(\theta) = aex_{1,2}\theta = \begin{cases} \propto_1 = \theta - \arcsin[s.sin(\theta - \varepsilon)] \\ \propto_2 = \theta + \arcsin[s.\sin(\theta - \varepsilon)] - \pi \end{cases}$$

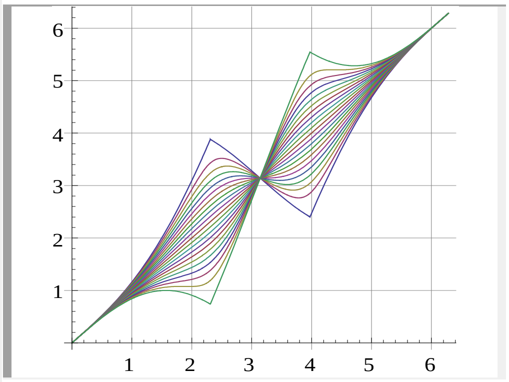
$$aex_{1,2}\theta = \theta - bex_{1,2}\theta\ ,$$

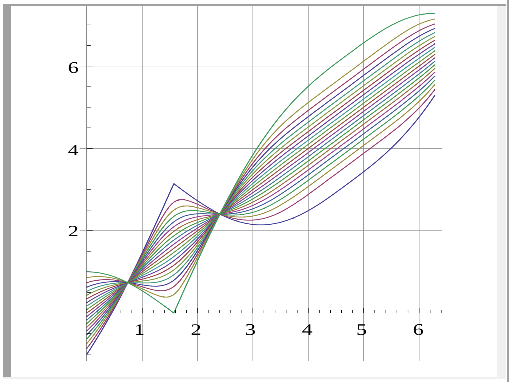
cu graficele din figura **26.**





S(s_V = s.tanθ, s ∈ [– 1; 1], ε = 0) | θ ∈ [0, 2π] | S_V (s_V = s.sin3θ,s ∈ [– 1; 1], ε = 0)





S(s_V = s.tanθ, s ∈ [– 1; 1], ε = sinθ) | θ ∈ [0, 2π] | S_V (s_V = s.sin3θ,s ∈ [– 1; 1], ε = cosθ)

Fig. **26,c**. Graficele **FSM-CE** amplitudine excentrică **aex$_1$θ** de variabilă excentrică θ şi de excentru **S (s, ε) variabil**

3.3.2 Amplitudine excentrică de variabile centrice $\alpha_{1,2}$

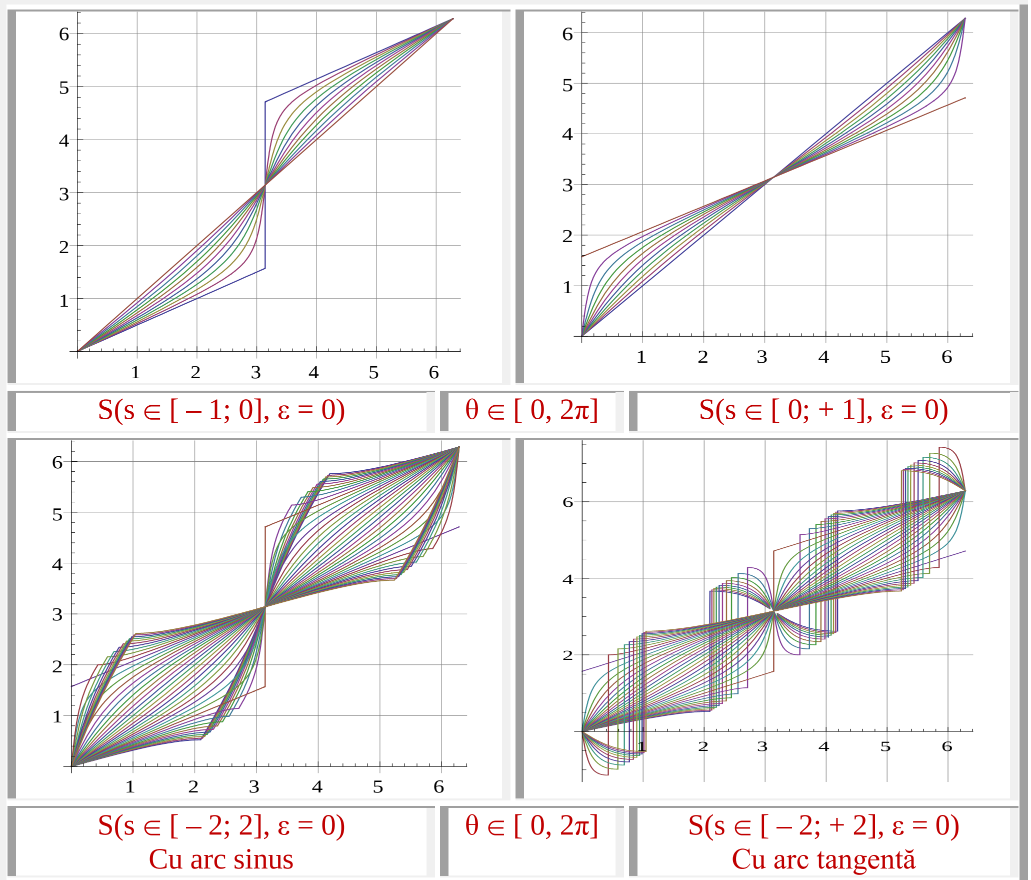
- Pentru excentricitate numerică subunitară s ∈ [–1, +1]

$$\theta(\propto_{1,2}) = Aex \propto_{1,2} = \begin{cases} \theta(\propto_{1,2}) = \alpha_{1,2} - \arcsin\dfrac{s.sin(\propto_{1,2} - \varepsilon)}{Rex\alpha_{1,2}} \\ \theta(\propto_{1,2}) = \alpha_{1,2} - \arctan\dfrac{s.sin(\propto_{1,2} - \varepsilon)}{1 - s.\cos(\alpha_{1,2} - \varepsilon)} \end{cases}$$

$$Aex \propto_{1,2} = \begin{cases} \propto_{1,2} - Bex\alpha_{1,2} \\ \propto_{1,2} - Bex \propto_{1,2} \end{cases}$$

cu graficele din figura **27.**

- Pentru excentricitate numerică supraunitară $s^2 > 1$ sau s ∈ [– ∞, -1] ∪ [1, + ∞]



S(s ∈ [– 1; 0], ε = 0) | θ ∈ [0, 2π] | S(s ∈ [0; + 1], ε = 0)

S(s ∈ [– 2; 2], ε = 0) Cu arc sinus | θ ∈ [0, 2π] | S(s ∈ [– 2; + 2], ε = 0) Cu arc tangentă

Fig. **28,a**. **FSM-CE** amplitudine excentrică de variabilă **centrică** α