Moto: ”În mintea strâmbă şi lucrul drept se strâmbă”
Arsenie Boca

ÎNTRODUCEREA STRÂMBEI ÎN MATEMATICĂ

Mircea Eugen ŞELARIU

0. ABSTRACT

THE INTRODUCTION OF TWIST (THE SKEW) IN THE MATHEMATICS

The article define a mathematic entity called twist, which generates, in this way, notion of straight line. Straight line becom thus a twist of eccentricity e = 0, and broken line (zigzag line) is a twist of **s** = ± 1.

1. ÎNTRODUCERE.

Odată cu apariţia complementelor de matematică, reunite sub denumirea de **super-matematică**, aceasta are două mari părţi:

- matematica **excentrică** cu o infinitate de membri, pentru fiecare obiect matematic, pentru care excentricitatea numerică **s** şi reală **e = s.R** $\in$ [- ∞, + ∞ \ 0].
- matematica **centrică** cu un singur membru, reprezenat de cazul particular **s** = **e** = 0.
  Matematica excentrică, la rândul ei, poate fi de variabilă la excentrul **E**, sau de variabilă **excentrică** θ [1] precum şi de variabilă la centru O, sau de variabilă **centrică** α [8].

Rezultă că **matematica centrică** (**MC**) are dimensiunea topologică zero, a unui punct, în timp ce **matematica excentrică** (**ME**) are dimensiunea topologică de minimum 2, a unei suprafeţe.

Matematica centrică este proprie sistemelor ideale, perfecte, liniare, în timp ce, matematica excentrică este proprie sistemelor reale, imperfecte, neliniare. Între cele două matematici nu există nicio graniţă, niciun obstacol real, de aceea, se poate afirma că noile complemente de matematică **<u>şterg graniţele dintre liniar şi neliniar !</u>**

Aşa cum a propus regretatul matematician **Anton Hadnady**, toate curbele cunoscute din matematica centrică se vor denumi, în continuare, **centrice** şi cele corespondente, ale matematicii **excentrice** se vor denumi **excentrice** [1], [4], [5], [6], [7]**.**

Fiecărei curbe, cunoscute în centric, adică fiecărei **centrice**, îi corespund o infinitate de **excentrice**. Astfel, **<u>unui</u>** cerc, unei elipse, unei hiperbole, unei spirale ş.a.m.d. îi corespund o **<u>infinitate</u>** de excentrice circulare, eliptice, hiperbolice ş.a.m.d., evident, de forme care se abat de la centricele generatoare, cu atât mai mult, cu cât excentricitatea are valori mai mari.

Din ecuaţiile **excentricelor**, pentru **e** = **s** = 0, se obţin, în mod evident, **centricele**.

În mod analog, fiecărei centrice liniare, denumită **dreptă**, din matematica centrică, în matematica excentrică, îi vor corespunde o infinitate de **excentrice “liniare”,** ce vor fi **denumite <u>strâmbe</u>**. Deoarece, ceea ce nu e **drept,** e **strâmb** şi nu “liniar”, chiar dacă-i mai spunem şi exentrică.

Prin urmare, şi dreapta este un caz particular de strâmbă: o strâmbă de excentricitate nulă, aşa cum este prima bisectoare din figura **3,a**.

2. P U N C T U L

Punctul şi dreapta sunt entităţi şi noţiuni elementare, ce nu pot fi definite în matematică; dar numai dreapta este o figură fundamentală din geometria centrică. De fapt, dupa declaraţia matematicianului Acad. **Solomon Marcus**, nici **matematica** (**centrică**) nu poate fi riguros definită.

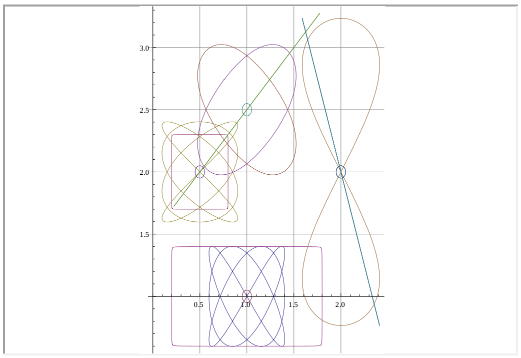
În consecinţă, **supermatematica** poate fi devfinită ca o extensie nemarginită şi utilă a ceea ce nu poate fi definit.

În plus, punctul este singura entitate de dimensiune nulă, astfel că el este acelaşi, ca formă sau, mai precis, fară ea, în ambele matematici: **centrică** şi **excentrică**, întrucât, el neavând "figură", nu-şi poate modifica forma prin creşterea valorii excentricităţii.

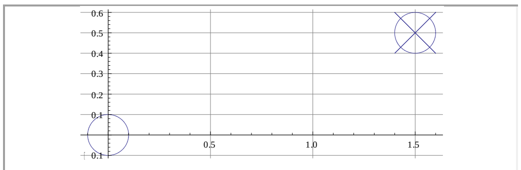
Totodată, punctul nu are coordonate unghiulare (unghiurile lui **Euler** θ, φ, ψ), ci numai coordonate liniare x, y, z. În consecinţă, el este neorientabil, fiind doar localizabil în spaţiul bi-2D sau tri- 3D dimensional.

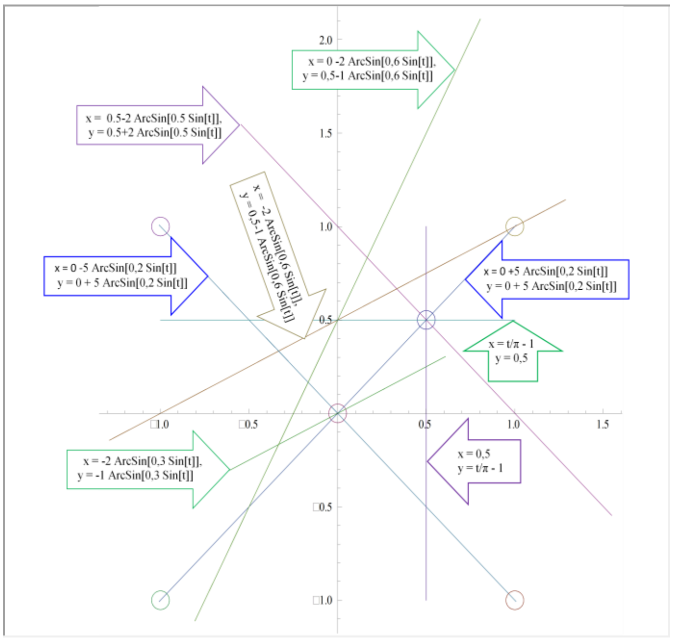
```
ParametricPlot[{{0.05 Cos[t]+0.5, 0.05 Sin[t]+0.5},{0.05 Cos[t], 0.05 Sin[t]},{0.05 Cos[t]+1, 0.05 Sin[t]+1},{0.05 Cos[t]-1, 0.05 Sin[t]-1},{0-5 ArcSin[0.2 Sin[t]], 0+5 ArcSin[0.2 Sin[t]]},{0+5 ArcSin[0.2 Sin[t]], 0+5 ArcSin[0.2 Sin[t]]},{0.5-2 ArcSin[0.5 Sin[t]], 0.5+2 ArcSin[0.5 Sin[t]]},{-2 ArcSin[0.6 Sin[t]], 0.5-1 ArcSin[0.6 Sin[t]]},{-2 ArcSin[0.3 Sin[t]], -1 ArcSin[0.3 Sin[t]]},{0.05 Cos[t]-1, 0.05 Sin[t]+1},{0.05 Cos[t]+1, 0.05 Sin[t]-1},{0-4 ArcSin[0.2 Sin[t]], 0.5-8 ArcSin[0.2 Sin[t]]},{t/Pi-1, 0.5},{ 0.5,t/Pi-1}},
{t, 0, 2 Pi}]
```

▼



```
ParametricPlot[Evaluate[Table[{{0.1Cos[t], 0.1 Sin[t]},
{(1.5-ArcSin[0.1 s Sin[t]]), (0.5-ArcSin[0.1 s Sin[t]])},
{(1.5-ArcSin[0.1 s Sin[t]]), (0.5+ArcSin[0.1 s Sin[t]])},
{0.1 Cos[t]+1.5, 0.1 Sin[t]+0.5}}, {s,1,1}], {t,0,2 Pi},
```





▲

```
ParametricPlot[{{1-2 ArcSin[0.2 Sin[3 t]],1-2 ArcSin[0.2 Sin[4 t]]},{0.5+0.3 Sin[t]/Sqrt[1-(0.98 Cos[t])^2], 2+0.3 Cos[t]/Sqrt[1-(0.98 Sin[t])^2]},{0.5-2 ArcSin[0.2 Sin[4 t]], 2-2 ArcSin[0.2 Sin[3 t]]},{0.05 Cos[t]+2, 0.05 Sin[t]+2}, {0.05 Cos[t]+2, 0.05 Sin[t]+2},{1+0.8 Sin[t]/Sqrt[1-(0.98 Cos[t])^2], 1+0.4 Cos[t]/Sqrt[1-(0.98 Sin[t])^2]},{2+ArcSin[0.4 Sin[2 t]],2-3 ArcSin[0.4 Sin[t]]},{2+ArcSin[0.4 Sin[t]],2-3 ArcSin[0.4 Sin[t]]},{2+ArcSin[0.4 Sin[t]],2-3 ArcSin[0.4 Sin[t]]},{1-ArcSin[0.5 Sin[t+0.5]], 2.5-ArcSin[0.5 Sin[t-0.5]]},{1+ArcSin[0.5 Sin[t+0.5]], 2.5-ArcSin[0.5 Sin[t-0.5]]},{1-ArcSin[0.7 Sin[t-0.5]], 2.5-ArcSin[0.7 Sin[t-0.5]]},{0.05 Cos[t]+1, 0.05 Sin[t]+2.5},{0.05 Cos[t]+0.5, 0.05 Sin[t]+2},{0.05 Cos[t]+1, 0.05 Sin[t]+1}},{t,0,2 Pi}]
```

Fig. **1** Segmente de dreaptă, elipse, pătrate, dreptunghiuri şi curbe **Lissajous** desenate cu **FSM**-CE şi cu **FSM cvadrilobe**

www.SuperMathematica.com	www.SuperMatematica.ro

Localizarea punctului M(x, y) = M(2; 3,14), în spaţiul 2D, loc marcat cu cercul ●, este dată în figura **2**. Niciun program de matematică nu poate indica/marca **direct** poziţia unui punct, deoarece acesta este lipsit de dimensiune.

Se zice în glumă, că sfera este un punct "umflat cu pompa". Aceeaşi operaţie mecanică trebuie aplicată şi punctului în plan pentru a putea fi reprezentata/marcat: de a fi "umflat cu pompa", adică, de a fi reprezentat printr-un cerc, de rază redusă dar nenulă, cu centrul în punctul respectiv, aşa cum s-a procedat în figurile **1** şi **2**.

Localizarea unui punct, în matematica excentrică, este mai completă decât localizarea prin coordonate centrice. Astfel, "punctul" în plan, poate fi marcat prin cerc, elipsă, segmente de dreaptă care se intersectează în formă de X în punctul respectiv şi în multe alte moduri, aşa cum se ilustreaza în figurile **1** şi **2**, cu ajutorul "coordonatelor" excentrice:

$$(1) \qquad M_e \begin{cases} x = a_x\{\theta - b_x \arcsin\{s_x \sin(n_x\theta - \varepsilon)) + x_0 \\ y = a_y\{\theta - b_y \arcsin\{s_y \sin(n_y\theta - \varepsilon)) + y_0 \end{cases}$$

ParametricPlot[Evaluate[Table[{{1.5 (t/5-ArcSin[0.3 Sin[t]]),2.5 (t/5-ArcSin[0.3 Sin[t]])} ,{1.2,t/3},{t/5,2}, {0.06 Cos[t], 0.06 Sin[t]},{1.5 (t/5+ArcSin[0.3 Sin[t]]),2.5 (t/5-ArcSin[0.3 Sin[t]])}, {1.5 (t/5-ArcSin[0.2 Sin[t]]),2.5 (t/5+ArcSin[0.2 Sin[t]])},{0.06 Cos[t]+1.2, 0.06 Sin[t]+2},{0.06 Cos[t]+1.88, 0.06 Sin[t]+3.13}, {1.5 (t/5-ArcSin[0.1 Sin[t]]),-2.5 (t/5-ArcSin[0.1 Sin[t]])+4}}]],{t,0,2 Pi}, GridLines→Automatic]	ParametricPlot[{{2-ArcSin[0.5 Sin[4 t]],2+ArcSin[0.5 Sin[4 t]]},{4 t,4 t},{1-ArcSin[0.8 Sin[4 t]], 2-ArcSin[0.8 Sin[4 t]]},{4 t,5},{Pi ,2 t},{2 t,Pi},{5 ,4 t},{0.25 (5-ArcSin[0.8 Sin[1.5]]) Cos[4 t]+5, 0.25 (5-ArcSin[0.8 Sin[1]]) Sin[4 t]+5},{0.4 Cos[4 t]+5, 0.4 Sin[4 t]+5},{0.6 Cos[4 t-ArcSin[Cos[4 t]]]+2,0.6 Sin[4 t-ArcSin[Cos[4 t]]]+4},{0.2 Cos[4 t], 0.2 Sin[4 t]},{4 t ,4 t + ArcSin[0.83 Sin[4 t]]},{0.5 Cos[4 t+ArcSin[0.4 Sin[4 t+0.5]]]+2.051,0.5 Sin[4 t-ArcSin[0.4 Sin[4 t+1]]]+4.051},{1-ArcSin[0.7 Sin[4 t-0.5]], 2.5-ArcSin[0.7 Sin[4 t-0.5]]},{2 t,4},{2,3 t},{1-ArcSin[0.4 Sin[4 t+1]], 3-ArcSin[0.4 Sin[4 t-1]]},{0.2 Cos[4 t-ArcSin[0.8 Cos[4 t+1]]]+Pi,0.2 Sin[4 t-ArcSin[0.8 Cos[4 t+1]]]+Pi},{1-ArcSin[0.5 Sin[4 t-0.5]], 3-ArcSin[0.5 Sin[4 t+0.5]]},{1-ArcSin[0.5 Sin[4 t-0.5]], 3-ArcSin[0.5 Sin[4 t-0.5]]},{0.3 Cos[4 t]+2,0.3 Sin[4 t]+2}},{t,0,Pi/2}]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{{1.5 (t/5 -ArcSin[0.02 s Sin[t]]) ,2.5 (t/5-ArcSin [0.02 s Sin[t]]) }, {1.2,t/3},{t/5,2}}, {s,3,3}]],{t,0,2 Pi}]

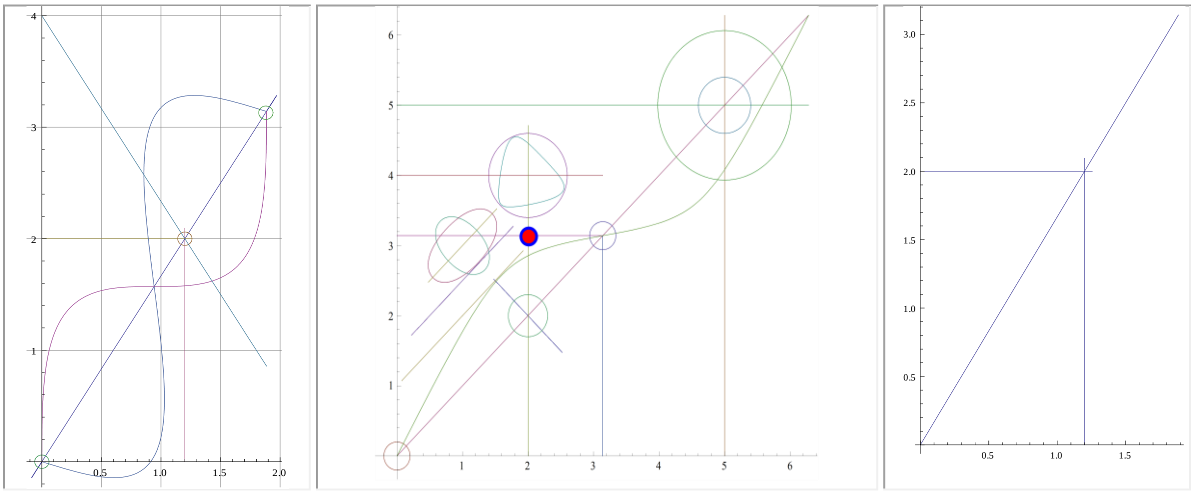


Fig.2 Posibilităţi de marcare a unui punct în plan

www.SuperMathematica.com	www.SuperMatematica.ro

pentru diversele valori date constantelor şi/sau variabilelor din relaţia 1.

Au fost prezentate în figurile **1** şi **2** şi relaţiile cu care au fost desenate diversele moduri de indicare a poziţiei diverselor puncte reprezentate în plan.

3. DISTANŢA ÎN PLAN DINTRE DOUĂ PUNCTE

Distanţa dintre două puncte $M_1(x_1, y_1)$ şi $M_2(x_2, y_2)$, exprimate în coordonate carteziene, se calculează cu formula :

$$(1) \qquad d\,(M_1 M_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Identificăm pe $\mathbf{M_1}$ cu excentrul **E**(e_x, e_y), exprimat prin coordonate carteziene, sau **E**($\mathbf{e_x}$= **e**.cosε, $\mathbf{e_y}$ = **e**.sinε) sau prin **E**(**e**, ε) în coordonate polare şi pe $\mathbf{M_2}$ cu punctul **M** de intersecţie a semidreptei $\mathbf{d}^+$, turnante în jurul excentrului **E**, cu cercul oarecare **C**(O, R).

Pe cercul unitate **CU**(O, 1), punctul de intersecţie cu semidreapta turnantă pozitivă este W(x = cex**θ** = cos**α**, y = sex**θ** = sin**α**), în coordonate carteziene, sau W(R.rexθ, θ), în coordonate polare.

Funcţia radial excentrică este rexθ dacă este exprimată în funcţie de variabila excentrică θ şi este Rexα, dacă se exprimă în funcţie de variabila centrică α.

Astfel, intersecţia cu semidreapta turnanta va fi M(R.Rexα, α), dacă este exprimată în coordonate polare în funcţie de variabila la centru (sau centrică) α, pe cercul de raza R şi va fi punctul **W** (rexθ, θ), în funcţie de variabila excentrică pe cercul unitate **CU**(O, 1).

Atunci, relaţia (2) va exprima şi distanţa dintre excentrul **E** şi punctul **M** de pe cercul de raza R, care este, prin definiţia funcţiei radial excentric (rexθ), multiplicată cu raza cercului R, adică tocmai distanţa de la **E** la **W** :

$$(2) \qquad d(\mathbf{M_1}, \mathbf{M_2}) = d(\mathbf{E}, W) = \begin{cases} R.rex\theta = R[-s.\cos(\theta-\varepsilon)+\sqrt{1-s^2\sin^2(\theta-\varepsilon)}] \\ R.\mathrm{Re}\,x\alpha = R\sqrt{1+s^2-2s.\cos(\alpha-\varepsilon)} \end{cases}$$

în care: **s** este excentricitatea numerică şi **e** = s.R este excentricitatea reală, reprezentată de distanţa de la originea **O** la excentrul **S(s, ε)** şi, respectiv, la excentrul **E(e, ε)**.

Relaţiile (2) rezultă prin înlocuirea coordonatelor punctelor $E \equiv M_1$ şi $M \equiv M_2$ în relaţia (1), dar sunt cunoscute şi ca expresiile invariante ale funcţiei supermatematice circulare excentrice **radial excentric** (rexθ sau Rexα) [1], [8], [11] .

Observaţia prin care funcţia rex, o adevărată funcţie “rege”, ce poate exprima toate curbele plane cunoscute şi o infinitate de curbe plane noi, exprimă şi distanţa dintre două puncte în plan, în coordonate polare, aparţine Prof. em. dr. math. **Octav Emilian Gheorghiu**, regretatul şef al Catedrei de Matematică de la Facultatea de Mecanică din Timişoara.

4. S T R Â M B A DE VARIABILĂ EXCENTRICĂ θ

Dreapta, având o singură dimensiune liniară, işi modifică forma la trecerea din liniar (centric) în neliniar (excentric), adică se strâmbă, din ce în ce mai mult, prin creşterea excentricităţii numerice **s**, aşa cum se poate observa în figura **3**.

Ca şi în cazul altor excentrice [4], [5], [6], **strâmba** se va obţine prin înlocuirea funcţiilor centrice, din ecuaţiile dreptelor, cu cele excentrice corespondente.

Funcţiile supermatematice, obţinându-se prin înlocuirea variabilei centrice α cu funcţia, de variabilă excentrică θ, denumită, în **SM**, funcţia amplitudine excentrică **aexθ,** cu expresia

(3) $\alpha(\theta)$ = **aex** $\theta = \theta - \arcsin[s.\sin(\theta-\varepsilon)]$,

Rezultă că (3) va reprezenta ecuaţia strâmbei primei bisectoare. Ca sa fie mai uşor de recunoscut, prin funcţia de reducere la primul cerc, ea se poate scrie nu în funcţie de unghiul θ ci, în funcţie de variabila reală $x \in \mathfrak{R}$ astfel :

(3’) $y(x) = \mathrm{aex}\,(x) = x - \arcsin[s.\sin(x-z)]$,

funcţie reprezentată în figura **3** pentru excentricităţi numerice variind în domeniul **s** $\in [-1, +1]$, în care, strâmbele prezintă grafice continue.

Pentru | **s** | > 1, sau **e** > R, strâmbele sunt continue numai pe porţiuni. Pe acele porţiuni, pe care dreapta turnantă din excentrul **S**, acum exterior cercului unitate, intersectează cercul unitate.

Principiul este valabil şi pentru distanţa dintre două puncte: pentru **s** = 0 ↠ **S** ≡ O şi distanţa **S** W = OW = R, raza cercului. În acest caz, rex(θ, **s** = 0) = Rex(α, **s** = 0) = 1; ceea ce rezultă şi din relaţiile (2) pentru **s** = **e** = 0.

Ecuaţia dreptei, ce trece prin originea O(0,0) a sistemului cartezian drept xoy, este

(4) $y = m.x = tgk.\, x \equiv \tan k.x$

astfel că ecuaţia strâmbei de variabilă excentrică x va fi

(5) $y = m.\,\mathrm{aex}\,(x, E) = \tan k.\,\mathrm{aex}[x, \mathbf{S}(s, \varepsilon)] = m.\{x-\arcsin[s.\sin(x-z)]\}$,

în care **s** şi **z** ≡ **ε** mod (2π) sunt coordonatele polare ale excentrului **S**.

Plot[Evaluate[Table[{t-ArcSin[0.1 s Sin[t]]}, {s,-10,10}], {t, -1.25 Pi, 1.25 Pi}]	Plot[Evaluate[Table[{t-ArcSin[0.1 s Sin[t]]},{s,-20,20}], {t, -1.25 Pi, 1.25 Pi}]

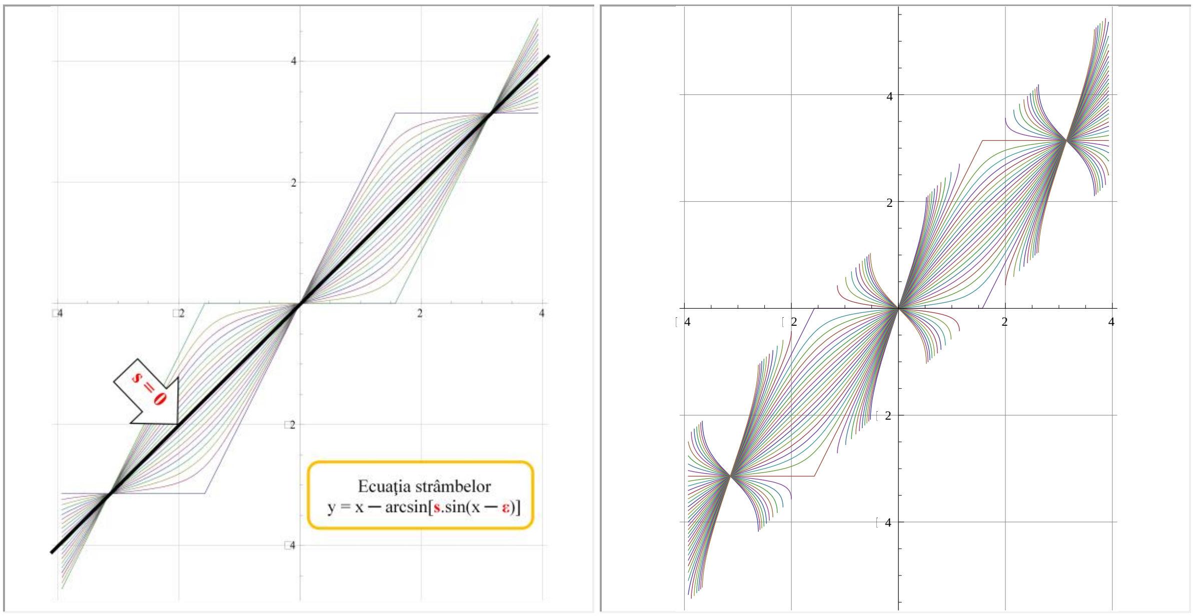


Fig. **3,a.** Familie de **S T R Â M B E,** rezultate din ecuaţia primei bisectoare.
Pentru e = s = 0, se obţine prima bisectoare, iar pentru s = ± 1 se obţin linii frânte

ParametricPlot[Evaluate[Table[{t+2, 1.5 (t-ArcSin[0.1 s Sin[t]])+3},{s,-10,10}],{t, -1.25 Pi, 1.25 Pi}]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{t+2, -1.2 (t-ArcSin[0.1 s Sin[t]])+3}, {s,-20,20}], {t, -1.25 Pi, 1.25 Pi}

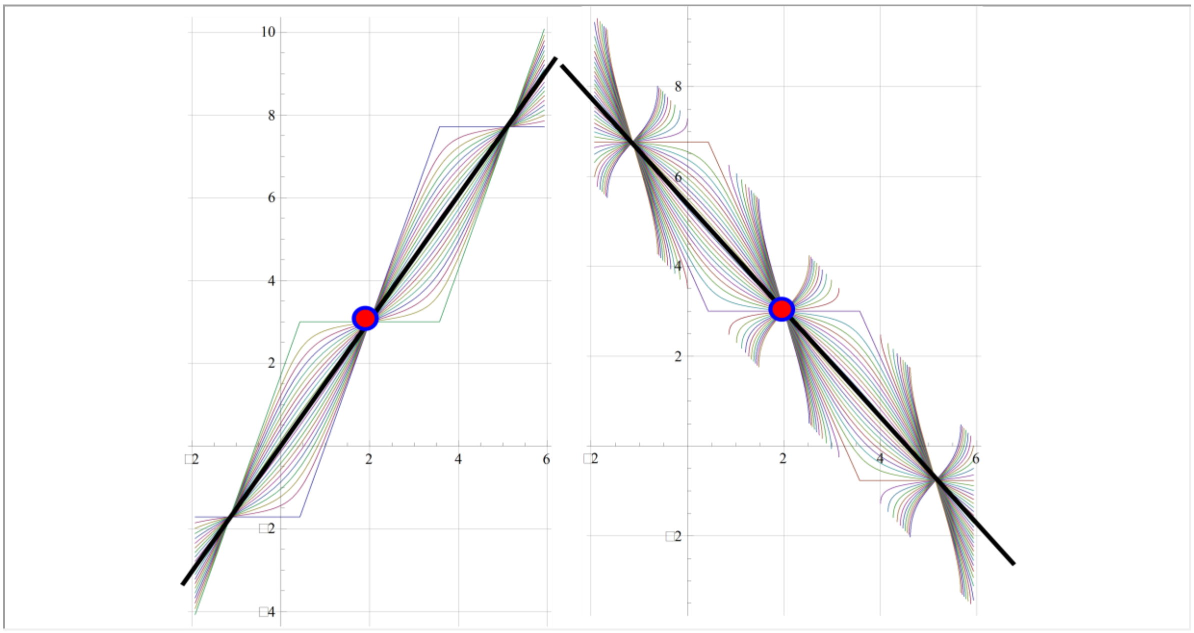


Fig. **3,b** Strâmbe de variabilă excentrică ce trec prin punctul **M(2; 3)**
de coeficient unghiular pozitiv, **m = + 1,5** ◄ şi negativ ► **m = — 1,2**

www.SuperMathematica.com	www.SuperMatematica.ro

Ecuaţia strâmbei (şi a dreptei) determinată / (ce trece) de / prin punctul $M_0(x_0, y_0)$ şi de direcţie **m** este

(6) $y = \mathbf{m}\{ x - x_0 - \arcsin[\mathbf{s}.\sin(x-z)]\} + y_0$, obţinută din ecuaţia dreptei generatoare, de **s** = 0 în (6)

(6') $y - y_0 = m (x - x_0)$

Plecând de la forma generală a dreptei şi a ecuaţiei de gradul intâi, dată de **Pier Fermat** (1637) rezultă ecuaţia generală a strâmbei :

(7) A.{x-arcsin[**s**.sin(x-**z**)]} + B.y + C = 0 .

Ecuaţia normală a strâmbei, rezultată din ecuaţia normală a dreptei, dată de **A. Cauchy** (1826), este

(8) {x-arcsin[**s**.sin(x-**z**)]}.cos a + y. sin a – p = 0 ,

în care **p** este lungimea normalei la strâmba de **s** = 0, dusă din originea reperului, iar **a** este unghiul pe care normala il face cu direcţia pozitivă a axei absciselor x.

Asemănător, se pot obţine ecuaţiile strâmbelor ce trec prin două puncte, plecând de la forma dată de **S. Lacroix** (1798);

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-\arcsin[e.\sin(x-z)]-x_1}{x_2-x_1} \qquad (9)$$

sau a ecuaţiei strâmbei de **s** = 0 (dreptei) prin tăieturi dată de **A. Crelle** (1821)

$$\frac{x-\arcsin[s.\sin(x-z)]}{a}+\frac{y}{b}-1=0\,. \qquad (10)$$

Importanţa strâmbei consistă în aceea, că ea poate reprezenta caracteristici elestice neliniare, strict necesare în dinamica sistemelor tehnice, a vibraţiilor sistemelor neliniare, caracteristici greu de obţinut anterior.

În figura **3** sunt prezentate strâmbe de m = 1 ▲şi m = 1,5 ▼ şi de excentricitate subunitară ▲ şi supraunitară ▼ şi, respectiv, strâmbe ce trec printr-un anumit punct M_0 (2, 3).

Se observă că strâmbele de s > 1 ▼ sunt discontinue.

Funcţiile supermatematice, de variabilă centrică **α**, elimină dezavantajul discontinuităţii funcţiilor supermatematice circulare excentrice, aşa cum s-a arătat în lucrarea [8].

5. STRÂMBE DE VARIABILĂ CENTRICĂ α

Se obţin în mod asemănător, cu observaţia că, variabila x, care este de fapt variabila excentrică α(**θ**) → x, din ecuaţiile dreptelor, exprimate în diverse forme, se înlocuieşte cu funcţia de variabilă centrică x → **θ**(α) = Aex(α, **S**), dată de expresia cunoscută [8] :

$$\text{Aex}\alpha = \theta(\alpha) = \alpha + \beta(\alpha) = \alpha+\arcsin\left(\frac{s.\sin(\alpha-\varepsilon)}{\sqrt{1+s^2-2s\cos(\alpha-\varepsilon)}}\right) \qquad (11)$$

În cazul funcţiilor de variabilă excentrică, dreapta generatoare **d** se rotea în jurul excentrului **S** şi intersecta cercul unitate în punctele $W_{1,2}$. Apoi, din centrul O, rezultau direcţiile radiale centrice $\alpha_{1,2}$. De aceea, pentru excentrul **S** sau **E** exterioare cercului unitate, funcţiile existau numai în anumite domenii.

În cazul funcţiilor de variabile centrică, dreapta generatoare se roteste în jurul centrului O al cercului unitate, astfel că, oriunde ar fi excentrul **S** sau **E** în planul cercului, dreapta intersecteaza în permanenţă cercul unitate în punctele $W_{1,2}$, diametral opuse şi segmentele $SW_{1,2}$ sau $EM_{1,2}$ vor defini direcţiile radiale excentrice de unghiuri $\theta_{1,2}$ cu axa absciselor.

Ecuaţia familiilor de strâmbe de variabilă centrică ce trec prin punctul M_0 (x_0, y_0) şi de coeficient unghiular m = tan k este :

$$y - y_0 = m \left[\left(x + \arcsin\left(\frac{e\sin(x-z)}{\sqrt{1+e^2-2e\cos(x-z)}}\right)\right) - x_0 \right] \qquad (12)$$

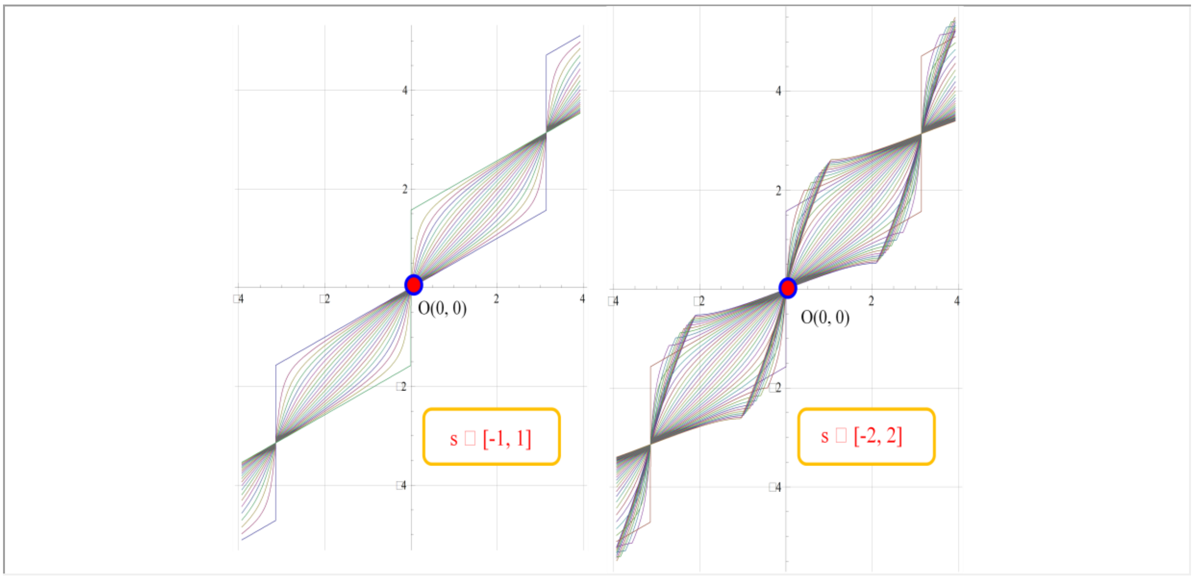
şi pentru M_0 (2, 3) şi coeficient unghiular m = 3 sunt prezentate în figura **5**.

6. CONCLUZII

La intrebarea pusă de **Fourier**, într-o discuţie cu **Monge** în 1795 şi relatată de **Jeremy Gray** in “Idei despre spatiu”, “**CE ARE DREPT O LINIE DREAPTA ?** “ acum se poate răspunde cu certitudine : ”**EXCENTRICITATE NULĂ**”

Strâmba, ca şi degenerata ei dreapta, împarte planul în două semiplane pentru Abs[**s**] < 1.

Plot[Evaluate[Table[{t+ArcSin[0.1 s Sin[t]/Sqrt[1+(0.1 s)^2 -0.2 s Cos[t]]]},{s,-10,10}],{t,-1.25 Pi,1.25 Pi}]	Plot[Evaluate[Table[{t+ArcSin[0.1 s Sin[t]/Sqrt[1+(0.1 s)^2 -0.2 s Cos[t]]]},{s,-20,20}],{t,-1.25 Pi,1.25 Pi}]



ParametricPlot[Evaluate[Table[{t+2, 1.5 (t+ArcSin[0.1 s Sin[t]/Sqrt[1+(0.1 s)^2 -0.2 s Cos[t]]])+3}, {s, -10, 10}], {t,-1.25 Pi,1.25 Pi}]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{t+2, -1.2 (t+ArcSin[0.1 s Sin[t]/Sqrt[1+(0.1 s)^2 -0.2 s Cos[t]]])+3},{s,-20,20}],{t,-1.25 Pi,1.25 Pi}]

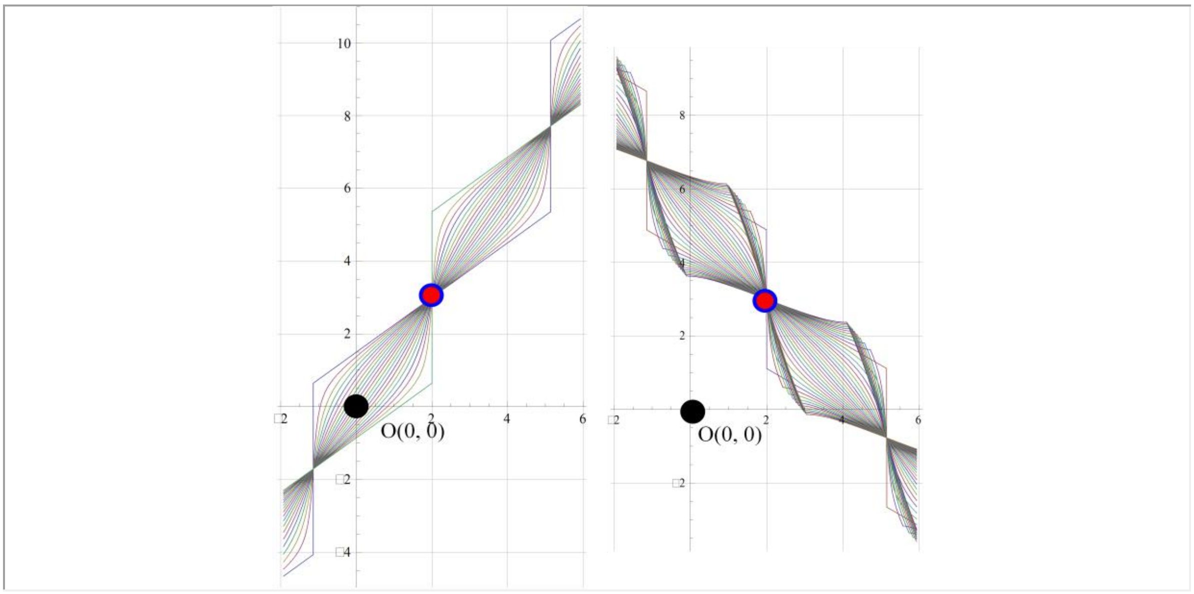


Fig. 5 Strâmbe de variabilă centrică α

www.SuperMathematica.com	www.SuperMatematica.ro

Dacă **A. G. Köstner** afirma la 2 august 1789 “ **Nu exista o definitie clara a dreptei** “, acum se poate afirma cu claritate că **dreapta este o strâmba de excentricitate nulă**.

ParametricPlot[Evaluate[Table[{{t,JacobiAmplitude [2 t EllipticK[0.1 s]/ Pi,0.1s]}},{s,0,10}],{t,-Pi/2, Pi}]	ParametricPlot[Evaluate[Table[{{t +2, JacobiAmplitude [2 t EllipticK[0.1 s]/ Pi,0.1 s]+3}},{s,0,10}],{t,-Pi/2, Pi/2}]

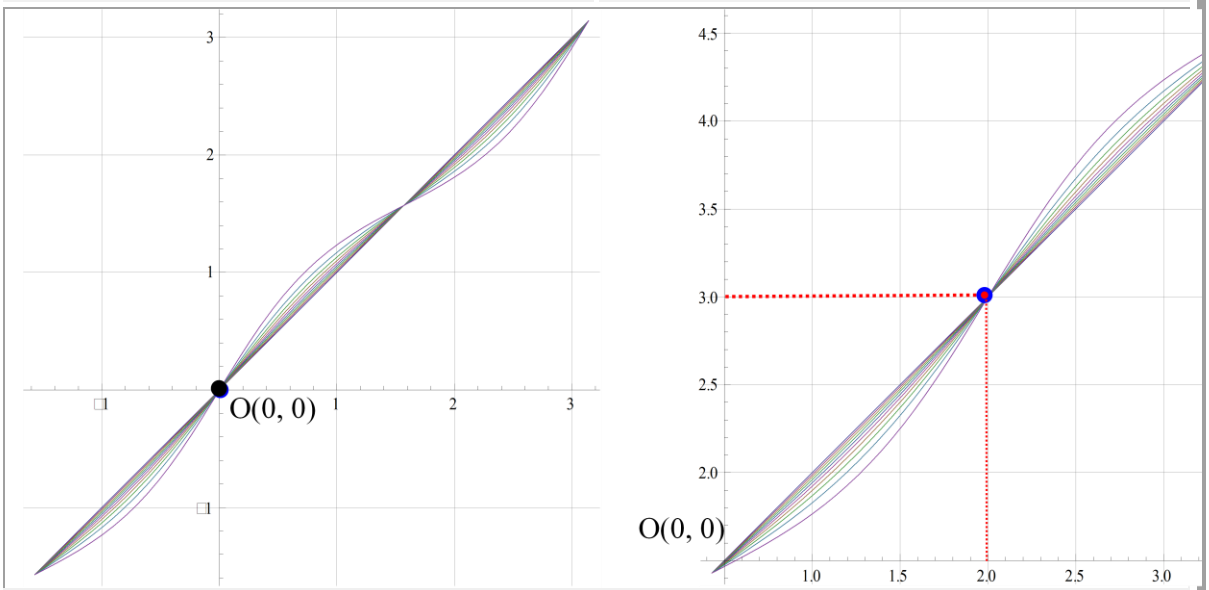


Fig. 6 Strâmbe eliptice **Jacobi**

www.SuperMathematica.com	www.SuperMatematica.ro

Mai rămâne de definit clar ce-i stramba ? Pentru că exista foarte multe curbe diferite de dreapă, dar şi de strâmbă. Şi strâmbele sunt de mai multe genuri. Aşa, de exemplu, utilizând funcţia amplitudine (sau amplitudinus) am (u,k) a lui **Jakobi** din teoria funcţiilor speciale eliptice, foarte asemănătoare cu funcţiile aex θ şi Aexα, care sunt denumite chiar amplitudune excentrică de variabilă excentrică şi, respectiv, centrică, tocmai prin analogie cu funcţia amplitudinus, se obţin curbe foarte apropiate de strâmbele prezentate în prezenta lucrare. Aceste strâmbe (Fig.**6**) ar putea fi definite ca **strâmbe eliptice Jakobi.**

Şi alte functiile supermatematice circulare şi hiperbolice (excentrice, elevate şi exotice) pot la fel de bine exprima caracteristici elastice neliniare, asemănătoare strâmbelor de excentricitate diferită de zero.

Vom denumi strâmbele obţinute cu funcţii circulare excentrice **strâmbe excentrice**, iar cele obţinute cu funcţii circulare elevate şi exotice, **strâmbe elevate** şi, respectiv, **strâmbe exotice**.

Toate acestea pot fi de simplă, dublă sau multiplă excentricitate, iar excentrul poate fi un punct fix (s / e , ε = constante) sau de punct mobil ce evolueaza pe diverse curbe.

7. BIBLIOGRAFIE

1	Mircea Şelariu	SUPERMATEMATICA	Com.VII Conf.Internaţ. de Ing. Manag. şi Tehn. TEHNO'95, Timişoara Vol. 9 Matematică Aplicată, pag. 41…64
2	Mircea Şelariu	FUNCŢII CIRCULARE EXCENTRICE	Conf. Naţ. Vibr. în Constr. de Maşini, Timişoara, 1978, pag. 101…108
3	Mircea Şelariu	FUNCŢII CIRCULARE EXCENTRICE ŞI EXTENSIA LOR	Bul. Şt şi Tehn. al I.P."TV" Timişoara, seria Mecanică, Tomul 25(39), Fasc.1-1980, pag. 189…196
4	Mircea Şelariu	THE DEFINITION OF THE ELLIPTIC ECCENTRIC WITH FIXED ECCENTER	A V-a Conf. Naţ. de Vibr. în Constr. de Maş.,Timişoara, 1985,

			pag. 175 … 182
5	Mircea Şelariu	ELLIPTIC ECCENTRICS WITH MOBILE ECCENTER	IDEM, pag. 183 … 188
6	Mircea Şelariu	CIRCULAR ECCENTRICS AND HYPERBOLICS ECCENTRICS	IDEM, pag. 189 … 194
7	Mircea Şelariu	ECCENTRIC LISSAJOUS FIGURES	IDEM, pag. 195 .. 202
8	Mircea Şelariu	FUNCŢII SUPERMATEMATICE CIRCULARE EXCENTRICE DE VARIABILĂ CENTRICĂ	A VII-a Conf. de Ing. Manag. şi Tehn. TEHNO'98, Timişoara, 1998, pag. 531 … 548.
9	Mircea Şelariu	DETERMINAREA ORICÂT DE EXACTĂ A RELAŢIEI DE CALCUL A INTEGRALEI ELIPTICE COMPLETE DE SPEŢA ÎNTÂIA K (k)	Buletinul VIII-a Conf. de Vibr. Mec., Timişoara, Vol. III, pag. 15 … 24
10	Mircea Şelariu	CALITATEA CONTROLULUI CALITĂŢII	Lucr. Simp. AGIR "Contr. Calit.", Drobeta Tr.-Severin,
11	Mircea Şelariu	RIGIDITATEA DINAMICĂ EXPRIMATĂ CU FUNCŢII SUPERMATEMATICE	Com. VII Conf. Internaţ. de Ing. Man. şi Tehn. TEHNO'95, Timişoara, Vol. 7: Mecatronică, Dispozitive şi Roboţi Ind., pag. 185 … 194
12	Mircea Şelariu	FORMA TRIGONOMETRICĂ A SUMEI ŞI A DIFERENŢEI NUMERELOR COMPLEXE	Com. VII Conf. Internaţ. de Ing. Man. şi Tehn. TEHNO'95, Timişoara, Vol. 9 Matematică Aplicată, pag. 65 … 72
13	Mircea Şelariu	MIŞCAREA CIRCULARĂ EXCENTRICĂ	IDEM, Vol. 7 : Mecatronică, Dispozitive şi Roboţi Industriali, pag. 85 … 102
14	Mircea Şelariu	TRANSFORMAREA RIGUROASĂ ÎN CERC A DIAGRAMEI POLARE A COMPLIANŢEI	Bul. Şt. al Univ. "POLITEHNICA" din Timişoara, Seria Mecanică, Tom 47 (61), 2002, pag . 247 … 264.