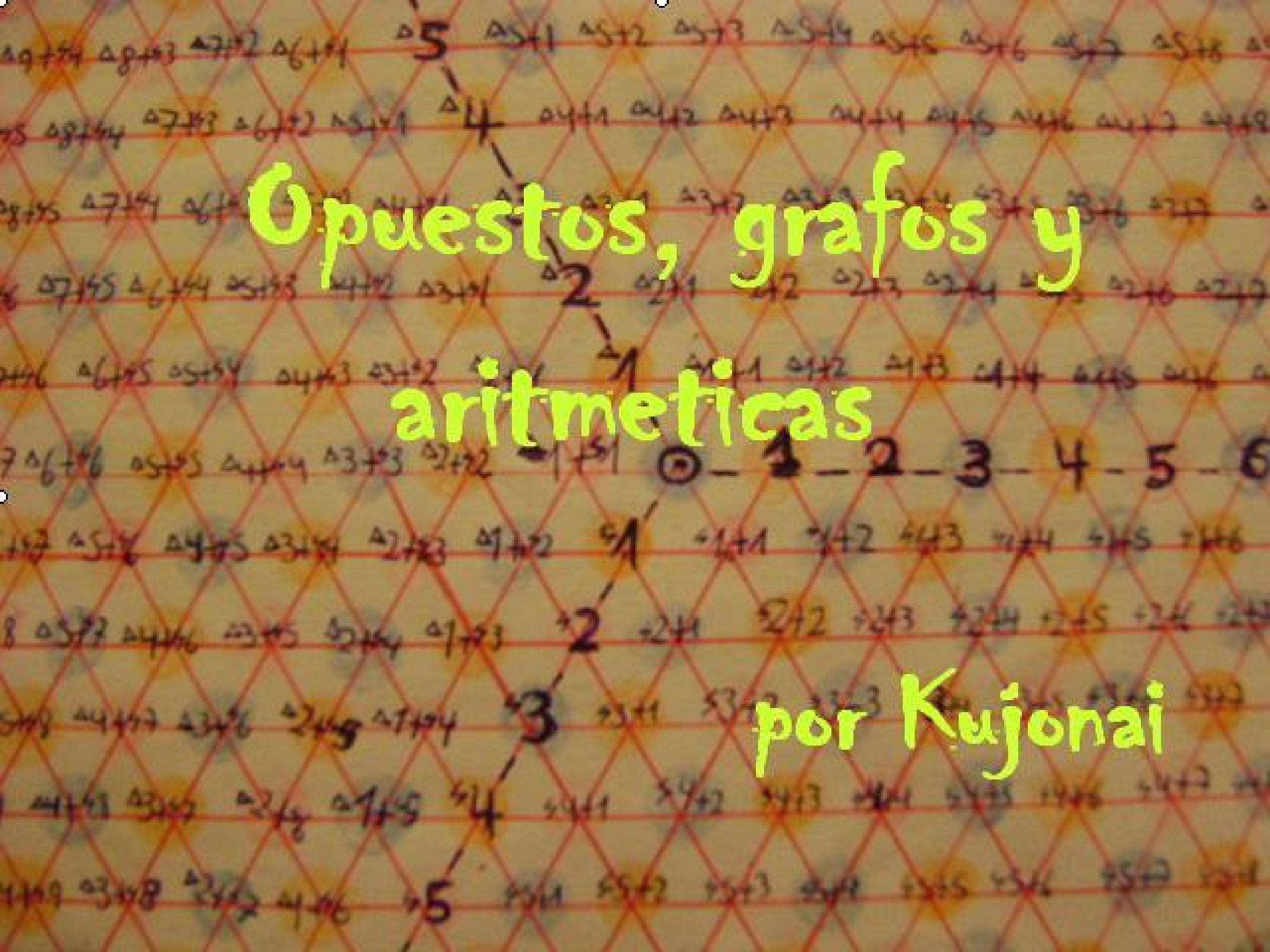
Opuestos, grafos y aritmeticas

por Kujonai



“Opuestos, grafos y aritméticas”

Introducción

A continuación, pretendo relacionar varios conceptos como modulo, opuestos (o signos), aritmética, el cuarto nivel de hypernumeros de Musean, politopos, especialmente el triangulo, matrices y determinantes, complejos, raices, …., ya que de esta sopa de conceptos nace mi trabajo, aunque a un nivel mas profundo nace por darle un sentido matemático simple al concepto de opuesto, especialmente a una aritmética de 3 signos, y lo demás fue saliendo a medida de que avanzaba en esto, mientras iba adquiriendo sentido y fuerza.

Por Kujonai

Aritmética de Signos

Es trabajar con valores en vez de signos, mediante la intervención de la aritmética modular. La aritmética normal trabaja en módulo 2 (2 signos)

en vez de — ponemos

$^{+}3 + {}^{-}4 = {}^{-}1 \qquad \ulcorner 0 \lrcorner 3 + \ulcorner 1 \lrcorner 4 = \ulcorner 1 \lrcorner 1$

que viene siendo una suma de diferentes signovalores en 2 signos donde ⌜ ⌟ son los corchetes modulares y los coeficiente dentro son los valores de los signos o signovalores

Ahora bien la suma de un mismo signovalor resulta:

$$\ulcorner p \lrcorner a + \ulcorner p \lrcorner b = \ulcorner p \lrcorner (a+b) \quad p \in \{0,1\}$$

y la suma de signos diferentes: que viene siendo la resta es:

$$\ulcorner 0 \lrcorner a + \ulcorner 1 \lrcorner b = \ulcorner 0 \lrcorner (a-m) + \ulcorner 1 \lrcorner (b-m)$$

en notación de signos

$${}^{+}a + {}^{-}b = {}^{+}(a-m) + {}^{-}(b-m)$$

$m = \min\{a,b\}$

en notación normal

Siendo la multiplicacion conmutativa queda definida:

$$\ulcorner p \lrcorner a \cdot \ulcorner q \lrcorner b = \ulcorner (p+q) \bmod 2 \lrcorner ab$$

$$p, q \in \{0,1\} \qquad p \neq q$$

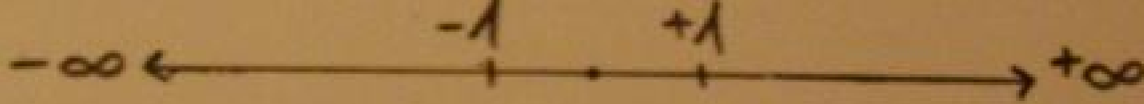
para abreviar lo anterior lo pondremos como

$$\ulcorner (p+q) \bmod 2 \lrcorner ab = \ulcorner \tfrac{p+q}{2} \lrcorner ab$$

y como estamos operando con 1 solo valor en particular, queda:

$$\ulcorner \tfrac{p+q}{2} \lrcorner \Rightarrow \ulcorner p+q \lrcorner$$

La representación de esta aritmetica son 2 rayos con origen 0 a los infinitos respectivos, la recta numérica:



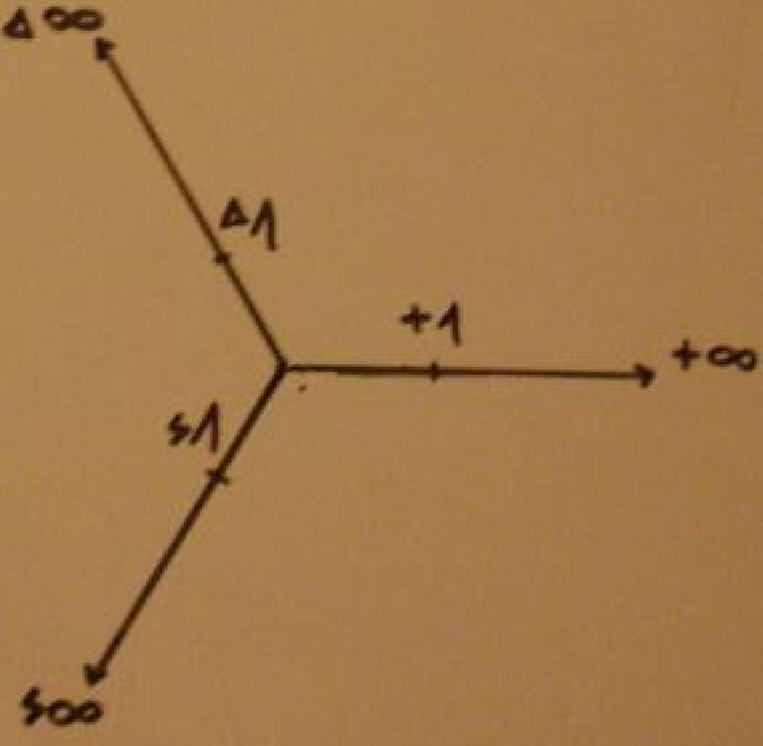
Por último, la aritmética de -1

$$(-1)^{n} = (-1)^{n \bmod 2} \qquad (-1)^{0} = 1$$

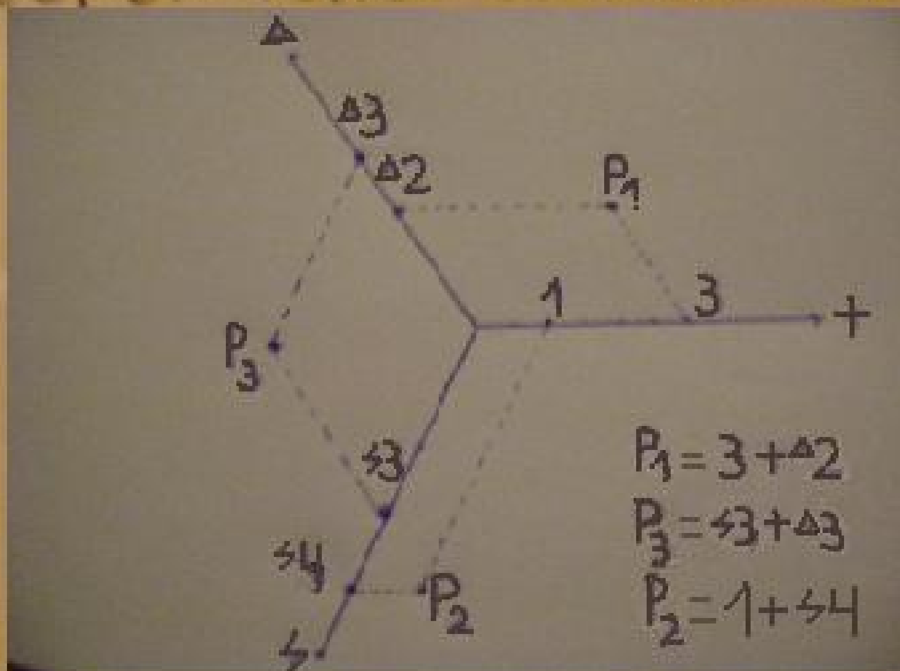
$$(-1)^{1} = -1$$

Aritmetica de 3 signos

Se representa por 3 rayos con origen cero que pasan por los vertices de 1 triángulo equilatero



y como representa los puntos en el plano, para ubicar 1 punto, se trazan paralelas a los ejes dependiendo el sector en que este



r_0 = +
r_1 = ϟ
r_2 = Δ

Los puntos quedan como sumas cuando estan en los sectores entre ejes.

Seguiremos con "la notacion normal" para 3 signos por la simplicidad de notación.

Su representación algebraica queda "$\ulcorner P \lrcorner a + \ulcorner Q \lrcorner b$" que son los terniones en forma trilinear

$$P, Q \in \{0,1,2\}$$
$$P \neq Q$$
$$a, b \geq 0$$

- si a y b son mayores a 0 el ternion esta en algun sector.
- si un coeficiente es nulo, el ternion esta en algun eje
- si a y b son nulos el ternion es 0

La suma de 1 mismo signovalor es igual:

$$\ulcorner P \lrcorner a + \ulcorner P \lrcorner b = \ulcorner P \lrcorner (a+b)$$

$$P \in \{0,1,2\} \qquad a,b \geq 0$$

La suma de 3 diferentes signos:

$$^{+}a + {}^{\Delta}b + {}^{\$}c = {}^{+}(a-m) + {}^{\Delta}(b-m) + {}^{\$}(c-m)$$

$$a,b,c \geq 0 \qquad m = \min\{a,b,c\}$$

Ej: $5 + {}^{\$}7 + {}^{\Delta}4 = (5-4) + {}^{\$}(7-4) + {}^{\Delta}(4-4)$

$$= 1 + {}^{\$}3$$

* no se puede seguir operando

La suma de terniones queda

$$\underbrace{(\ulcorner p \lrcorner a + \ulcorner q \lrcorner b)}_{(t_1)} + \underbrace{(\ulcorner r \lrcorner c + \ulcorner s \lrcorner d)}_{(t_2)} = (t_1 + t_2)$$

$a, b, c, d \geq 0 \quad p, q, r, s \in \{0, 1, 2\}$

$p \neq q \quad r \neq s$

Ej: $(3 + {}^{\triangle}7) + ({}^{\triangle}2 + {}^{\varsigma}5) = 3 + {}^{\triangle}9 + {}^{\varsigma}5 = {}^{\triangle}6 + {}^{\varsigma}2$

* siendo el ternion 1 suma, al sumarse con otro (con coeficientes no nulos), quedara 1 suma de diferentes signos

La aritmetica de $\Delta 1$ y $s1$

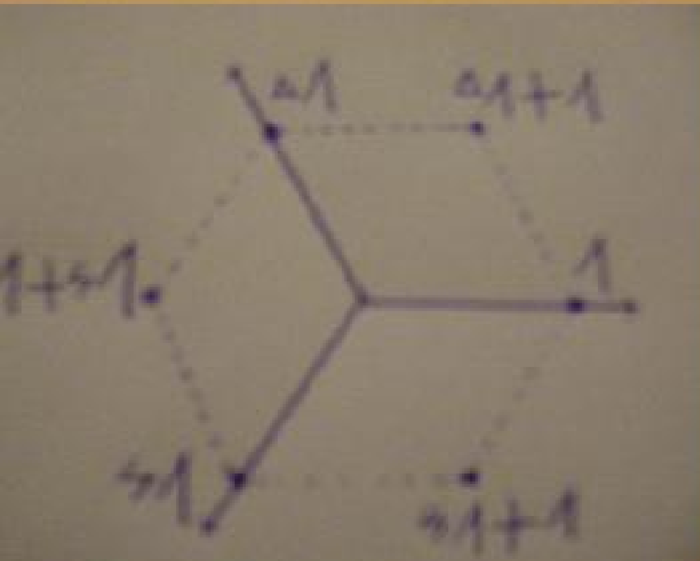
$(\Delta 1)^{n} = (\Delta 1)^{n \bmod 3}$	$(s1)^{n} = (s1)^{n \bmod 3}$	$(\text{cualquiera})^{n \bmod 3}$
$(\Delta 1)^{0} = 1$	$(s1)^{0} = 1$	$v^{0} = 1$
$(\Delta 1)^{1} = \Delta 1$	$(s1)^{1} = s1$	$v^{1} = v$
$(\Delta 1)^{2} = s1$	$(s1)^{2} = \Delta 1$	$v^{2} = -(v+1)$

facilmente deducible por el producto de signos

$$\ulcorner p \lrcorner a \cdot \ulcorner q \lrcorner b = \ulcorner (p+q) \bmod 3 \lrcorner ab = \ulcorner p+q \lrcorner ab$$

$$\ulcorner \tfrac{p}{3} \lrcorner a \cdot \ulcorner \tfrac{q}{3} \lrcorner b = \left\ulcorner \tfrac{p+q}{3} \right\lrcorner ab = \ulcorner p+q \lrcorner ab$$

Incorporación de negativos



Ahora bien sabemos que el inverso aditivo de 1 en $\mathbb{R}_+$ es -1 y en $\mathbb{T}$ es $\triangle 1+\varsigma 1$ ya que:

$$1-1=0 \quad y \quad 1+\triangle 1+\varsigma 1=0$$

igualando $\quad 1-1=1+\triangle 1+\varsigma 1$

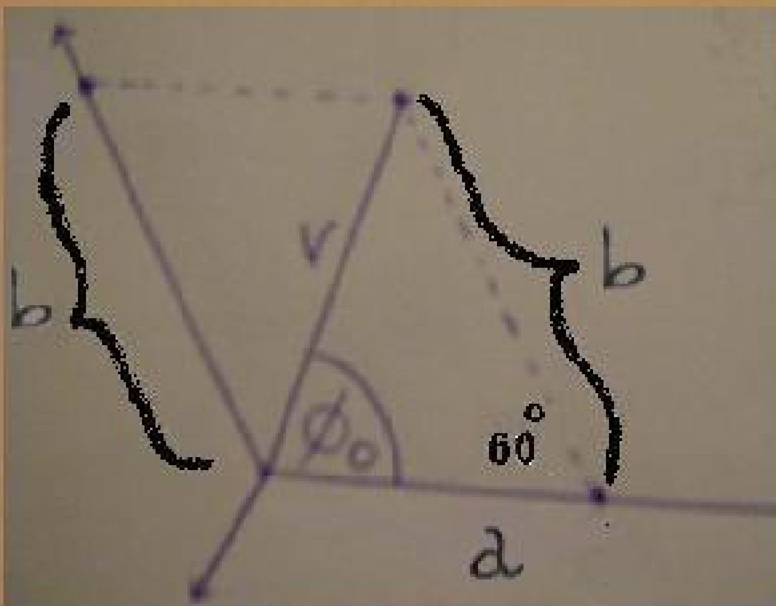
sumanodo -1 $\quad -1=\triangle 1+\varsigma 1$

* procedemos con $-\triangle$ y $-\varsigma$ $\Rightarrow$ $-\varsigma 1=\varsigma(-1)=\varsigma(\triangle 1+\varsigma 1)=1+\triangle 1$

$-\triangle 1=\triangle(-1)=\triangle(\triangle 1+\varsigma 1)=1+\varsigma 1$

* con esto justificamos $u^2=-(u+1)$

Modulo(radio) de 1 ternion en forma trilinear



por el teorema de los cosenos

$$r^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos 60^\circ$$

$$r^2 = a^2 + b^2 - 2ab\frac{1}{2}$$

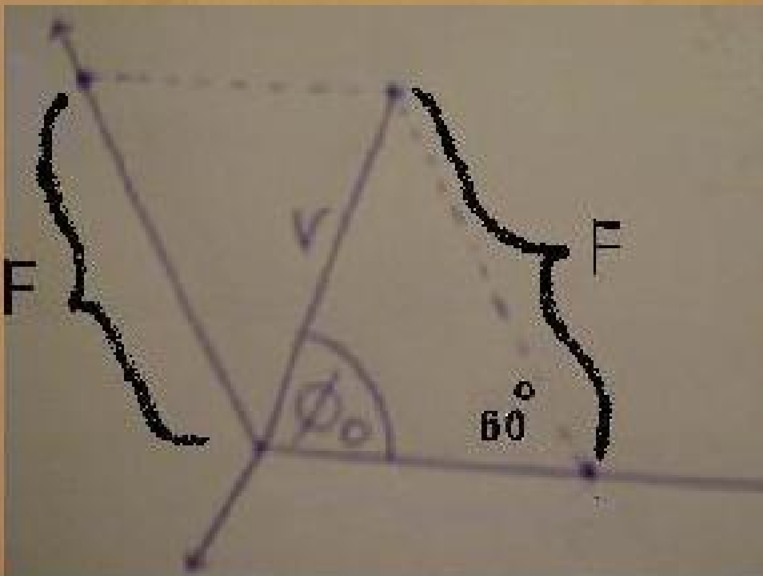
$$|{}_3t| = \sqrt{a^2 + b^2 - ab}$$

$$|{}_3t| = r$$

$${}_3t = \ulcorner P \lrcorner a + \ulcorner Q \lrcorner b$$

$P, Q \in \{0,1,2\} \quad P \neq Q$

Angulo (argumento) de 1 ternion en forma trilinear

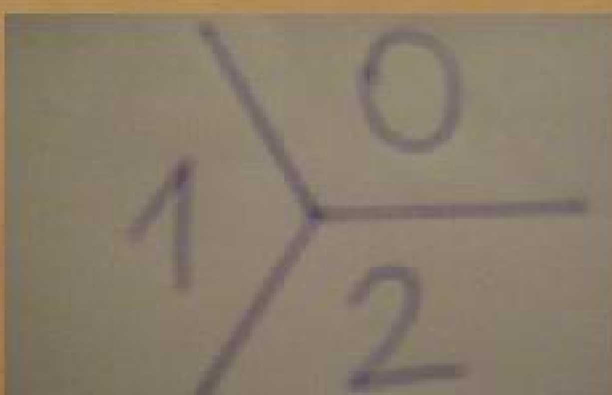


por el teorema de los senos

$$\frac{r}{\operatorname{sen} 60^\circ} = \frac{F}{\operatorname{sen}\phi_0}$$ desjamos ϕ_0

$$\phi_0 = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}F}{2|_3t'|}\right)$$

$$\phi = \phi_0 + S \cdot 120^\circ$$



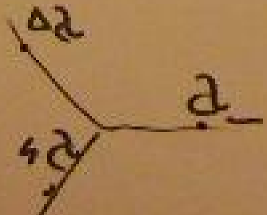
ϕ: ángulo total : el ángulo entre el módulo y el eje positivo

ϕ_0: ángulo local : el angulo entre el modulo y el eje del coeficiente que no es F

F: el coeficiente que esta en el eje izquierdo del sector del ternion mirando desde el origen

S: sector en que esta el ternión

* si el ternión esta en los ejes, entonces:



$${}_{3}\rceil t = \ulcorner p \lrcorner\, a \qquad |{}_{3}\rceil t| = a$$

$$p \in \{0, 1, 2\}$$

Aritmetica de $-ϟ1$ y $-\Delta 1$

n nmod6 $(-ϟ1) = (-ϟ1)$	n nmod6 $(-\Delta 1) = (-\Delta 1)$	nmod6 (cualquiera) =
$(-ϟ1)^0 = 1$	$(-\Delta 1)^0 = 1$	$\omega^0 = 1$
$(-ϟ1)^1 = -ϟ1$	$(-\Delta 1)^1 = -\Delta 1$	$\omega^1 = \omega$
$(-ϟ1)^2 = \Delta 1$	$(-\Delta 1)^2 = ϟ1$	$\omega^2 = \omega - 1$
$(-ϟ1)^3 = -1$	$(-\Delta 1)^3 = -1$	$\omega^3 = -1$
$(-ϟ1)^4 = ϟ1$	$(-\Delta 1)^4 = \Delta 1$	$\omega^4 = -\omega$
$(-ϟ1)^5 = -\Delta 1$	$(-\Delta 1)^5 = -ϟ1$	$\omega^5 = 1 - \omega$

* $\omega = -\upsilon$

Resta de ternions

$$(t_1)-(t_2)=(t_1 +^{-} t_2)=(t_1+(\Delta 1 +^{\varsigma} 1)\, t_2)$$

Distanci entre 2 puntos

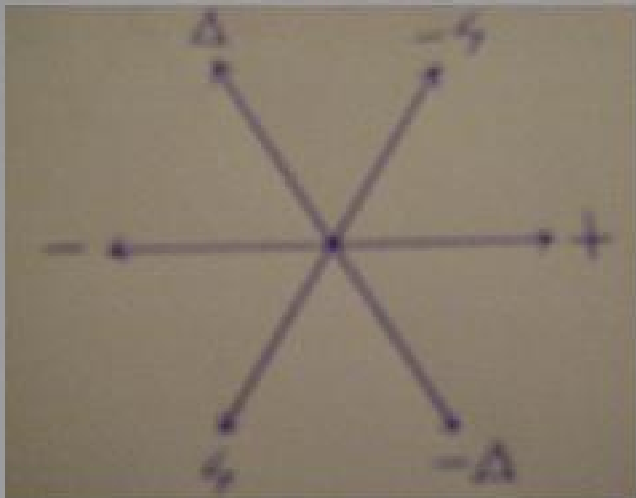
$$d(t_1,t_2)=|t_2-t_1|$$

* aunque el equivalente mas fiel ...

$$(t_1)+^{\varsigma}(t_2)+^{\Delta}(t_3)$$

... no he acabado de comprenderlo.

Coordenadas Hexalineares en el plano

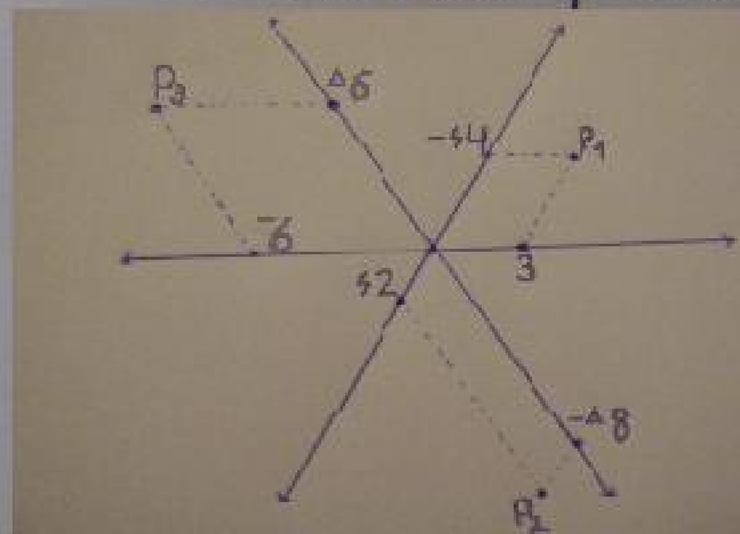


Al igual que las coordenadas trilineares, para ubicar 1 punto se trazan paralelas

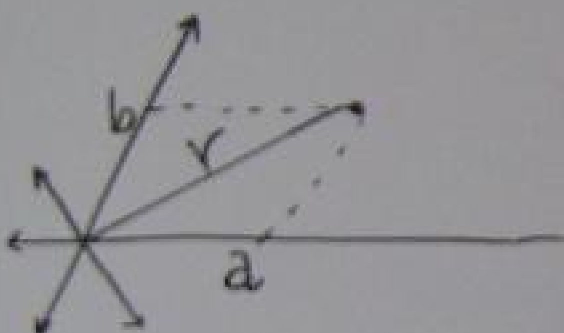
$P_1 = 3 + {}^{-ϟ}4$

$P_2 = {}^{ϟ}2 + {}^{-Δ}8$

$P_3 = {}^{Δ}6 + {}^{-}6$



* De modo que 1 ternion en la forma hexalinear resulta...



$$ {}_6\Upsilon = \left\lceil \tfrac{p}{2} \middle| \tfrac{r}{3} \right\rfloor a + \left\lceil \tfrac{Q}{2} \middle| \tfrac{s}{3} \right\rfloor b $$

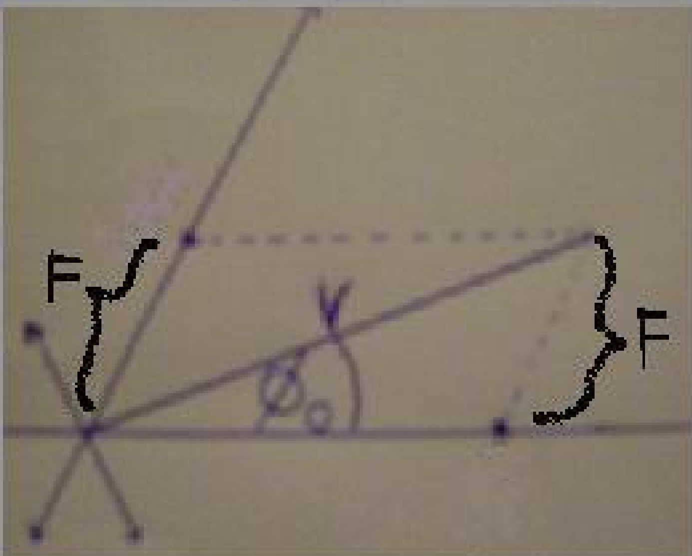
$$ p, Q \in \{0,1\} \quad r, s \in \{0,1,2\} $$

$$ p \neq Q \quad r \neq s \quad a, b \geq 0 $$

$$ r^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos 120^\circ $$
$$ r^2 = a^2 + b^2 + ab $$
$$ |{}_6\Upsilon| = \sqrt{a^2 + b^2 + ab} $$

...que combina los signovalores 2 y 3, como especies de "coordenadas modulares"

Angulo de 1 ternion en forma hexalinear



$$\frac{r}{\operatorname{sen}120^\circ} = \frac{F}{\phi_0}$$

$$\phi_0 = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}\,F}{2\,|{}_6t|}\right)$$

$$\phi = \phi_0 + 5\cdot 60^\circ$$

* La aritmetica de potencias para $1, -1, \Delta 1, \triangleleft 1, -\triangleleft 1, -\Delta 1$ en notación de signos

$$\left(\left\lceil \tfrac{p}{2} \middle| \tfrac{q}{3} \right\rceil 1\right)^n = \left\lceil \tfrac{np}{2} \middle| \tfrac{nq}{3} \right\rceil 1 \quad p\in\{0,1\}\ \ q\in\{0,1,2\}$$

Tranformación de coordenadas

Hexalineares a trilineares $({}_6t \to {}_3t)$

$$
\begin{aligned}
{}^{\ulcorner p \lrcorner}a + {}^{-\ulcorner q \lrcorner}b &= {}^{\ulcorner p \lrcorner}a + ({}^{\Delta}1 + {}^{\varsigma}1)^{\ulcorner q \lrcorner}b \\
&= {}^{\ulcorner p \lrcorner}a + {}^{\ulcorner p \lrcorner}b + {}^{\ulcorner r \lrcorner}b \qquad p, q, r \in \{0, 1, 2\} \\
&= {}^{\ulcorner p \lrcorner}(a + b) + {}^{\ulcorner r \lrcorner}b \qquad p \neq q \neq r
\end{aligned}
$$

$$a, b \geq 0$$

Ej: $5 + {}^{-\varsigma}3 = 5 + ({}^{\Delta}1 + {}^{\varsigma}1)^{\varsigma}3$

$= 5 + 3 + {}^{\Delta}3$

$= 8 + {}^{\Delta}3$

trilineares a Hexalineres ($\sqrt[3]{t} \to \sqrt[6]{t}$)

$$\ulcorner\alpha\lrcorner a + \ulcorner\beta\lrcorner b = {}^{\ulcorner Sm\lrcorner} m + {}^{\ulcorner S\underline{M}\lrcorner} m + {}^{\ulcorner S\underline{M}\lrcorner}(M-m)$$

$$= {}^{-\ulcorner \underline{r}\lrcorner} m + {}^{\ulcorner S\underline{M}\lrcorner}(M-m)$$

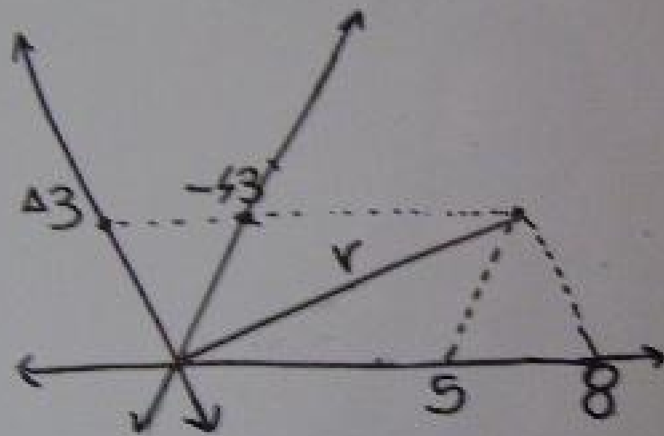
$\alpha, \beta, r \in \{0,1,2\}$ $\quad m = \min\{a, b\}$

SK: signo valor de K $\quad M = \max\{a, b\}$

Ej: $8 + {}^{\Delta}3 = {}^{\Delta}3 + {}^{+}3 + {}^{+}5$

$= {}^{-s}3 + 5$

Ejemplo numerico de Que los modulos son iguales en ambas coordenadas



$$|r| = \underbrace{\sqrt{5^2+3^2+5\cdot 3}}_{|{}_6 r|} = \underbrace{\sqrt{8^2+3^2-8\cdot 3}}_{|{}_3 r|} = \sqrt{49}$$

$$|{}_6 r| = |{}_3 r|$$

Productos Notables

$$(a+b)(a+^{\Delta}b)(a+^{\$}b)=a^3+b^3$$

$$(a\mp b)(a+^{-\Delta}b)(a+^{-\$}b)=a^3-b^3$$

$$(a+b)(a+^{-}b)=a^2-b^2$$

$$(a+^{\Delta}b)(a+^{-\Delta}b)=a^2-^{\$}b^2$$

$$(a+^{\$}b)(a+^{-\$}b)=a^2-^{\Delta}b^2$$

$$(a+^{\Delta}b)(a+^{\$}b)=a^2-ab+b^2$$

$$(a+^{-\Delta}b)(a+^{-\$}b)=a^2+ab+b^2$$

$$(a+b)(a\mp b)(a+^{\Delta}b)(a+^{\$}b)(a+^{-\Delta}b)(a+^{-\$}b)=a^6-b^6$$

* Casi 1 Asunto combinatorio

Potencias del trinomio de la forma $(a + {}^{\Delta}b + {}^{ϟ}c)^n$

Potencia	Coeficientes	Signos	coef. Elevacion
0	1	+	$a^0 b^0 c^0$
1	1 1 1	+ Δ ϟ	a b c
2	1 2 1 2 2 1	+ Δ ϟ ϟ + Δ	a^2 ab b^2 ac cb c^2
3	1 3 3 1 3 6 3 3 3 1	+ Δ ϟ + ϟ + Δ Δ ϟ +	a^3 a^2b ab^2 b^3 a^2c abc cb^2 ac^2 c^2b c^3

* Destacable por su simetria

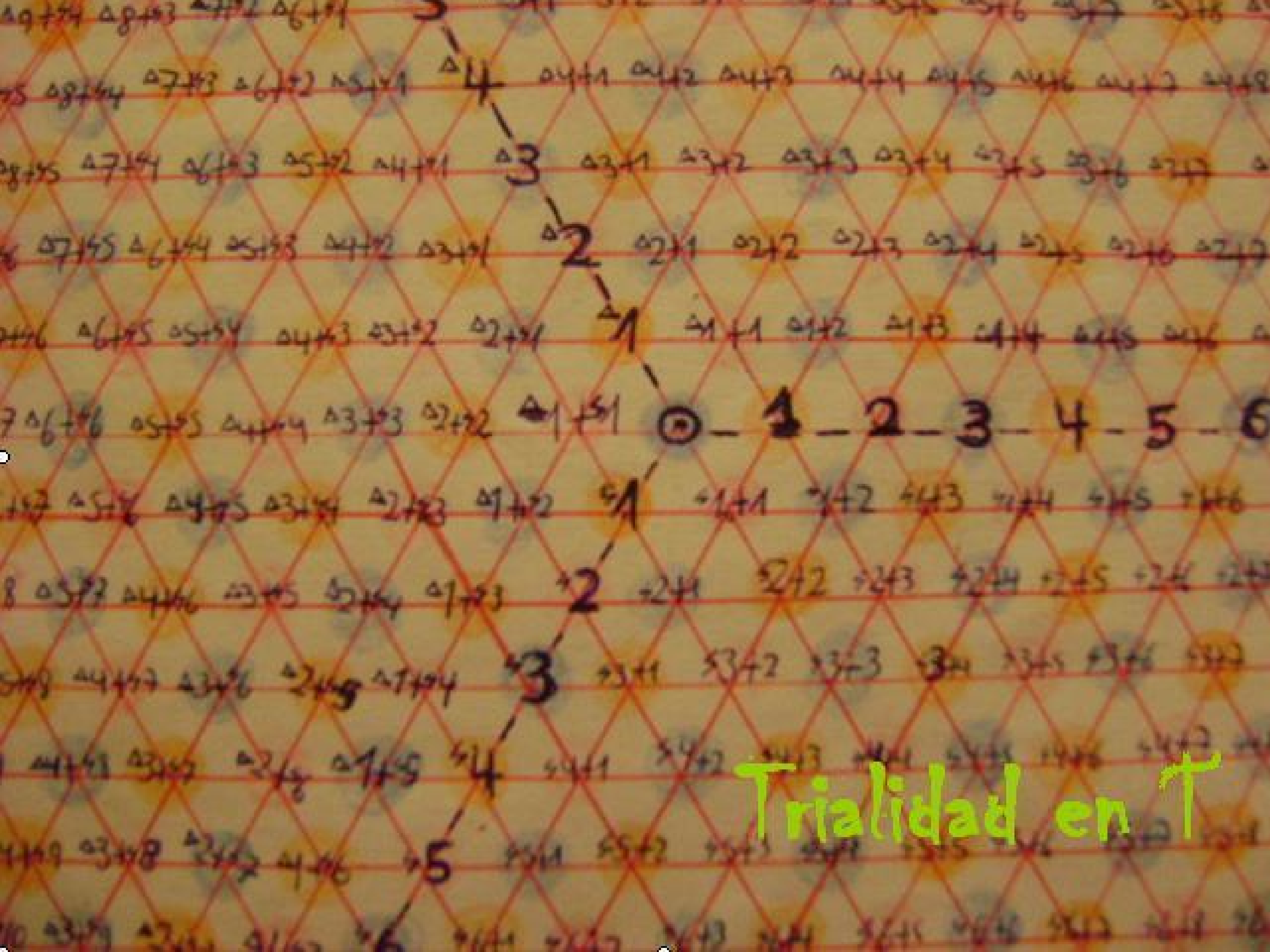
Simetrias Numericas

I) Paridad en los enteros $\left\lceil \frac{a}{2} \right\rfloor \begin{cases} 1 \Rightarrow \text{impar} \\ 0 \Rightarrow \text{par} \end{cases}$

II) trialidad en $\dagger$ $\quad \left\lceil \frac{a+b}{3} \right\rfloor = \begin{cases} 1 \Rightarrow \text{atrial1} \\ 2 \Rightarrow \text{atrial2} \\ 0 \Rightarrow \text{"trial"} \end{cases}$

III) triparidad o tridualidad en $\dagger$

$$\left\lceil \frac{a+b}{2} \middle| \frac{a+b}{3} \right\rfloor = \begin{cases} 1,2 \Rightarrow \text{atrdl1} & 0,2 \Rightarrow \text{atrdl4} \\ 0,1 \Rightarrow \text{atrdl2} & 1,1 \Rightarrow \text{atrdl5} \\ 1,0 \Rightarrow \text{atrdl3} & 0,0 \Rightarrow \text{"tridual"} \end{cases}$$


Trialidad en T

Relación con los complejos

Los complejos son vectores, al igual que los terniones, a nivel basico son muy similares, pero cambia el sentido de enfoque. Con variable son representables en 1 espacio de 4 dimensiones Basta cambiar i por $(1+\Delta 2)/\sqrt{3}$ y todo lo que hace i lo hara $(1+\Delta 2)/\sqrt{3}$, (por medio de coordenadas polares) Es util pasar de terniones a complejos para luego determinar el ángulo, etc

$\Delta 1 \Leftrightarrow \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ $\quad s1 \Leftrightarrow \frac{-1+-i\sqrt{3}}{2}$ $\quad i \Leftrightarrow \frac{1+\Delta 2}{\sqrt{3}}$

Tranformaciones isometricas

tranformación	$\lceil p \rfloor a + \lceil q \rfloor b$	τ
identidad	$\lceil p \rfloor a + \lceil q \rfloor b$	τ
Simetria (origen)	$-(\lceil p \rfloor a + \lceil q \rfloor b)$	$-\tau$
Simetria eje P	$\lceil p \rfloor a + \lceil r \rfloor b$	
Simetria eje Q	$\lceil r \rfloor a + \lceil q \rfloor b$	
Homotecia (origen)	$k(\lceil p \rfloor a + \lceil q \rfloor b)$	$k\tau$
Rotación 120° (origen)	$\Delta(\lceil p \rfloor a + \lceil q \rfloor b)$	$\Delta\tau$
Rotación 60° (origen)	$-s(\lceil p \rfloor a + \lceil q \rfloor b)$	$-s\tau$

$p, q, r \in \{0, 1, 2\}$ $\quad p \neq q \neq r$

*Esto no Era necesario

Multiplicación en $\mathcal{T}_3$

$$\underbrace{\left(\ulcorner m \lrcorner a + \ulcorner n \lrcorner b\right)}_{(\mathcal{T}_1)} \cdot \underbrace{\left(\ulcorner P \lrcorner c + \ulcorner Q \lrcorner d\right)}_{(\mathcal{T}_2)} = \underbrace{\ulcorner mP \lrcorner ac + \ulcorner mQ \lrcorner ad + \ulcorner nP \lrcorner bc + \ulcorner nQ \lrcorner bd}_{(\mathcal{T}_1 \mathcal{T}_2)}$$

Inverso de 1 $\mathcal{T}_3$

$$\mathcal{T}^{-1} = \frac{1}{\mathcal{T}_1} = \frac{1}{\ulcorner m \lrcorner a + \ulcorner n \lrcorner b} = \frac{\left(\ulcorner m \lrcorner a + \ulcorner n+1 \lrcorner b\right)\left(\ulcorner m \lrcorner a + \ulcorner n+2 \lrcorner b\right)}{a^3 + b^3}$$

División en $\mathcal{T}_3$

$m, n, P, Q \in \{0, 1, 2\}$

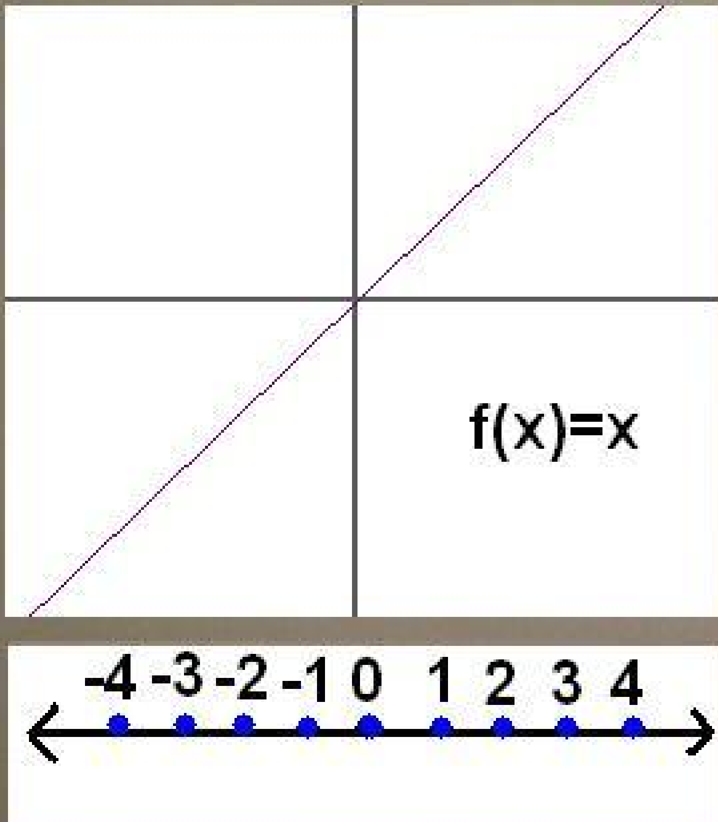
$$\frac{\mathcal{T}_2}{\mathcal{T}_1} = \mathcal{T}_2 \cdot \mathcal{T}_1^{-1}$$

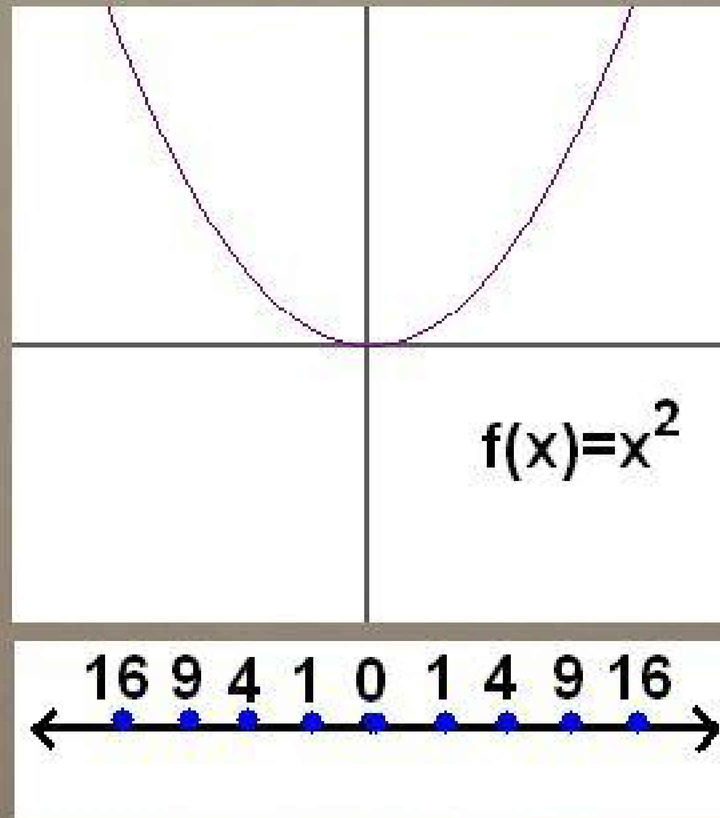
$m \neq n \quad P \neq Q$

$a, b, c, d \geq 0$

- $\mathcal{T}_1$ tiene almenos 1 coef. $> a\ 0$ para definir inverso

Paridad ó Dualidad de funciones





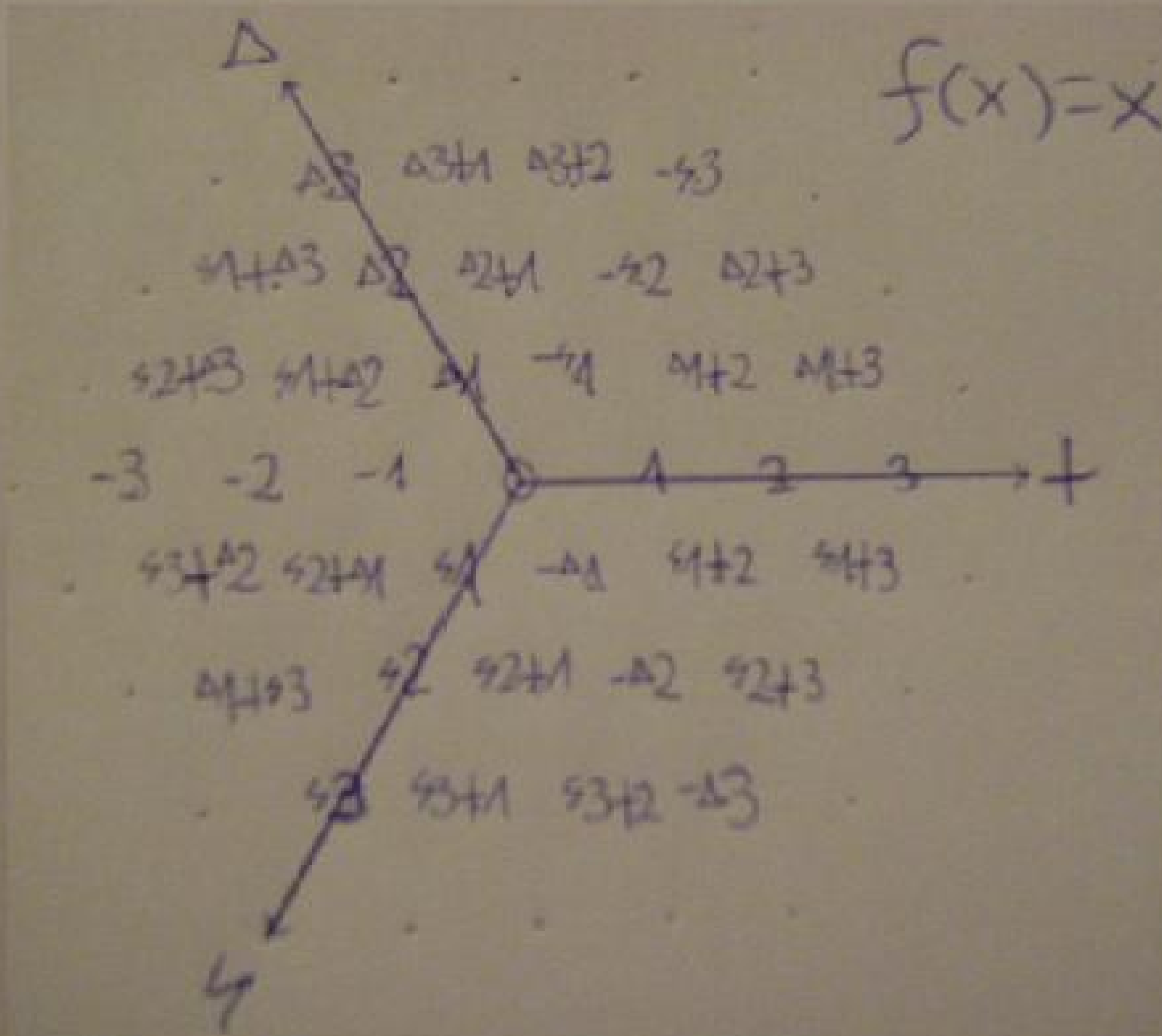
$f(-x)=-f(x)$

IMPAR x^{2n+1}

$f(-x)=f(x)$

PAR $x^{2n+2}=x^{2n}$

trialidad de funciones



$$f(ϟx)=ϟf(x)$$
$$f(\Delta x)=\Delta f(x)$$

$$f(ux)=uf(x)$$

Atrial⌈1⌋

$$x^{3n+1}$$

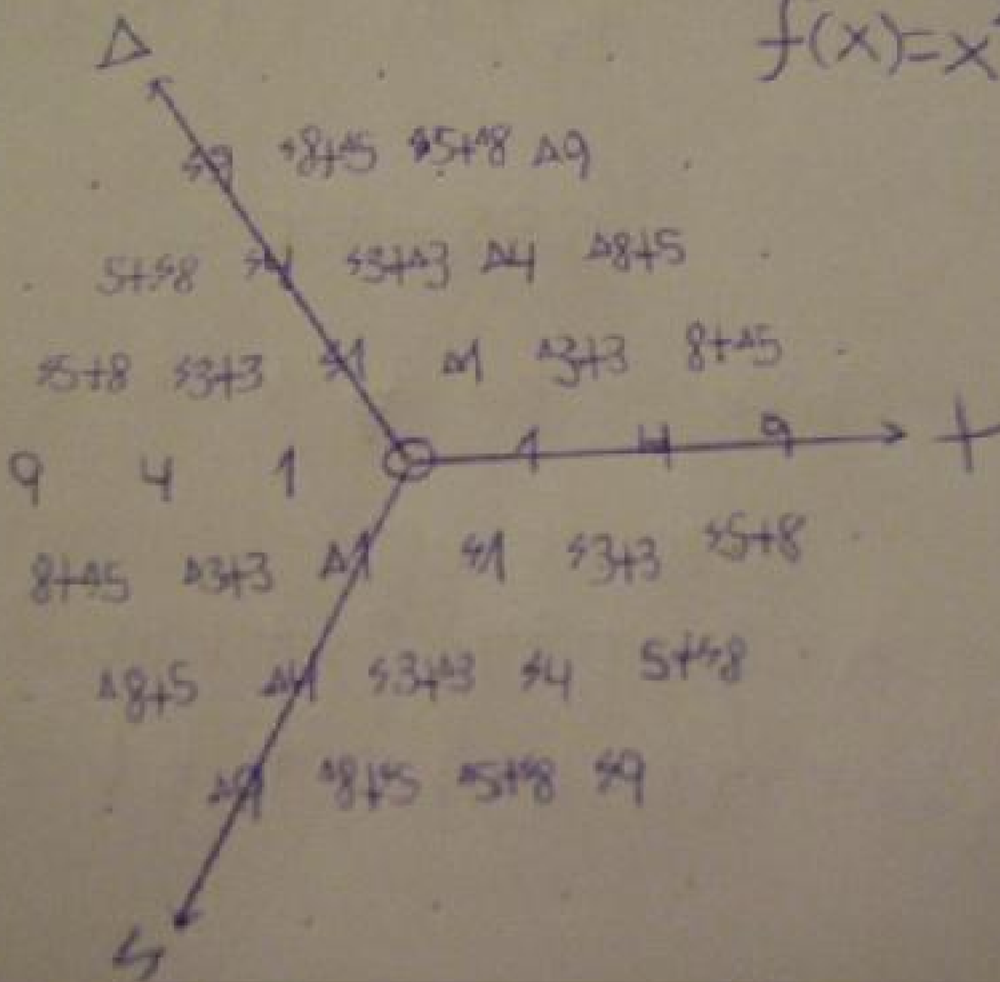
$f(ϟx) = \Delta f(x)$

$f(\Delta x) = ϟ f(x)$

$f(ux) = u^2 f(x)$

ATRIAL ⌈2⌋

x^{3n+2}



$f(ϟx)=f(x)$

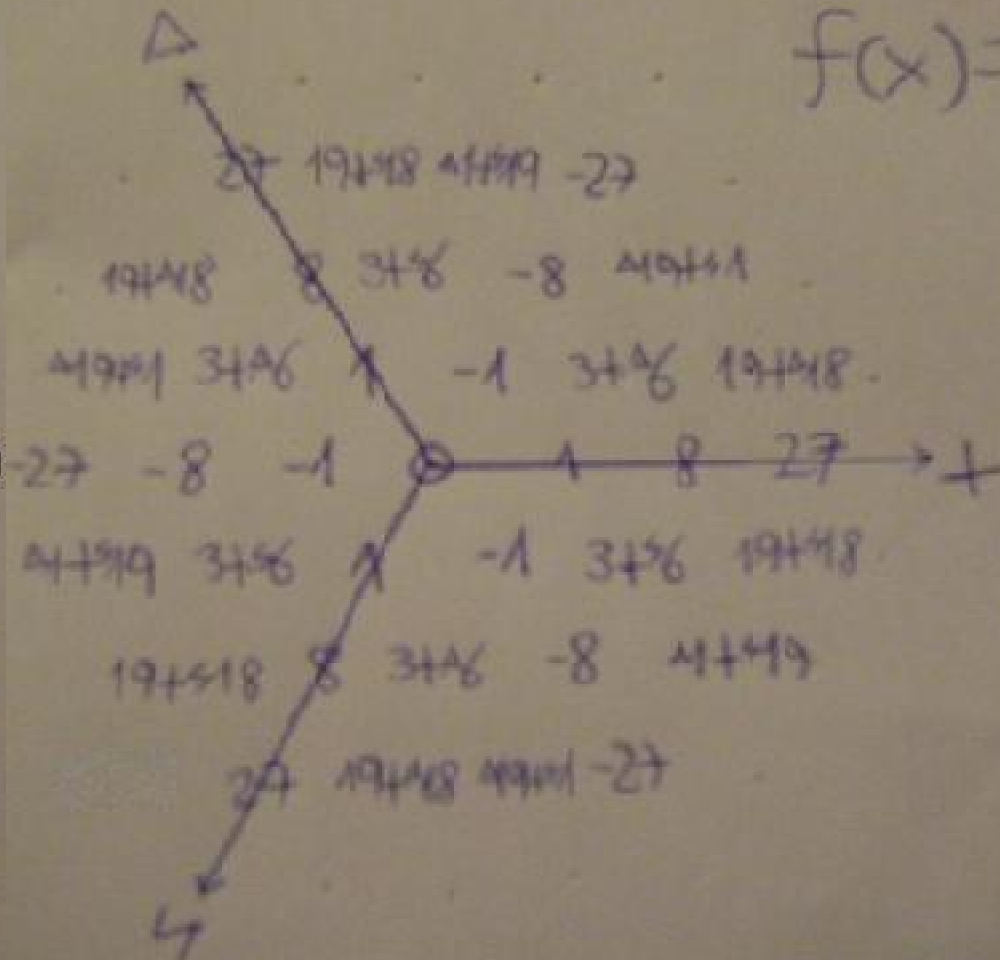
$f(\Delta x)=f(x)$

$f(ϟx)=f(\Delta x)=f(x)$

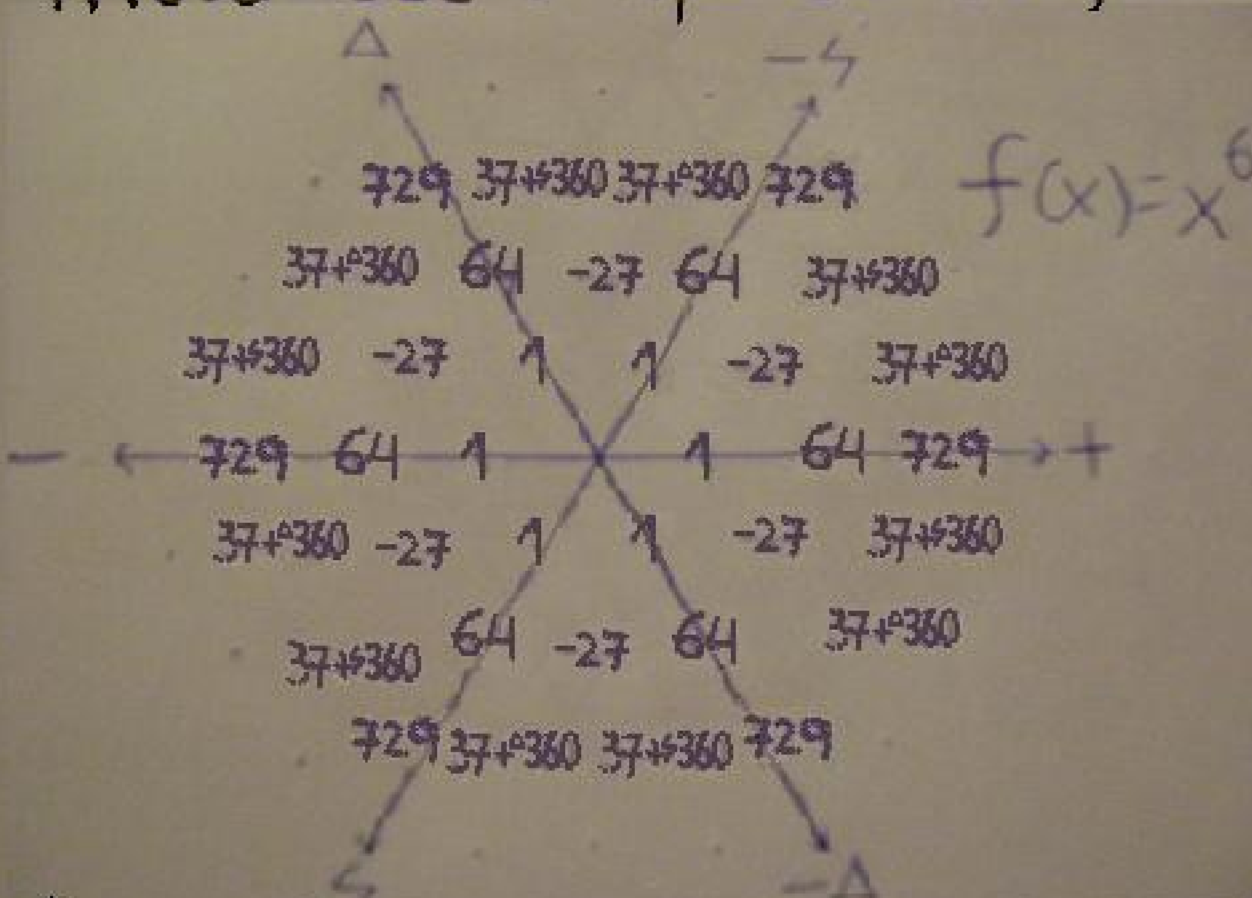
TRIAL

$x^{3n+3}=x^{3n}$

$f(x)=x^3$



tridualidad o triparidad de funciones



$$f(-\text{ϟ}x)=f(-\Delta x)=f(-x)=f(\text{ϟ}x)=f(\Delta x)=f(x)$$

tRidual ó tripar $\Rightarrow x^{6n}$

$\dagger$erniones y equaciones cubicas

$$f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow g(z) = z^3 + pz + q$$

$$p = c - b^2/3 \qquad q = d - bc/3 + 2(b/3)^3$$

$$x + b/3 = z = u + v \qquad h(m) = m^2 + qm - p^3/27$$

$$u^3 = U \quad v^3 = V \qquad m_1 = U \quad m_2 = V$$

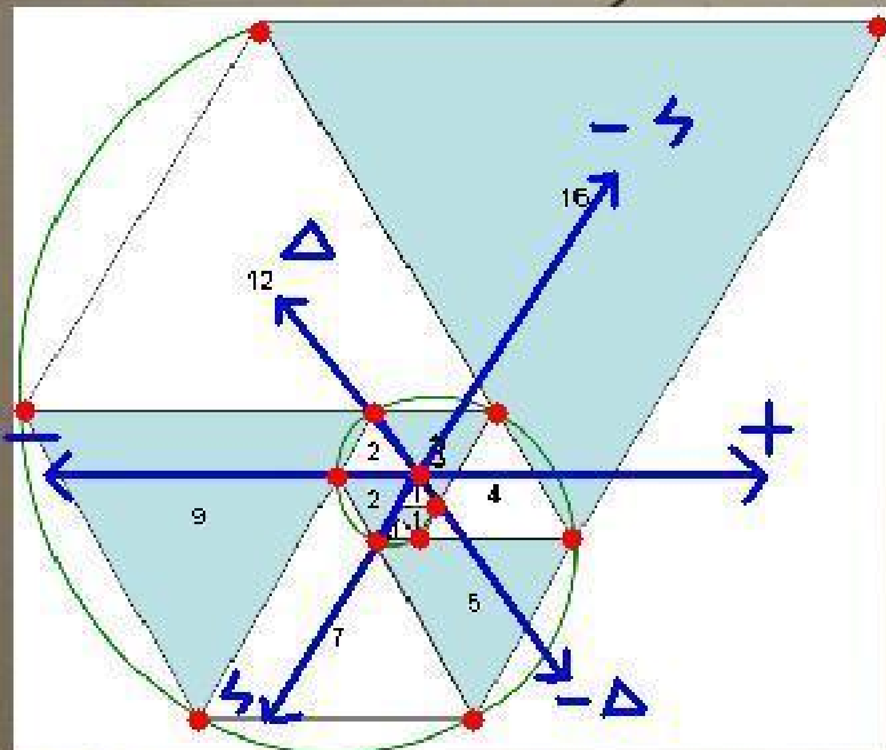
Y trasladandolo a $\dagger$ si u_0 y v_0 son raices cubicas de U y V, y con $ϟ1, \Delta 1, 1$ raices cubicas de 1 en $\dagger$, lo que le da 1 cierto sentido, las parejas posibles son:

$$(u_0, v_0) \longrightarrow x_1 = u_0 + v_0 - b/3$$

$$(ϟu_0, \Delta v_0) \longrightarrow x_2 = ϟu_0 + \Delta v_0 - b/3$$

$$(\Delta u_0, ϟv_0) \longrightarrow x_3 = \Delta u_0 + ϟv_0 - b/3$$

*En la imagen de los triangulos equilateros de la secuencia de Padovan, los vertices se determinan facilmente por la sgte suma:



$$\sum_{i=1}^{n} (-1)^i P_i = V_i$$

mas exactamente

$$\sum_{i=1}^{n} \omega^i P_i = V_i$$

V_i = vertice iesimo

P_i = termino iesimo de la secuencia de Padovan

0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 12
16, 21, 28, 37, 49, 65, ...

.... si es que tiene sentido

"División ternaria" (trivision)

$${}_{b}\overset{a}{\curlyvee}{}_{c} = a^{1} b^{\Delta 1} \cdot c^{\varsigma 1} \qquad {}_{a}\overset{a}{\curlyvee}{}_{a} = a^{1} \cdot a^{\varsigma 1} \cdot a^{\Delta 1} = a^{0} = 1$$

$${}_{a}\overset{1}{\curlyvee}{}_{a} = a^{\varsigma 1} \cdot a^{\Delta 1} = a^{\varsigma 1 + \Delta 1} = a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$${}_{1}\overset{a}{\curlyvee}{}_{a} = a^{1} \cdot a^{\varsigma 1} = a^{1 + \varsigma 1} = a^{-\Delta 1}$$

$${}_{a}\overset{a}{\curlyvee}{}_{1} = a^{1} \cdot a^{\Delta 1} = a^{1 + \Delta 1} = a^{-\varsigma 1}$$

-Algo que tiene sentido e eliminar 1 coeficiente

$${}_{b}\overset{a}{\curlyvee}{}_{c} = {}_{b/m}\overset{a/m}{\curlyvee}{}_{c/m} \qquad m = \min\{a, b, c\}$$

Para poder calcular esto, lo llevamos a $\mathbb{C}$, operamos, y de vuelta a $\mathcal{Y}$.

Aritmetica de n-signos

Lo unico que la diferencia de una aritmetica de 2 signos (aparte del mod n) es agregar unas igualdad en los elementos opuestos de las operaciones

$$a+-a=\sum_{i=1}^{n}\ulcorner\!\begin{smallmatrix} i \\ n \end{smallmatrix}\!\lrcorner a=\ulcorner\!\begin{smallmatrix} 1 \\ n \end{smallmatrix}\!\lrcorner a+\ulcorner\!\begin{smallmatrix} 2 \\ n \end{smallmatrix}\!\lrcorner a+\cdots+\ulcorner\!\begin{smallmatrix} n \\ n \end{smallmatrix}\!\lrcorner$$

$$=a\sum_{i=1}^{n}\ulcorner\!\begin{smallmatrix} i \\ n \end{smallmatrix}\!\lrcorner 1$$ propiedad distributiba

$$a\cdot a^{-1}=\prod_{i=1}^{n}a^{\left(\ulcorner\!\begin{smallmatrix} i \\ n \end{smallmatrix}\!\lrcorner 1\right)}=a^{\left(\ulcorner\!\begin{smallmatrix} 1 \\ n \end{smallmatrix}\!\lrcorner 1\right)}\cdot a^{\left(\ulcorner\!\begin{smallmatrix} 2 \\ n \end{smallmatrix}\!\lrcorner 1\right)}\cdots a^{\left(\ulcorner\!\begin{smallmatrix} n \\ n \end{smallmatrix}\!\lrcorner 1\right)}$$

$$=a^{\left(\sum_{i=1}^{n}\ulcorner\!\begin{smallmatrix} i \\ n \end{smallmatrix}\!\lrcorner 1\right)}$$ propiedad potencias de igual base

*en aritmetica de n-signos el signovalor 0 viene siendo el signo positivo

Suma de elementos del mismo signovalor

$$\lceil{}^{Q}_{n}\rfloor a + \lceil{}^{Q}_{n}\rfloor b = \lceil{}^{Q}_{n}\rfloor (a+b) \qquad Q \in \{0,1,2,\dots,n-1\}$$

$$a, b \geq 0$$

Suma de n diferentes signos

$$\sum_{i=1}^{n} \lceil{}^{i}_{n}\rfloor a_i = \sum_{i=1}^{n} \lceil{}^{i}_{n}\rfloor (a_i - m) \qquad m = \mathrm{MIN}\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

$$a_1, a_2, \dots, a_n \geq 0$$

Propiedad de potencias (para signo-valores)

$$\left(\lceil{}^{k}_{n}\rfloor a\right)^{b} = \left\lceil{}^{\sum_{i=0}^{b} k}_{n}\right\rfloor a^{b} = \lceil{}^{bk}_{n}\rfloor a^{b}$$

*La equación de la forma $x^n - 1 = 0$
en un algebra de n-signos

$$x^n - 1 = 0 \Longrightarrow x = \sqrt[n]{1}$$

-enumerando soluciones:

$$X_i = \left\lceil \frac{i}{n} \right\rfloor 1 \quad i \in \{1, 2, \ldots, n\}$$

Esto se verifica facilmente por la propiedad de potencias recien nombrada

$$\left(\left\lceil \frac{i}{n} \right\rfloor 1\right)^n = \left\lceil \frac{ni}{n} \right\rfloor 1^n = \left\lceil \frac{0}{n} \right\rfloor 1 = +1$$

ni es multiplo de n

*ya que 1 aritmetica de n-signos se representa por n rayos que parten del origen (cero) y pasan por los vertices de 1 simplex de dimensión n-1, los vertices de ese simplex (unitarios) son las soluciones a la anterior equación

* El caso x^6-1 tiene por soluciones

$$X_i = \left\lceil \tfrac{i}{6} \right\rfloor 1 \qquad i \in \{0,1,\dots,6\}$$

...pero tambien con solución en τ

$$X_{ij} = \left\lceil \tfrac{i}{2} \middle| \tfrac{j}{3} \right\rfloor 1 \qquad i \in \{0,1\} \quad j \in \{0,1,2\}$$

$$(-s1)^6 = (-\Delta 1)^6 = (-1)^6 = (\Delta 1)^6 = (s1)^6 = (+1)^6 = 1$$

$$\left(\left\lceil \tfrac{i}{2} \middle| \tfrac{j}{3} \right\rfloor 1\right)^6 = \left\lceil \tfrac{6i}{2} \middle| \tfrac{6j}{3} \right\rfloor 1^6 = \left\lceil \tfrac{0}{2} \middle| \tfrac{0}{3} \right\rfloor 1 = 1$$

- con 2 y 3 divisores de 6

* ya que estamos en el reino de los módulos, los divisores y multiplos hacen su "resto" en el asunto.

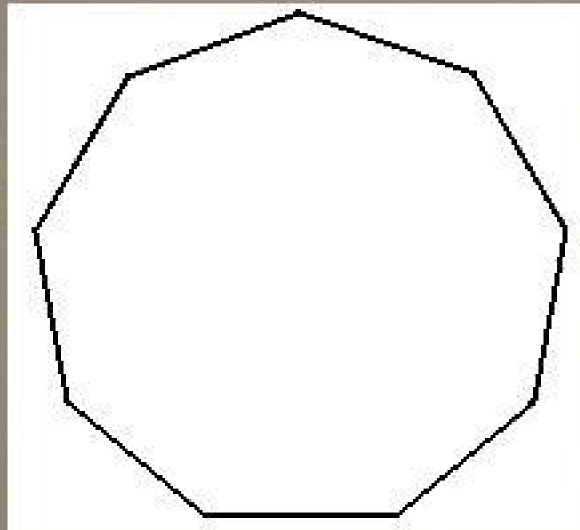
Construcción del grafo de 1 megatopo de cruce en σ-opuestos y δ-dimensiones

1. Hacemos 1 poligono regular de $\delta\sigma$ lados
2. En cada vertice, los enumeramos de 0 a $\delta\sigma-1$ y trazamos aristas a todos los demas vertices excepto a los vertices que cumplen:

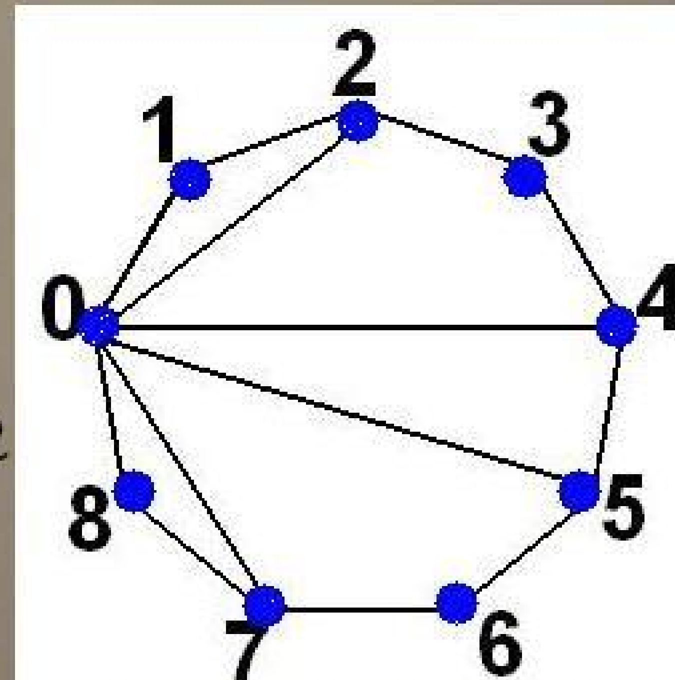
$$v \bmod \delta = 0$$

v: valor asignado a cada vertice

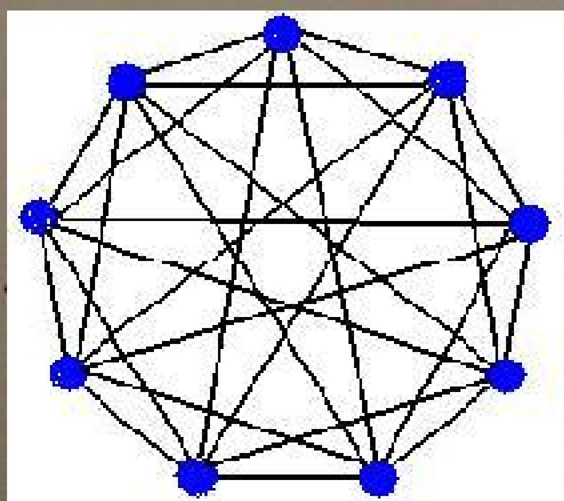
Ej: 1



2a

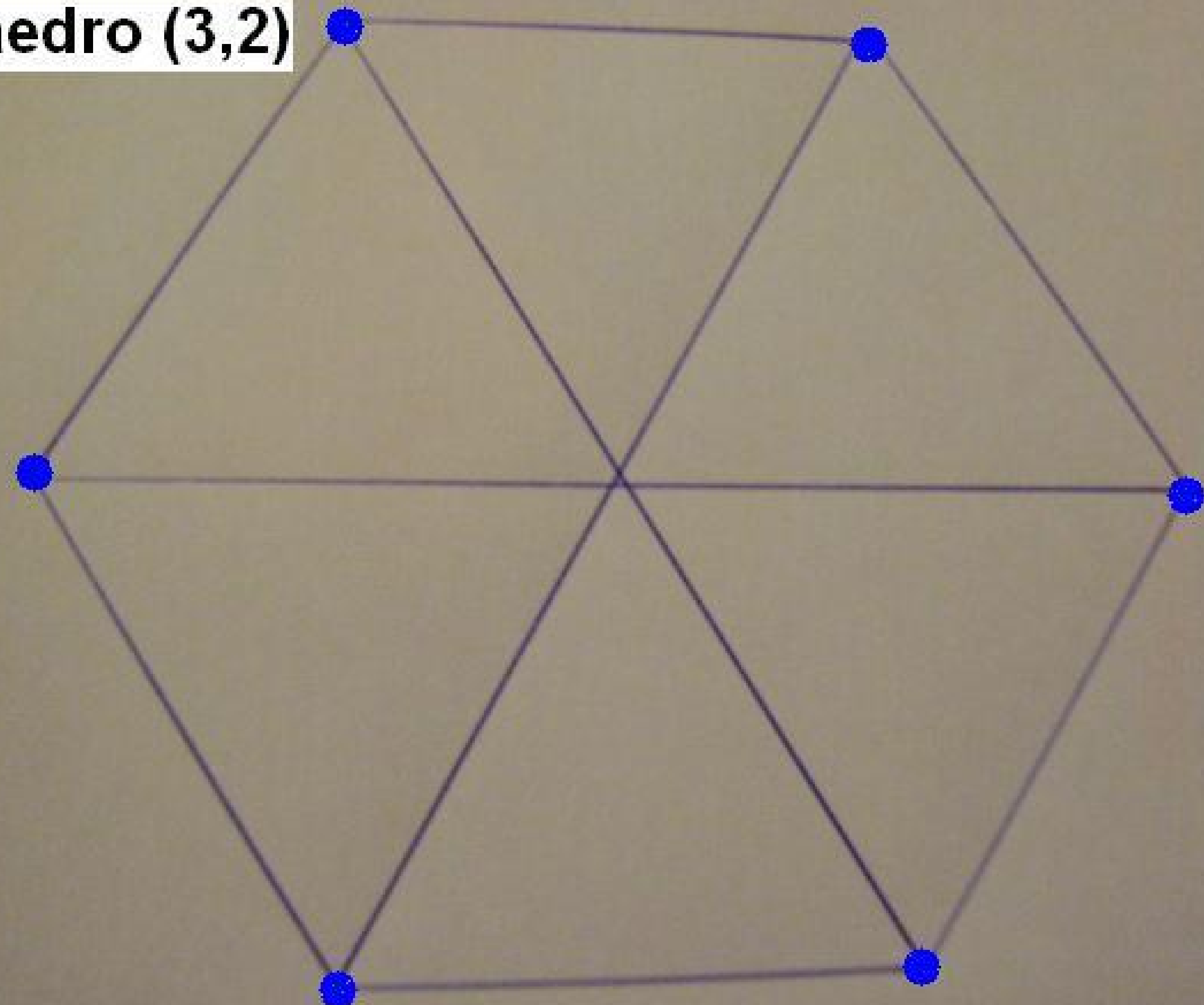


2b

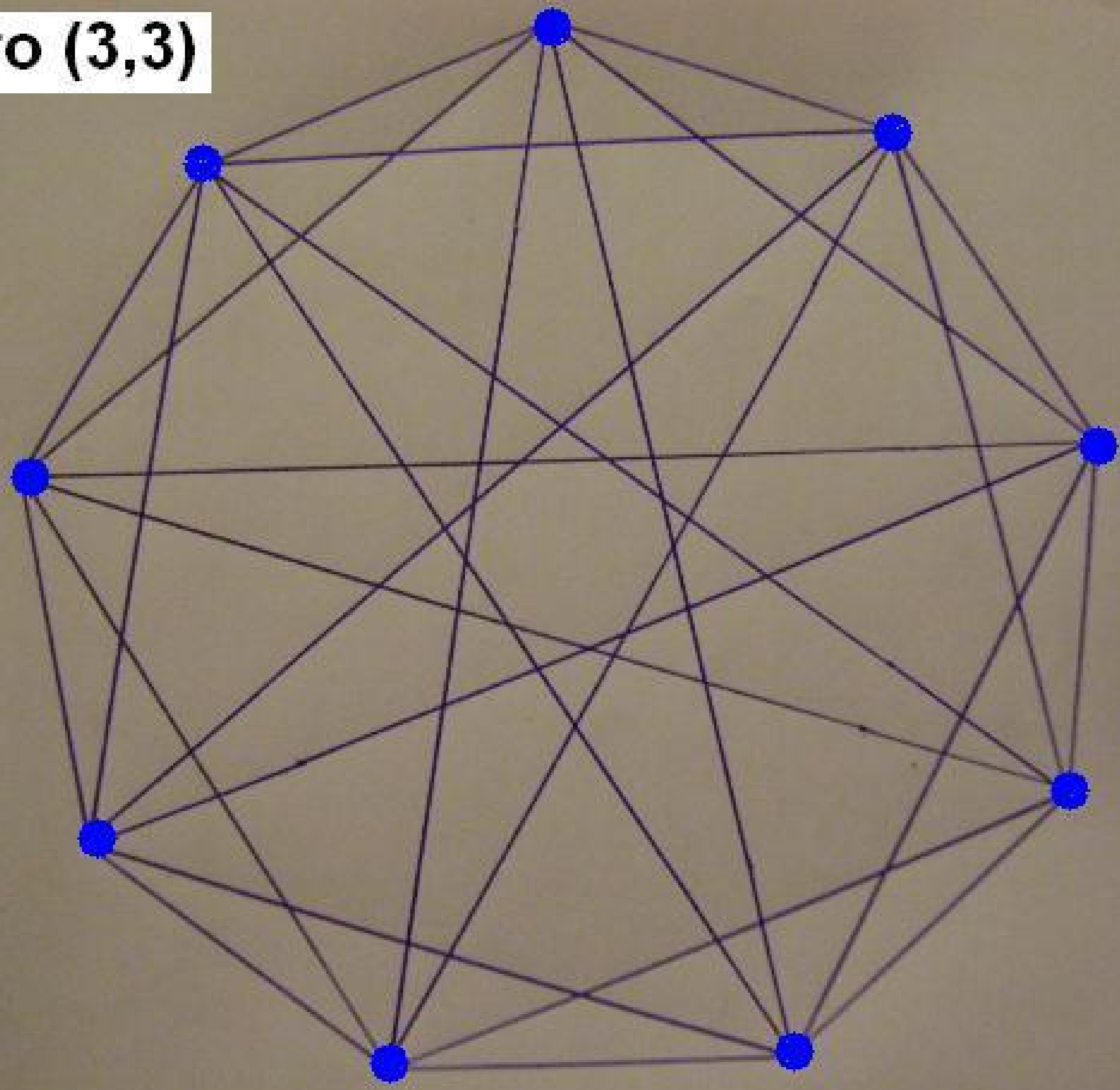


Megatopo de
cruce $\sigma=3$ $\delta=3$
¿isto

Octaedro (3,2)



Octaedro (3,3)



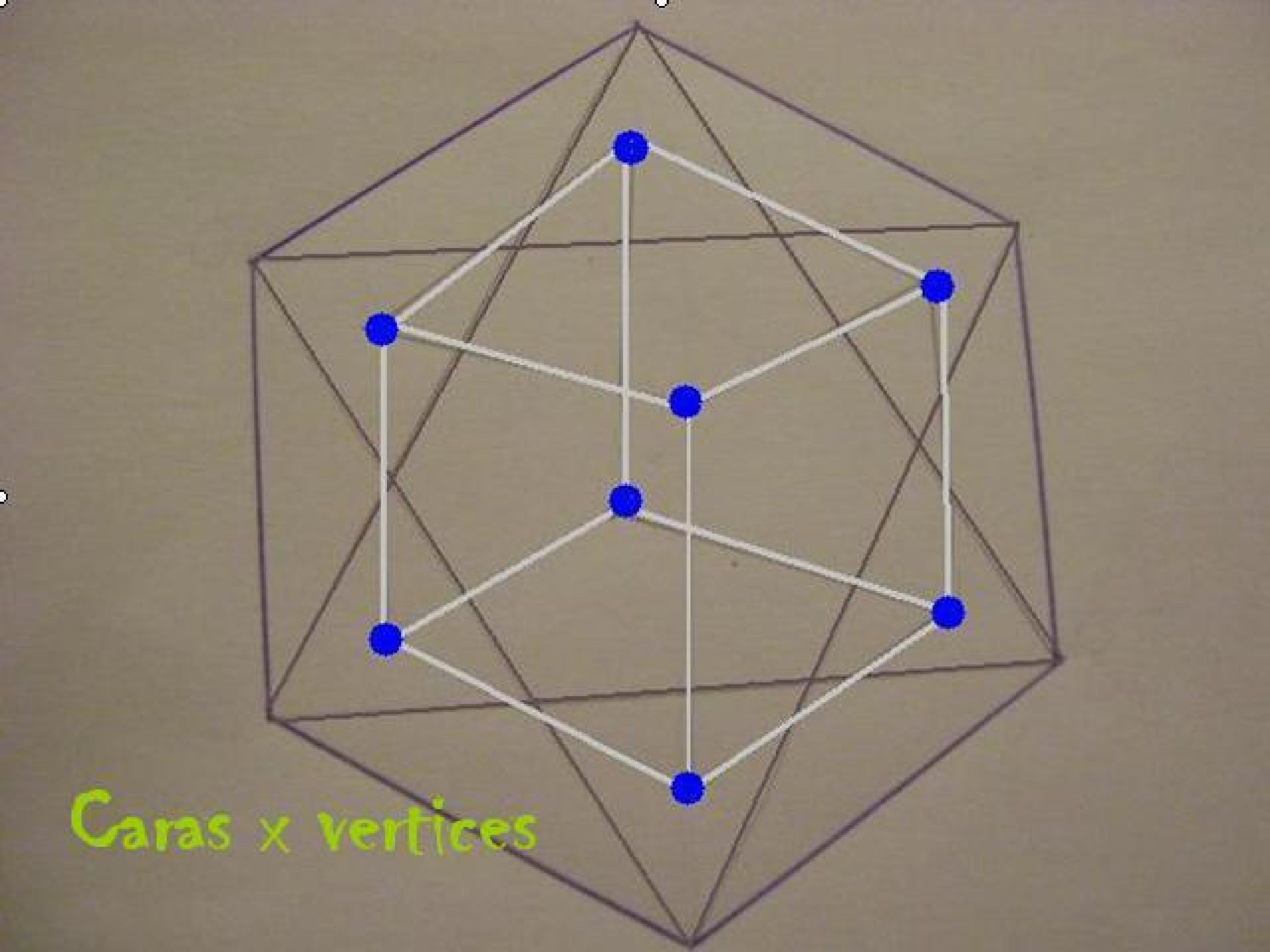
Construcción del grafo de 1 megacubo
en σ-opuestos y δ-dimensiones

1. Hacemos el grafo de su dual (el de cruce)

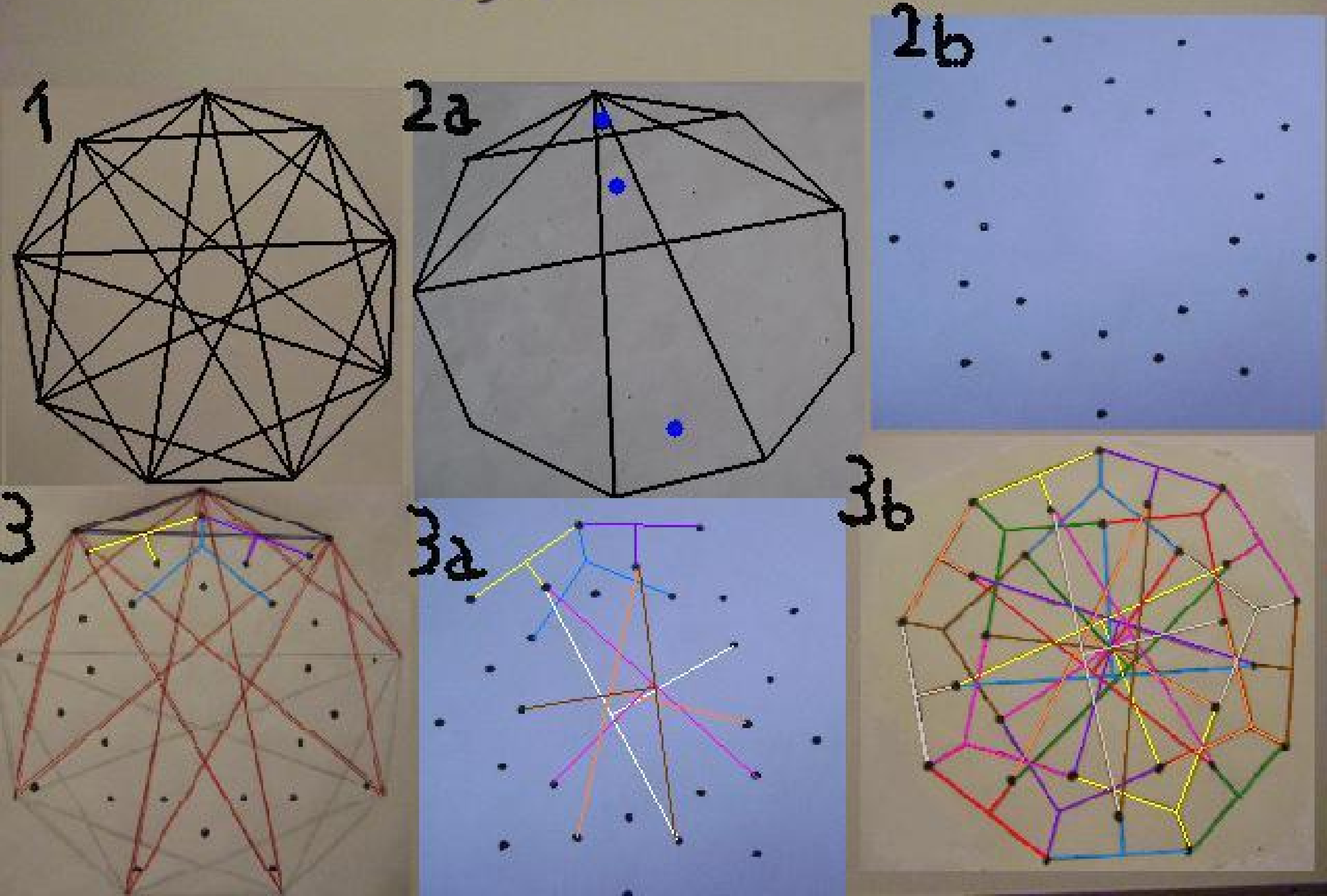
2. En el centro de sus caras marcamos vertices
 - las caras o superficies son simplex
 de dimension δ-1

3. Los vertices de centro de cada cara se unen
 a los de las caras adyacentes.
 - Acomodamos los vertices y aristas que
 coincidan entre si.

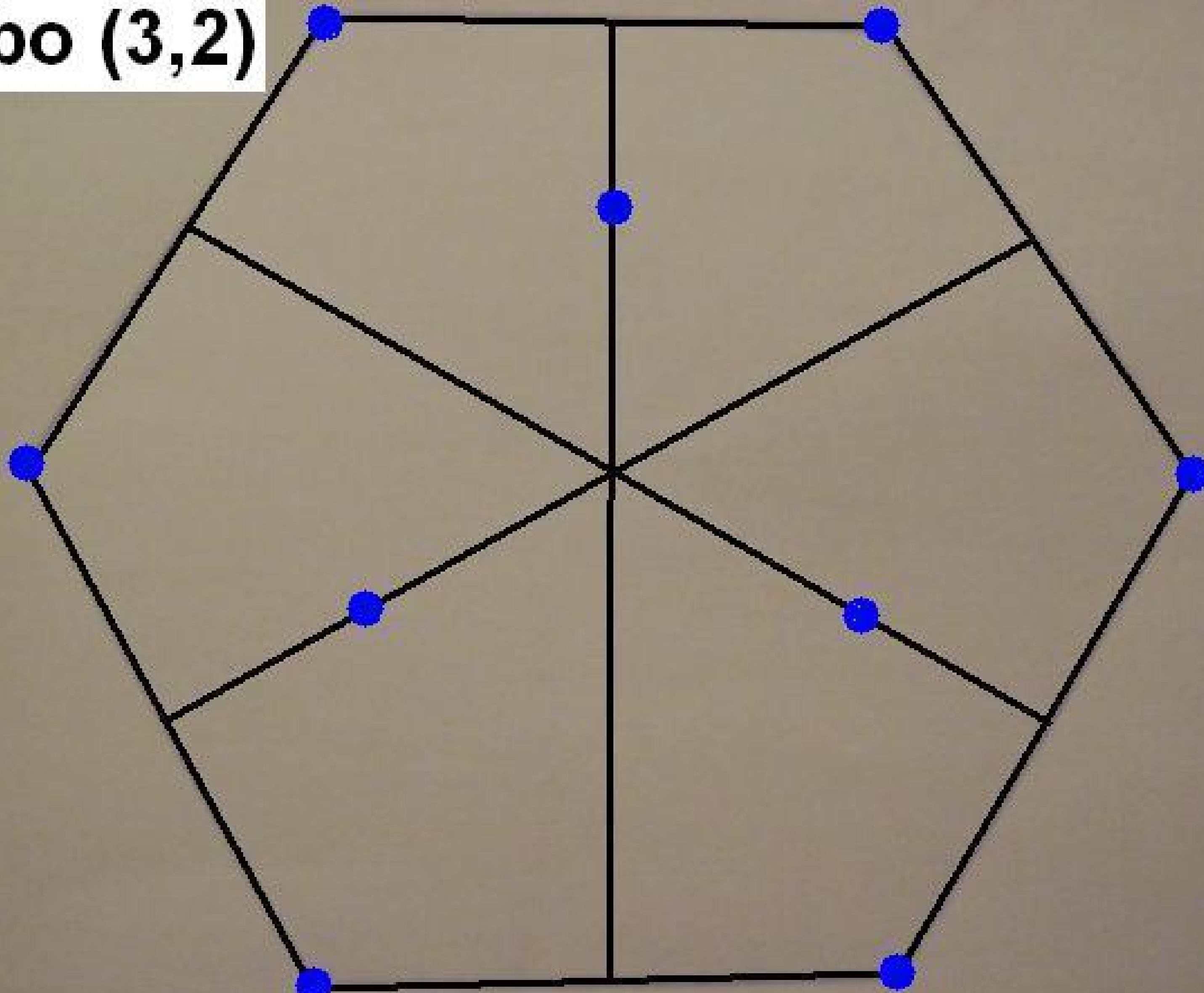
 - El grafo de su dual debe desaparecer,
 lo utilizamos para intercambiar los elementos
 del megatopo de cruce, lo que equivale a cambiar
 caras x vertices a 1 octaedro, para obtener el cubo


Caras x vertices

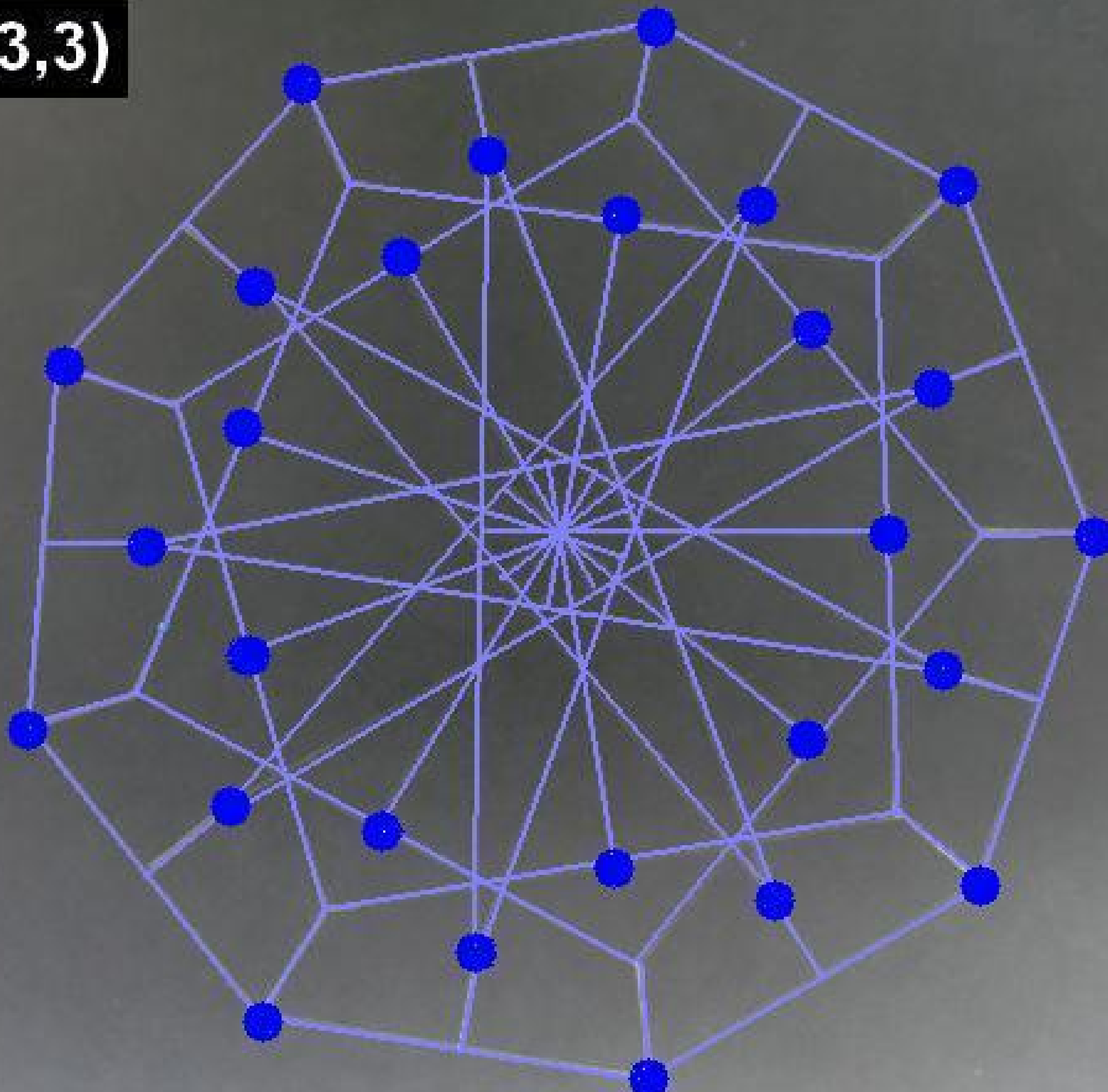
Megacubo $\sigma=3, \delta=3$



Cubo (3,2)



Cubo (3,3)



Coordinación de vertices

- En el caso de 1 megatopo de cruce de σ-opuestos y δ-dimensiones, abarcando:

$$(K_1, 0_2, 0_3, \ldots, 0_\delta)$$
$$(0_1, K_2, 0_3, \ldots, 0_\delta)$$
$$(0_1, 0_2, K_3, \ldots, 0_\delta)$$
$$\vdots$$
$$(0_1, 0_2, 0_3, \ldots, K_\delta)$$

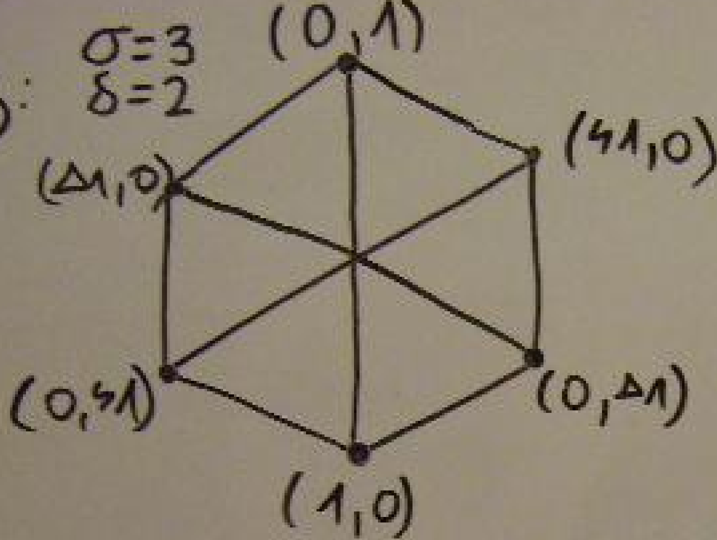
- En cada combinación hay $\delta-1$ elementos nulos y 1 elemento no nula cuyo signovalor i varia de 0 a $\sigma-1$
- Cada combinación esta unida a otras con distinto subíndice

$$K = \left\lceil \frac{k}{\sigma} \right\rfloor 1$$

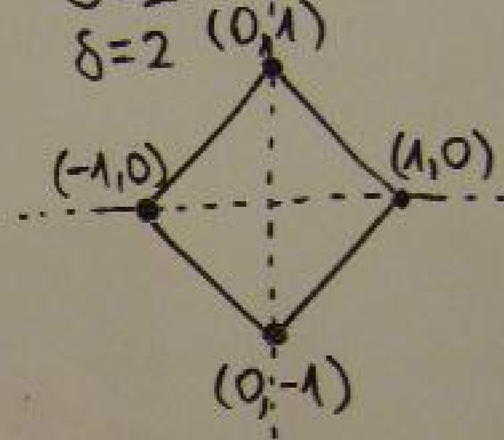
$$k \in \{0, 1, .., \sigma-1\}$$

- En total hay $\delta\sigma$ combinaciones

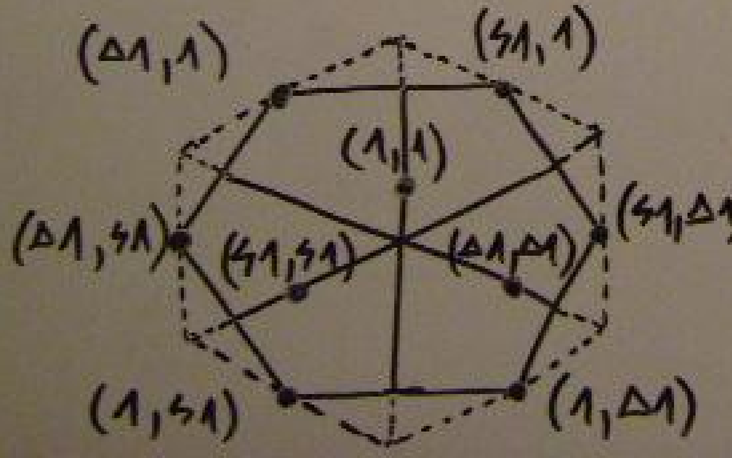
Ej: $\sigma = 3$, $\delta = 2$

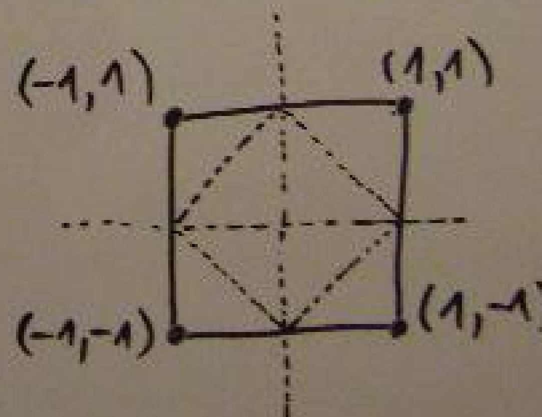


$\sigma = 2$, $\delta = 2$



-En el caso del megacubo simplemente sumamos los vertices de las caras respectivas





Notación de Matrices

La notación de 1 matriz megarectangular

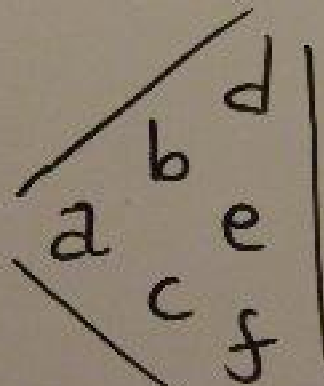
$$A = \left(\begin{array}{c|cccc} a & a & b & c \cdots & n \\ \sigma & i & j & K & m \end{array}\right)$$

.... Que es 1 matriz A de $a \times b \times c \times \cdots \times n$ con los respectivos subindices $i, j, k, \ldots, m$ en σ-opuestos

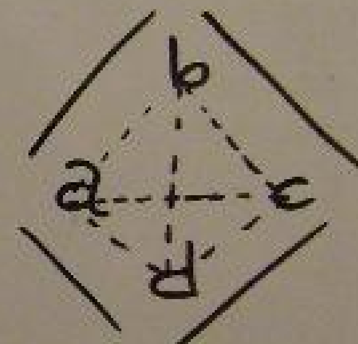
-El prefijo mega generaliza el de hiper extendiendolo a los opuestos

- Con cualquier σ, para 1 matriz simplectica (fila o columna), su numero de elementos es igual a el λ-esimo numero $(\sigma+1)$-simplectico.

Ej: $\underbrace{(a\ b\ c\ d) \quad \sigma=2 \quad \lambda=4}_{\text{Matriz Fila (lineal)}}$



$\underbrace{\sigma=3 \quad \lambda=3}_{\text{Matriz fila triangular}}$



$\underbrace{\sigma=4 \quad \lambda=2}_{\text{Matriz Fila tetraedrica}}$

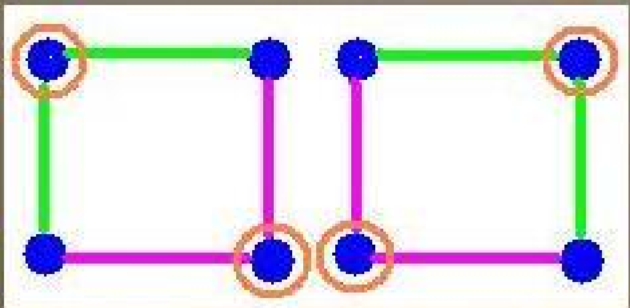
-De forma aun mas compacta para 1 matriz megacubica (con todos sus lados iguales) de lado λ en σ-opuestos y δ-dimensiones:

$$A = a\ulcorner \sigma, \delta, \lambda \lrcorner$$

-a continuación el determinante de 1 matriz de 2x2:

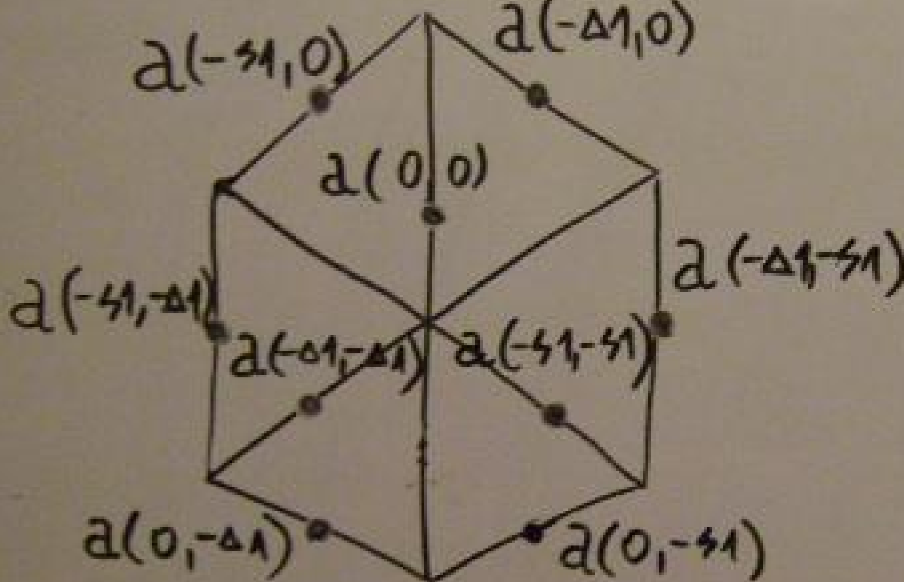
$$|a\ulcorner 2,2,2 \lrcorner| = \begin{vmatrix} a_{00} & a_{10} \\ a_{01} & a_{11} \end{vmatrix} = a_{00}a_{11} - a_{10}a_{01}$$

.... sus respectivos diagramas:



-apreciamos que cada elemento se multiplica con otro que no tenga la misma abciza u ordenada

- trasladándolo a 3 opuestos

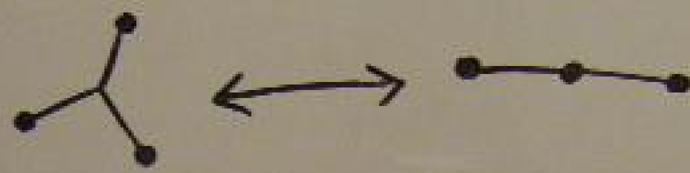


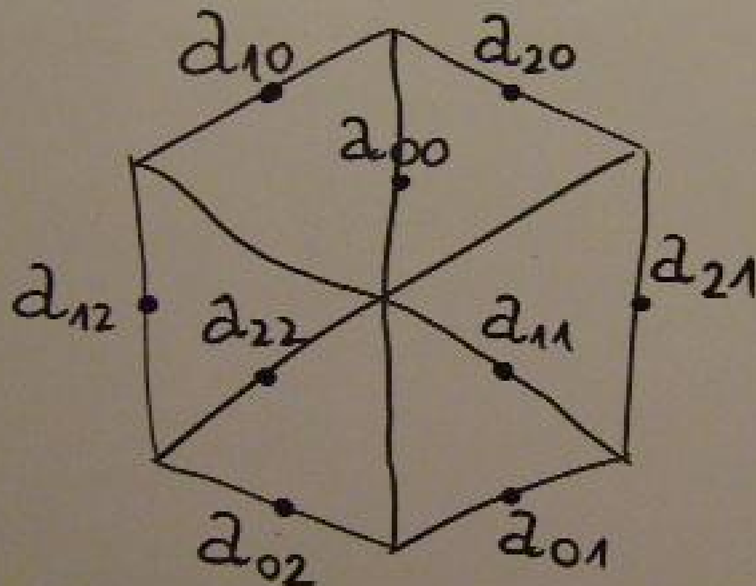
$= a\lceil 3,2,\underline{2}\rfloor = A$

- Y hacemos el sgte cambio a las coordenadas

$$T(A) = T(a\lceil 3,2,\underline{2}\rfloor): \quad \begin{array}{ccc} 0 & -s1 & -\Delta 1 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 0 & 1 & 2 \end{array}$$

- Que es asociar los sgtes 2 grafos

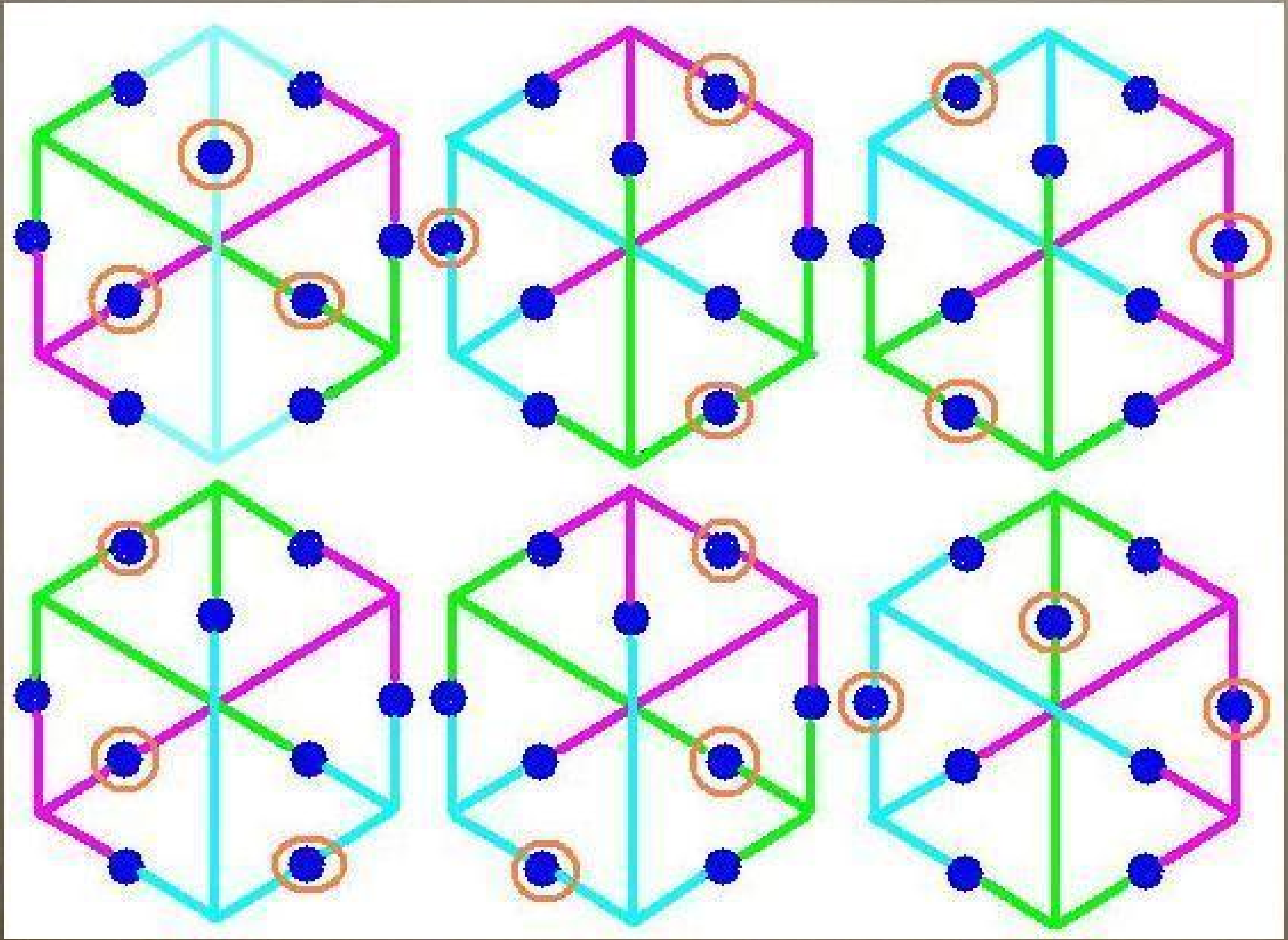




$= T(A)$

$$|T(A)| = a_{00}a_{11}a_{22} + a_{10}a_{21}a_{02} + a_{20}a_{01}a_{12} - a_{00}a_{21}a_{12} - a_{10}a_{01}a_{22} - a_{20}a_{11}a_{02}$$

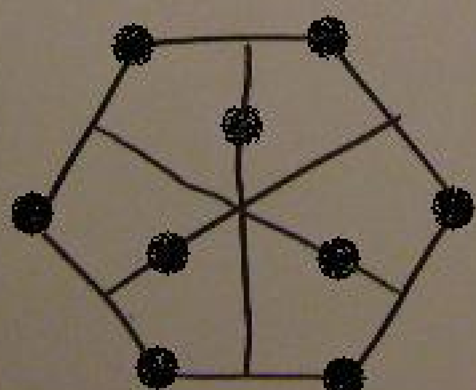
.... Sus respectivos diagramas

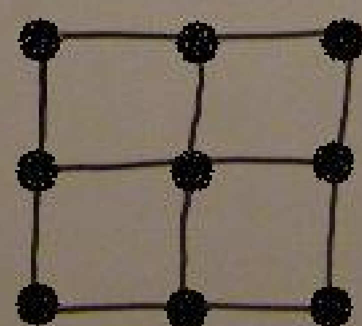


* Seguramente notaron que el determinante de $T(A)$ es igual al determinante de 1 matriz de 3X3. ($\lambda = 3$)

$$\det A = |a\ulcorner 3,2,2 \lrcorner| = \begin{vmatrix} \grave{a}_{00} & \grave{a}_{10} & \grave{a}_{20} \\ \grave{a}_{01} & \grave{a}_{11} & \grave{a}_{21} \\ \grave{a}_{02} & \grave{a}_{12} & \grave{a}_{22} \end{vmatrix} = |\grave{a}\ulcorner 2,2,3 \lrcorner| = \det \grave{A}$$

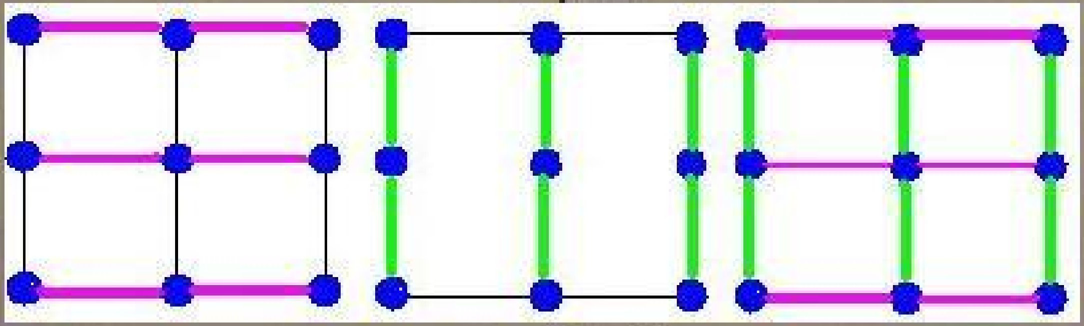
si $T(a\ulcorner 3,2,2) = \grave{a}\ulcorner 2,2,3 \lrcorner \wedge a_{ij} = \grave{a}_{ij}$



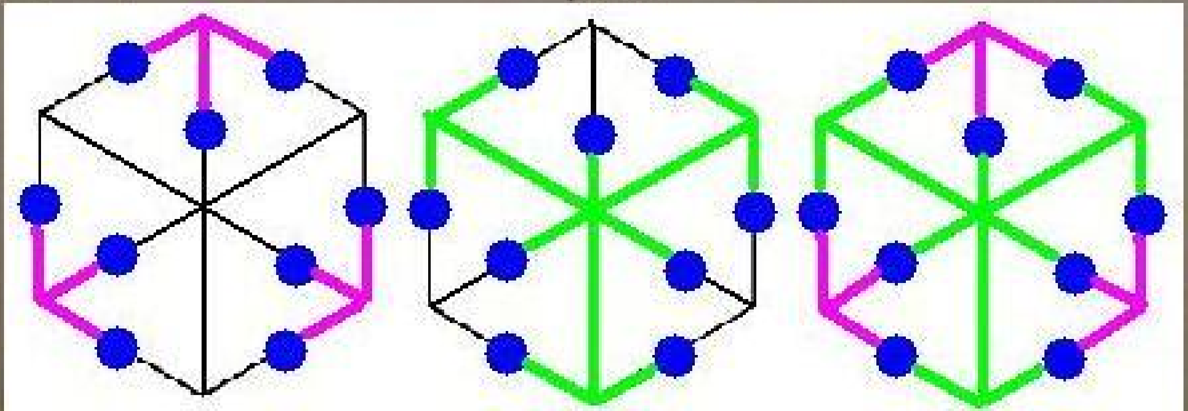


....y llevandolo a la multiplicación

$$\left(\begin{matrix} a \\ 2 \end{matrix}\middle|\begin{matrix} 3 & 3 \\ i & j \end{matrix}\right) \times \left(\begin{matrix} b \\ 2 \end{matrix}\middle|\begin{matrix} 3 & 3 \\ i & j \end{matrix}\right) = \sum_{k=0}^{2} a_{kj}\, b_{ik} = \left(\begin{matrix} c \\ 2 \end{matrix}\middle|\begin{matrix} 3 & 3 \\ i & j \end{matrix}\right)$$



$$\left(\begin{matrix} a \\ 3 \end{matrix}\middle|\begin{matrix} 2 & 2 \\ i & j \end{matrix}\right) \times \left(\begin{matrix} b \\ 3 \end{matrix}\middle|\begin{matrix} 2 & 2 \\ i & j \end{matrix}\right) = \sum_{k=0}^{-41,-\Delta 1} a_{kj}\, b_{ik} = \left(\begin{matrix} c \\ 3 \end{matrix}\middle|\begin{matrix} 2 & 2 \\ i & j \end{matrix}\right)$$



-Para obtener los elementos de 1 hipercubo en δ-dimensiones:

$$E_{2,k,\delta}=2^{\delta-k}\binom{\delta}{k} \wedge E_{2,k,\delta}=2E_{2,k,\delta-1}+E_{2,k-1,\delta-1}$$

-Generalizando a cualquier opuesto

$$E_{\sigma,k,\delta}=\sigma^{\delta-k}\binom{\delta}{k} \wedge E_{\sigma,k,\delta}=\sigma E_{\sigma,k,\delta-1}+E_{\sigma,k-1,\delta-1}$$

-Analogamente para su dual

$$F_{\sigma,k,\delta}=\sigma^{k}\binom{\delta}{k}$$

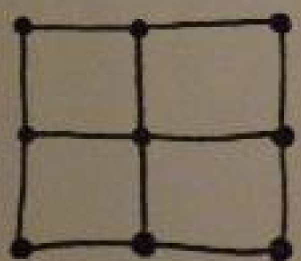
*Megacubo y megaoctaedro respectivamente

*Megatopos extienden politos a los opuestos

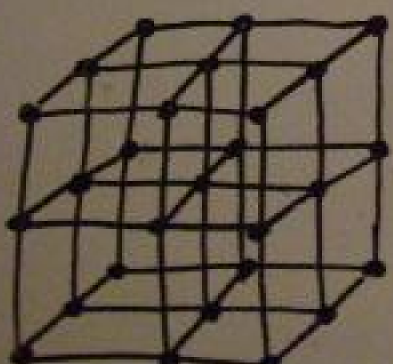
Para obtener los elementos de 1 hipercubo en δ-dimensiones y con lado$(\lambda)=3$

1 vertice

3 vertices, 1 arista



9 vertices, 6 aristas, 1 cara



27 vertices, 27 aristas, 9 caras, 1 celda

- Generalizando con $\lambda = 3$

$$E_{3,k,\delta} = 3^{\delta-k}\binom{\delta}{k}$$

...generalizando para cualquier λ

$$E_{\lambda,k,\delta} = \lambda^{\delta-k}\binom{\delta}{k}$$

las similitudes saltan...

...generalizando T a cualquier opuesto

$$A = a\ulcorner\sigma,\delta,2\lrcorner \wedge T(A): \begin{array}{ccccc} 0 & -\ulcorner\frac{1}{\sigma}\lrcorner & -\ulcorner\frac{2}{\sigma}\lrcorner & \cdots & -\ulcorner\frac{\sigma-1}{\sigma}\lrcorner \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ 0 & 1 & 2 & \cdots & \sigma-1 \end{array}$$

si $T(a\ulcorner\sigma,\delta,2\lrcorner = a'\ulcorner 2,\delta,\sigma\lrcorner$ entonces $|A| = |A'|$

y viseversa tambien $A' = a\ulcorner 2,\delta,\sigma\lrcorner$

si $T^{-1}(a'\ulcorner 2,\delta,\sigma) = a\ulcorner\sigma,\delta\,\sigma\lrcorner$ entonces $|A'| = |A|$

*Desconosco generalización a cualquier λ

Expansion Decimal

- Tradicionalmente expandemos 1 numero

Ej: $2038 = 2 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$

- Analogamente en los terniones enteros

$$\underbrace{\begin{array}{lll} 0 & & \\ & 6 & \\ 3 & & 5 \\ & 4 & \\ 2 & & \end{array}}_{\text{numero triangular}} = \underbrace{\begin{array}{lll} 0 \cdot 10^{\Delta 2+2} & & \\ & 6 \cdot 10^{\Delta 1+1} & \\ 3 \cdot 10^{1} & & 5 \cdot 10^{0} \\ & 4 \cdot 10^{\varsigma 1+1} & \\ 2 \cdot 10^{\varsigma 2+2} & & \end{array}}_{\text{expansión decimal triangular}}$$

- Si se fijan la notación decimal esta invertida en relación al eje numerico
- la causa de su forma triangular se debe a que esta acotado por los ejes $-\varsigma$ y $-\Delta$
- 1 numero con decimales seria de forma hexagonal

Suma

La suma de 2 numeros:

$$\begin{array}{ccc} & & d \\ & b & \\ a & & e \\ & c & \\ & & f \end{array} + \begin{array}{ccc} & & j \\ & h & \\ g & & k \\ & i & \\ & & l \end{array} = \begin{array}{ccc} & & d+j \\ & b+h & \\ a+g & & e+k \\ & c+i & \\ & & f+l \end{array}$$

-analogamente se corren las unidades correspondientes hacia el $+\infty$ (cuando las cifras sean superiores a 9)

-correr 1 unidad hacia el $+\infty$ es igual a correr 1 unidad hacia $-\text{ϟ}\infty$ y otra hacia $-\Delta\infty$.

Notaciones Importantes

$$\underbrace{\begin{array}{ccc} & & d \\ & b & \\ a & & e \\ & c & \\ & & f \end{array}}_{\text{numero}\,\Delta} \qquad \underbrace{\begin{array}{ccccc} & & & & d \\ & & b & + & \\ a & + & & & e \\ & & c & + & \\ & & & & f \end{array}}_{\text{Polinomio}\,\Delta} \qquad \underbrace{\begin{array}{ccc} & & d \\ & b & \\ a & & e \\ & c & \\ & & f \end{array}}_{\text{Matriz}\,\Delta\text{(fila)}}$$

Polinomio dispuesto en forma Δ lo mismo que $a+b+c+e+d+f$

es el analogo de 1 matriz fila pero en 3 opuestos

Multiplicación

Producto de 1 matriz Δ fila por Δ columna

$$\left.\begin{array}{cc} & b \\ a & \\ & c \end{array}\right| \times \left.\begin{array}{cc} & e \\ d & \\ & f \end{array}\right| = \left.\begin{array}{ccc} & & 0 \\ & ae & \\ ad & & 0 \\ & df & \\ & & 0 \end{array}\right| + \left.\begin{array}{ccc} & & be \\ & bd & \\ 0 & & bf \\ & 0 & \\ & & 0 \end{array}\right| + \left.\begin{array}{ccc} & & 0 \\ & 0 & \\ 0 & & ce \\ & cd & \\ & & cf \end{array}\right|$$

$$= \left.\begin{array}{ccc} & & be \\ & ae+bd & \\ ad & & bf+ce \\ & af+cd & \\ & & cf \end{array}\right|$$

-analogamente se suman las cifras multiplicadas por 1 misma, y se van... corriendo tantos lugares hacia ↗ y hacia ↘ dependiendo de la posicion del multiplicador

-Con los Polinomios Δs, quedan sumados aunque esten en distintas posiciones

Ej: usaremos los coeficientes de los primeros niveles del Δ de Pascal (ya que como en estos niveles las cifras son menores a 10 no se hace el arreglo de correr unidades) son iguales a las potencias de 11

$$
\begin{array}{ll}
11^0 = & 1 \\
11^1 = & 1 \quad 1 \\
11^2 = & 1 \quad 2 \quad 1 \\
11^3 = & 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \\
11^4 = & 1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \\
11^5 = & 1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1 \Rightarrow 161051
\end{array}
$$

- Analogicamente en los terniones

$$\left(\begin{smallmatrix} & 1 \\ 1 & \\ & 1 \end{smallmatrix}\right)^0 = \begin{matrix} 1 \end{matrix}$$

$$\left(\begin{smallmatrix} & 1 \\ 1 & \\ & 1 \end{smallmatrix}\right)^1 = \begin{matrix} & 1 & \\ 1 & & 1 \end{matrix}$$

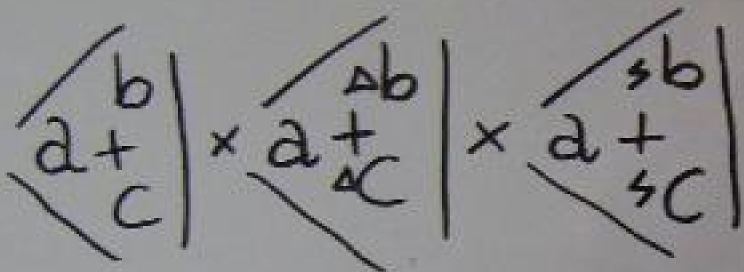
$$\left(\begin{smallmatrix} & 1 \\ 1 & \\ & 1 \end{smallmatrix}\right)^2 = \begin{matrix} & & 1 & & \\ & 2 & & 2 & \\ 1 & & 2 & & 1 \end{matrix}$$

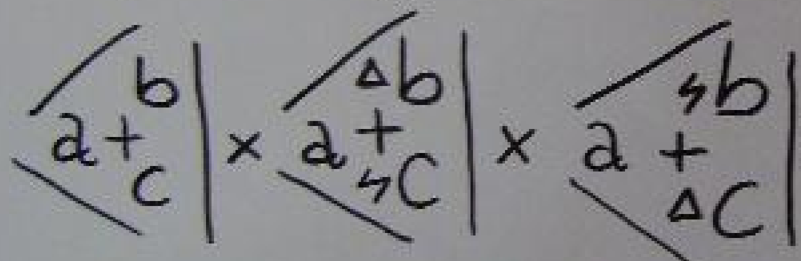
$$\left(\begin{smallmatrix} & 1 \\ 1 & \\ & 1 \end{smallmatrix}\right)^3 = \begin{matrix} & & & 1 & & & \\ & & 3 & & 3 & & \\ & 3 & & 6 & & 1 & \\ 1 & & 3 & & 3 & & 1 \end{matrix}$$

$$\begin{smallmatrix} & 1 \\ 1 & \\ & 1 \end{smallmatrix} \times \begin{smallmatrix} & 1 \\ 1 & \\ & 1 \end{smallmatrix} = \begin{smallmatrix} & & 0 \\ & 1 & \\ 1 & & 0 \\ & 1 & \\ & & 0 \end{smallmatrix} + \begin{smallmatrix} & & 1 \\ & 1 & \\ 0 & & 1 \\ & 0 & \\ & & 0 \end{smallmatrix} + \begin{smallmatrix} & & 0 \\ & 0 & \\ 0 & & 1 \\ & 1 & \\ & & 1 \end{smallmatrix} = \begin{smallmatrix} & & 1 \\ & 2 & \\ 1 & & 2 \\ & 2 & \\ & & 1 \end{smallmatrix}$$

$$\begin{smallmatrix} & 1 \\ 1 & \\ & 1 \end{smallmatrix} \times \begin{smallmatrix} & & 1 \\ & 2 & \\ 1 & & 2 \\ & 2 & \\ & & 1 \end{smallmatrix} = \begin{smallmatrix} & & & 0 \\ & & 1 & \\ & 2 & & 0 \\ 1 & & 2 & \\ & 2 & & 0 \\ & & 1 & \\ & & & 0 \end{smallmatrix} + \begin{smallmatrix} & & & 1 \\ & & 2 & \\ & 1 & & 2 \\ 0 & & 2 & \\ & 0 & & 1 \\ & & 0 & \\ & & & 0 \end{smallmatrix} + \begin{smallmatrix} & & & 0 \\ & & 0 & \\ & 0 & & 1 \\ 0 & & 2 & \\ & 1 & & 2 \\ & & 2 & \\ & & & 1 \end{smallmatrix} = \begin{smallmatrix} & & & 1 \\ & & 3 & \\ & 3 & & 3 \\ 1 & & 6 & \\ & 3 & & 3 \\ & & 3 & \\ & & & 1 \end{smallmatrix}$$

…. y usando la notación para polinomios, agregamos 2 productos notables

 $= a^3 + b^3 + c^3 + 3bc(b+c)$

 $= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

Sobre el trabajo:
"ternary numbers and Algebras"
le extraere y complementare
cambiando y agregando con mis ideas

- Aritmetica $\dagger\mathbb{C}$ | Forma matricial

$$q_1^1 = q_1 \quad q_2^1 = q_2$$
$$q_1^2 = q_2 \quad q_2^2 = q_1$$
$$q_1^3 = 1 \quad q_2^3 = 1$$

$$M = \begin{pmatrix} a & b & \Delta c \\ c & a & \Delta b \\ \text{ϟ}b & \text{ϟ}c & a \end{pmatrix}$$

- forma:

$$\det M = a^3 + b^3 + c^3 - 3ac = r^3$$

$$\hat{z} = a + bq_1 + cq_2$$

- Analogo ternario del circulo

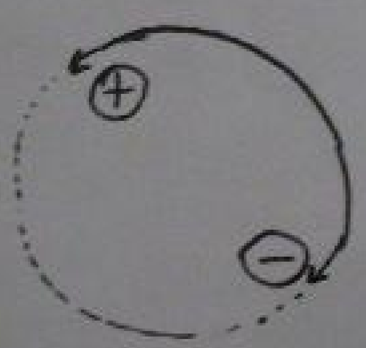
$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 1$$

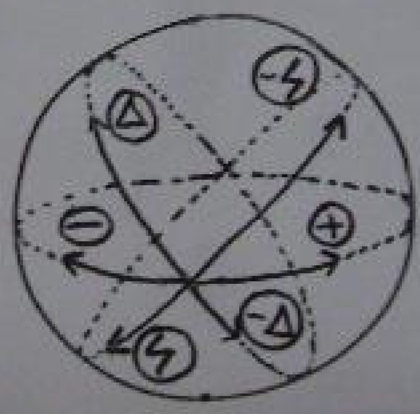
Funciones analogas respectivas

$$f_1\phi=\sum_0^\infty \frac{(\Delta 1)^n x^{3n}}{(3n)!} \quad g_1\phi=\sum_0^\infty \frac{(\Delta 1)^n x^{3n+1}}{(3n+1)!} \quad h_1\phi=\sum_0^\infty \frac{(\Delta 1)^n x^{3n+2}}{(3n+2)!}$$

$$f_2\phi=\sum_0^\infty \frac{(\text{ϟ}1)^n x^{3n}}{(3n)!} \quad g_2\phi=\sum_0^\infty \frac{(\text{ϟ}1)^n x^{3n+1}}{(3n+1)!} \quad h_2\phi=\sum_0^\infty \frac{(\Delta 1)^n x^{3n+2}}{(3n+2)!}$$

-Creo es util suponer que si el angulo pertenece a $\top$, obtiene mas grados de libertad





-Mi version propia con las raices cubicas positivas no ternionicas de $\text{ϟ}1$ y $\Delta 1$ (月)

Aritmetica de P y Q

$P^1 = P$ $\quad P^4 = \text{ϟ}P$ $\quad P^7 = \Delta P$ $\quad Q^1 = Q$ $\quad Q^4 = \Delta Q$ $\quad Q^7 = \text{ϟ}Q$

$P^2 = \text{ϟ}Q$ $\quad P^5 = \Delta Q$ $\quad P^8 = Q$ $\quad Q^2 = \Delta P$ $\quad Q^5 = \text{ϟ}P$ $\quad Q^8 = P$

$P^3 = \text{ϟ}1$ $\quad P^6 = \Delta 1$ $\quad P^9 = 1$ $\quad Q^3 = \Delta 1$ $\quad Q^6 = \text{ϟ}1$ $\quad Q^9 = 1$

forma matricial

$PQ = QP = 1$

forma: $a + bQ + cP = \hat{Z}$

$$\begin{pmatrix} a & \Delta b & c \\ \text{ϟ}c & a & b \\ b & c & a \end{pmatrix}$$

$\det M = a^3 + \Delta b^3 + \text{ϟ}c^3 - 3abc = r^3$

-Las traspocicciones sumando o restando 1 no aplican a esta representación matricial

Extra 1

1 posible combinación de los complejos y los complejos ternarios modificados:
- construyendo ternariamente sobre $\mathbb{C}$
- construyendo binariamente sobre 月

$$\mathbb{C} \oplus \mathbb{C}_Q \oplus \mathbb{C}_p = 月 \oplus 月_i = \mathbb{F}$$

$$(a+ib)+Q(c+id)+p(e+if)=f$$

$$(a+Qc+pe)+i(b+Qd+pf)=f$$

$$a+ib+Qc+rd+pe+sf=f$$

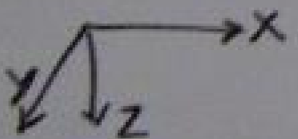
$$r=iQ=Qi \quad s=ip=pi$$

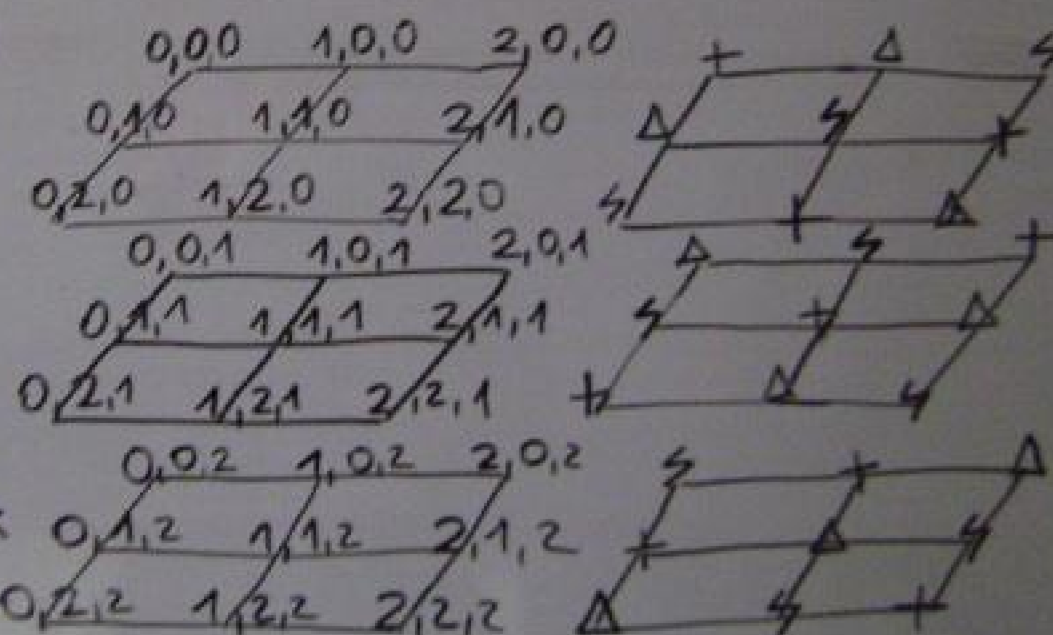
$$1^{36}=i^{36}=Q^{36}=r^{36}=p^{36}=s^{36}=1$$

Extra 2

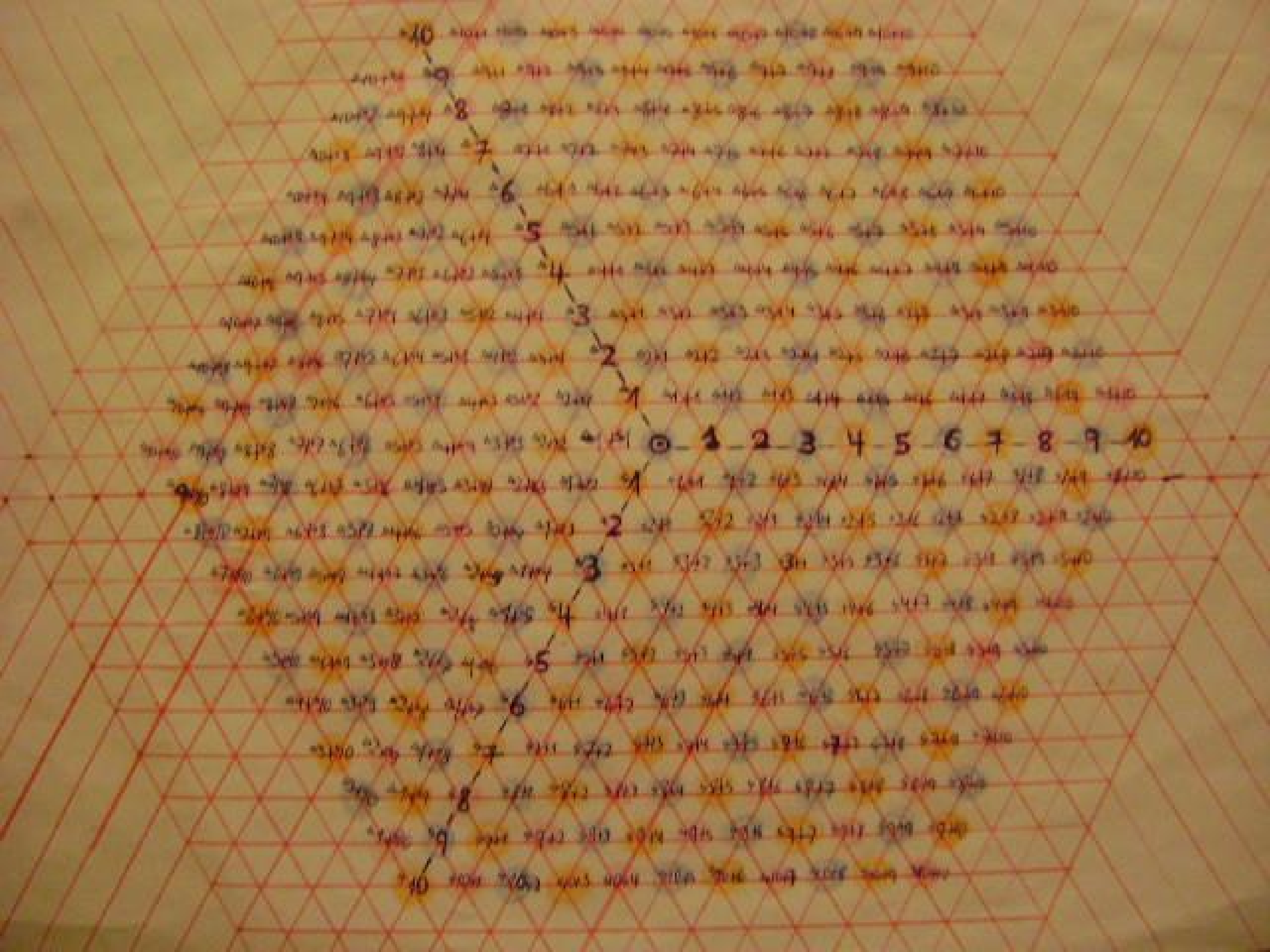
En matrices cubicas, se ve razonable para el desarrollo en menores, que los signos de los sumandos sean como sigue

$$\boxed{(\Delta 1)^{i+j+k}}$$





$$(\Delta 1)^{i+j+k}\, a_{ijk}\, m_{ijk}$$


0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Notas al margen

-Se puede aludir a un equivalente trial de la familia de los simplex (y mas generalmente a los politopos duales) pasando del triangulo a la pirámide de pascal, pero sus elementos no pertenecen ya al mismo espacio vectorial.

-Usando la expansión decimal (números triangulares) podemos curiosear la análoga trialidad geométrica.

-Cabe dudar las existencias de análogos de pi y e en sus versiones triangulares, así como también del sentido que tendrían funciones dispuestas triangularmente.

-Los terniones le dan un cambio de enfoque a la resolución de las ecuaciones cúbicas.

-Siendo los casos mas simples en las aritméticas de opuestos, con 2,3 y 4 son también bastante interesantes.

-La aritmética de 1 opuesto, siendo los naturales, son una serie de puntos, uno tras otro hacia el infinito

-También se puede plantear 1 aritmética límite de infinitos opuestos, que tiene ciertas particularidades.

-Cuando en 1 aritmética de n signos, n es primo, se verifica facialmente que como el modulo es primo, las potencias de sus signovalores recorrerán todos los demás.

-Aludiendo a errores en el trabajo "Ternary numbers and algebras" de Alexey Dubrovski and Guennadi Volkov, siendo 1 no poner las bases q en las matrices respectivas, se supone que son matrices complejas (ternarias) para representar a los cuaterniones ternarios, análogo a las matrices complejas de 2x2 para representar cuaterniones.
Y en segundo, siendo intuitivo, es que para el algebra cuaternaria creo que es equivocado usar las raíces cuartas de 1 en el cuerpo de los complejos, pues pertenecen al espacio.

-Los terniones son un isomorfismo de los complejos, al margen del asunto de la raíces

-Para las matrices cúbicas la anterior forma de los signos, es debido a que si usamos el -1 sumando los índices (en 3 dimensiones), la casilla origen, si la coordenamos como a000 queda positiva y si la coordenamos como a111 queda negativa.

-No he resuelto si los análogos ternarios de la diferencia y división tienen o no sentido.

-La unidad w es en honor al cuarto nivel de hipernumeros de Charles Muses o Musean Hypernumbers y diferencia de Musean, quien pone w como 1 base (extensión dimensional), yo la propongo como 1 "extensión de opuestos".

-El nombre de las coordenadas trilineares, intercambiable con coordenadas triangulares, y generalizando, coordenadas simplecticas.

-En las operaciones en los terniones, como la sumatoria, poner 2 limites superiores es marcar los 2 vértices restantes de 1 triangulo, en vez del único de una línea, y para "que esto tenga sentido", este triangulo debe ser equilátero, es decir, las distancias entre los limites deben ser iguales.

-Del análogo circular es posible obtener una versión cúbica del teorema de Pitágoras.

Agradecimientos a todos los autores que contribuyeron e hicieron los documentos de mas adelante.

En algunos puntos del desarrollo, extraje, modifique, sintetice y/o complemente directamente información, exactamente de:

http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_de_tercer_grado

http://es.wikipedia.org/wiki/Sucesi%C3%B3n_de_Padovan

http://arxiv.org/abs/hep-th/0608073

Ternary numbers and algebras
De A. Dubrovskiy, G. Volkov

http://en.wikipedia.org/wiki/Simplex

http://en.wikipedia.org/wiki/Hypercube

http://en.wikipedia.org/wiki/Cross-polytope

http://en.wikipedia.org/wiki/Musean_hypernumber

Uno de los trabajos que inspiraron a lo largo del camino:

http://divulgamat.ehu.es/weborriak/TestuakOnLine/04-05/PG-04-05-alsina.pdf

Sorpresas matemáticas en 3D
Claudi Alsina

Un trabajo que llamo mi atención (aunque no entendí nada):

http://arxiv.org/abs/0901.2506

Algebras with ternary law of composition and their
Realization by cubic matrices

Libros de Consulta:

-Matemática Plan Electivo, Trigonometría plana de Julio Orellana y Gladys Bernand

- Matemática Plan Electivo, Matrices y determinantes de Julio Orellana y Gladys Bernand

- Texto Autopreparación P.S.U Matemática de Eduardo Cid Figueroa

- Manual de Preparación Matemática de Oscar Tapia, Miguel Ormazabal, Jorge Olivares y David López.

-Matemática Mega

Pinturas relacionadas de Escher:

-Verbum
-Circle limit 1
-Verbum (omega-numbers)

Para finalizar, me despido con el link de los Plot ternarios y la propuesta de George Sparling sobre la naturaleza del espaciotiempo ("imágenes")

http://en.wikipedia.org/wiki/Ternary_plot

http://www.astroseti.org/imprime.php?codigo=2819

-